

KAROL BRONISZ, ARKADIUSZ GRUCHAŁA, MICHAŁ ZASADA

## Modelowanie grubości kory wzdłuż pnia za pomocą modeli zbieżystości\*

Modelling the bark thickness along the trunk with taper models

### ABSTRACT

Bronisz K., Gruchała A., Zasada M. 2019. Modelowanie grubości kory wzdłuż pnia za pomocą modeli zbieżystości. Sylwan 163 (6): 469-478. DOI: <https://doi.org/10.26202/sylvan.2018166>.

Taper models are used to determine the diameter along the trunk and allow to determine the tree trunk volume or volume of any part of it. The paper presents the method of determining the thickness of bark along the trunk using compatible taper models. Four taper models with different levels of complexity were analyzed based on data from 13 sample plots and 39 sample trees measured in black locust (*Robinia pseudoacacia* L.) stands from west Poland. For modelling the over and under bark diameter and bark thickness along the trunk seemingly unrelated regression of independent equations was applied. During the analyzes, the logical assumption that the thickness of the bark at any place on the trunk is determined in a difference of over and under bark diameter was applied. It was found that selected models fit the shape of the trunk with different accuracy. The worst results were obtained with the use of a polynomial model. The best fit for modelling bark thickness along the trunk was characterized by variable-form taper models. However, regardless of the complexity and quality of fit to the trunk shape, all analyzed models allowed determining the bark thickness along the trunk without systematic error and with practically acceptable accuracy.

### KEY WORDS

bark thicknes, taper models, *Robinia pseudoacacia*, seemingly unrelated regression

### ADDRESSES

Karol Bronisz <sup>(1)</sup> – e-mail: karol.bronisz@wl.sggw.pl

Arkadiusz Gruchała <sup>(2)</sup> – e-mail: arkadiusz.gruchala@wl.sggw.pl

Michał Zasada <sup>(1)</sup> – e-mail: michal.zasada@wl.sggw.pl

<sup>(1)</sup> Samodzielna Pracownia Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu, SGGW w Warszawie; ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa

<sup>(2)</sup> Zakład Ekonomiki Leśnictwa, SGGW w Warszawie; ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa

## Wstęp

Zgodnie z obowiązującymi przepisami działalność Lasów Państwowych prowadzona jest na zasadzie samodzielności finansowej, co oznacza, że pokrywają one koszty swojej działalności z własnych przychodów. Głównym źródłem przychodów Lasów Państwowych jest sprzedaż drewna, w wy-

\*Badania prezentowane w niniejszej pracy zostały wykonane w ramach projektu „Repozitorium dendrometryczne, modelowanie grubości kory drewna dłużycowego oraz wzory do obliczania miąższości drewna kłodowanego i średniowy-miarowego (Kora)” przy wykorzystaniu danych zgromadzonych podczas realizacji grantu „Ekologiczne i ekonomiczne konsekwencje występowania wybranych obcych drzew leśnych w Polsce”. Obydwa projekty były finansowane przez Państwowe Gospodarstwo Leśne Lasy Państwowe.

niku której w 2017 roku uzyskano prawie 8 mld zł. Od ponad dekady Lasy Państwowe do sprzedaży drewna wykorzystują internet. U podstaw systemu sprzedaży drewna leży potrzeba transparentności wszystkich etapów, poziomów i form dla każdego z uczestników. Reguły dotyczące sprzedaży drewna są corocznie określone ogólnym zarządzeniem dyrektora generalnego Lasów Państwowych i szczegółowymi decyzjami wykonawczymi. Reguły te dotyczą zwykle kategorii nabywcy (przedsiębiorcy drzewni, osoby fizyczne) oraz rodzaju zbywanego surowca (tzw. grupy handlowo-gatunkowe). Obecnie zasadnicza sprzedaż drewna dla przedsiębiorców odbywa się za pośrednictwem Portalu Leśno-Drzewnego (PLD) w ramach sprzedaży podstawowej oraz otwartej. Na rok 2019 relacje sprzedaży dla przedsiębiorców w puli podstawowej i otwartej wynoszą odpowiednio 70 i 30%. Szczegółowe zasady sprzedaży drewna uwzględniają dodatkowo szereg kryteriów regulujących prawa i obowiązki zarówno podmiotu oferującego produkt, jak i jego nabywców. Dla sprzedaży podstawowej wymienić tu należy przede wszystkim cenę drewna, geografie zakupów, ich historię i wysokość wpłacanego wadium, zaś dla sprzedaży otwartej cenę drewna, promień zaopatrzenia i wysokość wpłacanego wadium. Oprócz sprzedaży ofertowej w PLD funkcjonują również inne kanały sprzedażowe. Klienci mogą np. nabywać drewno w ramach sprzedaży bieżącej w systemie aukcyjnym poprzez aplikację e-drewno. Sprzedaż drewna dla osób fizycznych (detaliczna) odbywa się bezpośrednio w nadleśnictwach, zgodnie z cennikiem ustalonym w tych jednostkach [Decyzja... 2018; Zarządzenie... 2018a, b].

Ponieważ sprzedaż drewna odbywa się w jednostkach netto, jednym z najważniejszych elementów procesu odbioru drewna jest określenie miąższości surowca bez kory, której podstawą jest grubość bez kory. Waga tego czynnika wynika chociażby ze skali pozyskania drewna realizowanego przez Lasy Państwowe, które w ostatnich latach przekracza 40 mln m<sup>3</sup>. Biorąc pod uwagę wspomniany poziom pozyskania, każda niedokładność w określaniu grubości, prowadząca do zaniżania lub zawyżania miąższości zbywanego drewna, ma istotne przełożenie na poziom przychodów uzyskiwanych z jego sprzedaży. Dotyczy to szczególnie podstawowych jednostek organizacyjnych Lasów Państwowych, jakimi są nadleśnictwa. Błędy w określaniu miąższości pozyskiwanego drewna stanowią również istotny problem z punktu widzenia rozliczeń Lasów Państwowych z przedsiębiorcami leśnymi realizującymi usługi pozyskania czy zrywki.

Pomiar grubości bez kory można wykonać bezpośrednio lub pośrednio. Pomiaru bezpośredniego dokonuje się przy pomocy średnicomierza w uprzednio okorowanym miejscu. W sposobie pośrednim grubość bez kory określona jest jako różnica grubości w korze i podwójnej grubości kory pomierzonej za pomocą koromierza [Bruchwald 1999]. Na możliwość określenia miąższości bez kory wpływa również sposób pozyskania drewna. W przypadku maszynowego pozyskania drewna za pomocą harwestera powstają na poboczniczy pnia uszkodzenia kory [Karaszewski i in. 2016a], co utrudnia jej pomiar, szczególnie w niektórych okresach w ciągu roku i przy małym doświadczeniu operatora [Karaszewski i in. 2018] czy w przypadku sortymentów o cieńszej korze [Karaszewski i in. 2016b].

Do określania miąższości strzały czy kłody służyć mogą modele kształtu podłużnego (modele zbieżystości). Są to funkcje matematyczne definiujące kształt krzywej morfologicznej strzały. Cecha ta umożliwia określenie miąższości dowolnego fragmentu strzały, co pozwala m.in. poznać miąższość sortymentów możliwych do uzyskania po ścięciu drzewostanu [Dudzińska 2003]. Modele te charakteryzują się dużą dokładnością, jednak na pewnych odcinkach strzały mogą powodować występowanie systematycznych błędów określania grubości, czego konsekwencją są systematyczne błędy miąższości [Socha 2004].

Jedną z grup modeli kształtu podłużnego są modele liniowe, które opisują kształt drzewa za pomocą określonej liczby grubości z różnych względnych wysokości drzewa [Socha 2002;

Socha, Kubik 2005]. Modelem liniowym, opracowanym w oparciu o 15 względnych wysokości drzewa określanych na podstawie udziału w miąższości drzewa 15 sekcji, jest pierwszy polski model kształtu podłużnego drzew opracowany przez Bruchwalda [1980], zmodyfikowany następnie przez Siekierskiego [1992] i Dudzińską [2003].

Modele nieliniowe stanowią oddzielną obszerną grupę metod, gdzie matematyczny opis kształtu podłużnego strzały tworzy się w różny sposób. Jedną z możliwości jest zastosowanie prostego równania matematycznego zakładającego stałość formy (kształtu) pnia, czyli stały wykładnik kształtu, w różnych jego częściach. Mogą to być funkcje potęgowe [Demaerschalk 1972], wielomianowe [Munro 1966; Kozak i in. 1969] czy trygonometryczne [Socha 2002]. Istnieje również możliwość zastosowania równania o zmiennym kształcie [Arias-Rodil i in. 2015], przy założeniu, że kształt podłużny zmienia się wzdłuż drzewa [Muhairwe 1999; Lee i in. 2003]. W literaturze można również znaleźć modele kształtu podłużnego złożone z kilku połączonych (sklejanych) funkcji matematycznych [Max, Burkhardt 1976].

W wielu przypadkach wykorzystuje się możliwość opracowania kompatybilnych modeli kształtu podłużnego drzew poprzez zastosowanie modelu o równaniach pozornie niezależnych [Jordan i in. 2005]. Wzory te pozwalają na jednoczesne uzyskanie grubości w korze, bez kory oraz kory, a w konsekwencji odpowiednich miąższości [Corral-Rivas i in. 2017]. Modele te zachowują logiczne założenie, że grubość/miąższość kory równa jest różnicy grubości/miąższości w korze oraz bez kory.

Celem pracy było zaproponowanie sposobu określania grubości kory w dowolnym miejscu strzały lub kłody wykorzystującego modele kształtu podłużnego drzew. Postawiono hipotezę, że zastosowanie dowolnych kompatybilnych modeli zbieżności, nawet prostych i mało dokładnych w opisie kształtu strzały, pozwoli na określenie grubości kory w dowolnym miejscu na pniu z akceptowalną w praktyce dokładnością.

## Materiał i metody

TEREN BADAŃ I POWIERZCHNIE PRÓBNE. Materiał pomiarowy został zebrany w 13 drzewostanach z dominującą robinia akacjową, położonych w zachodniej Polsce na terenie nadleśnictw Sława Śląska, Sulechów (RDLP Zielona Góra) i Głogów (RDLP Wrocław) na typowych siedliskach zajmowanych przez ten gatunek (BMśw i LMśw). Powierzchnie próbne (tab. 1) zostały założone

Tabela 1.

Minimum (Min) i maksimum (Maks), średnia (M), mediana (Me) i odchylenie standardowe (SD) wieku (W [lata]), zagęszczenia (N [drzew/ha]), pierśnicowego pola przekroju (G [m<sup>2</sup>/ha]), przeciętnej pierśnicy (Dg [cm]) i wysokości (Hg [m]) powierzchni próbnych i pierśnicy w korze (D<sub>1,3</sub> [cm]), całkowitej wysokości (H [m]), grubości pnia w korze na dowolnej wysokości (D [cm]), grubości pnia bez kory na dowolnej wysokości (d [cm]) i grubości kory na dowolnej wysokości (k [cm]) dla drzew próbnych

Minimum (Min), maximum (Maks), mean (M), median (Me) and standard deviation (SD) of age (W [years]), density (N [trees/ha]), basal area over bark (G [m<sup>2</sup>/ha]), quadratic mean diameter (Dg [cm]) and average height (Hg [m]) for study plots as well as of over bark breast height diameter (D<sub>1,3</sub> [cm]), total tree height (H [m]), over bark diameter at any height (D [cm]), under bark diameter at any height (d [cm]) and bark thickness at any height (k [cm]) for sample trees

	W	N	G	Dg	Hg	D <sub>1,3</sub>	H	D	d	k
Min	16	167	10,06	11,5	9,84	8,1	7,5	0,3	0,15	0,05
Maks	85	1134	40,52	43,9	27,19	46,7	27,9	54,8	49,2	9,25
M	50	586	21,73	24,4	19,83	23,83	19,99	16,06	13,93	2,13
Me	50	507	20,53	25,2	20,25	22,35	20,5	15,3	13,30	1,8
SD	21	304	7,72	9,1	5,4	10	5,66	9,89	8,57	1,63

w ten sposób, by pomiar pierśnic obejmował co najmniej 100 żywych drzew robinii. Poza pomiarem wszystkich pierśnic na każdej powierzchni pomierzono również 25 wysokości w celu sporządzenia krzywych wysokości.

**DRZEWA PRÓBNE.** Dane dotyczące struktury drzewostanu na powierzchni próbnej stanowiły podstawę wyboru drzew próbnych przeznaczonych do ścięcia. Drzewa te wybierano z całego zakresu pierśnic. Na 13 powierzchniach próbnych ścięto po 3 drzewa próbne (łącznie 39 drzew próbnych, tab. 1). W pierwszej kolejności każde drzewo próbne podzielone zostało na metrowe sekcje, po czym na początku każdej sekcji (0 m, 1 m, 2 m ...) dokonano pomiaru grubości pnia w dwóch kierunkach w korze. W kolejnym etapie z początku każdej sekcji drzew próbnych pobrano wyrzynki, które stanowiły podstawę pomiaru grubości bez kory. W efekcie uzyskano 792 wartości grubości w korze oraz bez kory na różnych wysokościach pnia. Grubość kory na różnych wysokościach określono jako różnicę grubości w korze i bez kory. Wysokość względna pomiaru ( $WH$ ) została określona jako stosunek bezwzględnej wysokości pomiaru ( $HD$ ) i całkowitej wysokości drzewa ( $H$ ), zaś grubość względna (w korze, bez kory oraz kory) zdefiniowana została jako ilorzaz bezwzględnej grubości na danej wysokości pnia i pierśnicy w korze ( $D_{1,3}$ ).

**GRUBOŚĆ NA RÓŻNYCH WYSOKOŚCIACH PNIA.** Modele kształtu podłużnego (zbieżystości) służą do szacowania grubości pnia na dowolnej wysokości na podstawie wartości łatwo i rutynowo mierzonych w praktyce, zwykle na podstawie wysokości (długości) całkowitej, pierśnicy oraz wysokości pomiaru grubości. Istnieją co prawda rozwiązania bazujące wyłącznie na wysokości pomiaru i pierśnicy, jednak włączenie wysokości jako dodatkowej zmiennej poprawia dokładność modelu, gdyż kształt pnia zależy zarówno od zmiany wysokości, jak i grubości drzewa [Muhairwe 1999]. W niniejszej pracy zaproponowano wykorzystanie modeli zbieżystości w korze i bez kory do szacowania grubości kory na dowolnej wysokości. W celu ilustracji tego sposobu wykorzystano cztery przykładowe modele kształtu podłużnego różniące się stopniem złożoności i częstotliwością wykorzystania w praktyce:

– model potęgowy [Demaerschalk 1972]:

$$\frac{X}{D_{1,3}} = b_1 \cdot D_{1,3}^{b_2} \cdot (1-WH)^{b_3} \cdot H^{b_4} \quad [1]$$

– wielomian 4 stopnia:

$$\frac{X}{D_{1,3}} = D_{1,3} \cdot (b_1 \cdot (1-WH) + b_2 \cdot (1-WH)^2 + b_3 \cdot (1-WH)^3 + b_4 \cdot (1-WH)^4) \quad [2]$$

– model o zmiennym wykładniku kształtu według Lee i in. [2003]:

$$\frac{X}{D_{1,3}} = b_1 \cdot D_{1,3}^{b_2} \cdot (1-WH)^{b_3 \cdot WH^2 + b_4 \cdot WH + b_5} \quad [3]$$

– model o zmiennym wykładniku kształtu według Muhairwe [1999]:

$$\frac{X}{D_{1,3}} = b_1 \cdot D_{1,3}^{b_2} \cdot [1-WH]^{b_3 \cdot WH + b_4 \cdot WH^2 + \left(\frac{b_5}{WH}\right) + b_6 \cdot WH^3 + b_7 \cdot D_{1,3} + b_8 \cdot \left(\frac{D_{1,3}}{H}\right)} \quad [4]$$

gdzie:

$X$  – grubość pnia na dowolnej wysokości, odpowiednio w korze ( $D$ ), bez kory ( $d$ ) oraz kory ( $k$ ) [cm],

$D_{1,3}$  – pierśnica drzewa w korze [cm],

$WH$  – wysokość względna wzdłuż pnia obliczona jako ilorzaz całkowitej wysokości drzewa ( $H$ ) i bezwzględnej wysokości wzdłuż pnia ( $HD$ ),

$H$  – całkowita wysokość drzewa [m],  
 $b_1$ - $b_8$  – estymowane parametry równań.

Na podstawie grubości w korze, bez kory i grubości kory zbudowano model o równaniach pozornie niezależnych (seemingly unrelated regression – SUR), który zakłada, że składniki losowe poszczególnych równań układu są między sobą skorelowane, a parametry równań są estymowane łącznie przy pomocy metody najmniejszych kwadratów [Zellner 1962], w tym przypadku nieliniowej metody najmniejszych kwadratów. Ponadto estymatory SUR mają mniejsze wariancje i są skuteczniejsze niż te konstruowane przy użyciu alternatywnych metod estymacji [Parresol 1999]. Umożliwiło to uzyskanie kompleksowego modelu kształtu podłużnego pnia, kompatybilnego dla grubości pnia w korze, bez kory oraz grubości kory:

$$\begin{aligned}y_1 &= f_1(x) + \varepsilon_1 \\y_2 &= f_2(x) + \varepsilon_2 \\y &= f_1(x) - f_2(x) + \varepsilon_3\end{aligned}$$

gdzie:

$y_1$  – grubość w korze,  
 $y_2$  – grubość bez kory,  
 $y$  – grubość kory,  
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – błędy poszczególnych równań.

Uzyskane modele zostały ocenione poprzez analizę wartości miar dopasowania: współczynnika determinacji ( $R^2$ ) i średniego błędu kwadratowego (RMSE). Ponadto przy pomocy testu t-Studenta oceniono istotność różnic średnich wartości reszt analizowanych modeli dla każdej wysokości wzdłuż pnia od zera.

Obliczenia i analizy wykonano, stosując biblioteki: nls [Bates, Watts 2007], systemfit [Henningsen, Hamann 2007], ggplot2 [Wickham 2016] oraz dodatek RStudio pakietu R ([www.r-project.org](http://www.r-project.org)).

## Wyniki

Opracowane modele o równaniach pozornie niezależnych (tab. 2) umożliwiają zarówno obliczenie grubości w korze i bez kory na różnych wysokościach pnia, jak i określenie grubości kory wzdłuż pnia z różnicy grubości w korze i bez kory. Powstałe modele charakteryzują się różną jakością

**Tabela 2.**

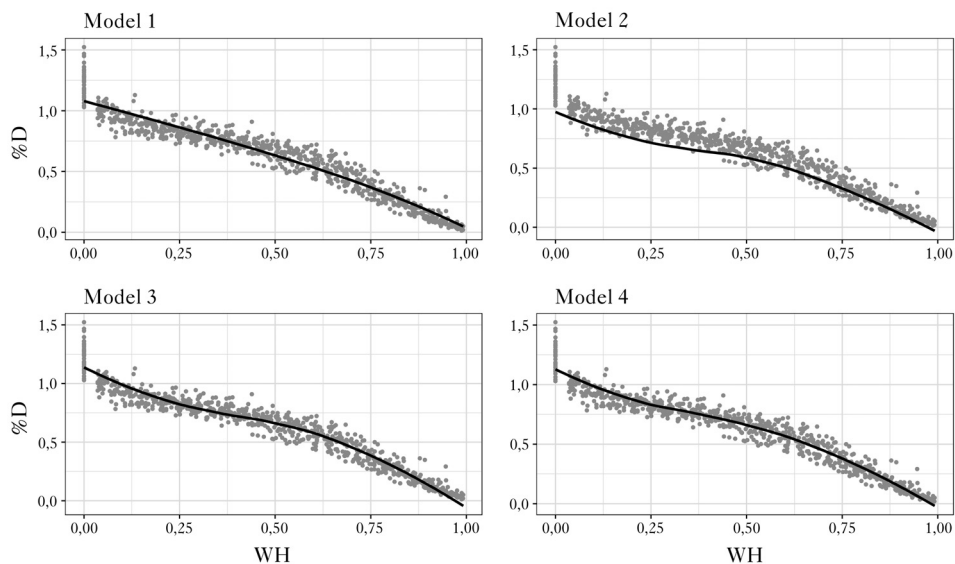
Wartości estymowanych parametrów modeli kształtu podłużnego pnia dla względnej grubości w korze (%D) oraz bez kory (%d)

Parameters for taper models estimated for relative over and under bark diameter along the trunk (%D and %d, respectively)

	Model 1		Model 2		Model 3		Model 4	
	%D	%d	%D	%d	%D	%d	%D	%d
$b_1$	1,504204	1,33929	0,0275	0,02303	1,571658	1,482901	1,25405	1,147246
$b_2$	-0,09331	-0,14658	0,16363	0,14647	-0,09558	-0,11933	-0,07448	-0,08923
$b_3$	0,766211	0,769388	-0,36196	-0,32247	3,273786	3,375337	1,159745	0,972264
$b_4$	-0,01255	0,036365	0,210859	0,18798	-4,13888	-4,28333	-2,16982	-1,83177
$b_5$					2,056048	2,110824	-0,00214	-0,00224
$b_6$							1,797433	1,606097
$b_7$							-0,00082	-0,001
$b_8$							0,077169	0,1108

dopasowania do kształtu podłużnego pnia (ryc. 1). Uzyskane miary dopasowania analizowanych modeli (tab. 3) wskazują, że w przypadku grubości w korze i bez kory modelem najlepiej odzwierciedlającym analizowane dane jest model 4. Zawiera on 8 estymowanych parametrów oraz uwzględnia 3 zmienne wyjaśniające ( $D_{1,3}$ ,  $WH$ ,  $H$ ). Z kolei dla grubości kory najlepszym dopasowaniem charakteryzuje się model 3: współczynnik determinacji jest największy (0,6476), a średni błąd kwadratowy najmniejszy wśród analizowanych modeli (0,9727). Model ten ma 5 parametrów oraz 2 zmienne niezależne ( $D_{1,3}$ ,  $WH$ ).

W celu bardziej szczegółowej oceny dokładności określania grubości kory przeprowadzono analizę reszt zbudowanych modeli. Ocena ta umożliwiła odnalezienie ważnych prawidłowości z punktu widzenia praktycznego zastosowania danego modelu. Największe odchylenia grubości kory wzdłuż pnia są mniejsze od 3 cm, a większość błędów określania grubości kory nie prze-



Ryc. 1.

Zmiana względnej grubości w korze (%D) w zależności od względnej wysokości wzdłuż pnia (WH) według opracowanych modeli (czarna linia) w odniesieniu do danych empirycznych (szare kropki)

Changes of relative over bark diameter (%D) in relation to relative height along the trunk (WH) according to developed models (black line) against empirical data (grey dots)

Tabela 3.

Miary dopasowania ( $R^2$  – współczynnik determinacji, RMSE – średni błąd kwadratowy) analizowanych modeli kształtu podłużnego pnia dla grubości w korze (D), bez kory (d) oraz grubości kory (k)

Goodness-of-fit measures ( $R^2$  – coefficient of determination, RMSE – root mean square error) for the analyzed taper models for over and under bark diameter along trunk (D and d, respectively) and bark thickness along trunk (k)

		Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
D	$R^2$	0,9601	0,4987	0,9718	0,9743
	RMSE	1,9794	7,0164	1,6638	1,5898
d	$R^2$	0,9561	0,4886	0,9685	0,9727
	RMSE	1,7995	6,1417	1,5251	1,4195
k	$R^2$	0,6386	0,3684	0,6476	0,6411
	RMSE	0,9850	1,3023	0,9727	0,9816

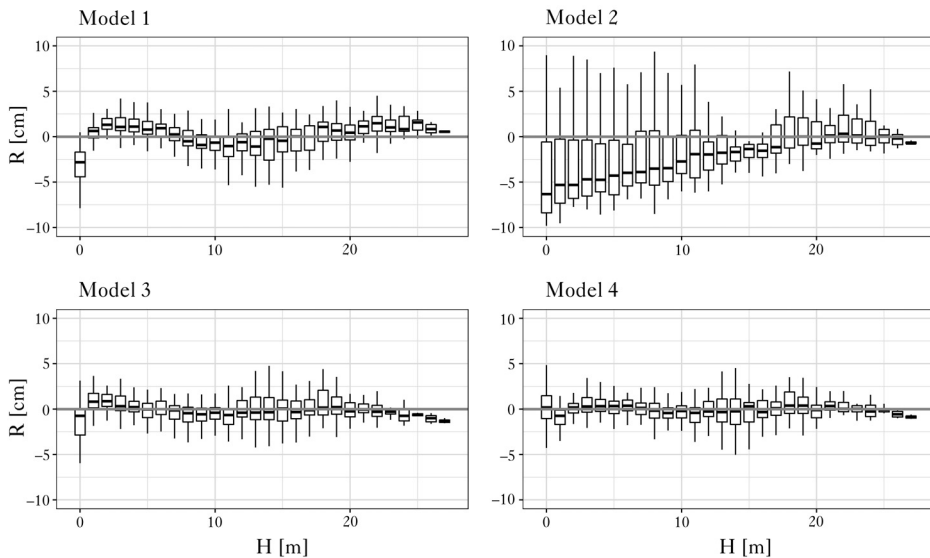
kracza wartości 1 cm (ryc. 3). W przypadku modelu 2 mediana reszt dla grubości w korze jest do wysokości 20 metrów mniejsza od zera, co oznacza, że przewidywane wartości na tym odcinku są mniejsze od wartości rzeczywistych (ryc. 2). Ponadto w modelu 1 mediana reszt oscyluje wokół zera. Można znaleźć fragmenty pnia, w których reszty są zarówno mniejsze, jak i większe od zera. Przebieg reszt modeli 3 i 4 wzdłuż pnia jest najbardziej stabilny – mediana reszt jest zbliżona do zera na całej długości pnia.

Analiza reszt umożliwia ponadto oszacowanie błędu systematycznego określania grubości kory przy pomocy modelu. Zestawienie ocenianych modeli wskazuje, że różnią się one między sobą (ryc. 3), jednak test t-Studenta wykazał brak istotnych różnic pomiędzy średnimi wartościami reszt dla poszczególnych wysokości wzdłuż pnia a zerem w przypadku modeli 2, 3 i 4. Model 1 cechuje się resztami istotnie różnymi od zera na wysokości 22, 23 i 24 m (ryc. 3).

## Dyskusja

Modele kształtu podłużnego służą przede wszystkim do określania grubości pnia drzewa na różnych wysokościach czy w różnych odległościach od podstawy pnia [Socha 2002], ale mogą być wykorzystywane również do szacowania miąższości sortymentów [Dudzińska 2003] czy grubości kory na różnych wysokościach względnych [Laasasenaho i in. 2005]. W niniejszej pracy zaproponowano sposób wykorzystania modeli zbieżystości do określania grubości kory wzdłuż pnia przy wykorzystaniu właściwości modeli kompatybilnych, czyli takich, w których (w przypadku analizowania pni drzew) grubość kory jest naturalną (logiczną) różnicą między grubością w korze i bez kory. Kompatybilność takich modeli można m.in. uzyskać, stosując regresję o równaniach pozornie niezależnych [Zellner 1962].

Różne typy modeli charakteryzują się różną przydatnością do opisu kształtu podłużnego pni drzew. Najprostsze funkcje, tj. zakładające stałość formy (kształtu) drzewa, charakteryzują

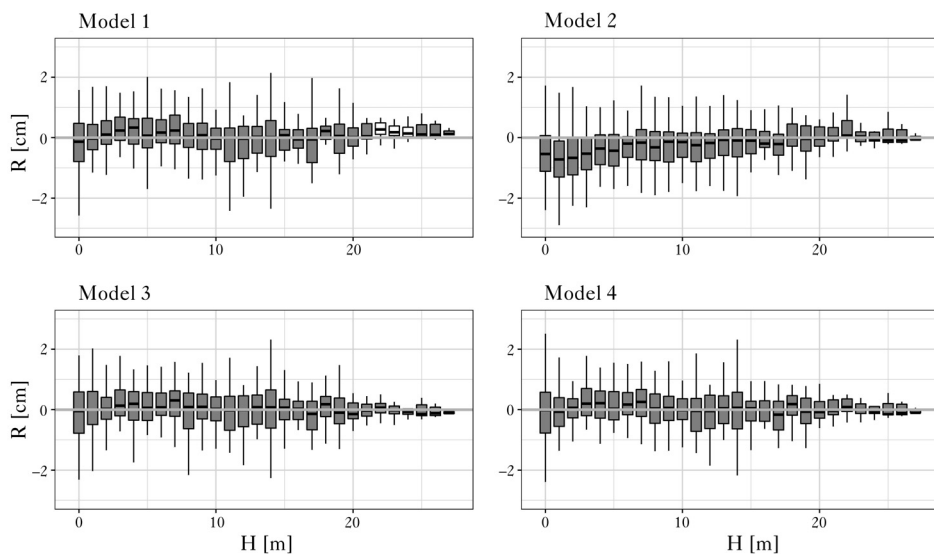


Ryc. 2.

Reszty (R) dla uzyskanych modeli dla grubości w korze wzdłuż pnia w zależności od wysokości (H)  
 Residuals (R) for analyzed models for over bark diameter along trunk in relation to tree height (H)

Ramka ograniczona jest pierwszym i trzecim kwartyłem oraz zawiera w sobie medianę. Wąsy wykresu wskazują wartości maksymalne i minimalne

Boxes are defined by the first quartile and third quartile, and contain median inside. Whiskers show maximum and minimum values



Ryc. 3.

Istotność reszt (R) dla uzyskanych modeli dla grubości w korze wzdłuż pnia w zależności od wysokości (H) Significance of the residuals (R) for analyzed models for over bark diameter along trunk in relation to tree height (H)

Szare pola oznaczają brak istotnej różnicy pomiędzy średnią wartością reszt dla danej wysokości wzdłuż pnia a zerem. Ramka ograniczona jest pierwszym i trzecim kwartyłem i zawiera w sobie medianę. Wąsy wykresu wskazują wartości maksymalne i minimalne Grey boxes define mean residuals for each height on trunk as no significant differed from zero. Boxes are defined by the first quartile and third quartile, and contain median inside. Whiskers show maximum and minimum values

się najmniejszą dokładnością. Dotyczy to w szczególności wielomianu (model 2), który okazuje się zbyt prosty, by opisać skomplikowaną formę kształtu strzały. Lepszym dopasowaniem charakteryzuje się model 1 – stosunkowo prosta funkcja potęgowa opisana przez Demaerschalka [1972]. Autor ten wykazał większą dokładność tego modelu dla 16 gatunków drzew rosnących w Kolumbii Brytyjskiej niż modelu zaproponowanego przez Kozaka i in. [1969]. Model ten dość dobrze dopasowuje się do danych, często lepiej niż inne proste funkcje. Potwierdzili to m.in. Sakici i in. [2008] w przypadku jodły Bornmüllera (*Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana*) w Turcji. W swojej pracy autorzy porównali 31 funkcji o różnej postaci (wielomian, modele o zmiennym wykładniku kształtu, modele złożone z kilku funkcji matematycznych), ostatecznie rekomendując model 1 do praktycznego zastosowania w regionie czarnomorskim Turcji. Z drugiej strony funkcja 1 nie znalazła się zestawieniu modeli odpowiednich dla sosny nadmorskiej (*Pinus pinaster*) [Rojo 2005] – z powodu swojej niskiej dokładności.

Modele 3 i 4, o bardziej złożonej postaci, są tworzone przy założeniu, że drzewo ma różny kształt pnia w różnych swoich częściach (neiloida w dolnej części, paraboloida lub walec w części środkowej, stożek w części wierzchołkowej [Kozak 1988; Bruchwald 1999]). Dokładność tego rodzaju rozwiązań (model 3) oceniana była podczas badań *Pinus densiflora* położonych w środkowo-wschodnim regionie Korei. Uzyskane wyniki wskazały m.in. na zbliżoną dokładność tego modelu (współczynnik determinacji dla *P. densiflora* wyniósł 0,9715). Model ten został również objęty badaniami Rojo i in. [2005], jednak ze względu na niezadowalającą dokładność został wykluczony (jak również model 1).

Badania modeli kształtu podłużnego drzew dla *Quercus variabilis* [Zheng i in. 2017] są ważnym głosem w dyskusji dotyczącej porównania stosowanych rozwiązań. Autorzy wskazują, że równania uwzględniające różny kształt pnia (modele 3 i 4) zapewniają bardziej elastyczny opis



kształtu podłużnego niż proste modele, szczególnie w dolnej części pnia. Jednakże z punktu widzenia szerszego zastosowania wadą modeli złożonych jest fakt, że nie mogą być one analitycznie całkowane w celu określenia miąższości pnia lub jego części [Diéguez-Aranda i in. 2006]. Ponadto Zheng i in. [2017] uważają, że złożoność tych modeli może stanowić przyczynę niewłaściwego ich stosowania w praktyce leśnej.

Niezależnie od funkcji użytej do modelowania zbieżystości, a co za tym idzie – niezależnie od stopnia dopasowania uzyskanych modeli do kształtu podłużnego pnia, uzyskane przy pomocy zaproponowanego sposobu wynikowe grubości kory charakteryzują się dużą dokładnością. Największe odchylenia modelowanej i rzeczywistej grubości kory są mniejsze od 3 cm, a większość błędów grubości kory nie przekracza wartości 1 cm. Ponadto w większości przypadków średnia arytmetyczna uzyskanych błędów jest nieistotnie różna od zera, co wskazuje na brak błędu systematycznego. Oczywiście generalnie im dokładniejsze modele kształtu podłużnego, tym dokładniejsze szacowanie grubości kory, ale każdy z testowanych w tej pracy modeli można byłoby zastosować w praktyce. Jest to jednak możliwe tylko w przypadku użycia modeli kompatybilnych, tzn. takich, które zbudowane są przy logicznym założeniu, że grubość kory jest różnicą grubości w korze i bez kory.

## Podsumowanie

Opracowane modele kształtu podłużnego drzew (zbieżystości) umożliwiają określanie grubości w korze bez kory oraz grubości kory na dowolnej wysokości pnia, a w konsekwencji pozwalają na określenie odpowiedniej miąższości strzały lub jej dowolnej części. Analizowane modele charakteryzują się różnym poziomem skomplikowania oraz dokładnością uzyskiwanych grubości. Niezależnie od stopnia dopasowania uzyskanych modeli do kształtu podłużnego pnia modelowana grubość kory w dowolnym miejscu na pniu charakteryzuje się dużą dokładnością. Każdy z testowanych w tej pracy modeli można zastosować w praktyce. Jest to jednak możliwe tylko w przypadku użycia modeli kompatybilnych, czyli opracowanych przy logicznym założeniu, że grubość kory jest różnicą grubości w korze i bez kory.

## Literatura

- Arias-Rodil M., Castedo-Dorado F., Cámara-Obregón A., Diéguez-Aranda U. 2015. Fitting and Calibrating a Multilevel Mixed-Effects Stem Taper Model for Maritime Pine in NW Spain. *PLOS ONE* 10 (12).
- Bates D., Watts D. G. 2007. *Nonlinear Regression Analysis and Its Applications*. Wiley.
- Bruchwald A. 1980. Wykorzystanie badań nad pełnością strzał do budowy tablic zbieżystości dla drzewostanów sosnowych. *Folia Forestalia Polonica. Seria A, Forestry* 24: 101-109.
- Bruchwald A. 1999. *Dendrometria*. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Corral-Rivas J., Vega-Nieva D., Rodríguez-Soalleiro R., López-Sánchez C., Wehenkel C., Vargas-Larreta B., Álvarez-González J., Ruiz-González A. 2017. Compatible System for Predicting Total and Merchantable Stem Volume over and under Bark, Branch Volume and Whole-Tree Volume of Pine Species. *Forests* 8 (417).
- Decyzja nr 164 Dyrektora Generalnego Lasów Państwowych z dnia 7 września 2018 roku w sprawie zmiany decyzji nr 137 Dyrektora Generalnego Lasów Państwowych z dnia 28 czerwca 2018 roku w sprawie wartościowania ofert oraz regulaminów poszczególnych procedur sprzedaży drewna w PGL LP. 2018. ZM 800.23.2018.
- Demaerschalk J. P. 1972. Converting Volume Equations to Compatible Taper Equations. *Forest Science* 18: 241-245.
- Diéguez-Aranda U., Castedo-Dorado F., Álvarez-González J. G., Rojo A. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 36 (5): 1190-1205.
- Dudzińska M. 2003. Model udziałów miąższości poszczególnych części strzały dla buka górskiego i nizinnego. *Sylvan* 147 (4): 28-37. DOI: <https://doi.org/10.26202/sylvan.2003038>.
- Henningsen A., Hamann J. D. 2007. systemfit: A package for estimating systems of simultaneous equations in R. *Journal of Statistical Software* 23: 1-40.
- Jordan L., Berenhaut K., Souter R., Daniels R. F. 2005. Parsimonious and Completely Compatible Taper, Total, and Merchantable Volume Models. *Forest Science* 51: 578-584.

- Karaszewski Z., Łacka A., Bembenek M., Mederski P. S. 2016a. Rozmiar uszkodzeń i strat olszowego drewna luszczarskiego pozyskanego harwesterem Valmet 911.4 z głowicą 360.2. Sylwan 160 (12): 1002-1009. DOI: <https://doi.org/10.26202/sylvan.2016060>.
- Karaszewski Z., Łacka A., Mederski P. S., Noskowiak A., Bembenek M. 2016b. Damage Caused by Harvester Head Feed Rollers to Alder, Pine and Spruce. Drewno 59 (197): 77-88.
- Karaszewski Z., Łacka A., Mederski P. S., Bembenek M. 2018. Impact of Season and Harvester Engine RPM on Pine Wood Damage from Feed Roller Spikes. Croatian Journal of Forest Engineering 39 (2): 183-191.
- Kozak A. 1988. A variable-exponent taper equation. Canadian Journal of Forest Research 18 (11): 1363-1368.
- Kozak A., Munro D. D., Smith J. H. G. 1969. Taper Functions and their Application in Forest Inventory. The Forestry Chronicle 45 (4): 278-283.
- Laasasenaho J., Melkas T., Aldén S. 2005. Modelling bark thickness of *Picea abies* with taper curves. Forest Ecology and Management 206 (1-3): 35-47.
- Lee W.-K., Seo J.-H., Son Y.-M., Lee K.-H., von Gadow K. 2003. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. Forest Ecology and Management 172 (1): 69-77.
- Max T. A., Burkhart H. E. 1976. Segmented Polynomial Regression Applied to Taper Equations. Forest Science 22 (3): 283-289.
- Muhairwe C. K. 1999. Taper equations for *Eucalyptus pitularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. Forest Ecology and Management 113 (2): 251-269.
- Munro D. D. 1966. The distribution of log size and volume within trees. A preliminary investigation. Faculty of Forestry, University of British Columbia.
- Parresol B. R. 1999. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. Forest Science 45 (4): 573-593.
- Rojó A., Perales X., Sanchez-Rodriguez F., Alvarez-Gonzalez J. G., von Gadow K. 2005. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). European Journal of Forest Research 124: 177-186.
- Sakici O. E., Misir N., Yavuz H., Misir M. 2008. Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. Scandinavian Journal of Forest Research 23 (6): 522-533.
- Siekierski K. 1992. Model zbieżystości strzał sosen. Sylwan 136 (10): 43-51.
- Socha J. 2002. A taper model for Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.). Electronic Journal of Polish Agricultural Universities 5.
- Socha J. 2004. Zastosowanie trygonometrycznego modelu zbieżystości do określania kształtu strzał świerka. Sylwan 148 (4): 3-10. DOI: <https://doi.org/10.26202/sylvan.2004085>.
- Socha J., Kubik I. 2005. Model zbieżystości strzał dla górskich drzewostanów świerkowych średnich klas wieku. Sylwan 149 (1): 42-52. DOI: <https://doi.org/10.26202/sylvan.9200414>.
- Wickham H. 2016. ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis. Springer, New York.
- Zarządzenie nr 44 Dyrektora Generalnego Lasów Państwowych z dnia 28 czerwca 2018 roku, w sprawie zasad sprzedaży drewna w Państwowym Gospodarstwie Leśnym Lasy Państwowe. 2018a. ZM 800.19.2018.
- Zarządzenie nr 66 Dyrektora Generalnego Lasów Państwowych z dnia 7 września 2018 roku, w sprawie zmiany zarządzenia nr 44 zasad Dyrektora Generalnego Lasów Państwowych w sprawie zasad sprzedaży drewna w Państwowym Gospodarstwie Leśnym Lasy Państwowe na 2016 rok. 2018b. ZM 800.22.2018.
- Zellner A. 1962. An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. Journal of American Statistical Association 57: 348-368.
- Zheng C., Wang Y., Jia L., Mason E.G., We S., Sun C., Duan J. 2017. Compatible taper-volume models of *Quercus variabilis* Blume forests in north China. IForest – Biogeosciences and Forestry 10 (3): 567 -575.