

PRACE ORYGINALNE

Szczepan L. DĄBKOWSKI, Jarosław BODULSKI

Katedra Geotechniki i Inżynierii Wodnej, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach
Department of Geotechnical and Hydraulic Engineering, Kielce University of Technology

Ocena możliwości analitycznego opisu hydrogramu wezbrania

Estimation possibility of an analytical description of a flood hydrograph

Słowa kluczowe: hydrogram wezbrania, parametr kształtu hydrogramu wezbrania

Key words: flood hydrograph, parameter of shape hydrograph's equations

Wprowadzenie

Znajomość kształtu fali wezbrania i możliwości analitycznego opisu tego kształtu jest ważna w rozwiązywaniu wielu projektów urządzeń i budowli wodnych. W połączeniu ze znajomością maksymalnego przepływu lub stanu wody w szczycie wezbrania umożliwia bowiem dokładne scharakteryzowanie przebiegu przepływu chwilowego i sumowanego od początku wezbrania. Jako przykład można tu wymienić:

- określenie pojemności różnego rodzaju zbiorników retencyjnych i sterowanie wolną częścią tej pojemności (zbiorniki wód deszczowych w sieci kanalizacji deszczowej, zbiorniki retencyjne dolinowe, podlery zalewane, suche zbiorniki),
- projektowanie pompowni odwadniających funkcjonujących przy współpracy ze zbiornikami retencyjnymi (wyrównawczymi),
- ocenę czasu trwania zalewów podczas powodzi,
- projektowanie wałów, a szczególnie obliczenia warunków filtracji nieustalanej w ich korpusach w czasie wezbrania,
- projektowanie upustów zbiorników i przelewów ulgi w części obejmującej czas działania, objętość upuszczanej wody oraz czas oddziaływania różnych prędkości na dno cieku lub roślinność umacniającą kanały odpływowe,
- ocenę warunków działania turbin podczas wezbrania w analizach efektywności produkcji energii elektrycznej,
- obliczenie spłaszczenia fali przechodzącej przez zbiornik wodny,
- ocenę funkcjonowania urządzeń gromadzących i oczyszczających ścieki w systemach odwodnień dróg,

- ocenę czasu trwania zalewów ekologicznych i inne.

Wiadomo, że w każdym przekroju rzeki taki sam przepływ maksymalny może charakteryzować fale o różnych pozostałych parametrach, do których zalicza się: czas przyboru i opadania oraz ich sumę jako czas trwania wezbrania, całkowitą objętość fali oraz objętości faz przyboru i opadania. Objętość fali i jej faz dla takiej samej amplitudy i czasu charakteryzującego te fazy zależą od kształtu gałęzi wznoszącej się i opadającej. Determinują one z kolei przebieg krzywej sumowej wezbrania. W przypadku analiz wezbrań na rzekach kontrolowanych hydrologicznie kształt fali można uzyskać w postaci graficznej i następnie obie gałęzie opisać odpowiednimi równaniami. Niektóre metody takiego opisu, w tym Reitza-Krepsa i Strupczewskiego, można znaleźć m.in. w pracy Ciepeliowskiego i Dąbkowskiego (2006). Inne sposoby określenia równań fali zaproponowali: Baptista i Michela (1990) oraz McEnroe (1992). Znany jest też opis bezwymiarowego typowego hydrogramu wezbrania podany przez SCS (Soil Conservation Service) w postaci tabeli współrzędnych bądź wykresu (Chow 1964).

Cel i zakres pracy

Głównym celem opracowania była analiza możliwości matematycznego opisu hydrogramu wezbrania, po znalezieniu jego parametrów kształtu, za pomocą wybranych równań. Omówione dalej równania opisują indywidualne kształty fali, gdy dysponuje się ciągłym zapisem stanów lub przepływów. Dodat-

kowym celem było sprawdzenie równań nieznanymi w Polsce albo mało znanych i porównanie ich z równaniem Strupczewskiego (1964). Ponadto zwrócono szczególną uwagę na ewentualne trudności, z którymi trzeba się liczyć, stosując te równania. W pracy nie zdecydowano się podjąć próby wyznaczenia fali teoretycznej (hipotetycznej) dla poszczególnych zlewni, gdyż wstępnie uznano, że liczba wezbrań, którymi dysponowano, jest zbyt mała, aby podjąć taką próbę. Wykorzystane do analizy równania podane zostały w pracach: Baptista i Michela (1990), McEnroe (1992) oraz Strupczewskiego (1964). Równanie z pierwszej pracy opisuje hydrogram znormalizowany w układzie współrzędnych bezwymiarowych (Q_t/Q_m , t/t_s) i ma postać:

$$\frac{Q_t}{Q_m} = \left(\frac{t}{t_s}\right)^2 \exp\left\{\left(\frac{2}{\alpha}\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{t}{t_s}\right)^\alpha\right]\right\} \quad (1)$$

gdzie:

Q_t – przepływ w czasie t od początku wezbrania [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$],

Q_m – elewacja fali, czyli różnica $Q_{\max} - Q_p$ [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$],

Q_{\max} – przepływ maksymalny wezbrania [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$],

Q_p – przepływ w podstawie hydrogramu [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$], gdy $Q_p = 0$, wtedy $Q_m = Q_{\max}$ (rys. 1),

t_s – czas przyboru [s],

α – parametr charakteryzujący kształt hydrogramu wezbrania.

Dla zadanego hydrogramu parametr kształtu α wyznaczono na dwa sposoby: w pierwszym obliczono średnią arytmetyczną z wartości α obliczona dla każdej pary współrzędnych hydrogramu ($Q_t/$

$/Q_m, t/t_s$). Obliczenie to przeprowadzono, przekształcając i logarytmując obustronnie równanie (1), co daje:

$$\ln \frac{(Q_t/Q_m)}{(t/t_s)} = \frac{2}{\alpha} \left[1 - \left(\frac{t}{t_s} \right)^\alpha \right] \quad (2)$$

Oznaczając lewą stronę równania (2) przez A , wartości α dla każdej pary współrzędnych hydrogramu ($Q_t/Q_m, t/t_s$) można obliczyć z równania o postaci uwikłanej:

$$\alpha = \frac{2}{A} \left[1 - \left(\frac{t}{t_s} \right)^\alpha \right] \quad (3)$$

a następnie uśrednić dla całego hydrogramu.

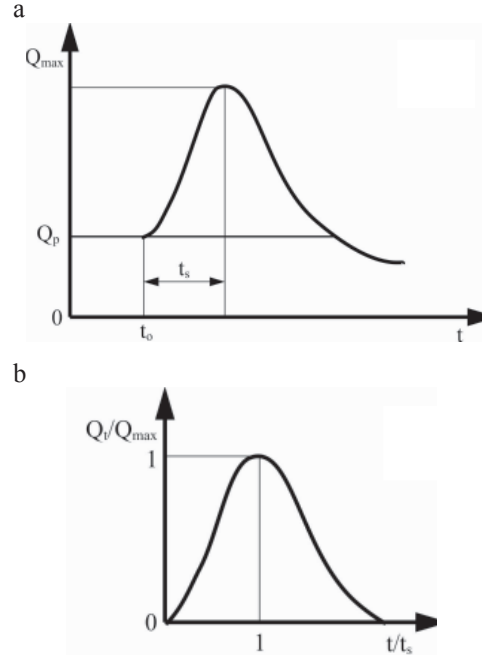
Drugim sposobem było wyznaczenie wartości α z warunku minimum różnicy objętości fali obserwowanej (V_{obs}) i fali opisanej (V_{op}), zapisanego w postaci ogólnej:

$$|V_{obs} - V_{op}| = \min \quad (4)$$

lub w postaci rozwiniętej:

$$\left| \sum_{i=1}^t \left(\frac{t_{i+1}}{t_s} - \frac{t_i}{t_s} \right) \left(\frac{Q_{t_{i+1}} + Q_{t_i}}{2 Q_m} \right) - \int_0^t \left(\frac{t}{t_s} \right)^\alpha \cdot \exp \left\{ \left(\frac{2}{\alpha} \right) \left[1 - \left(\frac{t}{t_s} \right)^\alpha \right] \right\} dt \right| = \min$$

(5)



RYSUNEK 1. Typowy kształt fali wezbrania: a – w układzie współrzędnych (Q, t), b – w układzie bezwymiarowym ($Q_t/Q_{max}, t/t_s$)
FIGURE 1. The typical shape of flood wave: a – in coordinate system (Q, t), b – in dimensionless system ($Q_t/Q_{max}, t/t_s$)

Dalej, analizie poddano równanie podane w pracy McEnroe (1992) o postaci:

$$p = \frac{\ln \left(\frac{Q_t}{Q_m} \right)}{\ln \left(\frac{t}{t_s} \right) - \frac{t}{t_s} + 1} \quad (6)$$

gdzie p – parametr charakteryzujący kształt hydrogramu.

Do wyznaczenia parametru p posłużono się takimi samymi metodami jak w przypadku równania (1). W pierwszej metodzie, logarytmując obustronnie równanie (6), wyrażono parametr p równaniem:

$$p = \frac{\ln\left(\frac{Q_t}{Q_m}\right)}{\ln\left(\frac{t}{t_s}\right) - \frac{t}{t_s} + 1} \quad (7)$$

W drugiej metodzie do wyznaczenia wartości p posłużono się równaniem w postaci ogólnej:

$$|V_{obs} - V_{op}| = \min \quad (8)$$

lub w postaci rozwiniętej:

$$\left| \sum_{i=1}^t \left(\frac{t_{i+1}}{t_s} - \frac{t_i}{t_s} \right) \left(\frac{\frac{Q_{t_{i+1}}}{Q_m} + \frac{Q_{t_i}}{Q_m}}{2} \right) - \int_0^t \left(\frac{t}{t_s} \right)^p \cdot \exp \left[-p \cdot \left(\frac{t}{t_s} - 1 \right) \right] dt \right| = \min \quad (9)$$

W rzeczywistości α i p wyznaczone odpowiednio z równania (3) i (7) mają wartości zmienne i różne dla różnych par współrzędnych $(Q_t/Q_m, t/t_s)$. Wyjątek stanowią punkty o odciętych $t/t_s = 0$ i $t/t_s = 1$, w których zarówno α , jak i p są nieokreślone. Na rysunku 2 porównano kształty bezwymiarowych hydrogramów według równań (1) i (6) dla przyjętych wartości $\alpha = 1, 2, 3, 6$ i $p = 2, 4, 8, 20$ oraz dla typowego hydrogramu według metody SCS, w zakresie wartości t/t_s od 0 do 2.

Równanie trzecie podane w pracy Strupczewskiego (1964) opiera się na równaniach funkcji gęstości rozkładu Pearsona typu III i IV. Ma postać:

$$\frac{Q_t}{Q_m} = \left(\frac{t}{t_s} \right)^m \exp \left[\frac{m}{n} \left(1 - \left(\frac{t}{t_s} \right)^n \right) \right] \quad (10)$$

dla $m \cdot n > 3$ z wyjątkiem przedziału $0 \leq m \leq 3$,

gdzie: m, n – parametry charakteryzujące kształt hydrogramu.

Parametry kształtu hydrogramu wezbrania ustala się z funkcji:

$$f_o(m, n) = V_b / (Q_m t_s), f_1(m, n) = m_1 / t_s$$

gdzie:

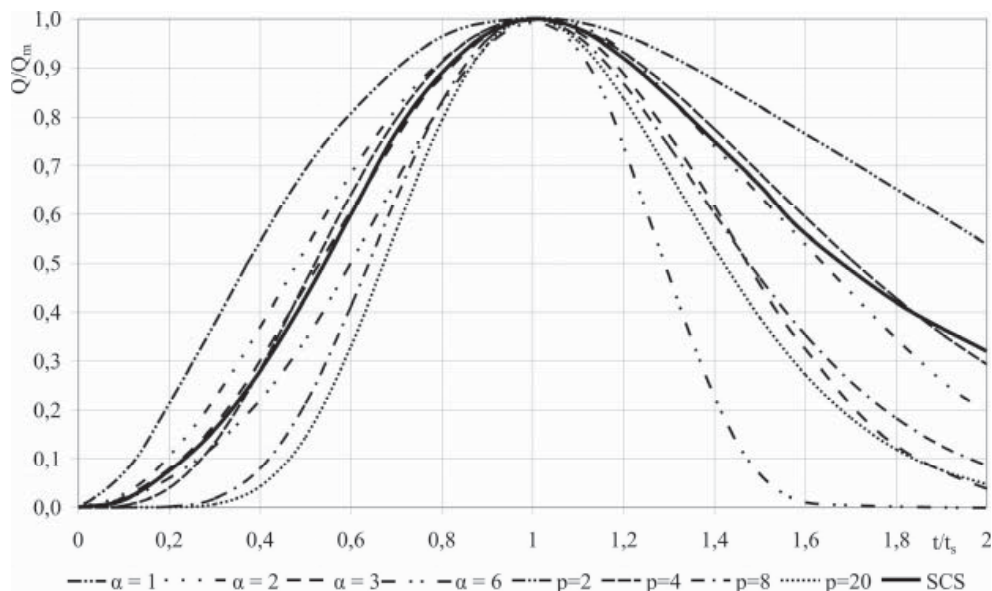
V_b – objętość obserwowanej fali [m^3],

$$m_1 = \frac{\sum (Q_{t_i} t_i \Delta t_i)}{\sum (Q_{t_i} \Delta t_i)}$$

Δt – przedział czasu równy $t_{i+1} - t_i$.

Następnie na ich podstawie z nomogramu znajduje się wartości parametrów m i n . W tym przypadku dla każdego hydrogramu otrzymuje się po jednej wartości m i n .

Analizę omówionych funkcji (1), (6) i (10) przeprowadzono dla 6 hydrogramów wezbrań (tab. 1). Pierwsze trzy zaczerpnięto z pracy Sarmy i innych (1973). Pochodzą one z dwóch zlewni zurbanizowanych w stanie Indiana w USA o udziale powierzchni nieprzepuszczalnych w całkowitej powierzchni zlewni od 0 do 38%. Jeden hydrogram dotyczy zlewni Ross Ade o powierzchni 0,12 km², dwa kolejne zaś zlewni Pleasant Run o powierzchni 19,6 km². Kolejne trzy hydrogramy wezbrania zaczerpnięto z pracy Szymczaka (1993). Są to wezbrania w nizinnej zlewni rzeki Dwukółka w profilu Dwukoły leżącej w górnej części dorzecza Mławki. Powierzchnia tej zlewni wynosi 42,12 km², z czego 15,49 km² stanowi obszar bezodpływowy. W zlewni tej grunty orne stanowią około 64%, tereny zalesione – około 20%.



RYSUNEK 2. Porównanie kształtów hydrogramów bezwymiarowych wyznaczonych według równań (1) i (6) oraz według SCS
 FIGURE 2. The comparison of dimensionless hydrograph calculated according to equations (1) and (6) as well as the SCS method

TABELA 1. Lokalizacja i czas wystąpienia wzebrań
 TABLE 1. Location and time of floods

Zlewnia / Drainage area	A [km ²]	Data wystąpienia wzebrania Date of flood
Ross Ade	0,12	20.04.1966
Pleasant Run	19,6	01.05.1962
	19,6	22.04.1963
Dwukoły	42,12	18–20.07.1984
	42,12	24–25.06.1980
	42,12	19–20.06.1981

Zarówno w pracy Sarmy i innych (1973), jak i Szymczaka (1993) wzebrania przedstawiono w formie hydrogramów pochodzących z pomiarów ciągłych odpływu powierzchniowego. Wyznaczając ten odpływ, autorzy prac przyjęli dwa punkty załamania na hydrogramie, w których następuje zmiana fazy odpływu. Połączenie tych punktów stanowi podstawę hydrogramu odpływu

powierzchniowego. Pierwszy, w którym rozpoczyna się odpływ powierzchniowy, przyjęli jako najmniejszą wartość przepływu przed rozpoczęciem wzebrania. Drugi, kończący odpływ powierzchniowy, w każdej pracy określono inną metodą. Sarma i inni (1973) przyjęli metodę, w której punkt kończący odpływ powierzchniowy równy jest 1/100 wartości przepływu maksymalnego z danego

wezbrania. Szymczak (1993) zaś punkt ten ustalił na podstawie analizy hydrogramów wezbrań wykreślonych w skali półlogarytmicznej, zgodnie z zaleceniami Światowej Organizacji Meteorologicznej (Some recommendations... 1971).

Metodyka analiz

Do zbadania jakości matematycznego opisu hydrogramu wezbrania za pomocą równań (1), (6) i (10) wykorzystano współrzędne hydrogramów obserwowanych (Q_o, t). Rozpatrzono zmienność kształtów hydrogramów wezbrania w fazie przyboru i fazie opadania, zgodnie z możliwością, którą dają równania (1) i (6), wyznaczając parametry α i p , oddzielnie dla obu faz wezbrań oraz oddzielnie dla całych hydrogramów. Dla przyjętych wariantów, po wyznaczeniu z równań (1), (6) i (10) wartości parametrów kształtu dla hydrogramów obserwowanych, określono wartości współrzędnych punktów hydrogramów opisanych równaniami. Ocenę stopnia zgodności analitycznego opisu hydrogramu z hydrogramem obserwowanym przeprowadzono, stosując trzy miary zaproponowane przez Sarmę i innych (1973):

- współczynnik korelacji R

$$R = \frac{N \sum_{i=1}^N Q_{o(i)} \cdot Q_{c(i)} - \sum_{i=1}^N Q_{o(i)} \cdot \sum_{i=1}^N Q_{c(i)}}{\left\{ \left[N \sum_{i=1}^N Q_{o(i)}^2 - \left(\sum_{i=1}^N Q_{o(i)} \right)^2 \right] \left[N \sum_{i=1}^N Q_{c(i)}^2 - \left(\sum_{i=1}^N Q_{c(i)} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (11)$$

- specjalny współczynnik korelacji R_s

$$R_s = \left[\frac{2 \sum_{i=1}^N Q_{o(i)} \cdot Q_{c(i)} - \sum_{i=1}^N Q_{c(i)}^2}{\sum_{i=1}^N Q_{o(i)}^2} \right]^{1/2} \quad (12)$$

- całkowity błąd kwadratowy CBK

$$CBK = \frac{\left[\sum_{i=1}^N (Q_{o(i)} - Q_{c(i)})^2 \right]^{1/2}}{\sum_{i=1}^N Q_{o(i)}} \cdot 100\% \quad (13)$$

We wzorach (11), (12) i (13) wielkości $Q_{o(i)}$ i $Q_{c(i)}$ to odpowiednio i -ta wartość przepływu obserwowanego i obliczonego według równań (1), (6) i (10), a N jest liczbą całkowitą równą liczbie punktów przyjętych do odwzorowania kształtu hydrogramu. Otrzymane wartości miar porównano ze skalą ocen zgodności zaproponowaną przez Sarmę i innych (1973).

Wyniki i dyskusja

Dla 6 wybranych hydrogramów wezbrań (tab. 1) obliczono parametry kształtu α w równaniu (1). Do obliczenia jego wartości wykorzystano równania (3) i (5). Dodatkowo, według przyjętych wariantów, oddzielnie obliczono wartości parametrów dla fazy przyboru i fazy opadania oraz dla całego hydrogramu. Stwierdzono, że wartość parametru α dla fazy przyboru z równania (5) w dwóch

przypadkach (dla hydrogramu II w zlewni Pleasant Run i I w zlewni Dwukoły) zmierza do $+\infty$. Powodem może być powolny przyrost Q w początkowym okresie wezbrania w obu przypadkach. W związku z tym dla tych dwóch przypadków zdecydowano się obliczyć wartości parametru kształtu α , po odrzuceniu początkowych wartości przepływu, przyjmując nową podstawę wezbrania. W wyniku tego uzyskano dwa dodatkowe hydrogramy, dla których ponownie określono wartości parametru kształtu α w fazie przyboru, korzystając z równania (5). Korzystając z tego, dołączono je w kolejnym etapie do pozostałych sześciu hydrogramów wezbrań. Następnie dla wszystkich 8 hydrogramów, na podstawie obliczonych wartości parametru α (tab. 2) z równania (3) i (5) w dwóch przyjętych wariantach, wyznaczono współrzędne (Q_o, t) , opisujące hydrogram obliczony. Sprawdzenie zgodności

kształtów hydrogramów obserwowanych i opisanych wzorami dokonano na podstawie miar zgodności przedstawionych równaniami (11), (12) i (13).

W przypadku miar zgodności obliczonych dla 6 wyjściowych hydrogramów oraz dwóch dodatkowych przyjętych i dwóch metod wyznaczania parametru kształtu wezbrania (tab. 3) stwierdzono, że dla czterech hydrogramów obliczonych z równania (1) wartości miar zgodności mieszczą się w zakresie bardzo dobrym i znakomitym. W dwóch pozostałych (w zlewni Pleasant Run II i w zlewni Dwukoły I) miary zgodności mieściły się w zakresie słabym, średnim i dobrym lub nie dało się ich wyznaczyć w przypadku, gdy w fazie przyboru wartość parametru kształtu obliczona z równania (5) dążyła do $+\infty$. Dla dwóch dodatkowych hydrogramów, niezależnie od przyjętego wariantu i metody wyznaczania parametru kształtu, miary zgodności

TABELA 2. Wartości parametru kształtu α
TABLE 2. Values of shape parameter α

Zlewnia Drainage area	Parametr α / Parameter α					
	według wzoru (3)			według wzoru (5)		
	dla fazy przyboru rise of flood	dla fazy opadania recession of flood	dla całego hydrogramu for the whole hydrograph	dla fazy przyboru rise of flood	dla fazy opadania recession of flood	dla całego hydrogramu for the whole hydrograph
Ross Ade	3,32	1,00	1,24	2,03	0,96	1,03
Pleasant Run I	1,33	1,14	1,18	1,27	1,07	1,09
Pleasant Run II	0,91	2,47	2,13	$+\infty$	3,00	4,80
Pleasant Run IIA	4,36	1,97	2,60	4,55	2,00	2,25
Dwukoły I	1,90	3,62	2,86	$+\infty$	3,65	5,00
Dwukoły IA	1,59	2,19	1,98	1,70	2,00	1,95
Dwukoły II	1,73	1,31	1,43	1,21	1,30	1,28
Dwukoły III	2,19	1,30	1,54	2,30	1,25	1,35

Objaśnienia / Explanation: Pleasant Run IIA i Dwukoły IA – hydrogramy po zmianie podstawy wezbrania / hydrographs after changes of flood basis.

TABELA 3. Miary zgodności wyznaczone dla hydrogramów obliczonych według równania (1)
 TABLE 3. Level of compatibility calculated for hydrographs obtained according to equation (1)

Zlewnia Drainage area	Wartości miar zgodności dla α obliczonego z równania (3) Level of compatibility for α calculated from equation (3)			Wartości miar zgodności dla α obliczonego z (5) Level of compatibility for α calculated from equation (5)								
	dla wariantu I / for variant I			dla wariantu II / for variant II			dla wariantu I / for variant I			dla wariantu II / for variant II		
	R	CBK [%]	R _s	R	CBK [%]	R _s	R	CBK [%]	R _s	R	CBK [%]	R _s
Ross Ade	0,961	5,99	0,962	0,966	6,16	0,960	0,967	5,918	0,963	0,966	6,296	0,958
Pleasant Run I	0,978	4,67	0,972	0,979	4,72	0,972	0,975	4,711	0,972	0,976	4,757	0,971
Pleasant Run II	0,872	16,79	0,791	0,922	13,85	0,864	–	–	–	0,933	9,474	0,939
Pleasant Run IIA	0,992	3,28	0,994	0,978	5,54	0,984	0,993	3,235	0,995	0,983	4,905	0,987
Dwukoły I	0,897	8,65	0,925	0,937	7,64	0,942	–	–	–	0,933	6,382	0,960
Dwukoły IA	0,993	2,22	0,997	0,994	1,71	0,998	0,996	1,665	0,998	0,995	1,690	0,998
Dwukoły II	0,994	1,35	0,997	0,996	1,35	0,997	0,997	0,826	0,999	0,997	0,893	0,999
Dwukoły III	0,997	1,00	0,998	0,986	2,30	0,992	0,997	0,960	0,999	0,989	1,784	0,995

Objaśnienia / Explanations:

Pleasant Run IIA i Dwukoły IA – hydrogramy o zmienionej podstawie wezbrania / hydrographs after changes of flood basis.

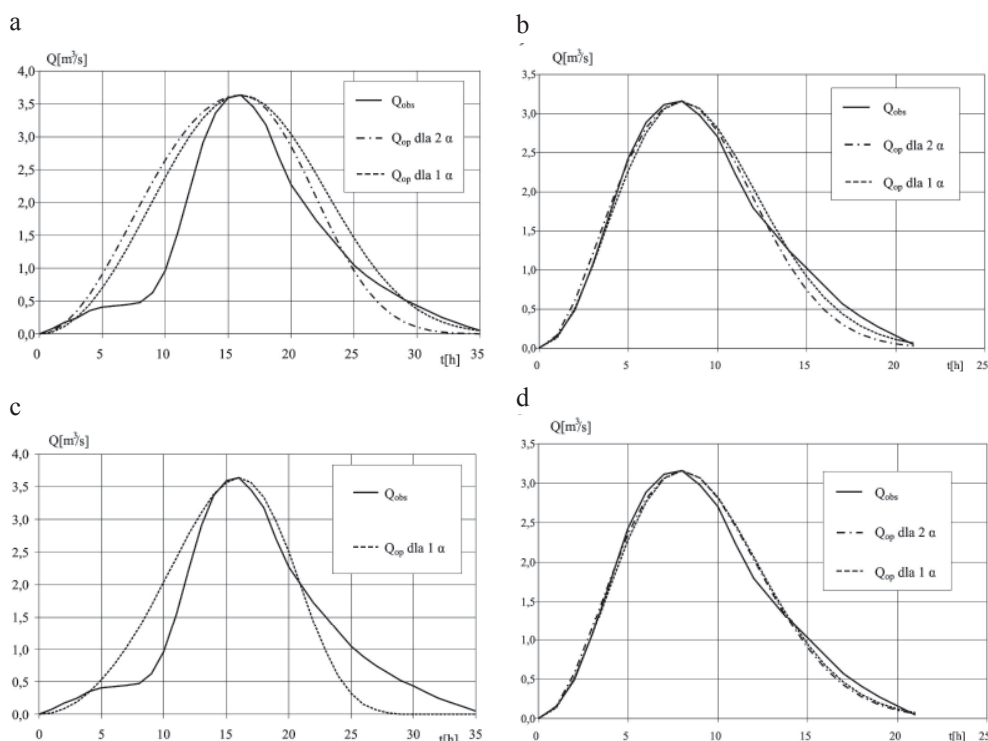
Wariant I – α wyznaczone oddzielnie dla fazy przyboru i opadania / Variant I – α separately for rise and recession of flood.

Wariant II – α wyznaczone dla całego hydrogramu / Variant II – α for the whole hydrograph.

ści mieściły się w zakresie znakomitym lub bardzo dobrym – dla hydrogramu ze zlewni Pleasant Run IIA, w którym wartość parametru kształtu wyznaczono ze wzoru (5).

Na rysunku 3 przedstawiono hydrogramy wezbrań dla zlewni Dwukoły I przed zmianą (rys. 3a) i po zmianie (rys. 3b) podstawy wezbrania, dla których wartości parametru kształtu obliczono

na podstawie równań (3) i (5). Na rysunku 3c jest tylko jeden hydrogram obliczeniowy, gdyż w wariacie pierwszym wartość parametru α dla fazy przyboru obliczona z równania (5) zmierzała do $+\infty$. Zwraca uwagę lepsze dopasowanie hydrogramów obliczeniowych z obserwowanymi po zmianie podstawy wezbrania. Potwierdzają to również wyznaczone miary zgodności (tab. 3). Oznacza



RYSUNEK 3. Rzeczywiste i opisane analitycznie równaniem (1) hydrogramy wezbrania w zlewni Dwukoły I: a – hydrogram przed modyfikacją dla α wyznaczonego z równania (3), b – po zmianie podstawy wezbrania dla α wyznaczonego z równania (3), c – hydrogram przed modyfikacją dla α wyznaczonego z równania (5), d – po zmianie podstawy wezbrania dla α wyznaczonego z równania (5); Q_{op} dla 2 α – krzywa, dla której oddzielnie wyznaczono parametr kształtu dla fazy przyboru i opadania; Q_{op} dla 1 α – krzywa, dla której wyznaczono jeden parametr kształtu dla całego hydrogramu

FIGURE 3. Real and analytically described hydrographs in drainage area Dwukoły I according to equation (1): a – hydrograph before modification for α calculated from equation (3), b – after change of flood basis for α calculated from equation (3), c – hydrograph before modification for α calculated from equation (5), d – after change of flood basis for α calculated from equation (5); Q_{op} for 2 α – it is the curve with 2 parameters of shape separately for rise and recession of flood, Q_{op} for 1 α – it is the curve with 1 parameter of shape for the whole hydrograph

to, że fale „zwarte”, tworzące się w wyniku pojedynczej ulewy, łatwiej jest opisać równaniami analitycznymi.

Dla równania (6) analizie poddano wszystkie 8 wymienionych wyżej hydrogramów wezbrania. W pierwszej kolejności wyznaczono wartości parametrów kształtu, uwzględniając dwa warianty wyznaczenia parametru p (tab. 4), które polegały na oddzielnym wyznaczeniu parametru kształtu dla fazy przyboru ($0 < t < t_s$) i opadania ($t_s < t$) – wariant I, oraz oddzielnie dla całego hydrogramu – wariant II, stosując równania (7) i (9). Po wyznaczeniu tych wartości określono współrzędne (Q_o, t), opisujące hydrogram obliczony, a następnie sprawdzono zgodność kształtów hydrogramu obliczonego z obserwowanym według miar zgodności (11), (12) i (13).

Miary zgodności dla równania (6) dla 6 początkowo analizowanych fal wszystkie mieściły się w zakresie bardzo

dobrym i znakomitym. Wyjątek stanowiła miara całkowitego błędu kwadratowego (CBK), która w 4 przypadkach na 32 wykazała tylko dobrą zgodność między hydrogramem obserwowanym i obliczonym. Dwa z tych przypadków wystąpiły w zlewni Pleasant Run II dla hydrogramu, w którym wartość parametru kształtu obliczono na podstawie równania (7) w wariancie I i II. Dwa kolejne – w zlewni Ross Ade, dla hydrogramów, w których wartość parametru kształtu w wariancie II obliczono na podstawie równań (7) i (9). Miary zgodności dla hydrogramów ze zlewni Pleasant Run II i Dwukoły I po zmianie podstawy wezbrań wykazały związek bardzo dobry i znakomity.

Na rysunku 4 przedstawiono hydrogramy wezbrań dla zlewni Dwukoły I, dla których wartości parametru kształtu obliczono na podstawie równania (7) i (9). Dla hydrogramów przed modyfikacją podstawy wezbrania najgorsze dopa-

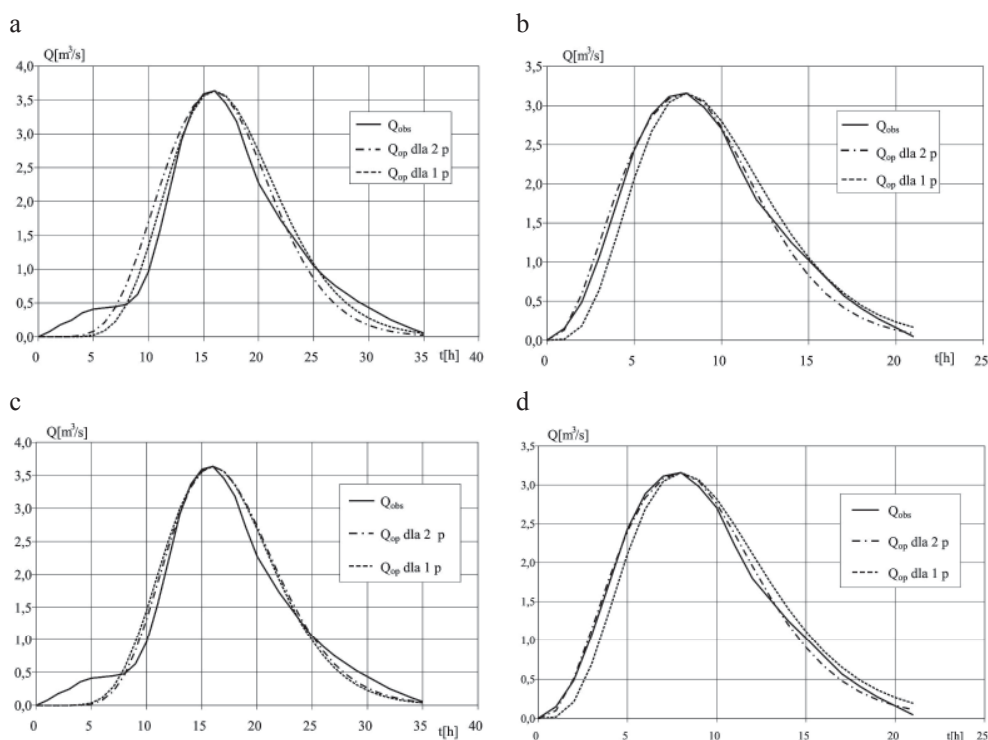
TABELA 4. Wartości parametru kształtu p
TABLE 4. Values of shape parameter p

Zlewnia Drainage area	Parametr p / Parameter p					
	według wzoru (7)			według wzoru (9)		
	dla fazy przyboru rise of flood	dla fazy opadania recession of flood	dla całego hydrogramu for the whole hydrograph	dla fazy przyboru rise of flood	dla fazy opadania recession of flood	dla całego hydrogramu for the whole hydrograph
Ross Ade	2,88	2,03	2,12	3,20	1,90	2,07
Pleasant Run I	2,47	3,36	3,20	2,36	2,21	2,23
Pleasant Run II	12,28	6,97	8,12	14,35	8,90	10,36
Pleasant Run IIA	4,85	5,04	4,99	5,00	5,15	5,10
Dwukoły I	8,02	12,43	10,49	9,66	11,31	10,71
Dwukoły IA	2,63	5,46	4,47	2,87	5,08	4,25
Dwukoły II	3,22	2,93	3,01	2,30	2,85	2,70
Dwukoły III	3,53	2,80	3,00	3,45	2,75	2,90

Objaśnienia / Explanation: Pleasant Run IIA i Dwukoły IA – hydrogramy po zmianie podstawy wezbrania / hydrographs after changes of flood basis.

sowanie występuje w początkowej fazie wezbrania, bez względu na metodę użytą do wyznaczenia wartości parametru p , i poprawia się ona znacznie po dokonaniu zmiany podstawy wezbrania (rys. 4b, d, tab. 5). Można tu również zauważyć, że w wariancie I krzywa obliczeniowa jest lepiej dopasowana do krzywej obserwowanej niż w wariancie II, o czym świadczą wartości miar zgodności w tabeli 5.

W przypadku równania Strupczewskiego (10) analizie poddano również 8 wymienionych wyżej hydrogramów wezbrania. Wyznaczono jednak tylko wartości parametrów kształtu m i n (tab. 6) dla całego hydrogramu wezbrania gdyż wartości funkcji, na podstawie których odczytuje się z nomogramu wartości tych parametrów obliczone oddzielnie dla fazy przyboru i opadania dążyły do nieskończoności. Podobnie jak dla po-



RYSUNEK 4. Rzeczywiste i opisane analitycznie równaniem (6) hydrogramy wezbrania w zlewni Dwukoły I: a – hydrogram przed modyfikacją dla p wyznaczonego z równania (7), b – po zmianie podstawy wezbrania dla p wyznaczonego z równania (7), c – hydrogram przed modyfikacją dla p wyznaczonego z równania (9), d – po zmianie podstawy wezbrania dla p wyznaczonego z równania (9); pozostałe oznaczenia jak na rysunku 3

FIGURE 3. Real and analytically described hydrographs in drainage area Dwukoły I according to equation (6): a – hydrograph before modification for p calculated from equation (7), b – after change of flood basis for p calculated from equation (7), c – hydrograph before modification for p calculated from equation (9), d – after change of flood basis for p calculated from equation (9); left symbol look on Figure 3

TABELA 5. Miary zgodności wyznaczone dla hydrogramów obliczonych z równania (5)
TABLE 5. Level of compatibility calculated for hydrographs obtained according to equation (5)

Zlewnia Drainage area	Wartości miar zgodności dla p obliczonego z równania (7) Level of compatibility for α calculated from equation (7)						Wartości miar zgodności dla p obliczonego z równania (9) Level of compatibility for α calculated from equation (9)					
	dla wariantu I for variant I			dla wariantu II for variant II			dla wariantu I for variant I			dla wariantu II for variant II		
	R	CBK [%]	Rs	R	CBK [%]	Rs	R	CBK [%]	Rs	R	CBK [%]	Rs
Ross Ade	0,970	5,82	0,965	0,967	6,17	0,960	0,968	5,913	0,963	0,966	6,246	0,959
Pleasant Run I	0,984	4,97	0,969	0,983	4,96	0,969	0,976	4,675	0,972	0,976	4,683	0,972
Pleasant Run II	0,983	6,08	0,975	0,979	6,65	0,970	0,991	4,311	0,988	0,988	4,840	0,984
Pleasant Run IIA	0,992	3,29	0,994	0,992	3,27	0,994	0,993	3,228	0,995	0,993	3,213	0,995
Dwukoły I	0,979	3,74	0,986	0,989	2,90	0,992	0,988	3,034	0,991	0,990	2,832	0,992
Dwukoły IA	0,995	1,57	0,998	0,981	3,01	0,994	0,998	1,136	0,999	0,984	2,965	0,994
Dwukoły II	0,989	1,78	0,996	0,992	1,60	0,996	0,997	0,943	0,999	0,994	1,310	0,998
Dwukoły III	0,997	0,91	0,999	0,995	1,23	0,998	0,997	0,912	0,999	0,995	1,214	0,998

Objasnienia / Explanations:

Pleasant Run IIA i Dwukoły IA – hydrogramy o zmienionej podstawie wezbrania / hydrographs after changes of flood basis.

Wariant I – α wyznaczone oddzielnie dla fazy przyboru i opadania / Variant I – α separately for rise and recession of flood.

Wariant II – α wyznaczone dla całego hydrogramu / Variant II – α for the whole hydrograph.

TABELA 6. Wartości współczynników kształtu m i n w równaniu (10) wraz z miarami zgodności
TABLE 6. Values of shape parameters m and n in equation (10) with level of compatibility

Zlewnia Drainage area	Parametry m i n wyznaczone na podstawie nomogramu Parameters m and n calculated from monogram		
	m	n	m/n
Ross Ade	-4,60	-0,77	5,97
Pleasant Run I	-12,40	-0,27	45,93
Pleasant Run II	-7,70	-0,73	10,55
Pleasant Run IIA	6,20	0,87	7,13
Dwukoły I	7,70	1,44	5,35
Dwukoły IA	1,80	2,12	0,85
Dwukoły II	1,70	1,41	1,21
Dwukoły III	3,90	0,80	4,88

Objasnienia / Explanation: Pleasant Run IIA i Dwukoły IA – hydrogramy po zmianie podstawy wezbrania / hydrographs after changes of flood basis.

przednio analizowanych równań, określono współrzędne (Q_o, t) hydrogramów obliczonych, a następnie sprawdzono zgodność kształtów hydrogramów obserwowanych i opisanych równaniem (10), wykorzystując miary zgodności (11), (12) i (13).

Dla 6 początkowo analizowanych fal stwierdzono, że w pięciu przypadkach miary te mieszczą się w zakresie bardzo dobrym i znakomitym. Jedynie w jednym przypadku dla zlewni Pleasant Run II wartości specjalnego współczynnika korelacji (R_s) i całkowitego błędu kwadratowego (CBK) wykazały słabą zgodność, a współczynnik korelacji (R) – dobrą. Dla dwóch dodatkowych hydrogramów (po zmianie podstawy) miary

zgodności ukształtowały się na poziomie bardzo dobrym i znakomitym (tab. 6).

Ze wszystkich przeanalizowanych hydrogramów według równań (1), (6) i (10) najłabsze dopasowanie hydrogramu obliczonego do obserwowanego wystąpiło w przypadku hydrogramu w zlewni zurbanizowanej Pleasant Run II. Największa niezgodność ma miejsce w środkowej strefie zarówno na gałęzi wznoszącej, jak i opadającej. Najlepsze dopasowanie uzyskano zaś dla hydrogramu ze zlewni użytkowanej rolniczo Dwukoły III. Charakteryzowało się ono praktycznie jednostajnym przyrostem wartości przepływu na gałęzi wznoszącej i jednostajnym spadkiem przepływu na gałęzi opadającej.

Wnioski

Analiza matematycznego opisu rozpatrzonych hydrogramów wezbrań za pomocą równań (1), (6) i (10) wykazała, że:

- istnieje możliwość bardzo dobrego dopasowania funkcji opisującej hydrogram obserwowany w przypadku, gdy każdy hydrogram rozpatrujemy indywidualnie,
- trudności opisu wystąpiły, gdy opisywany hydrogram cechowały niepłynne zmiany przyrostu przepływu w fazie przyboru i w fazie opadania oraz w przypadku niepewności w określeniu początku lub końca wezbrania (przykład – hydrogram ze zlewni Pleasant Run II),
- znaczny wpływ na dopasowanie funkcji opisującej hydrogram obserwowany ma wartość przepływu granicznego stanowiącego podstawę wezbrania

(przykład – hydrogram ze zlewni Pleasant Run II i Dwukoły I),

- dla indywidualnie analizowanych hydrogramów wezbrań najlepsze dopasowanie fali obliczonej do obserwowanej uzyskano za pomocą równania (6) oraz (10),
- aby jednoznacznie ocenić, które z równań lepiej opisuje falę obserwowaną należałoby analizę przeprowadzić na większej liczbie wezbrań oraz wyznaczyć dla każdej ze zlewni falę teoretyczną (hipotetyczną) i dla niej przeprowadzić weryfikację.

Literatura

- BAPTISTA M., MICHEL C. 1990: Influence des caractéristiques hydrauliques des biefs sur la propagation des pointes de crue. *La Houille Blanche* 2.
- CHOW V.T. 1964: Handbook of applied hydrology. Mc Graw Hill, New York.
- CIEPIEŁOWSKI A., DĄBKOWSKI SZ.L. 2006: Metody obliczeń przepływów maksymalnych w małych zlewniach rzecznych (z przykładami). Oficyna Wydawnicza Projprzem-EKO, Bydgoszcz.
- McENROE B.M. 1992: Sizing Stormwater Detention Reservoirs to Reduce Peak Flows. Conference Proceedings "Hydraulic Engineering", American Society of Civil Engineers: 719–724.
- SARMA P.B.S., DELLEUR J.W., RAO A.R. 1973: Comparison of rainfall – runoff models for urban areas. *Journal of Hydrology* 18: 329–347.
- Some recommendations for the operation of representative and experimental basins and the analysis of data, 1971. Report 15 WMO/IHD Project. Separation of different forms of flow determination of the characteristics of surface-runoff hydrographs, Geneve.
- STRUPCZEWSKI W. 1964: Równanie fali powodziowej. Wiadomości Służb Hydrologiczno-Meteorologicznych 57, Warszawa.

SZYMCZAK T. 1993: Modelowanie odpływu rzecznoego w małych niekontrolowanych zlewniach nizinnych na przykładzie górnej Mławki. Autoreferat pracy doktorskiej. IMiUZ, Falenty.

Summary

Estimation possibility of an analytical description of a flood hydrograph. A mathematical description of flood hydrograph is desirable in analyses and designs of many hydraulic structures because together with the maximum flow in time of tense flow it enables to determine more exactly, the volume of flood and it other parameters. The adequacy of the mathematical description is analyzed in the presented work considering equations in dimensionless equation given

in the work of Baptista and Michel (1990), McEnroe (1992), Strupczewski (1964) as well as a typical hydrograph SCS. In the analysis the influence of a value of equation parameters on the possibility of “adaptation” of the description to the real hydrograph both in shape and the value of calculated values. The compatibility assessment of the calculated hydrograph with the real one was conducted applying three measures proposed in the work of Sarma at al. (1973). The analysis was conducted for 8 individual hydrographs from drainage areas of a different character.

Authors' address:

Szczepan L. Dąbkowski, Jarosław Bodulski
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach
Katedra Geotechniki i Inżynierii Wodnej
al. 1000-lecia Państwa Polskiego 7
25-314 Kielce
Poland