

# PRZEWIDYWANIE RODZAJU I WIELKOŚCI ODKSZTAŁCEŃ OŚRODKA GRUNTOWEGO W WYNIKU OBCIĄŻEŃ CYKLICZNYCH ZA POMOCĄ MODELU PLASTIC-DISPLACEMENT

Wojciech Sas, Andrzej Głuchowski Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono rodzaj cyklicznego obciążania gruntu, opartego na modelu plastyczności materiałów jednorodnych (*Plastic-Displacement*, P-D). W ramach przedstawionego modelu dokonano analizy zjawiska cyklicznego, jednoosiowego ściskania próbki gruntu w trzech etapach obciążania. Poddano analizie ił piaszczysty stabilizowany wapnem hydratyzowanym. Określono cechy fizyczne gruntu. Przedstawiono wyniki badań oraz wyniki obliczeń za pomocą modelu P-D, a także dokonano porównania otrzymanych wyników z wynikami badań. Celem pracy było zaznaczenie potrzeby umieszczenia w normie Eurokod 7 podejścia obliczeniowego właściwego dla gruntów obciążanych cyklicznie oraz zaproponowanie modelu P-D jako właściwego dla obciążeń cyklicznych. Wykazano również zasadność stosowania dla gruntów nasypowych, antropogenicznych (przeobrażonych stabilizacją chemiczną) modelu dotychczas stosowanego dla gruntów naturalnych.

**Slowa kluczowe:** cykliczne obciążanie, jednoosiowe ściskanie, modelowanie odkształceń, odkształcenia plastyczne, grunty stabilizowane, Eurokod 7

# WSTĘP

Proces budowlany charakteryzuje się szybko zmieniającymi się wartościami naprężeń w gruncie. Równocześnie wpływ działalności człowieka na ośrodek gruntowy w wyniku wprowadzenia odpowiednich norm projektowania konstrukcji skutkuje zmniejszeniem przypadków utraty stateczności lub przekroczenia stanów granicznych przez grunt poddany tego rodzaju oddziaływaniom. Eurokod 7 w analizie stateczności i stanów granicznych używa modelu Coulomba-Mohra, który zakłada, że ośrodek gruntowy jest sprężysty do osiągnięcia granicznej wartości układu naprężeń, po czym staje się plastyczny. Tego typu uproszczony model w zasadzie może być uważany za właściwy

Adres do korespondencji – Corresponding author: Wojciech Sas, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Laboratorium Centrum Wodne, ul. Ciszewskiego 6, 02-776 Warszawa, e-mail: wojciech sas@sggw.pl

dla gruntów obciążanych statycznie w warunkach pełnego nasycenia oraz skonsolidowania próbki. Obciążenia cykliczne powodowane na przykład przez ruch samochodów w obrębie dróg i parkingów czy pracę maszyn oraz nawet od częstotliwości przebywania określonej liczby osób w budynku są czynnikiem wpływającym na wielkość i charakter odkształceń w kolejnych cyklach obciążania ośrodka gruntowego. Obciążenia cykliczne mogą mieć ponadto wpływ na różnego rodzaju konstrukcje, takie jak: mur oporowy, skarpa czy fundament bezpośredni [O'Reilly i Brown 1991]. W mechanice materiałów istnieje dziedzina nauk, obejmująca badania zmęczenia i skrócenia trwałości materiałów będących pod wpływem cyklicznie działających sił [van Eekelen 1976]. Eurokod 7 nie uwzględnia obciążeń cyklicznych [Bond i Harris 2008]. Wpływ działania obciążenia cyklicznego na ośrodek gruntowy jest nadal badany pod względem mechaniki oraz wpływu na konstrukcje budowlane. Na podstawie wykonanych badań zaproponowano różnego rodzaju modele zachowania się gruntu w wyniku obciążeń cyklicznych. Podstawą modeli jest teoria shakedown [Werkmeister 2001, Tao i in. 2010), która klasyfikuje odkształcenia plastyczne, ich liczbę i wielkość w celu prognozy wielkości odkształceń i utraty nośności gruntu w wyniku działania cyklicznie przykładanej siły oraz stosuje moduły sprężystości. W przypadku obciążeń cyklicznych jest to cykliczny moduł sprężystości  $(M_R)$  [Sas i in. 2012].

W artykule przedstawiono wyniki badań jednoosiowego ściskania cylindrycznej próbki gruntu stabilizowanego chemicznie wapnem hydratyzowanym. Badania posłużyły jako dane wejściowe do prognozowania wielkości odkształceń plastycznych od obciążeń cyklicznych o różnej wartości siły. Modelem wykorzystanym do obliczeń jest model *Plastic-Displacement* (P-D) zaproponowany przez Wu [Wu i in. 2009, Wu i Chen 2010].

#### PRZEGLĄD LITERATURY

Obciążenia cykliczne są rodzajem obciążeń, które charakteryzuje wzmocnienie strukturalne materiału wraz z kolejnymi cyklami obciążania [O'Reilly i Brown 1991]. W wyniku kolejnych etapów obciążania próbki tą samą siłą może dojść do osiągnięcia przez ośrodek gruntowy stanu, w którym wartość modułu sprężystości cyklicznej ( $M_R$ ) będzie stała, a odkształcenia plastyczne ulegną zanikowi [Yang i in. 2008].

Jest to stan, zgodnie z teorią *shakedown* [Werkmeister 2001], w którym wartości siły nie przekroczyły tzw. granicy *shakedown*, po której osiągnięciu grunt w wyniku kolejnych obciążeń akumulowałby odkształcenia plastyczne prowadzące do utraty nośności ośrodka gruntowego.

Cyklicznie obciążany grunt w funkcji naprężenia – odkształcenia tworzy pętlę histerezy, gdzie różnica między końcem danego cyklu i cyklu poprzedniego jest odkształceniem plastycznym [O'Reilly i Brown 1991, Werkmeister 2001].

Kolejne cykle obciążenia powodują wzrost modułu sprężystości cyklicznej ( $M_R$ ). Poprzez zamienienie pętli histerezy na odcinki proste, charakteryzowane przez  $M_R$ , uzyskuje się uproszczony model naprężenie – odkształcenie cyklicznego obciążania gruntu [Wu i in. 2009, Wu i Chen 2010]. W modelu *Plastic-Displacement* zaproponowanym przez Wu [Wu i in. 2009, Wu i Chen 2010] przyjmuje się tego typu symulowanie przebiegu procesu cyklicznego obciążania gruntu.

Model P-D składa się z dwóch części. Pierwsza z nich odpowiada pierwszemu cyklowi obciążania próbki, gdzie ośrodek gruntowy opisany jest modelem granicy sprężystości von Misesa, a następnie modelem liniowego wzmocnienia odkształceń (rys. 1).



Pierwszy cykl obciążenia wraz z uproszczonym modelem P-D Rvs. 1. Fig. 1. First cycle of loading with simplified P-D model

W przypadku nieprzekroczenia granicy sprężystości podczas pierwszego cyklu materiał pozostanie w obszarze odkształceń sprężystych, co oznacza brak wystąpienia odkształceń plastycznych. Jeśli dojdzie do przekroczenia granicy sprężystości przez grunt podczas pierwszego cyklu obciążenia gruntu, to występujące odkształcenia plastyczne będą modelowane jako materiał o liniowej sprężystości ze zmiennym cyklicznym modułem sprężystości  $(M_R)$  podczas kolejnych cykli. Zapis modelu P-D podczas pierwszego cyklu obciążania próbki przedstawia się następująco:

$$\varepsilon_p(n) = \frac{\sigma - \sigma_y}{h_c} + \sum_{i=1}^n \left( 1 - \frac{1}{d_n} \right) \frac{\sigma}{E_L(i=1)} \tag{1}$$

gdzie:  $\frac{\sigma - \sigma_y}{h_c}$  – funkcja liniowego wzmocnienia,  $\sigma$ ,  $\sigma_y$ , oraz  $h_c$  – kolejno: naprężenie osiowe, naprężenie na granicy sprężystości

- oraz stała wzmocnienia,
- $d_n$  współczynnik modułów; może być definiowany jako stosunek energii odciążania ( $E_{\rm UL}$ ) próbki do energii obciążania ( $E_{\rm L}$ ) próbki bądź jako stosunek całkowitej energii do energii rozproszonej w czasie cyklu obciążania.

Dla kolejnych cykli obciążania gruntu model P-D wykorzystuje moduł sprężystości gruntu aktualnego cyklu obciążania. Za pomocą równania (2) można obliczyć wielkość odkształceń plastycznych w kolejnych cyklach (n > 1):

$$\varepsilon_n^p = \left(\frac{d_n - 1}{d_n}\right) \frac{\sigma}{E_L(n)} \tag{2}$$

gdzie:  $d_n$  – współczynnik modułów dla *n*-tego cyklu (n > 1).

Poprzez połączenie równań (1) i (2) uzyskuje się równanie (4), pozwalające na obliczenie wielkości odkształcenia plastycznego dla kolejnych cykli. Aby uprościć obliczenia, parametr  $d_n$  jest obliczany jako wariancja kolejnych cykli:

$$d_n = \frac{a}{n^b} + 1 \tag{3}$$

gdzie: a i b – parametry deformacji.

Na podstawie równań (1), (2) i (3) uproszczono równanie przedstawiające odkształcenia sprężyste dla kolejnych cykli:

$$\varepsilon^{p}(n) \approx \varepsilon_{v} \cdot a \cdot \left[ \frac{(n+1)^{1-b} - 1}{1-b} \right]$$
(4)

gdzie:  $\varepsilon_v$  – odkształcenie sprężyste w danym cyklu.

Akumulacja odkształceń nie jest dotychczas wyjaśniona całkowicie, lecz wpływ tego zjawiska na pracę konstrukcji jest udowodniony [Werno 1985]. Akumulacją odkształceń nazywa się zjawisko będące odpowiedzią gruntu na obciążenia cykliczne, które w krótkim czasie badania (kilkadziesiąt, kilkaset cykli) może przyjmować charakter sprężysty. Jednak po długim okresie obciążania materiał zachowuje się w sposób plastyczny (kilka milionów cykli) [Karg 2008]. Z tego powodu określenie wielkości i prognoza akumulacji odkształceń ma zasadnicze znaczenie dla konstrukcji poddawanych obciążeniom cyklicznym. Wpływ czynników, które powodują akumulację odkształceń, takich jak wilgotność czy kształt cyklu obciążania, jest niewyjaśniony.

Prawidłowość modelu P-D została potwierdzona poprzez porównanie go z wynikami badań Wu i innych [2009] oraz Wu i Chen [2010]. Jednak w świetle teorii *shakedown* zachodzi potrzeba określenia jej granicy "*shakedown limit*". Jeśli materiał przekroczy tę granicę, to akumulacja odkształceń plastycznych będzie malała, jednak nigdy nie zaniknie [Werkmeister 2001]. Model P-D przyjmuje, że grunt ulega właśnie takiemu rodzajowi zachowania i odkształcenia plastyczne będą rosły wraz z kolejnymi cyklami obciążeń. Aby trafnie prognozować przyrost odkształceń za pomocą modelu P-D, niezbędna jest wiedza na temat wielkości odkształcenia sprężystego w ostatnim cyklu obciążania.

138

# **MATERIAŁY I METODY**

Materiałem użytym do badań był grunt spoisty. Na podstawie analizy sitowej [PKN--CEN ISO/TS 17892-4:2009] określono krzywą uziarnienia. Wynik analizy sitowej przedstawiono na rysunku 2. Grunt rozpoznano jako ił piaszczysty saCl zgodnie z normami EUROCOD 7 [PN-EN 1997-2:2009, PN-EN ISO 14688-2:2006]. Ponadto wykonano badanie Proctora według PN-88/B-04481 w celu ustalenia wilgotności optymalnej. Następnie próbki poddano stabilizacji chemicznej poprzez dodanie wapna hydratyzowanego. Założono optymalną zawartość wapna w mieszance o wielkości 8%, następnie wykonano badanie Proctora dla mieszanki gruntu z wapnem. Dla stabilizowanego gruntu również przeprowadzono badanie Proctora. Wyniki badań Proctora dla gruntu stabilizowanego i niestabilizowanego przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 2. Krzywa uziarnienia gruntu użytego do badań Fig. 2. Gradation curve of soil used for tests



Rys. 3. Wyniki badań wilgotności optymalnej metodą Proctora Fig. 3. Results of Proctor test

Dla gruntu niestabilizowanego otrzymano największą gęstość objętościową szkieletu gruntowego, wynoszącą 2,178 g·cm<sup>-3</sup> dla wilgotności 10,69%. Dla gruntu stabilizowanego otrzymano, przy wilgotności 11,93%, największą gęstość objętościową szkieletu gruntowego równą 2,203 g·cm<sup>-3</sup>.

Następnie zostało wykonane badanie granicy płynności w aparacie Casagrandego. W wyniku przeprowadzonych badań otrzymano granicę płynności równą  $w_{\rm L} = 25,9\%$ . Próbki do dalszych badań wycięto z gruntu zagęszczonego w cylindrze do badań Proctora o wilgotności optymalnej. Następnie próbki o średnicy d = 5 cm i wysokości h = 10 cm umieszczono w aparacie cyklicznym trójosiowego ściskania. Wykonano badanie jedno-osiowego ściskania z cyklicznie zadawaną siłą w trzech etapach obciążania, kolejno: od 0,05 do 0,15 kN, od 0,15 do 0,25 kN, od 0,25 do 0,35 kN. Wykonano 100 cykli obciążeń na każdym etapie o częstotliwości 0,1 Hz.

#### WYNIKI

Wyniki badań przedstawiono na rysunkach 4, 5 i 6. Rysunek 4 przedstawia badanie jednoosiowego ściskania w układzie naprężenie ( $\sigma$ ) – odkształcenie ( $\varepsilon$ ) dla kolejnych trzech etapów obciążania. Na rysunku 5 został przedstawiony układ odkształcenia ( $\varepsilon$ ) w czasie (t) badania jednoosiowego ściskania. Trójwymiarowy model badania cykli 2–100 dla kolejnych etapów przedstawiono na rysunku 6 w układzie naprężenia ( $\sigma$ ), odkształcenia ( $\varepsilon$ ) oraz czasu (t).





Fig. 4. Results of one axial commpresive test - 3 stages of loading in plot of stress - strain



Rys. 5. Badanie jednoosiowego ściskania – 3 etapy obciążania w układzie odkształcenie – czas Fig. 5. Results of one axial commpresive test – 3 stages of loading in plot of strain – time

Na podstawie rysunków od 4 do 6 można wyciagnać kilka wniosków. Dla kolejnych cykli obciążania taką samą amplitudą naprężenia otrzymuje się mniejszą wartość odkształceń całkowitych. Sprężystą odpowiedź gruntu uzyskuje się w mniejszej liczbie cykli dla trzeciego etapu obciążania w porównaniu z etapem pierwszym. Odkształcenia plastyczne są mniejsze wraz z kolejnymi etapami obciążeń. Otrzymane wyniki wykorzystano następnie jako dane do wyznaczenia odkształceń plastycznych za pomocą modelu P-D. W obliczeniach wykorzystano wyniki pomiarów odkształceń sprężystych ( $\varepsilon_v$ ) kolejnych cykli. W celu wykorzystania modelu do prognozy kolejnych obciążeń cyklicznych został wyznaczony cykliczny moduł sprężystości  $(M_R)$ . Ustalenie  $M_R$  dla poszczególnych etapów obciążania jest istotne, ponieważ przy każdym wzroście amplitudy naprężenia dochodzi do zjawiska wzmocnienia gruntu. Jest to charakterystyczne dla gruntów zachowanie, polegające na przesunięciu granicy plastyczności, którego znajomość pozwala na określenie granicy wystąpienia odkształceń plastycznych. Zgodnie z teorią shakedown, grunt w tej fazie wchodzi ponownie w etap wytracania odkształceń plastycznych. Cykliczny moduł sprężystości jest w tym przypadku wskaźnikiem granicznego wzrostu odkształceń plastycznych dla danego naprężenia.

Na rysunku 7 przedstawiono wyniki obliczeń za pomocą modelu P-D dla pierwszego etapu, a na rysunkach 8 i 9 – dla drugiego i trzeciego etapu obliczeń.



- Rys. 6. Trójwymiarowy obraz badania cyklicznego jednoosiowego ściskania dla cykli od 2 do 100: a pierwszy etap, b drugi etap, c trzeci etap obciążania
- Fig. 6. 3D plot of cyclic unconfined compressive test for cycles from 2 to 100: a first stage, b second stage, c third stage of loading

Acta Sci. Pol.



Rys. 7. Wyniki obliczeń wielkości odkształceń plastycznych za pomocą modelu P-D w etapie pierwszym







Fig. 8. Results of calculation of plastic strain with P-D for second stage

Dla cyklu, w którym odpowiedź gruntu będzie w pełni sprężysta, moduł sprężystości cyklicznej ( $M_R$ ) określa wartość odkształcenia sprężystego (całkowitego) dla zadanego naprężenia.







Otrzymane wyniki za pomocą modelu P-D, przedstawione na rysunkach 7–9, poddano analizie statystycznej. Korelację między wynikami badania jednoosiowego ściskania oraz wyników otrzymanych za pomocą modelu P-D oceniono na podstawie współczynnika korelacji liniowej Pearsona (*r*). Dla kolejnych etapów wartość *r* wynosiła odpowiednio: 0,969, 0,983 i 0,989. Wartości współczynnika korelacji wskazują na silną dodatnią korelację między wynikami otrzymanymi za pomocą modelu P-D a wynikami badań.

Podczas wykonywania obliczeń za pomocą modelu P-D dla kolejnych etapów została zauważona mała różnica między parametrami deformacji a i b. W związku z tym przyjęto dla wszystkich trzech etapów w obliczaniach za pomocą modelu P-D te same wartości parametrów deformacji a = 0,5 i b = 1,5.

Parametr a jest wartością, którą można zapisać według wzoru [Wu i in. 2009]:

$$a = d_n - 1 = \frac{\varepsilon_n^t}{\varepsilon_n^r} - 1 = \frac{\varepsilon_n^p}{\varepsilon_n^r}$$
(5)

Oznacza to, że stosunek między odkształceniami plastycznymi i sprężystymi w poszczególnych cyklach dla trzech etapów obciążania próbki jest proporcjonalny. Jest to zgodne z dotychczasowymi odkryciami w dziedzinie cyklicznych obciążeń gruntu naturalnego, które głoszą, że amplituda, sposób i wielkość przykładanych obciążeń nie ma wpływu na sposób odkształcania się gruntu, jeśli granica *shakedown* nie została przekroczona [O'Reilly i Brown 1991, Werkmeister 2001]. Wyniki badań i obliczeń za pomocą modelu potwierdzają powyższe twierdzenie także dla gruntów spoistych stabilizowanych chemicznie wapnem hydratyzowanym, tzw. nasypowych, antropogenicznych (chemicznie przeobrażonych), w tym przypadku iłu piaszczystego stabilizowanego wapnem hydratyzowanym.

Wyniki obliczeń za pomocą modelu P-D oraz wyniki badania dla trzech etapów przedstawiono na rysunku 10.





Fig. 10. Results of calculation of plastic strain with P-D for three stages

## **WNIOSKI**

W wyniku przeprowadzonych badań iłu piaszczystego obciążanego cyklicznie w trzech etapach można wysunąć następujące wnioski:

1. Eurokod 7, jako norma stosowana w geotechnice, powinien posiadać odpowiednie podejście obliczeniowe dla gruntów obciążanych cyklicznie w zakresie rodzaju i wielkości odkształceń plastycznych.

2. Model *Plastic-Displacement* jest modelem właściwym do obliczania odkształceń plastycznych powstających w wyniku obciążeń cyklicznych.

3. Wyniki obliczeń odkształceń plastycznych za pomocą modelu dały dużą wartość współczynnika korelacji z wynikami badań iłu piaszczystego stabilizowanego wapnem hydratyzowanym w nadaniu jednoosiowego ściskania cylindrycznej próbki gruntu.

4. Za pomocą modelu P-D potwierdzono brak wpływu amplitudy i wielkości obciążenia na sposób odkształcenia próbki.

5. Kilkuetapowe obciążanie cykliczne próbki powoduje wzmocnienie gruntu, które ma wpływ na właściwości mechaniczne w postaci przesunięcia granicy plastyczności, co wyraźnie widać na rysunkach 4, 5 i 6, gdzie każde zwiększenie amplitudy obciążenia powoduje mniejsze odkształcenia plastyczne.

6. Wyniki badań i obliczeń za pomocą modelu potwierdzają dotychczasowe doświadczenia dla gruntów naturalnych i aplikują je do stosowania dla gruntów nasypowych, antropogenicznych (chemicznie przeobrażonych, np. poprzez stabilizację chemiczną wapnem hydratyzowanym).

# PIŚMIENNICTWO

Bond A., Harris A., 2008. Decoding Eurocode 7. Taylor and Francis, Londyn.

- Karg C., 2008. Modeling of Strain Accumulation Due to Low Level Vibrations in Granular Soils. Praca doktorska. Ghent, Belgium.
- O'Reilly M.P., Brown S.F., 1991. Cyclic loading of soils. Blackie and Son, Londyn.
- PKN-CEN ISO/TS 17892-4:2009 Badania geotechniczne. Badania laboratoryjne gruntów. Część 4 – Oznaczanie składu granulometrycznego.
- PN-EN 1997-2:2009 Eurocod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 2 Rozpoznawanie i badanie podłoża gruntowego.
- PN-EN ISO 14688-2:2006 Badania geotechniczne. Oznaczanie i klasyfikowanie gruntów. Część 2 – Zasady klasyfikowania.
- Tao M., Mohammad L.N., Nazzal M.D., Zhang Z., Wu Z., 2010. Application of Shakedown Theory in characterizing traditional and recycled pavement base materials. Journal of Transportation Engineering 136 (3), 214–222.
- Sas W., Głuchowski A., Szymański A., 2012. Determination of Resilient modulus M<sub>R</sub> for the lime stabilized clay obtained from the repeated loading CBR test. Annals of Warsaw University of Life Sciences 44, 143–153.
- van Eekelen H.A.M., 1976. Fatigue Theory for Cyclic Loading of Soils. SPE European Spring Meeting, Amsterdam, Netherlands.
- Werkmeister S., 2001. Permanent deformation behaviour of granular materials and the shakedown theory. Journal of Transportation Research Board 1757, 75–81.
- Werno M., 1985. Podłoże gruntowe obciążone cyklicznie. WKŁ, Warszawa.
- Wu Z., Chen X., 2010. Finite element sensitivity analysis of permanent deformation under accelerated loading. Proceedings of GeoFlorida-Advances in Analysis. Modeling and Design, West Palm Beach, Florida, USA.
- Wu Z., Chen X., Zhang Z., 2009. A simplified numerical model proposed for simulation of permanent deformation of pavement base and subgrade materials, CD-ROM. Transportation Research Board of the National Academies, Washington D.C., USA.
- Yang S.R., Huang W.H., Liao C.C., 2008. Correlation Between Resilient Modulus and Plastic Deformation for Cohesive Subgrade Soil Under Repeated Loading. Journal of the Transportation Research Board 2053, 72–79.

# PREDICTING THE TYPE AND SIZE OF SOIL STRAIN DUE TO CYCLIC LOADING WITH PLASTIC-DISPLACEMENT MODEL

**Summary.** This paper presents a model of cyclic loading based on soil plasticity model homogeneous materials (Plastic-Displacement, P-D). The presented model analyzes the phenomenon of cyclic uniaxial compression soil samples in three stages of loading. As a soil analyzed in the paper was chosen sandy clay stabilized with hydrated lime also where previously specified physical characteristics of the sandy clay. The results of the studies and the results of calculations using the model of P-D were presented. Also compare of the results obtained by the model with the results of tests were conducted. The aim of this study was to check on the need Eurocode 7 to place the design approach applicable to cyclic loaded soils and propose the P-D model as a model appropriate for cyclic loading. Obtained results of chemically stabilized material show the applicability of plastic-displacement as well as for natural soils.

**Key words:** cyclic loading, uniaxial compression test, strain modeling, plastic strain, soil stabilization, Eurocode 7

Zaakceptowano do druku - Accepted for print: 22.07.2013