

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПО ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА ДИСКОВОГО РОТАЦИОННОГО ДОЗАТОРА-СМЕСИТЕЛЯ ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Василий Дмитрив, Роман Городняк, Галина Дмитрив
Львовский национальный аграрный университет
Ул. В. Великого, 1, Дубляны, Украина. E-mail: Dmytriv_V@ukr.net

Vasyl Dmytriv, Roman Gorodnyak, Halyna Dmytriv
Lviv national agrarian university
St. Vladimir the Great, 1, Dubliany, Ukraine. E-mail: Dmytriv_V@ukr.net

Аннотация. Статья посвящена проблемам моделирования конструктивно-технологических параметров конусного ротационного дискового дозатора-смесителя сыпучих компонентов для приготовления однородной кормовой смеси, в частности комбикормов.

Проанализированы исследования и математические зависимости, касающиеся движения по поверхности диска и конусным поверхностям частиц сыпучих материалов в зависимости от конструктивных и кинематических параметров рабочих элементов сельскохозяйственных машин. Установлены проблемы, которые необходимо решить для нового метода смешивания дисперсных компонентов.

Разработана схема сил, действующая на частицу при ее перемещении по поверхности вращающегося конусного диска. Рассмотрена элементарная частица, как материальная точка, и дифференциальное уравнение движения в векторной форме. Векторная форма дифференциального уравнения движения частицы дисперсного материала переведена в систему дифференциальных уравнений движения. Решение системы дифференциальных уравнений проведено отдельно для каждого направления перемещения частицы.

Особенностью математической модели является принятие системы координат неподвижной. Начало отсчета системы координат совпадает с вершиной конусного диска. Ось X совпадает с образующей конуса диска, ось Y направлена перпендикулярно образующей конуса и в сторону вращения, ось Z направлена вертикально вверх и совпадает с осью вращения конусного диска.

Решение системы дифференциальных уравнений движения частицы произведено аналитически и позволяет моделировать движение дисперсного материала по поверхности конусного диска дозатора-смесителя сыпучих компонентов корма в зависимости от угловой скорости ω вращения конусного диска, угла образующей конуса α и характеристик материала частицы.

Аналитическая система уравнений рассчитывает конструктивно-технологические параметры конусного диска и технологического процесса дозирования с одновременным смешиванием сыпучих компонентов корма, что обеспечит повышения качества приготовления смеси как комбикормов так и других дисперсных смесей.

Ключевые слова: конусный диск, дисперсный материал, дозатор-смеситель, угловая скорость, коэффициент трения, система координат, траектория частицы.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Проектирование рабочих элементов сельскохозяйственных машин, в частности дискового дозатора-смесителя невозможно без определения кинематических и динамических параметров перемещения материала по поверхности рабочего органа. В случае дискового дозатора-смесителя перемещение частиц требует определения траектории движения отдельной частицы, параметров ее взаимодействия с подвижными поверхностями, отдельных деталей, что есть важной научной задачей и позволяет на этапе проектирования обеспечить высокие требования к их точности.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Движение частицы на шероховатых поверхностях проанализировано в работах П.М. Василенка [1, 2], а также в других источниках [3, 4]. При выведении зависимостей неучтена нагрузка на частицу от дополнительного материала в загрузочной емкости. При движении частицы по поверхности с прокручиванием, широко используется модель сферы. В работе [5] приведено решение задачи движение сферы по произвольной траектории. Ударное взаимодействие сферических частиц с рабочими поверхностями машин рассмотрено в работах Морозова И.В. [6] и Рогатинского Р.М. [7]. В частности исследователями Адамчуком В.В. и Адамчуком О.В. [8-10] разработаны аналитические зависимости на основе схемы сил действующих на частицу для определения относительной скорости ее движения вдоль лопатки и обоснование основных конструктивно-технологических параметров рабочего органа. Проведены исследования движения частицы сыпучего корма по поверхности подающего ротационного конуса [11-18].

Однако ряд вопросов обоснования параметров движения материала по вращающимся конусным поверхностям остались не полностью исследованы, не обосновано радиус крутизны лопаток от кута конуса, частоты вращения и энергетического показателя дозирования материала, не установлены оптималь-

ные конструкционно-кинематические параметры конусного дозирующего диска в зависимости от технологических факторов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью является разработка аналитической модели движения частиц по поверхности конуса дискового ротационного дозатора-смесителя дисперсных материалов компонентов комбикорма.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Для определения характера движения потока сыпучего материала по поверхности диска, образующая которого под углом α к горизонтали, и диск вращается с угловой скоростью ω , рассмотрим модель в виде аналогичного движения материальной точки.

Рассмотрим силы, которые действуют на частицу сыпучего компонента дисперсного материала, которая движется по поверхности конусного диска (рис. 1).

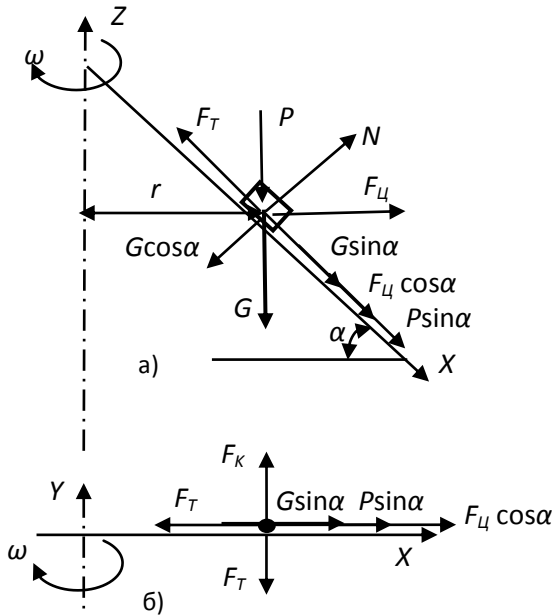


Рис. 1. Схема сил при движении частицы по уклонной поверхности ротационного конусного диска дозатора-смесителя: а) в плоскости оси вращения диска и радиуса r ; б) вид сверху

Fig. 1. Driving forces in the motion of a particle on the slope of the rotary disc cone dispenser-mixer: a) in the plane of the axis of rotation of the disk and the radius r ; b) top view

Выбираем не движущуюся систему координат XYZ. Начало отсчета системы координат совпадает с вершиной конусного диска. Ось X совпадает с образующей конуса диска, ось Y направлена перпендикулярно образующей конуса и в сторону вращения, ось Z направлена вертикально вверх и совпадает с осью вращения конусного диска.

Рассмотрим элементарную частицу, как материальную точку и составим дифференциальное уравнение движения в векторной форме. Согласно принятой методике получим [15]

$$m \cdot \vec{a} = \vec{G} + \vec{F}_T + F_{Ц} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_{КОР}, \quad (1)$$

где G – сила тяжести, $G = m \cdot g$, Н; P – сила давления вертикального столба сыпучего компонента корма, $P = \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot g$, Н; $F_{Ц}$ – центробежная сила, $F_{Ц} = m \cdot \omega^2 \cdot r$, Н; N – сила нормальной реакции поверхности конусного диска, $N = G \cdot \cos \alpha$, Н; F_T – сила трения частицы об поверхность диска, $F_T = f_3 \cdot N$, Н; $F_{КОР}$ – сила Кориолиса, $F_{КОР} = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \dot{y}$ Н; ω – угловая скорость конусного диска, рад/с; r – радиус от оси вращения к частице, $r = x \cdot \cos \alpha$, м; α – угол подъема образующей конуса диска, град.; ρ_{k1} – плотность сыпучего материала, который движется по конусу диска, кг/м³; V_{k1} – объем материала над частицей, который движется по конусу диска, м³; g – ускорение свободного падения, м/с²; f_3 – внешний коэффициент трения скольжением между частицей сыпучего материала и поверхностью конусного диска; \dot{y} – скорость перемещения частицы по оси Y, м/с.

Проектируя векторную равенство (1) на оси X, Y, Z получим систему дифференциальных уравнений движения частицы в следующем виде:

$$\begin{cases} \sum X = 0: F_{Ц} \cdot \cos \alpha + G \cdot \sin \alpha + P \cdot \sin \alpha - F_T - m \cdot \ddot{x} = 0 \\ \sum Y = 0: F_{КОР} - F_T - m \cdot \ddot{y} = 0 \\ \sum Z = 0: P + G - N \cdot \cos \alpha - F_T \cdot \sin \alpha - m \cdot \ddot{z} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Заменим в системе уравнений (1) силы через их выражения:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} = m \cdot \omega^2 \cdot x \cdot \cos^2 \alpha + m \cdot g \cdot \sin \alpha + \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot g \cdot \sin \alpha - f_3 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \\ m \cdot \ddot{y} = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \dot{y} - f_3 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \\ m \cdot \ddot{z} = \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot g + m \cdot g - m \cdot g \cdot \cos^2 \alpha - f_3 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (3)$$

Произведя необходимые преобразования системы уравнений (3) запишем в виде:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = \omega^2 \cdot x \cdot \cos^2 \alpha + g \cdot \sin \alpha + \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} \cdot \sin \alpha - f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = 2 \cdot \omega \cdot \dot{y} - f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} + g - g \cdot \cos^2 \alpha - f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (4)$$

Решать систему дифференциальных уравнений будем отдельно для каждого направления перемещения частицы.

Перемещения частицы по оси X. Введем замены:

$$\omega^2 \cdot \cos^2 \alpha = a^2 \text{ и}$$

$$g \cdot \sin \alpha + \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} \cdot \sin \alpha - f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha = b \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение перемещения частицы по образующей конусного диска будет иметь вид:

$$d^2 x - a^2 \cdot x \cdot dt^2 = b \cdot dt^2, \text{ или } \ddot{x} - a^2 \cdot x = b \quad (6)$$

Решение уравнения (6) есть выражение:

$$x(t) = -\frac{b}{a^2} + C_1 \cdot e^{-at} + C_2 \cdot e^{at}, \quad (7)$$

где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования.

Постоянные интегрирования находим с начальных условий перемещения частицы, при $t = 0$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$, соответственно получим:

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПО ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА ДИСКОВОГО РОТАЦИОННОГО ДОЗАТОРА-СМЕСИТЕЛЯ ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ

$$x(0) = -\frac{b}{a^2} + C_1 + C_2; \quad C_1 = \frac{b}{a^2} - C_2;$$

$$\dot{x} = -C_1 \cdot a \cdot e^{-at} + C_2 \cdot a \cdot e^{at};$$

$$\dot{x}(0) = -C_1 \cdot a + C_2 \cdot a; \quad C_1 = C_2.$$

Соответственно $C_1 = C_2 = \frac{b}{2a^2}$.

Уравнение (7) с учетом замены (5) будет:

$$x(t) = \frac{g \cdot \sin \alpha + \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} \cdot \sin \alpha - f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2 \alpha} \times (8) \\ \times (e^{-\omega \cos \alpha t} + e^{\omega \cos \alpha t} - 2)$$

Перемещение частицы по оси Y. Дифференциальное уравнение перемещения частицы по кругу конусного диска можно записать:

$$d^2 y - 2 \cdot \omega \cdot \dot{y} \cdot dt + f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot dt^2 = 0,$$

$$\text{или} \quad \ddot{y} - 2 \cdot \omega \cdot \dot{y} + f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha = 0. \quad (9)$$

Решением уравнения (9) есть выражение:

$$y(t) = \frac{f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega} \cdot t + \frac{C_3}{2 \cdot \omega} \cdot e^{2 \cdot \omega t} + C_4. \quad (10)$$

где C_3 и C_4 – постоянные интегрирования.

Постоянные интегрирования находим с начальных условий перемещения частицы, при $t = 0$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$, соответственно получим:

$$y(0) = \frac{C_3}{2 \cdot \omega} + C_4; \quad C_4 = -\frac{C_3}{2 \cdot \omega};$$

$$\dot{y} = \frac{f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega} + C_3 \cdot e^{2 \cdot \omega t};$$

$$\dot{y}(0) = \frac{f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega} + C_3; \quad C_3 = -\frac{f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega}.$$

Соответственно $C_4 = \frac{f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{4 \cdot \omega^2}$.

Уравнение (10) с учетом постоянных интегрирования будет иметь вид:

$$y(t) = \frac{f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega} \cdot \left(t - \frac{e^{2 \cdot \omega t}}{2 \cdot \omega} + \frac{1}{2 \cdot \omega} \right). \quad (11)$$

Аналогично проведем несложные преобразования и решим дифференциальное уравнение перемещения частицы по оси Z.

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} + g - g \cdot \cos^2 \alpha - f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha,$$

или

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} + g \cdot \sin^2 \alpha - f_3 \cdot g \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2}. \quad (12)$$

Проинтегрируем дифференциальное уравнение (12) задавшись границами интегрирования от 0 к z и от 0 к t:

$$\int_0^z \int_0^t d^2 z = \left(\rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} + g \cdot \sin^2 \alpha - f_3 \cdot g \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \int_0^t \int_0^t dt^2 \cdot$$

В результате интегрирования получим уравнение перемещения частицы по вертикали:

$$z(t) = \sqrt{\left(\rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} + g \cdot \sin^2 \alpha - f_3 \cdot g \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2} \right)} \cdot t. \quad (13)$$

Уравнения (8), (11) и (13) составляют систему уравнений (14) для моделирования траектории перемещения частицы по конусному диску:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{g \cdot \sin \alpha + \rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} \cdot \sin \alpha - f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2 \alpha} \times \\ \times (e^{-\omega \cos \alpha t} + e^{\omega \cos \alpha t} - 2) \\ y(t) = \frac{f_3 \cdot g \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \omega} \cdot \left(t - \frac{e^{2 \cdot \omega t}}{2 \cdot \omega} + \frac{1}{2 \cdot \omega} \right) \\ z(t) = \sqrt{\left(\rho_{k1} \cdot V_{k1} \cdot \frac{g}{m} + g \cdot \sin^2 \alpha - f_3 \cdot g \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2} \right)} \cdot t \end{cases} \quad (14)$$

ВЫВОДЫ

Система уравнений (14) позволяет моделировать движение дисперсного материала по поверхности конусного диска дозатора-смесителя сыпучих компонентов корма.

Анализ аналитической зависимости показывает, что на перемещение частицы дисперсного материала влияет угловая скорость ω вращения конусного диска и угол образующей конуса α .

Аналитическая модель позволит обосновать конструктивно-технологические параметры конусного диска и технологического процесса дозирования с одновременным смешиванием сыпучих компонентов корма, что обеспечит повышения качества приготовления смеси как комбикормов так и других дисперсных смесей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Василенко П.М. 1960.** Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. – Киев: УАСХН, 283.
2. **Василенко П.М., Василенко Т.А., Богачев С.Я. 1957.** О движении семян по семяпроводам посевных машин // *Сельскохозяйственные машины*. 3-6.
3. **Смаглий В.И. 2013.** Движение материальной частицы по шероховатым дискам [Электронный ресурс] // *Научный вестник Национального университета биоресурсов и природопользования Украины*. Серия : Техника и энергетика АПК. Вып. 185(1). 117-126. (Украина) - Режим доступа: [http://nbuv.gov.ua/j-pdf/nvnu_tech_2013_185\(1\)_16.pdf](http://nbuv.gov.ua/j-pdf/nvnu_tech_2013_185(1)_16.pdf)
4. **Гевко Б.М. 2012.** Математическая модель движения зерна по движущимся поверхностям высевающих аппаратов // *Сборник научных трудов Винницкого национального аграрного университета*. № 11, т. 1 (65). 113-118. (Украина)
5. **Запка П.М. 1992.** Избранные задачи земледельческой механики. – К.: УСХА. 512.
6. **Морозов И.В., Дудин О.В. 2003.** Модель траектории движения зерна по поверхностях сельскохозяйственных машин // *Вестник Харьковского государственного технического университета сельского хозяйства “Механизация сельскохозяйственного производства”*. Вып.21. -Харьков: ХГТУСХ. 124-131. (Украина).

7. **Рогатинский Р.М. 2003.** Модель контактного взаимодействия частицы груза с рабочими поверхностями сельскохозяйственных машин // Вестник Харьковского государственного технического университета сельского хозяйства "Механизация сельскохозяйственного производства". Вып.21. - Харьков: ХГТУСХ. 222-228. (Украина).
8. **Адамчук О. 2013.** Теория разгона удобрений рассеивающим рабочим органом центробежного типа // Научни трудове на Русенския университет. – Т. 52, серия 1. С. 22-30.
9. **Адамчук В.В. 2004.** Влияние параметров и режимов работы рассеивающего органа на схождение с него частиц минеральных удобрений // Вестник аграрной науки. №12. 42-45. (Украина).
10. **Адамчук В.В. 2010.** Теория центробежных рабочих органов машин для внесения минеральных удобрений. – К.: Аграрная наука. 117.
11. **Бойко И.Г., Попов О.А. 2010.** Исследование движения частицы сыпучего корма по поверхности подающего конуса ротационного дозатора // Вестник Харьковского государственного технического университета сельского хозяйства "Современные проблемы усовершенствования технических систем и технологий в животноводстве". Вып. 95. – Харьков: ХНТНСХ. 72-77. (Украина)
12. **Райхман Д., Симонов А. 2013.** Обоснование параметров загрузочного устройства роторно-центробежной мельницы для фуражного зерна // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin – Rzeszow, №5. 123-128.
13. **Семенцов В.И., Бойко И.Г. 2015.** Методика и результаты исследований скорости схода частицы с диска центробежного смесителя // Вестник Харьковского государственного технического университета сельского хозяйства "Технические системы и технологии животноводства". Вып. 157. – Харьков: ХНТНСХ. 52-56. (Украина)
14. **Batluk V., Basov M., Klymets V. 2013.** Mathematical model for motion of weighted parts in curled flow // Econtechmod. An International Quarterly Journal –Vol. 2. № 3. 17–24
15. **Яблонский А.А. 1966.** Курс теоретической механики. Ч. II. Динамика. - М.: Высшая школа. 411.
16. **Банга В., Дмитрив В. 2007.** Теоретические исследования индивидуального раздатчика-дозатора комбикормов // Сборник научных трудов Луганского национального аграрного университета. Серия: Технические науки. № 76(99). 115-118.
17. **Садов В.В., Садовая В.А. 2009.** Обоснование параметров разгонного диска на дробилках с вертикальными валами // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. № 1 (51). 43-46.
18. **Войтюк Д.Г., Пилипака С.Ф. 2006.** Теоретические исследования движения материальных частиц в центробежных аппаратах с криволинейными лопатками и сменным кутом их подъема // Труды Таврической государственной агротехнической академии. Вып. 39. - Мелитополь: ТГАТА. 11-20.

ANALYTICAL MODELS OF PARTICLE MOTION ON THE SURFACE OF CONE OF DISK ROTARY DISPENSER-MIXER DISPERSED MATERIALS

Summary. The article deals with the problems of modeling the construction-technological parameters of the conical rotary disc dispenser-mixer of friable components for making the homogeneous feed mixture, in particular mixed fodder.

The research and mathematical functional dependences relating to the movement of the particles of friable discrete materials on the disk surface and the conical surfaces are analyzed depending on the structural and kinematic parameters of working elements of agricultural machines. The problems to be solved for the new method of dispersed components mixing are set.

Scheme of forces acting for the particle during its movement on the surface of a rotating disk cone is developed. An elementary particle as a material point, and the differential equation of motion in vector form are considered. Vector form of differential equations of motion of the particles of the friable discrete material is transferred into a system of differential equations of motion. Solution of the system of differential equations performed separately for each direction of movement of a particle.

The peculiarity of the mathematical model is the adoption of a fixed coordinate system. The origin of the coordinate system coincides with the apex of the conical disk. The X axis coincides with the disk cone generatrix, the Y axis is perpendicular to the generatrix of the cone and in the direction of rotation, the Z axis is directed vertically upwards and is coincident with the axis of rotation of the conical disc.

The system of differential equations of motion of particles solved analytically and allows to simulate the movement of the friable discrete material on the surface of the conical disc of dispenser-mixer of bulk feed ingredients, depending on the angular velocity ω of rotation of the conical disk, generatrix a cone angle α and the characteristics of the material of particle.

Analytical system of equations calculates the structurally-technological parameters of the cone disc and technological process of metering with simultaneous mixing of bulk feed ingredients that improve the quality of mixing as an animal feed and other dispersion mixtures.

Key words: cone disk, dispersible material, dispenser-mixer, angular velocity, friction coefficient, coordinate system, particle path.