

*Jadwiga Zaród*

## **DYNAMICZNE MODELE GOSPODARSTW ROLNYCH O RÓŻNEJ POWIERZCHNI ZE STOCHASTYCZNYMI PARAMETRAMI\***

### **DYNAMIC OPTIMIZATION MODELS WITH STOCHASTIC PARAMETERS OF AGRICULTURAL FARMS OF VARIOUS AREA**

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie  
ul. Klemensa Janickiego 31, 71-270 Szczecin

**Abstract.** The agricultural farms of Westpomeranian Province were divided into 8 area groups (1–5 ha, 5–10 ha, 10–15 ha, 15–20 ha, 20–30 ha, 30–50 ha, 50–200 ha and over 200 ha). For each group a dynamic optimization model with stochastic technical-economic parameters was created. The basic crop qualities units in the models were replaced by the regression functions. The describing variables of those functions regard the fertilization, rainfall and temperature during the vegetation period and affect the yields considerably. Additionally, the variables achieve values from the specific intervals, covering the real fluctuations of the values observed within the years 2003–2006. The goal of this work is the optimization of agricultural production in the farms of various area and the regard to the yields and income fluctuations caused by changeable climatic conditions.

**Słowa kluczowe:** dynamiczne modele optymalizacyjne, grupy arealowe, stochastyczne parametry techniczno-ekonomiczne.

**Key words:** area groups, dynamic optimization models, stochastic technical-economic parameters.

## **WSTĘP**

Podstawowym działem w rolnictwie jest produkcja roślinna. Wielkość zbiorów i ich wahania zależą od zasobności gleb, ilości dostarczanych składników nawozowych, zabiegów agrotechnicznych wykonywanych w określonych terminach oraz od czynników klimatycznych. Zjawiska pogodowe mają charakter losowy, a niedobory lub nadmiar opadów czy zbyt niska lub zbyt wysoka temperatura powietrza w okresie wegetacji niekorzystnie wpływają na plonowanie roślin. Uwzględnienie wpływu stochastycznych czynników na wydajność upraw pozwoli zapobiec podjęciu niekorzystnych decyzji produkcyjno-ekonomicznych.

Celem tej pracy jest zwiększenie efektywności produkcji rolniczej w gospodarstwach województwa zachodniopomorskiego, o różnej powierzchni, w latach 2003–2006 oraz wykazanie, jak zróżnicowane są zbiory i dochody w zależności od nawożenia gleby, opadów i temperatury w okresie wegetacji roślin. Analizę taką umożliwiają dynamiczne modele ze stochastycznymi parametrami, dotyczącymi wydajności podstawowych upraw. Badania nad optymalizacją gospodarstw rolnych prowadzili już m.in. Krawiec (1991), Jeleniewska (1993), Krupa (1995), Wąs (2005).

---

\* Praca naukowa sfinansowana ze środków przeznaczonych na naukę w latach 2008–2010 jako projekt badawczy nr NN310312134.

## METODY I MATERIAŁ

Wszystkie gospodarstwa rolne województwa zachodniopomorskiego przydzielono do ośmiu grup arealowych: 1–5 ha, powyżej 5–10 ha, powyżej 10–15 ha, powyżej 15–20 ha, powyżej 20–30 ha, powyżej 30–50 ha, powyżej 50–200 ha i powyżej 200 ha. Na podstawie danych ARiMR oraz GUS obliczono średnią powierzchnię: gospodarstw, gruntów ornych, gruntów ugorowanych oraz ustalono strukturę zasiewów dla każdej grupy w latach 2003–2006 (tab. 1).

Tabela 1. Podstawowe charakterystyki grup arealowych

Grupy arealowe [ha]	Liczba gospodarstw	Grunty orne [ha]	Struktura wykorzystania gruntów ornych [%]				
			zboża	rzepak	okopowe	inne	ugory
Rok 2003							
1–5	18 776	2,54	44,0	–	4,6	7,0	44,4
> 5–10	6825	6,99	45,5	2,5	4,8	10,3	36,9
>10–15	4652	11,62	49,0	3,0	5,0	10,1	32,9
>15–20	4292	16,32	49,3	3,1	5,0	9,2	33,4
>20–30	2607	22,91	51,0	3,9	5,9	9,0	30,0
>30–50	2926	35,42	54,2	5,2	5,4	10,3	24,9
>50–200	1922	82,71	56,0	9,7	3,6	7,4	23,3
> 200	441	541,98	51,9	18,3	3,2	0,5	26,1
Rok 2004							
1–5	19 710	2,43	44,0	–	4,0	9,5	42,5
> 5–10	10 132	6,84	46,9	2,3	3,9	10,9	36,0
>10–15	8976	11,43	50,0	3,1	4,4	12,9	29,6
>15–20	4275	16,23	51,1	3,1	4,0	12,7	29,1
>20–30	2519	22,54	52,7	4,0	4,7	9,7	29,3
>30–50	1535	34,00	55,9	5,4	4,3	10,9	23,5
>50–200	2389	92,06	59,6	8,9	2,9	9,1	19,5
> 200	705	527,03	54,2	17,6	3,2	0,4	24,6
Rok 2005							
1–5	17 277	2,64	42,5	–	4,2	7,2	46,1
> 5–10	6208	7,42	44,8	2,7	4,1	8,9	39,5
>10–15	4041	12,31	48,8	3,2	4,1	11,6	32,3
>15–20	2278	17,30	49,6	3,6	3,9	11,6	31,3
>20–30	2468	24,43	51,3	4,4	4,6	9,0	30,7
>30–50	1880	38,32	54,8	6,0	4,2	10,2	24,8
>50–200	2619	92,31	56,3	10,2	2,7	5,9	24,9
> 200	725	579,73	53,4	17,8	2,7	0,4	25,7
Rok 2006							
1–5	17 697	2,49	44,6	–	4,0	7,2	44,2
> 5–10	6662	6,95	45,3	2,9	5,1	10,2	36,5
>10–15	4217	11,60	49,1	3,5	5,0	10,0	32,4
>15–20	2517	16,18	49,3	3,3	5,2	9,0	33,2
>20–30	2377	22,61	51,2	3,8	5,3	9,2	29,5
>30–50	1462	34,50	54,5	5,5	5,5	10,1	24,4
>50–200	2693	82,31	56,1	9,8	3,8	7,2	23,1
> 200	733	536,6	52,4	18,1	3,4	0,5	25,6

Informacje zawarte w tab. 1 zostały wykorzystane do budowy dynamicznych modeli optymalizacyjnych. Modele te składają się z czterech bloków (po jednym dla każdego roku) połączonych ze sobą za pomocą warunków wiążących (wspólnych). Każdy etap (blok) to klasyczny liniowy model optymalizacyjny (Grabowski 1980):

$$AX \leq (\geq) b \quad (\text{warunki bilansowe})$$

$$X \geq 0 \quad (\text{warunek brzegowy})$$

$$F(X) = \sum CX \rightarrow \max. \quad (\text{funkcja celu})$$

gdzie:

$X$  – zmienne decyzyjne modelu optymalizacyjnego,

$A$  – parametry techniczno-ekonomiczne,

$b$  – wyrazy wolne,

$C$  – współczynniki funkcji celu.

Warunki wspólne dotyczą zmianowania roślin i są zbudowane na zasadzie związków rekurencyjnych, co oznacza, że decyzje określone w jednym etapie warunkują zakres i wartości decyzji w etapach następnych (Bellman 1967). Ograniczenia wewnętrzne każdego bloku dotyczą powierzchni gruntów ornych, struktury zasiewów, pracochłonności oraz wydajności poszczególnych upraw. Schemat takiego modelu oraz dokładny opis został przedstawiony w pracy Zaród (2008). Jednostkowe wydajności niektórych gatunków roślin mają charakter losowy i występują w modelu w postaci liniowej funkcji regresji (Zeliaś 2000):

$$y_{it} = \alpha_{0t} + \alpha_{1t}x_{1t} + \dots + \alpha_{nt}x_{nt} + \mu_0 \quad i = 0, 1, \dots, n$$

gdzie:

$y_{it}$  – plony  $i$ -tej upraw,

$x_{it}$  – zmienne objaśniające,

$\alpha_{it}$  – parametry strukturalne,

$\mu_0$  – składnik losowy.

Zmienne egzogeniczne funkcji wydajności dotyczą nawożenia NPK, średnich wartości temperatury powietrza i sumy opadów w okresie wegetacji roślin. Tabela 2 zawiera oceny parametrów tych równań.

Tabela 2. Parametry strukturalne równań wydajności

Zmienne	wz.	$t$	wrz.	$t$	w.ziem.	$t$
Stała	-176,29	-3,06	-276,59	-3,42	-853,95	-2,12
Nawożenie	0,34	2,01	0,53	2,21	2,93	2,59
Temperatura	5,54	2,12	10,44	2,86	31,51	1,96
Opady	0,37	5,09	0,33	3,25	0,98	3,34
$R^2$	0,97		0,86		0,89	

wz. – wydajność zbóż(dt/ha), wrz.– wydajność rzepaku (dt/ha), w.ziem. – wydajność ziemniaków (dt/ha),  $t$  – wartość statystyki, t-Studenta.

Wszystkie parametry funkcji wydajności mają istotny wpływ na plonowanie upraw. Natomiast zmienne przyjmują wartości z przedziałów odpowiadających ich rzeczywistym wahaniom.

Funkcją celu w modelu optymalizacyjnym jest dochód rolniczy. Stanowi on różnicę pomiędzy wartością produkcji a kosztami bezpośrednimi (materiału siewnego, nawozów, środków ochrony roślin) i pozostałymi (kosztami uprawy i zbioru, innymi, np. sznurka, folii, podatków, ubezpieczenia), bez wyceny pracy własnej. Do obliczenia jednostkowych kosztów poszczególnych upraw wykorzystano opracowania ZODR (Kalkulacje rolnicze 2003–2006). W latach 2004 i 2005 koszty zostały pomniejszone o dotacje bezpośrednie i uzupełniające, a w roku 2006 dodatkowo o dopłaty cukrowe.

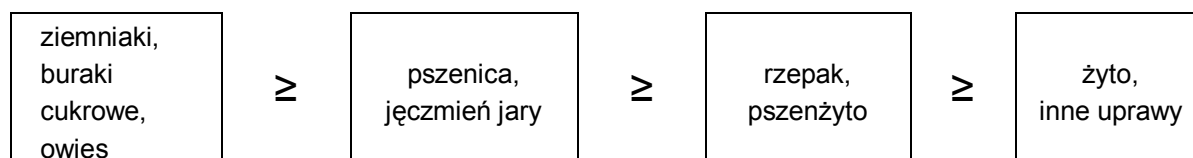
## ROZWIĄZANIA OPTYMALNE MODELI GOSPODARSTW ROLNYCH O RÓŻNEJ POWIERZCHNI

Dla gospodarstw rolnych o różnej powierzchni zbudowano i rozwiązano dynamiczne modele ze stochastycznymi parametrami, dotyczącymi wydajności podstawowych upraw. Wyniki tych rozwiązań przedstawia tab. 3.

Powierzchnia zasiewów i rodzaj poszczególnych upraw w rozwiązaniach optymalnych zależy od ich opłacalności i zmianowania. Najbardziej opłacalne kierunki produkcji to uprawa pszenicy, rzepaku, ziemniaków i buraków. Pszenica i buraki wymagają dobrych gleb, w związku z czym ich powierzchnia w modelu została ograniczona. Dodatkowo ze struktury zasiewów wynika, że buraki cukrowe są uprawiane tylko w gospodarstwach o areale powyżej 20 ha gruntów ornych. Wahania zbiorów w poszczególnych latach są znaczne, zwłaszcza rzepaku i ziemniaków; wynoszą w niektórych grupach ponad 30%. Zbiory zbóż wahają się od kilku do kilkunastu procent. Natomiast różnice w zbiorach pomiędzy latami są jeszcze większe. Wynika to głównie z niekorzystnych warunków agroklimatycznych w roku 2003 i ze sprzyjających w roku 2004. Wahania zbiorów zbóż i rzepaku pomiędzy 2003 a 2004 rokiem dochodzą do 40%, a zbiorów ziemniaków do około 20%. Zbiory w roku 2005 były nieco większe niż w roku 2006, ale mniejsze niż w roku 2004.

Wahania zbiorów wynikają z różnic w nawożeniu gleb, nasłonecznieniu i opadach w poszczególnych latach, co świadczy o stochastycznym charakterze produkcji roślinnej.

Zmianowanie roślin ogranicza powierzchnię upraw w następnym roku, ale gwarantuje terminowe wykonanie wszystkich zabiegów agrotechnicznych i nie zubaża gleb. Z przedstawionego poniżej schematu wynika, że powierzchnia żyta i innych roślin w 2006 r. nie była większa od arealu rzepaku i pszenżyta w 2005 r., natomiast ziemniaki (wczesne i późne), buraki cukrowe oraz owies w 2003 r. zajmowały powierzchnię co najmniej taką jak pszenica i jęczmień jary w roku 2004.



Funkcją celu we wszystkich modelach jest łączny dochód rolniczy w czterech kolejnych latach. Dochód ten w każdej grupie arealowej przeliczono na hektar gruntów ornych.

Z analiz wynika, że dochody w gospodarstwach rolnych do 50 ha gruntów ornych wraz ze wzrostem powierzchni zwiększają się, a w grupach arealowych 50–200 ha i powyżej 200 ha zmniejszają się.

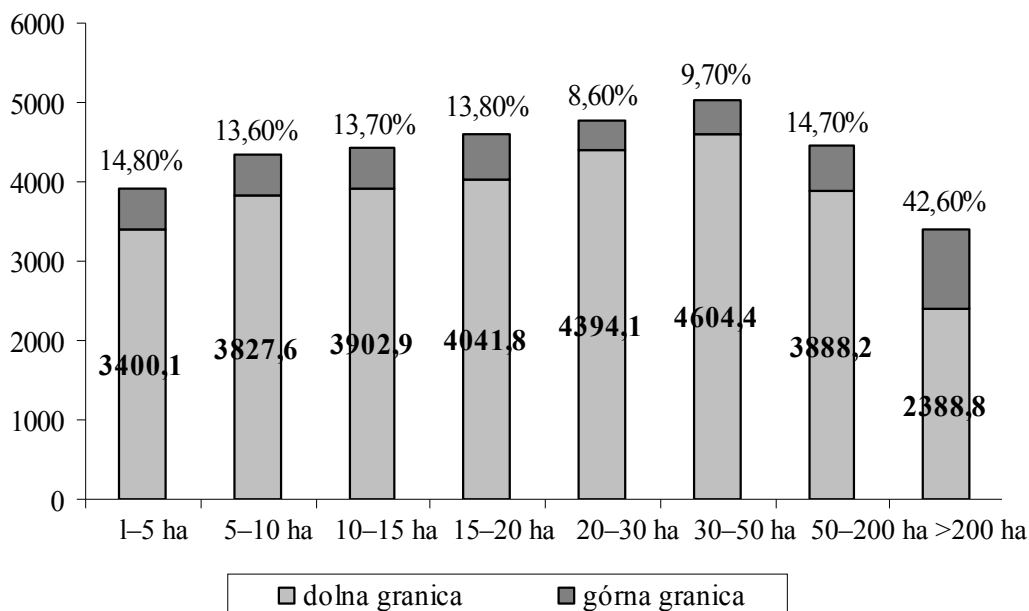
Tabela 3. Rozwiązania optymalne dynamicznych modeli z stochastycznymi parametrami

Zmienne	Jednostki	1–5 ha	> 5–10 ha	> 10–15 ha	> 15–20 ha	> 20–30 ha	> 30–50 ha	> 50–200 ha	> 200 ha
Rok 2003									
Grunty orne	ha	2,54	6,99	11,62	16,32	22,91	35,42	82,71	541,98
Pszenica	ha	0,19	0,77	1,48	1,9	2,20	3,83	8,29	89,60
Owies	ha	0,31	0,61	1,08	1,55	2,27	4,49	14,69	98,36
Żyto	ha	0,12	0,16	0,41	0,73	1,46	2,60	9,91	93,88
Pszenżyto	ha	0,49	1,68	2,72	3,82	5,76	8,21	13,43	–
Rzepak	ha	–	0,21	0,35	0,65	0,92	1,77	8,27	97,56
Ziemniaki	ha	0,12	0,35	0,58	0,81	–	–	–	–
Buraki	ha	–	–	–	–	1,38	2,13	3,31	18,97
Inne uprawy	ha	0,18	0,70	1,16	1,47	2,06	3,54	5,79	2,71
Grunty ugorowane	ha	1,13	2,51	3,84	5,39	6,85	8,85	19,02	140,09
Sprzedaż zbóż	dt	25,75–28,27	77,93–85,78	138,39–151,92	193,92–212,45	337,61–357,89	555,63–585,79	1317,8–1415,3	7978,7–8462,8
Sprzedaż rzepaku	dt	–	2,17 – 3,57	4,85–5,99	6,59–11,21	10,82–16,22	20,91–31,35	97,60–146,43	1151,95–1727,1
Sprzedaż ziemniaków	dt	21,49–28,37	50,37–61,16	72,18–101,79	101,4–143,0	–	–	–	–
Rok 2004									
Grunty orne	ha	2,43	6,84	14,43	16,23	22,54	34,00	92,06	527,03
Pszenica	ha	0,43	0,96	1,66	2,36	3,61	6,23	18,00	117,33
Owies	ha	0,20	0,58	1,00	1,55	2,17	4,44	12,93	77,62
Żyto	ha	0,25	1,14	1,70	2,52	4,65	6,24	13,42	89,65
Pszenżyto	ha	0,19	0,46	1,02	1,25	1,30	2,13	–	–
Rzepak	ha	–	0,21	0,46	0,65	0,90	1,70	8,29	89,60
Ziemniaki	ha	0,10	0,28	0,57	0,65	0,90	1,02	1,84	5,27
Buraki	ha	–	–	–	–	0,45	0,68	0,93	13,70
Inne uprawy	ha	0,24	0,75	1,37	1,95	2,03	3,74	8,28	2,11
Grunty ugorowane	ha	1,02	2,46	3,38	5,30	6,53	7,82	28,37	131,75
Sprzedaż zbóż	dt	40,49–42,83	121,63–126,86	209,45–218,51	298,63–311,5	465,95–484,4	756,77–792,51	1883,4–2095,5	11182–12089,6
Sprzedaż rzepaku	dt	–	4,97 – 6,99	8,48–12,88	14,16–22,12	19,43–30,72	36,86–57,92	176,07–282,27	2124,1–3052,3
Sprzedaż ziemniaków	dt	28,57–35,63	58,13–65,22	105,59–134,7	119,83–152,86	203,5–212,67	230,63–241,05	416,09–434,83	1191,6–1245,4

cd. tab. 3

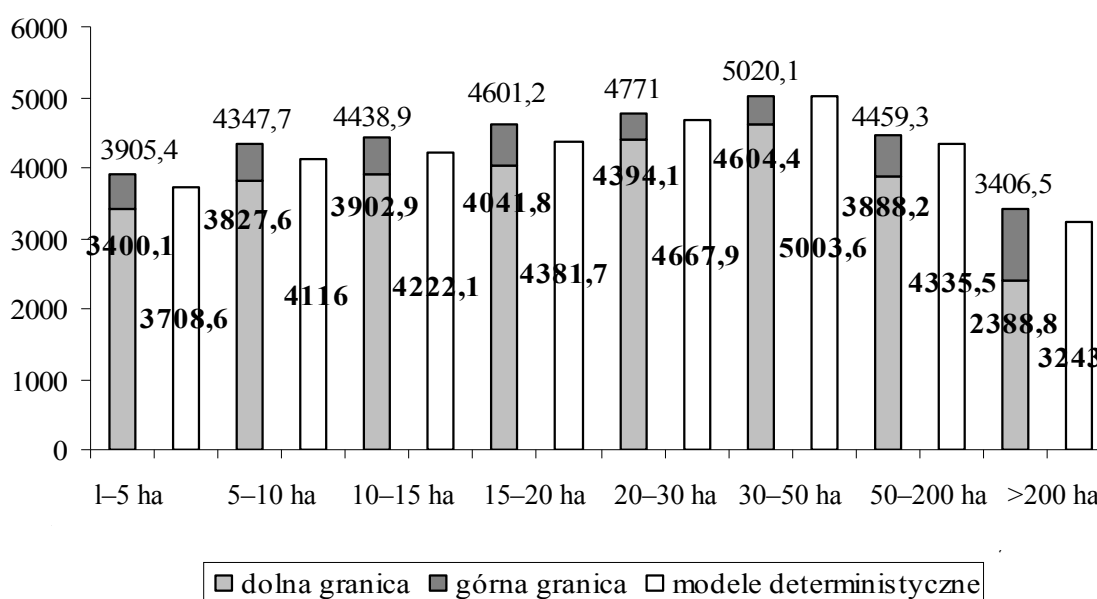
Zmienne	Jednostki	1–5 ha	> 5–10 ha	> 10–15 ha	> 15–20 ha	> 20–30 ha	> 30–50 ha	> 50–200 ha	> 200 ha
Rok 2005									
Grunty orne	ha	2,64	7,42	12,31	17,30	24,43	38,32	92,31	579,73
Pszenica	ha	0,35	0,86	1,57	2,20	3,52	6,14	15,70	96,59
Owies	ha	0,36	1,59	2,58	3,78	5,45	8,45	18,93	70,89
Żyto	ha	–	–	–	–	–	–	2,75	87,28
Pszennyżyto	ha	0,43	0,74	1,17	1,67	2,39	3,93	8,77	12,97
Rzepak	ha	–	0,22	0,49	0,69	1,22	2,30	9,23	104,36
Ziemniaki	ha	0,13	0,30	0,49	0,69	–	–	–	–
Buraki	ha	–	–	–	–	1,22	1,53	2,77	20,87
Inne uprawy	ha	0,19	0,67	1,48	1,9	2,20	3,83	5,54	2,32
Grunty ugorowane	ha	1,18	3,04	4,53	6,37	8,43	12,14	28,62	184,45
Sprzedaż zbóż	dt	33,59–34,68	101,8–105,44	170,84–191–56	244,95–265,17	388,56–464,26	638,11–767,68	1586,7–1912,7	8701,5–11036,4
Sprzedaż rzepaku	dt	–	4,42 – 5,86	10,07–12,98	14,16–18,24	24,99–32,19	47,05–60,61	188,9–243,33	2135,5–2750,8
Sprzedaż ziemniaków	dt	19,99–27,19	54,59–70,29	93,18–108,38	129,74–163,17	–	–	–	–
Rok 2006									
Grunty orne	ha	2,49	6,95	11,60	16,18	22,61	35,60	82,30	536,60
Pszenica	ha	0,3	0,95	1,70	2,30	3,60	6,20	16,10	91,76
Jęczmień	ha	0,19	0,94	1,37	2,17	3,07	3,78	5,60	–
Owies	ha	0,09	0,39	1,01	1,25	0,66	2,10	4,68	72,09
Żyto	ha	0,21	0,27	0,27	0,42	1,58	2,78	12,24	115,18
Pszennyżyto	ha	0,30	0,65	1,11	1,71	2,62	4,07	7,47	–
Rzepak	ha	–	0,21	0,46	0,49	0,90	2,07	8,23	96,59
Ziemniaki	ha	0,10	0,28	0,47	0,65	0,90	1,04	1,65	5,37
Buraki	ha	–	–	–	–	0,46	0,68	0,82	8,59
Inne uprawy	ha	0,22	0,69	1,39	1,94	2,03	3,45	5,76	2,15
Grunty ugorowane	ha	1,08	2,57	3,82	5,25	6,79	9,43	19,75	144,87
Sprzedaż zbóż	dt	30,35–35,54	96,7–118,16	163,58–186–74	237,11–287,14	396,52–446,6	639,96–711,33	1552,2–1675,5	7845,2–9010,6
Sprzedaż rzepaku	dt	–	5,92–7,99	10,94–15,05	13,45–18,6	25,33–34,66	58,82–79,33	224,1–315,41	2677,9–3701,6
Sprzedaż ziemniaków	dt	17,92–25,10	45,81–60,85	86,13–91,14	107,29–142,52	157,54–225,92	207,96–261,07	329,94–414,19	1073,8–1348
Dochód rolniczy	zł	8602,3–9880,7	26984,9– –30651,4	48747,1– –55441,7	66729,4– –75966,1	101592,5– –110305,6	165020,6– –179920,3	339592,6– –389474,7	1305050,8– –1861073,2
Dochód rolniczy	zł/ha	3400,1–3905,4	3827,6–4347,7	3902,9–4438,9	4041,8–4601,2	4394,1–4771,0	4604,4–5020,1	3888,2–4459,3	2388,8–3406,5

Ze względu na stochastyczny charakter produkcji dochody w każdej grupie wahają się, przy czym ich dolna granica może przekraczać 8,6–14,8%, a grupie ostatniej nawet 42,6%. Porównanie tych dochodów przedstawia rys. 1.



Rys.1. Dochody rolnicze i ich wahania w grupach arealowych

W celach porównawczych zbudowano i rozwiązano dynamiczne modele dla tych samych grup arealowych z deterministycznymi parametrami. Ich struktura produkcji nieznacznie odbiega od wyników modeli ze stochastycznymi parametrami. Różnice dotyczą dochodów rolniczych, które są pochodnymi zbiorów i podlegają zmianom pod wpływem warunków agroklimatycznych. Porównanie dochodów przeliczonych na 1 ha gruntów ornych przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Dochody w modelach stochastycznych i deterministycznych

Dochody rolnicze w rozwiązaniach optymalnych modeli deterministycznych są niższe od górnej granicy w zakresie od 0,3% (w grupie 30–50 ha) do 5,6%, ale wyższe od dolnej granicy dochodów osiąganych w modelach ze stochastycznymi parametrami – od 6,2% do 35,9% (w grupie powyżej 200 ha). Poznanie wahań zbiorów i dochodów może ułatwić podejmowanie decyzji produkcyjno-ekonomicznych. Natomiast znajomość przedmiotów optymalizacji (powierzchni gruntów ornych, użytków zielonych, gruntów ugorowanych, liczby roboczogodzin) wskazanych przez rozwiązania dopuszczalne, pozwala na ich racjonalne wykorzystanie.

## WNIOSKI

1. Funkcje wydajności mogą być wykorzystane w modelach optymalizacyjnych jako stochastyczne parametry techniczno-ekonomiczne.
2. Uprawa pszenicy, rzepaku, ziemniaków i buraków cukrowych to najbardziej opłacalne kierunki produkcji roślinnej.
3. Wahania zbiorów w latach badań dochodzą do 40%.
4. Dochody rolnicze w gospodarstwach do 50 ha gruntów ornych wraz ze wzrostem powierzchni zwiększają się, a powyżej 50 ha zmniejszają się.
5. Dochody rolnicze w rozwiązaniach optymalnych modeli ze stochastycznymi parametrami oscylują wokół dochodów osiąganych w modelach deterministycznych.

## PIŚMIENNICTWO

- Bellman R., Dreyfus S.** 1967. Programowanie dynamiczne. Warszawa, PWE.
- Grabowski W.** 1980. Programowanie matematyczne. Warszawa, PWE.
- Jeleniewska E.** 1993. Próba określenia reakcji przedsiębiorstwa rolniczego na zmieniające się warunki gospodarowania przy wykorzystaniu metody programowania liniowo-dynamicznego. Warszawa, SGGW.
- Kalkulacje rolnicze.** 2003–2006. Barzkowice, Zachodniopomorski Ośrodek Doradztwa Rolniczego.
- Krawiec B.** 1991. Metody optymalizacji w rolnictwie. Łódź, PWN.
- Krupa A.** 1995. Próba zastosowania parametrycznego programowania liniowego do stymulacyjnego badania wpływu cen na strukturę organizacji gospodarstwa rolniczego. Warszawa, SGGW.
- Wąs A.** 2005. Model optymalizacyjny rolnictwa (na przykładzie gminy Kobylnica). Warszawa, SGGW.
- Zaród J.** 2008. Programowanie liniowo-dynamiczne jako narzędzie analizujące zmiany w funkcjonowaniu gospodarstw rolnych. Łódź, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, 429–435.
- Zeliaś A.** 2000. Metody statystyczne. Warszawa, PWE.