

**Monika Krawiec**

*Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie*

**ANALIZA EFEKTYWNOŚCI WYKORZYSTANIA OPCJI  
AMERYKAŃSKICH W INWESTOWANIU NA RYNKACH PSZENICY  
KONSUMPCYJNEJ**

*ANALYSIS OF AMERICAN OPTIONS EFFICIENCY IN INVESTING  
ON MARKETS OF CONSUMPTION WHEAT*

**Słowa kluczowe: opcje amerykańskie, model dwumianowy, przedterminowe wykonanie**

*Key words: American options, binomial model, early exercise*

**Synopsis.** Przeanalizowano efektywność zastosowania opcji amerykańskich na rynkach pszenicy konsumpcyjnej. Badaniem objęto trzy kraje: Polskę, Francję i Niemcy. W pierwszym etapie badań, na podstawie historycznych cen pszenicy konsumpcyjnej, ustalono parametry niezbędne do wyceny opcji. Następnie za pomocą modelu dwumianowego oszacowano wartości premii. W drugim etapie badań analizowano opłacalność wcześniejszego wykonania wycenionych amerykańskich opcji sprzedaży. Uzyskane wyniki odniesiono do analogicznych opcji europejskich.

### **Wstęp**

Opcje amerykańskie to instrumenty pochodne zaliczane do grupy opcji zależnych od czasu. Oprócz nich, w ramach tej kategorii, najczęściej wymienia się opcje wyboru, opcje z opóźnionym startem i opcje bermudzkie. Opcje amerykańskie, w odróżnieniu od opcji europejskich, które można wykonać wyłącznie w dniu wygaśnięcia kontraktu, mogą być wykonane w dowolnym momencie w ciągu życia opcji. Pewną ich modyfikacją są opcje bermudzkie, znane również jako zmodyfikowane opcje amerykańskie. O ile jednak opcja amerykańska może być wykonana w dowolnym momencie w okresie do wygaśnięcia, to opcję bermudzką można wykonać tylko w określone z góry dni (momenty czasowe) na przestrzeni życia opcji [Zahng 2006].

Opcja wyboru daje z kolei posiadaczowi prawo do ustalenia w przyszłości czy jego opcja będzie opcją kupna, czy opcją sprzedaży. Z jednej strony jest ona droższa od pojedynczej opcji waniliowej, lecz mimo wszystko tańsza niż dwie klasyczne opcje: kupna i sprzedaży o analogicznych parametrach. Z drugiej strony, korzyścią dla inwestora jest ograniczenie ryzyka, że podejmie złą decyzję, kupując wyłącznie opcję jednego typu [Jajuga i in. 2004].

Natomiast opcja o opóźnionym starcie jest instrumentem, którego nabywca płaci dziś premię, jednak opcja staje się ważna dopiero od umownego momentu w przyszłości. Im później taka opcja się uaktywnia, tym jest tańsza. Jeśli liczba dni, w ciągu których kontrakt jest nieaktywny wynosi zero, wówczas opcja staje się instrumentem standardowym [Pruchnicka-Grabias 2006].

W związku z tym, że spośród wymienionych opcji, największą popularnością cieszą się klasyczne opcje amerykańskie, badania prezentowane w niniejszej pracy koncentrują się właśnie na tych instrumentach. To właśnie opcje amerykańskie stanowią atrakcyjną alternatywę dla opcji europejskich. W odróżnieniu od niestandardowych opcji wyboru czy opcji z opóźnionym startem, którymi handluje się wyłącznie na rynkach pozagiełdowych, opcje amerykańskie znajdują się zarówno w obrocie giełdowym, jak i pozagiełdowym.

Celem podjętych badań była ocena efektywności zastosowania opcji amerykańskich, dla których instrumentem bazowym jest pszenica konsumpcyjna, w porównaniu do analogicznych opcji europejskich. W związku z tym analizowano serie opcji amerykańskich z półrocznym czasem do wygaśnięcia, a badaniem objęto najważniejszych producentów pszenicy: Polskę, Francję i Niemcy. Podstawą analizy ilościowej były tygodniowe ceny pszenicy konsumpcyjnej podawane w ramach Zintegrowanego Systemu Informacji Rolniczej, na podstawie których szacowano zmienność hi-

storyczną instrumentu bazowego. Następnie ustalano parametry opcji wycenianych modelem dwumianowym oraz sprawdzano czy w ciągu życia badanych opcji występowały przesłanki do ich wcześniejszego wykonania i jakie skutki finansowe dla ich posiadaczy generowało ewentualne przedterminowe wykonanie kontraktów.

### Metoda analizy i materiał empiryczny

Wykorzystane w badaniach dane empiryczne obejmują okres od 22 lutego 2005 roku do 22 lutego 2009 roku. Są to średnie tygodniowe ceny pszenicy konsumpcyjnej w Polsce, Francji i Niemczech wyrażone w euro za tonę. Te dane zgromadzono w ramach Zintegrowanego Systemu Informacji Rolniczej i udostępniono na stronie internetowej Ministerstwa Rolnictwa i Rozwoju Wsi [www.minrol.gov.pl]. Na podstawie danych empirycznych wyznaczono parametry analizowanych kontraktów opcyjnych: cenę instrumentu bazowego w chwili wystawienia kontraktu –  $S$ , cenę wykonania –  $X$  oraz historyczną zmienność cen –  $\sigma$ .

W celu oszacowania zmienności historycznej zastosowano analogiczne podejście, jak w przypadku opcji na akcje spółek niewypłacających dywidendy. Wówczas w pierwszym kroku należy wyznaczyć następującą relację:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

gdzie:  $S_i$  –  $i$ -ta cena instrumentu bazowego.

Następnie oblicza się odchylenie standardowe dla zmiennej  $u_i$ , które jest oszacowanym parametrem zmienności:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \cdot \sqrt{N} \quad (2)$$

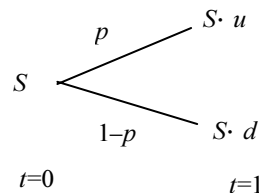
gdzie:

$n$  – liczba obserwacji,

$\bar{u}$  – średnia arytmetyczna wyznaczona z  $u_i$ ,

$N$  – liczba przedziałów czasowych (dla danych tygodniowych  $N=52$ ).

Do wyceny analizowanych opcji amerykańskich wykorzystano, zaproponowany w 1979 roku przez Coxa, Rossa i Rubinsteina, model dwumianowy. Praktyczne wykorzystanie tego modelu do wyceny opcji wymaga założenia, że zmiany cen instrumentu bazowego składają się z dużej liczby niewielkich zmian dwumianowych. W pierwszym kroku dzieli się okres ważności opcji na wiele przedziałów czasowych, z których każdy ma długość  $\Delta t$ . Każdy z tych przedziałów ma wartość początkową  $S$  i dwie wartości  $Su$  i  $Sd$ , dla których prawdziwe są założenia:  $u > 1$ ,  $d < 1$ . Prawdopodobieństwo wzrostu ceny instrumentu bazowego z  $S$  do  $Su$  jest równe  $p$ , zaś spadku z  $S$  do  $Sd$  wynosi  $(1 - p)$  – rysunek 1.



Rysunek 1. Pierwszy krok przy konstrukcji drzewka dwumianowego

Źródło: opracowanie własne.

Ponadto, zakłada się, że oczekiwana stopa zwrotu ze wszystkich zbywalnych instrumentów finansowych jest równa wolnej od ryzyka stopie procentowej oraz, że wartość przyszłych przepływów pieniężnych może być wyznaczona przez zdyskontowanie ich wartości oczekiwanej, według wolnej od ryzyka stopy procentowej.

Wielkości  $p$ ,  $u$ ,  $d$ , przy przyjętych założeniach, wyznacza się według wzorów:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (3)$$

$$d = \frac{1}{u} \quad (4)$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (5)$$

Parametry  $p$ ,  $u$ ,  $d$  muszą odzwierciedlać właściwe wartości średniej i wariancji ceny instrumentu bazowego, dla przedziału czasowego  $\Delta t$ .

Początkowy moment, w którym jest znana cena instrumentu bazowego  $S$ , określa się jako zerowy. W pierwszym okresie  $\Delta t$  występują dwie możliwości, odpowiadające wzrostowi ceny  $Su$  i spadkowi ceny  $Sd$ . W drugim okresie, oznaczonym jako  $2\Delta t$  możliwe są już trzy poziomy cenowe  $Su^2$ ,  $S$  oraz  $Sd^2$  – rysunek 2.

Uogólniając to na „ $i$ ” okresów można powiedzieć, że w okresie  $i\Delta t$  występuje  $i+1$  możliwych do osiągnięcia poziomów cenowych, do których można dojść na  $2^i$  sposobów.

Przyjmując wprowadzone oznaczenia, każdy możliwy do osiągnięcia poziom cenowy można obliczyć wykorzystując następujący wzór:

$$Su^j d^{i-j} \quad \text{dla } j = 0, 1, \dots, i \quad (6)$$

gdzie:

$S$  – cena instrumentu bazowego w momencie zerowym,

$u$ ,  $d$  – parametry wyznaczone według wzorów (3) i (4),

$i$  – określa poziom drzewa (liczbę kroków),

$j$  – pozycja węzła na  $i$ -tym poziomie liczona od dołu od wartości zero.

W praktyce proces wyceny opcji na podstawie drzewa dwumianowego rozpoczyna się od węzłów końcowych, występujących w momencie wygaśnięcia opcji  $T$  i przebiega w kierunku do jego początku. I tak europejska opcja kupna ma wartość równą:

$$\max(S_T - X, 0).$$

Z kolei opcja sprzedaży:

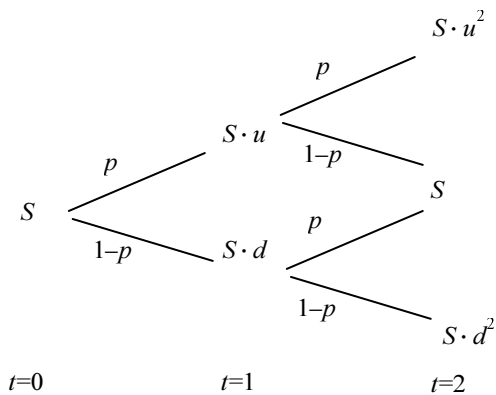
$$\max(X - S_T, 0),$$

gdzie:

$S_T$  – cena instrumentu bazowego w chwili  $T$ ,

$X$  – cena wykonania opcji.

Przyjmując obojętność wobec ryzyka, wartość opcji w każdym węzle drzewa dwumianowego w momencie  $T-\Delta t$  jest równa wartości oczekiwanej w chwili  $T$ , zdyskontowanej według wolnej od ryzyka stopy procentowej  $r$  za okres  $\Delta t$ . Działając zgodnie z tym schematem, wykonuje się obliczenia dla węzłów aż do momentu zerowego, który odpowiada początkowi drzewa dwumianowego. W przypadku amerykańskiej opcji sprzedaży jednak dodatkowo w każdym węzle należy sprawdzić, czy korzystniejsze jest wcześniejsze wykonanie opcji, czy posiadanie jej przez kolejny okres  $\Delta t$  [Tarczyński 2003].



Rysunek 2. Drugi krok przy konstrukcji drzewka dwumianowego

Źródło: opracowanie własne.

## Wyniki badań empirycznych

W przypadku opcji amerykańskich, wystawionych na akcje spółek niewypłacających dywidendy, wcześniejsze wykonanie opcji kupna nigdy nie jest rozwiązaniem optymalnym, w przeciwieństwie do opcji sprzedaży. W ich przypadku zawsze należy sprawdzić czy nie jest korzystne przedterminowe wykonanie [Chriss 1997, Hull 1998]. W związku z tym, że opcje towarowe traktujemy analogicznie jak opcje na akcje spółek niewypłacających dywidendy, w badaniach skoncentrowano się wyłącznie na opcjach sprzedaży, wystawionych na pszenicę konsumpcyjną.

Badaniem objęto trzech istotnych producentów pszenicy – Polskę, Francję i Niemcy. Przeanalizowano serię opcji z półrocznym terminem wygaśnięcia, przy czym we wszystkich przypadkach ceny wykonania odpowiadały cenom instrumentu bazowego w chwili wystawienia opcji ( $S=X$ ). Za stopę wolną od ryzyka przyjęto stawki EURIBOR 6M aktualne w momencie wystawienia kontraktu. Na podstawie historycznych cen pszenicy oszacowano odpowiednie wartości  $\sigma$ , a następnie za

pomocą modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina [1979] dokonano wyceny badanych amerykańskich opcji sprzedaży, przyjmując  $i=100$  kroków. Dla porównania wyceniono także europejskie opcje sprzedaży o analogicznych parametrach jak wycenione opcje amerykańskie. Wyniki wyceny zestawiono w tabeli 1, przy czym symbolem  $P_A$  oznaczono premie opcji amerykańskich, a symbolem  $P_E$  – europejskich. Dodatkowo zamieszczono również oszacowane wartości zmienności historycznej. Wyniki przedstawione w tabeli 1 potwierdzają regułę, że amerykańskie opcje sprzedaży są na ogół droższe od opcji europejskich o identycznych parametrach.

Tabela 1. Wyniki wyceny opcji sprzedaży pszenicy konsumpcyjnej [euro/tonę]

Data wystawienia opcji	Kraj											
	Polska				Francja				Niemcy			
	S=X	$\sigma$ [%]	$P_A$	$P_E$	S=X	$\sigma$ [%]	$P_A$	$P_E$	S=X	$\sigma$ [%]	$P_A$	$P_E$
22.08.05	88	21	4,79	4,71	108	15	4,08	3,98	100	9	2,12	2,02
22.02.06	104	11	2,67	2,54	109	6	1,33	1,18	108	20	5,46	5,33
22.08.06	128	34	11,25	11,05	128	18	5,59	5,39	127	26	8,35	8,16
22.02.07	169	19	7,69	7,38	149	19	6,78	6,50	152	11	3,61	3,31
22.08.07	192	36	17,45	17,03	246	26	15,60	15,06	231	25	14,01	13,50
22.02.08	254	25	15,56	15,04	284	36	25,99	25,42	263	21	13,23	12,68
22.08.08	172	32	13,59	13,17	188	36	16,91	16,45	178	17	6,78	6,33

Źródło: obliczenia własne.

W kolejnym etapie badań dokonano szczegółowej analizy cen pszenicy konsumpcyjnej w ciągu życia wszystkich opcji, aby stwierdzić, czy było korzystne ich wcześniejsze wykonanie. Sprawdzone czy w jakimkolwiek momencie w terminie do wygaśnięcia były one wystarczająco w cenie (*in-the-money*) by posiadaczowi opłacało się je wykonać, uwzględniając zapłacone wcześniej premie. Wyniki tych analiz przedstawiono w tabeli 2. Podano w niej dni (daty), kiedy opcje miały na tyle dużą wartość wewnętrzną, że ich posiadacz mógł osiągnąć zysk. Niezależnie od kraju, opcje wystawione 22.08.05 roku, 22.02.06 roku i 22.08.06 roku nie powinny być wcześniej wykonane (dlatego nie uwzględniono ich w tabeli). Co więcej, ich posiadacze powinni odstąpić od ich wykonania również w dniu wygaśnięcia, ponieważ nie było to opłacalne. W wyniku tego poniosą straty odpowiadające zapłaconym premiom.

Dopiero opcja wystawiona 22.02.07 roku (ale tylko w przypadku polskiego rynku) miała na tyle wysoką wartość wewnętrzną, że można było ją wcześniej wykonać. Po raz pierwszy w ciągu życia opcji taka sytuacja miała miejsce 07.06.07 roku. Gdyby inwestor zdecydował się wówczas na jej wykonanie – jego zysk, po uwzględnieniu zapłaconej premii, wynosiłby 0,60 euro/tonę (169-160,71-7,69). Niemniej największy zysk osiągnąłby wykonując opcję dopiero 18.07.07 roku. Gdyby jednak poczekał do dnia wygaśnięcia opcji, wówczas powinien odstąpić od jej wykonania, ponieważ cena pszenicy kształtowała się wtedy na poziomie 192 euro/tonę. W tym przypadku opcja amerykańska, pomimo tego, że droższa od europejskiej, stwarzała większe szanse zysku w razie przedterminowego wykonania. Posiadacz opcji europejskiej, mogąc wykonać ją tylko w dniu wygaśnięcia, poniósłby stratę odpowiadającą zapłaconej premii (7,38 euro/tonę).

Z kolei dla opcji wystawionych 22.08.07 roku, jedynie rynek francuski stworzył warunki do ich wcześniejszego wykonania. Gdyby inwestor wykonał opcję 10.11.07 lub 17.11.07 roku, osiągnąłby zysk odpowiednio 10,57 i 11,53 euro/tonę. Pozostałe opcje powinny wygasnąć niewykonane. Natomiast w przypadku opcji wystawionych 22.02.08 roku możliwości wcześniejszego wykonania na rynku francuskim pojawiły się już 28.03.08 roku, na rynku niemieckim 11.04.08 roku, a na rynku polskim dopiero 01.08.08 roku. O ile jednak w warunkach francuskiego rynku najkorzystniej było wykonać opcję 01.08.08 roku, a na rynku niemieckim 15.08.08 roku, to w przypadku Polski należało poczekać do dnia wygaśnięcia. Jednak w takim przypadku nieco wyższy zysk (o 0,52 euro/tonę) gwarantowała, wykonana w tym samym dniu, opcja europejska (ze względu na niższą premię).

Również opcje wystawione 22.08.08 roku pozwoliły inwestorom osiągnąć zysk z ich wcześniejszego wykonania. W przypadku Polski najkorzystniej było wykonać opcję 15.02.09 roku, a w

Tabela 2. Analiza opłacalności wcześniejszego wykonania amerykańskich opcji sprzedaży pszenicy konsumpcyjnej (zysk netto w euro/tonę)

Data wystawienia opcji	Kraj						
	Polska		Francja		Niemcy		
	data wykonania	zysk netto	data wykonania	zysk netto	data wykonania	zysk netto	
22.02.07	07.06.07	0,60					
	14.06.07	2,59					
	21.06.07	3,99					
	28.06.07	2,26					
	04.07.07	1,70	X	X	X	X	
	11.07.07	8,97					
	18.07.07	15,57					
	25.07.07	15,25					
	01.08.07	4,82					
	22.08.07	X	X	10.11.07 17.11.07	10,57 11,53	X	X
22.02.08			28.03.08	20,44			
			04.04.08	15,14			
			11.04.08	33,01	11.04.08	1,66	
			17.04.08	50,89	17.04.08	6,67	
			24.04.08	46,31	24.04.08	20,94	
			03.05.08	44,96	03.05.08	30,10	
			10.05.08	45,71	10.05.08	30,84	
			17.05.08	54,46	17.05.08	30,65	
			24.05.08	63,96	24.05.08	32,52	
			31.05.08	70,03	31.05.08	41,20	
			06.07.08	61,44	06.07.08	45,98	
			13.07.08	45,11	13.07.08	45,77	
			20.07.08	45,45	20.07.08	42,94	
			27.06.08	62,51	27.06.08	43,37	
			04.07.08	65,01	04.07.08	43,56	
			18.07.08	67,26	18.07.08	54,10	
		01.08.08	41,33	01.08.08	76,08	01.08.08	67,44
		08.08.08	53,16	08.08.08	70,58	08.08.08	70,58
		15.08.08	61,64	15.08.08	62,41	15.08.08	72,06
		22.08.08	66,78	22.08.08	69,58	22.08.08	71,71
22.08.08			07.09.08	4,23			
			14.09.08	3,73	14.09.08	4,18	
			21.09.08	3,73	21.09.08	7,73	
			28.09.08	12,00	28.09.08	11,28	
		28.09.08	1,53	05.10.08	19,30	05.10.08	13,43
		05.10.08	10,15	12.10.08	24,70	12.10.08	15,83
		12.10.08	18,17	19.10.08	29,80	19.10.08	24,64
		19.10.08	26,12	26.10.08	28,95	26.10.08	27,00
		26.10.08	23,85	02.11.08	28,95	02.11.08	28,56
		02.11.08	20,29	09.11.08	28,95	09.11.08	28,39
		09.11.08	28,47	16.11.08	31,81	16.11.08	31,22
		16.11.08	36,87	23.11.08	34,67	23.11.08	34,94
		23.11.08	35,40	07.12.08	39,17	07.12.08	41,29
		07.12.08	36,58	14.12.08	48,19	14.12.08	47,14
		14.12.08	38,40	04.01.09	46,44	04.01.09	44,89
		04.01.09	39,83	11.01.09	23,13	11.01.09	36,30
		11.01.09	39,62	18.01.09	31,41	18.01.09	34,80
		18.01.09	44,78	25.01.09	24,71	25.01.09	33,91
		25.01.09	43,29	01.02.09	21,81	01.02.09	34,75
		01.02.09	45,57	08.02.09	26,68	08.02.09	31,83
		08.02.09	37,05	15.02.09	28,38	15.02.09	30,47
		15.02.09	47,47	22.02.09	35,83	22.02.09	33,30
		22.02.09	39,35				

Źródło: obliczenia własne.

przypadku Francji i Niemiec – 14.12.08 roku. Opcje europejskie, wystawione 22.08.08 roku, także opłacało się wykonać w dniu ich wygaśnięcia – 22.02.09 roku. Jednak zysk, jaki gwarantowały, był niższy w porównaniu do maksymalnego zysku, możliwego do uzyskania, w wyniku wcześniejszego wykonania opcji amerykańskich.

## Podsumowanie

Celem pracy była analiza opłacalności wykorzystania opcji amerykańskich, wystawionych na pszenicę konsumpcyjną, w odniesieniu do analogicznych opcji europejskich. Opcje amerykańskie można wykonać w dowolnym momencie w ciągu życia opcji, w przeciwieństwie do opcji europejskich, które można wykonać tylko w dniu wygaśnięcia kontraktu. Jednak przedterminowe wykonanie amerykańskiej opcji kupna akcji spółki niewypłacającej dywidendy (a przez analogię również towaru) nigdy nie jest rozwiązaniem optymalnym, choćby przez spełnianą przez nią funkcję zabezpieczającą lub ze względu na fakt, że im później dojdzie do wypłacenia ceny wykonania – tym jest to korzystniejsze dla posiadacza opcji. Natomiast przedterminowe wykonanie amerykańskiej opcji sprzedaży może w pewnych warunkach okazać się rozwiązaniem optymalnym [Hull 1998].

Przedstawione w pracy wyniki badań empirycznych pozwoliły stwierdzić, że na wszystkich analizowanych rynkach tylko w przypadku niektórych amerykańskich opcji sprzedaży pszenicy konsumpcyjnej uzasadnione było ich wcześniejsze wykonanie. W wyniku niekorzystnych, z punktu widzenia posiadacza opcji, ruchów cen instrumentu bazowego, część opcji powinna wygasnąć niewykonana. Dotyczy to opcji wystawionych w okresie 22.08.05-22.08.06 roku. W takim wypadku mniejsze straty ponieśli posiadacze opcji europejskich, które były nieznacznie tańsze (z reguły o kilkadziesiąt eurocentów w przeliczeniu na tonę towaru).

Opcję wystawioną 22.02.07 roku należało przedterminowo wykonać tylko w przypadku Polski, a opcję wystawioną 22.08.07 – tylko w przypadku Francji. Posiadacze analogicznych opcji europejskich ponieśliby straty równe zapłaconym premiom, gdyż w dniu wygaśnięcia opcji należało odstąpić od wykonania kontraktów by nie powiększać strat.

Natomiast opcje wystawione 22.02 i 22.08.2008 roku należało wykonać na wszystkich analizowanych rynkach. Przy tym, w zależności od daty wykonania, inwestorzy mogli osiągnąć zróżnicowane poziomy zysku. Opcje wystawione 22.02.08 gwarantowały najwyższy zysk dopiero w momencie wygaśnięcia (wówczas bardziej opłacało się posiadanie opcji europejskich). Z kolei opcje wystawione 22.08.08 roku powinny być wykonane przed terminem wygaśnięcia w celu maksymalizacji zysku.

Generalnie decyzja wyboru momentu wykonania może wynikać z indywidualnych preferencji inwestorów i poziomu awersji do ryzyka. Część inwestorów, obawiając się niekorzystnych zmian na rynku, może zdecydować się na wcześniejsze wykonanie opcji w momencie, gdy tylko jest ona w wystarczającym stopniu „*in-the-money*”, zadowalając się nawet niewielkim zyskiem. Na mniejszy zysk mogą się zdecydować również ci, którzy pilnie potrzebują gotówki i nie chcą czekać na ewentualny wyższy zysk, lecz odroczone w czasie. Zapewne znajdą się i tacy, którzy wstrzymają się z wykonaniem opcji – licząc na lepszy wynik finansowy. Jeśli jednak warunki ulegną zmianie, ich potencjalny zysk z wykonania opcji może być mniejszy niż oczekiwali.

## Literatura

- Chriss N.A. 1997: *Black-Scholes and beyond: option pricing models*. McGraw-Hill, New York.  
 Cox J., Ross S., Rubinstein M. 1979: Option pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7, s. 145-166.  
 Hull J. 1998: *Kontrakty terminowe i opcje*. WIG-Press, Warszawa.  
 Jajuga K., Gudaszewski W., Mróz W. 2004: Opcje egzotyczne – wprowadzenie. *Rynek Terminowy*, nr 1, s. 6-12.  
 Tarczyński W. 2003: *Instrumenty pochodne na rynku kapitałowym*. PWE, Warszawa.  
 Pruchnicka-Grabias I. 2006: *Egzotyczne opcje finansowe*. Wyd. CeDeWu, Warszawa.  
 Zahng P.G. 2006: *Exotic options*. World Scientific Publishing, Singapore.  
 [www.minrol.gov.pl]

## Summary

*In the paper there is analyzed efficiency of American options applications on markets of consumption wheat. The study focused on three countries: Poland, France and Germany. In the first step of research parameters necessary for options pricing were set on the base of historical wheat prices. Then, option prices were calculated by the use of binomial model. In the second step of research efficiency of early exercise of investigated American put options was examined. The results were related to analogous European put options.*

## Adres do korespondencji:

dr Monika Krawiec  
 Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki  
 ul. Nowoursynowska 159, 02-787 Warszawa  
 tel. (0 22) 593 41 34, e-mail: krawiec.monika@gmail.com