

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА ПУСКА КОВШОВОГО ЭЛЕВАТОРА ПО КИНЕМАТИЧЕСКОМУ КРИТЕРИЮ С УЧЕТОМ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ЗАЧЕРПЫВАНИИ

Вячеслав Ловеikin, Виталий Бортун

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины
Украина, г. Киев, ул. Героев Обороны, 15

Аннотация. Приведен способ уменьшения колебаний элементов ленточных ковшовых элеваторов во время переходных процессов путем оптимизации режима пуска приводного механизма по кинематическому критерию с учетом сил сопротивления, которые возникают при зачерпывании транспортируемого материала.

Ключевые слова: динамическая модель, математическая модель, ковшовый элеватор, конвейер, оптимизация.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Во время работы ковшового элеватора, особенно на участках переходных процессов (пуск, торможение или стопорение), в элементах конвейера возникают колебания, которые приводят к повышению динамических нагрузок в элементах приводного механизма и тягового органа. Это приводит к накоплению утомительных напряжений в конструкции элеватора и, как следствие, преждевременному его разрушению, усложняет технологический процесс перегрузки сыпучих материалов (осыпание, повреждение и т.п.), а также отрицательно влияет на безопасную эксплуатацию конвейера в целом.

Решить эту проблему возможно путем оптимизации режима движения ковшового элеватора на участках переходных процессов. Это позволит минимизировать колебания элементов конструкции.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для оптимизации режимов движения механических систем используют разные математические методы: динамического программирования [1], принципа максимума [2], вариационного исчисления [5-8, 14] и ряда других [9, 20].

Принцип максимума Л.С. Понтрягина особенно важен в системах управления с максимальным быстродействием и минимальной затратой энергии, где применяется управление релейного типа, принимающее крайние, а не промежуточные значения на допустимом интервале управления [2, 3]. Использование такого метода более характерно для грузоподъемных машин при перегрузочных операциях, нежели для конвейерных систем. Основным недостатком принципа является релейный характер изменения управляющего усилия, который может вызывать значительные динамические нагрузки в элементах приводного механизма и конструкции [10].

В работе [11] задача оптимизации пусковых режимов сводится к нахождению минимального времени пуска конвейера при разных ограничениях (по прочности ленты; по отсутствию пробуксовки ленты по барабану; по максимальному моменту электродвигателя). Однако в расчете использованы статические показатели конвейера, что неизбежно ведет к увеличению времени пуска. Поэтому наиболее приемлемым методом для устранения колебаний в элементах ковшового элеватора есть вариационное исчисление [6], так как при решении задачи в конечном результате получим плавные

функции изменения кинематических характеристик.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы заключается в уменьшении колебаний элементов ковшового элеватора путем оптимизации режима пуска приводного механизма по кинематическому критерию среднеквадратического отклонения ускорений центров масс с учетом сил сопротивления, возникающих при зачерпывании.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для оптимизации режима пуска ковшового элеватора использована трехмассовая динамическая модель (рис. 1).

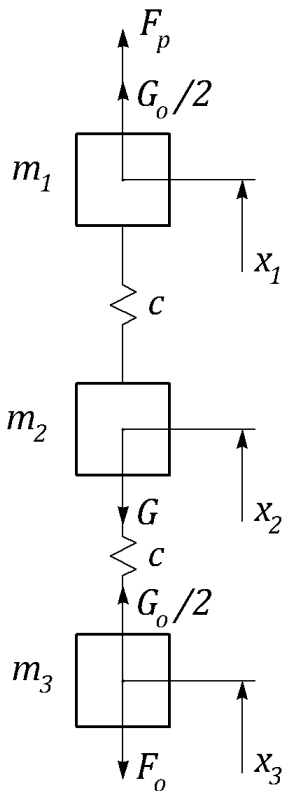


Рис. 1. Расчетная модель ковшового элеватора

На этом рисунке приняты такие обозначения: m_1 – приведенная к оси тягового органа на рабочей ветви конвейера масса приводного механизма, половина незагруженных ковшей с частью ленты и приводного барабана; m_2 – приведенная к

оси тягового органа масса загруженных ковшей с частью ленты; m_3 – приведенная к оси тягового органа на рабочей ветви конвейера масса второй половины незагруженных ковшей с частью ленты и натяжного барабана; x_1, x_2, x_3 – координаты центров масс соответственно m_1, m_2, m_3 , которые приняты за обобщенные координаты; F_∂ – движущая сила приводного механизма, приведенная к оси тягового органа на рабочей ветви конвейера; F_c – сила сопротивления зачерпыванию груза, приведенная к оси тягового органа рабочей ветви; G_0 – вес незагруженных ковшей с частью ленты; G – вес загруженных ковшей с частью ленты; c – жесткость половины ленты рабочей ветви.

Используя для данной динамической модели принцип Д'Аламбера, получим систему дифференциальных уравнений движения ковшового элеватора:

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_\partial + \frac{G_0}{2} - c(x_1 - x_2);$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = c(x_1 - x_2) - c(x_2 - x_3) - G; \quad (1)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 = c(x_2 - x_3) + \frac{G_0}{2} - F_n.$$

Здесь сила сопротивления определяется зависимостью [19]:

$$F_n = f m_{\text{кл}} \frac{\dot{x}_3}{R_2} R_3, \quad (2)$$

где f – коэффициент, который учитывает потери на трение, $m_{\text{кл}}$ – масса клина, который возникает перед ковшом при зачерпывании материала.

С третьего уравнения системы (1) выразим координату центра масс приведенных масс ковшей с грузом через координату x_3 :

$$x_2 = x_3 + \frac{m_3}{c} \ddot{x}_3 + f \frac{m_{\text{кл}} R_3}{c R_2} \dot{x}_3 - \frac{G_0}{2c}. \quad (3)$$

Возьмем первую и вторую производные по времени из выражения (2), в результате чего будем иметь:

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_3 + \frac{m_3}{c} \ddot{x}_3 + f \frac{m_{\text{кл}} R_3}{c R_2} \ddot{x}_3;$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_3 + \frac{m_3}{c} \dddot{x}_3 + f \frac{m_{\text{кл}} R_3}{c R_2} \ddot{x}_3. \quad (4)$$

В качестве критерия оптимальности используем среднеквадратическое отклонение ускорений центров масс приведенных масс m_2 и m_3 на протяжении пуска конвейера.

$$I_{23} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3)^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

где t_1 – продолжительность процесса пуска, $(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3)^2$ – среднеквадратическое отклонение ускорений.

Используя вторую зависимость системы (4), получим конечное выражение критерия (5):

$$I_{23} = \left[\frac{1}{c^2 t_1} \int_0^{t_1} \left[m_3 x_3 + f m_{\ddot{e}\ddot{e}} \frac{R_3}{R_2} \ddot{x}_3 \right]^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Минимизировать критерий (6) можно только путем минимизации его интегральной части, поскольку параметры m_3 , c и t_1 за период пуска остаются постоянными величинами.

Условием минимума интегральной части критерия (6) служит уравнение Эйлера-Пуассона [12-14], решение которого

$$\begin{aligned} x_3 = & (e^{-kt} (-120e^{k(2t+t_1)} t_1^2 (-3 + kt_1) - 120e^{kt_1} t_1^2 (3 + kt_1) + e^{k(t+2t_1)} (12k^3 t^5 - \\ & - 12k^3 t^4 (5 + kt)t_1 + 3(-120 + kt(120 + kt(-60 + kt(20 + kt(15 + \\ & + kt))))t_1^2 - 10k(-24 + kt(24 + kt(-2 + kt)(6 + kt)))t_1^3 + 10k^2 \times \\ & \times (-6 + kt(6 + kt(-3 + kt)))t_1^4) + e^{kt} (12k^3 t^5 + 12k^3 t^4 (-5 + kt)t_1 + \\ & + 3(120 + kt(120 + kt(60 + kt(20 + kt(-15 + kt))))t_1^2 + 10k(24 + \\ & + kt(24 - kt(-6 + kt)(2 + kt)))t_1^3 + 10k^2 (6 + kt(6 + kt(3 + kt)))t_1^4) + \\ & + 60e^{2kt_1} t_1^2 (6 + kt_1 (-4 + kt_1)) - 60e^{2kt} t_1^2 (6 + kt_1 (4 + kt_1)) + 2e^{k(t+t_1)} k \times \\ & \times (k^4 t^4 (3t - 5t_1)t_1^2 + 120t_1^2 (-3t + t_1) - 12k^2 t^2 (t^3 - 5t^2 t_1 + 5tt_1^2 - \\ & - 5t_1^3)))v) / (5kt_1^2 (12 + kt_1 (6 + kt_1) - e^{kt_1} (12 + kt_1 (-6 + kt_1)))^2). \end{aligned} \quad (10)$$

Найденная функция x_3 описывает оптимальный закон движения третьей приведенной массы конвейера, который отвечает минимуму среднеквадратического отклонения ускорений центров масс второй и третьей приведенной масс.

представляется дифференциальным уравнением восьмого порядка:

$$x_3 - f^2 \frac{m_{\ddot{e}\ddot{e}}^2 R_3^2}{m_3^2 R_2^2} x_3 = 0. \quad (7)$$

Решать такое уравнение удобно в программе Mathematica 8.0, которая позволяет искать символьные решения дифференциальных уравнений [15-18]. Для нахождения необходимой функции зададим начальные и конечные условия движения:

$$\begin{cases} x_2 = x_3 = 0; \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0, & \text{ï ðè } t = 0; \\ x_2 = x_3; \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = v; \ddot{x}_2 = \ddot{x}_3, & \text{ï ðè } t = t_1; \end{cases} \quad (8)$$

где v – линейная скорость движения ленты на участке устойчивого движения.

Используя зависимости (3) и (4), сведем систему краевых условий (8) к координате x_3 и ее производных, в результате чего получим:

$$\begin{cases} x_3 = 0; \dot{x}_3 = 0; \ddot{x}_3 = 0; \ddot{x}_3 = 0, & \text{ï ðè } t = 0; \\ \dot{x}_3 = v; \ddot{x}_3 = 0; \ddot{x}_3 = 0; x_3 = 0, & \text{ï ðè } t = t_1. \end{cases} \quad (9)$$

Опустим промежуточные преобразования и запишем функцию, которая является решением уравнения (7) при краевых условиях (9):

Используя зависимость (3) и взяв необходимые производные по времени из выражения (10), найдем закон движения второй приведенной массы, который отвечает оптимальному режиму пуска

конвейера соответственно принятому выше критерию:

$$\begin{aligned}
 x_2 = & (12e^{-kt} km_3(-2e^{k(2t+t_1)} t_1^2(-3 + kt_1) - 2e^{kt} t_1^2(3 + kt_1) + e^{k(t+2t_1)} \times \\
 & \times (4kt^3 - 4kt^2(3 + kt)t_1 + (-6 + kt(6 + kt(9 + kt)))t_1^2 - 2k(-2 + kt(2 + \\
 & + kt))t_1^3 + k^2(-1 + kt)t_1^4) + e^{kt} (4kt^3 + 4kt^2(-3 + kt)t_1 + (6 + kt(6 + \\
 & + kt(-9 + kt)))t_1^2 + 2k(2 + kt(2 - kt))t_1^3 + k^2(1 + kt)t_1^4) + e^{2kt_1} t_1^2 (6 + \\
 & + kt_1(-4 + kt_1)) - e^{2kt} t_1^2 (6 + kt_1(4 + kt_1)) + 2e^{k(t+t_1)} k(-6tt_1^2 + 2t_1^3 + \\
 & + t^2 t_1(12 - k^2 t_1^2) + t^3(-4 + k^2 t_1^2)))v) / (ct_1^2(12 + kt_1(6 + kt_1) - e^{kt_1} \times \\
 & \times (12 + kt_1(-6 + kt_1)))^2) + (e^{-kt} (-120e^{k(2t+t_1)} t_1^2(-3 + kt_1) - 120e^{kt_1} \times \\
 & \times t_1^2(3 + kt_1) + e^{k(t+2t_1)} (12k^3 t^5 - 12k^3 t^4(5 + kt)t_1 + 3(-120 + kt(120 + \\
 & + kt(-60 + kt(20 + kt(15 + kt))))t_1^2 - 10k(-24 + kt(24 + kt(-2 + kt) \times \\
 & \times (6 + kt)))t_1^3 + 10k^2(-6 + kt(6 + kt(-3 + kt)))t_1^4) + e^{kt} (12k^3 t^5 + 12k^3 \times \\
 & \times t^4(-5 + kt)t_1 + 3(120 + kt(120 + kt(60 + kt(20 + kt(-15 + kt))))t_1^2 + \\
 & + 10k(24 + kt(24 - kt(-6 + kt)(2 + kt)))t_1^3 + 10k^2(6 + kt(6 + kt(3 + \\
 & + kt)))t_1^4) + 60e^{2kt_1} t_1^2 (6 + kt_1(-4 + kt_1)) - 60e^{2kt} t_1^2 (6 + kt_1(4 + kt_1)) + \\
 & + 2e^{k(t+t_1)} k(k^4 t^4(3t - 5t_1)t_1^2 + 120t_1^2(-3t + t_1) - 12k^2 t^2(t^3 - 5t^2 t_1 + 5t \times \\
 & \times t_1^2 - 5t_1^3)))v) / (5kt_1^2(12 + kt_1(6 + kt_1) - e^{kt_1} (12 + kt_1(-6 + kt_1)))^2) + \\
 & + \frac{1}{2cR_2^2 t_1^{12}} 2fm_{\text{ев}} R_3 t^6 (10t^3 - 36t^2 t_1 + 45tt_1^2 - 20t_1^3)^2 v^2 - G_o R_2^2 t_1^{12}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Со второго уравнения системы производные, определим (1) с учетом зависимостей (10) и (11), оптимальный режим движения первой при этом найдя необходимые приведенной массы:

$$\begin{aligned}
 x_1 = & \frac{1}{c} (G + (e^{-kt} (c^2 v R_2^2 t_1^{10} (-120e^{k(2t+t_1)} t_1^2(-3 + kt_1) - 120e^{kt_1} t_1^2(3 + \\
 & + kt_1) + e^{k(t+2t_1)} (12k^3 t^5 - 12k^3 t^4(5 + kt)t_1 + 3(-120 + kt(120 + kt \times \\
 & \times (-60 + kt(20 + kt(15 + kt))))t_1^2 - 10k(-24 + kt(24 + kt(-2 + kt) \times \\
 & \times (6 + kt)))t_1^3 + 10k^2(-6 + kt(6 + kt(-3 + kt)))t_1^4) + e^{kt} (12k^3 t^5 + 12 \times \\
 & \times k^3 t^4(-5 + kt)t_1 + 3(120 + kt(120 + kt(60 + kt(20 + kt(-15 + kt)))) \times \\
 & \times t_1^2 + 10k(24 + kt(24 - kt(-6 + kt)(2 + kt)))t_1^3 + 10k^2(6 + kt(6 + kt \times \\
 & \times (3 + kt)))t_1^4) + 60e^{2kt_1} t_1^2 (6 + kt_1(-4 + kt_1)) - 60e^{2kt} t_1^2 (6 + kt_1(4 + kt_1)) + \\
 & + 2e^{k(t+t_1)} k(k^4 t^4(3t - 5t_1)t_1^2 + 120t_1^2(-3t + t_1) - 12k^2 t^2(t^3 - 5t^2 t_1 + 5tt_1^2 - \\
 & - 5t_1^3))) + 5ck(-24e^{k(2t+t_1)} kv(m_2 + 2m_3)R_2^2 t_1^{12}(-3 + kt_1) - 24e^{kt_1} kv(m_2 +
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 & +2m_3)R_2^2t_1^{12}(3+kt_1)+12e^{2kt_1}kv(m_2+2m_3)R_2^2t_1^{12}(6+kt_1(-4+kt_1))- \\
 & -12e^{2kt_1}kv(m_2+2m_3)R_2^2t_1^{12}(6+kt_1(4+kt_1))+2e^{k(t+t_1)}(G_0R_2^2t_1^{12}(144- \\
 & -12k^2t_1^2+k^4t_1^4)+2v(6k^2(m_2+2m_3)R_2^2t_1^{10}(-4t^3+12t^2t_1+t(-6+k^2\times \\
 & \times t^2)t_1^2+(2-k^2t^2)t_1^3)-fRt^6vm_{\ddot{e}\ddot{e}}(10t^3-36t^2t_1+45tt_1^2-20t_1^3)^2(144- \\
 & -12k^2t_1^2+k^4t_1^4))) + e^{k(t+2t_1)}(-G_0R_2^2t_1^{12}(12+kt_1(-6+kt_1))^2+2v(6k(m_2+ \\
 & +2m_3)R_2^2t_1^{10}(4kt^3-4kt^2(3+kt)t_1+(-6+kt(6+kt(9+kt)))t_1^2-2k(-2+ \\
 & +kt(2+kt))t_1^3+k^2(-1+kt)t_1^4)+fRt^6vm_{\ddot{e}\ddot{e}}(10t^3-36t^2t_1+45tt_1^2- \\
 & -20t_1^3)^2(12+kt_1(-6+kt_1))^2)) + e^{kt}(-G_0R_2^2t_1^{12}(12+kt_1(6+kt_1))^2+ \\
 & +2v(6k(m_2+2m_3)R_2^2t_1^{10}(4kt^3+4kt^2(-3+kt)t_1+(6+kt(6+kt(-9+ \\
 & +kt)))t_1^2+2k(2+kt(2-kt))t_1^3+k^2(1+kt)t_1^4)+fRt^6vm_{\ddot{e}\ddot{e}}(10t^3- \\
 & -36t^2t_1+45tt_1^2-20t_1^3)^2(12+kt_1(6+kt_1))^2))) + 60kvm_2(-2e^{k(2t+t_1)}\times \\
 & \times k^3m_3R_2^2t_1^{12}(-3+kt_1)-2e^{kt_1}k^3m_3R_2^2t_1^{12}(3+kt_1)+e^{2kt_1}k^3m_3R_2^2t_1^{12}(6+ \\
 & +kt_1(-4+kt_1))-e^{2kt}k^3m_3R_2^2t_1^{12}(6+kt_1(4+kt_1))-4e^{k(t+t_1)}(k^2m_3R_2^2\times \\
 & \times t_1^{10}(12t-12t_1-3k^2tt_1^2+k^2t_1^3)+5fRt^4vm_{\ddot{e}\ddot{e}}(t-t_1)^2(110t^4-440t^3\times \\
 & \times t_1+657t^2t_1^2-430tt_1^3+100t_1^4)(144-12k^2t_1^2+k^4t_1^4))+2e^{k(t+2t_1)}(5f\times \\
 & \times Rt^4vm_{\ddot{e}\ddot{e}}(t-t_1)^2(110t^4-440t^3t_1+657t^2t_1^2-430tt_1^3+100t_1^4)(12+ \\
 & +kt_1(-6+kt_1))^2+k^2m_3R_2^2t_1^{10}(3t(-2+kt_1)^2+t_1(-12+kt_1(9-2kt_1)))) + \\
 & +2e^{kt}(5fRt^4vm_{\ddot{e}\ddot{e}}(t-t_1)^2(110t^4-440t^3t_1+657t^2t_1^2-430tt_1^3+100t_1^4)\times \\
 & \times (12+kt_1(6+kt_1))^2+k^2m_3R_2^2t_1^{10}(3t(2+kt_1)^2-t_1(12+kt_1(9+ \\
 & +2kt_1)))))) / (5ckR_2^2t_1^{12}(12+kt_1(6+kt_1))-e^{kt_1}(12+kt_1(-6+kt_1))^2)).
 \end{aligned}$$

С первого уравнения системы (1) запишем выражение для движущего усилия приводного механизма:

$$F_p = m_1\ddot{x}_1 - \frac{G_0}{2} + c(x_1 - x_2). \quad (13)$$

С учетом зависимостей (11) и (12) и производной от выражения (11), определим желаемый закон изменения движущего усилия приводного механизма в процессе пуска, который обеспечивает оптимальный режим движения конвейера.

Имея закон изменения движущего усилия, можно определить необходимый движущий момент на валу электродвигателя приводного механизма:

$$M_p = \frac{F_p \cdot R_l}{u \cdot \eta}, \quad (14)$$

где R_l – радиус приводного барабана; u – передаточное число редуктора; η – к.п.д. приводного механизма.

Для ковшового элеватора Scandia SEI 35/14 при таких условиях: $v=3,1$ м/с; $m_1=13,0791$ кг; $m_2=20,9$ кг; $m_3=8$ кг; $m_{кл}=2$ кг; $G_{\sigma}=117,67$ Н; $G=204,94$ Н; $c=20000$ Н/м; $f=1,1$, $t_1=1$ с – построены графики скоростей (рис. 2) и ускорений (рис.3) центров масс первой, второй и третьей приведенных масс, а также движущего момента на валу электродвигателя (рис. 4).

С анализа графических зависимостей представленных на рисунках 2 – 4 видно, что проследить изменение скорости всех масс

при выходе на устойчивое движение довольно сложно (рис. 2, а). Однако график разности скоростей первой и второй масс, а также второй и третьей (рис. 2, б) четко показывает малую разность в скоростях этих масс, что положительно влияет на движение конвейера. Такое расхождение связано, прежде всего, с упругими свойствами тягового элемента конвейера.

Аналогичные отличия можно наблюдать и на графике разности ускорений (рис. 3, б). Движущее усилие на валу электродвигателя имеет плавный характер изменения, но при этом значительно превышает силу сопротивления, которая возникает во время пуска элеватора.

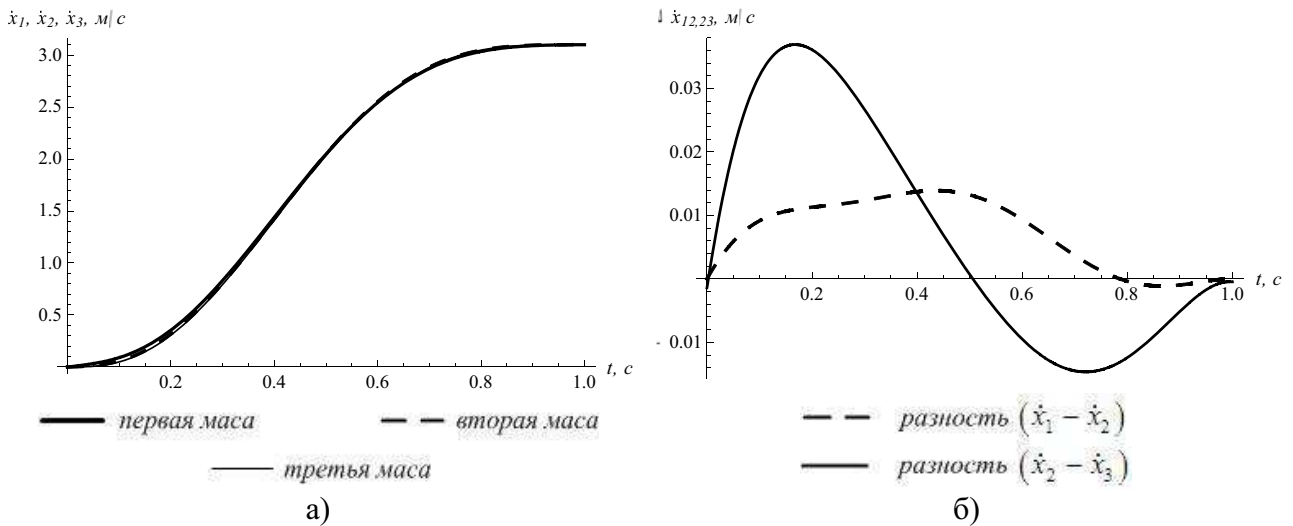


Рис. 2. Графики: а) скоростей первой, второй и третьей масс на протяжении пуска, б) разности скоростей $(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$ и $(\dot{x}_2 - \dot{x}_3)$

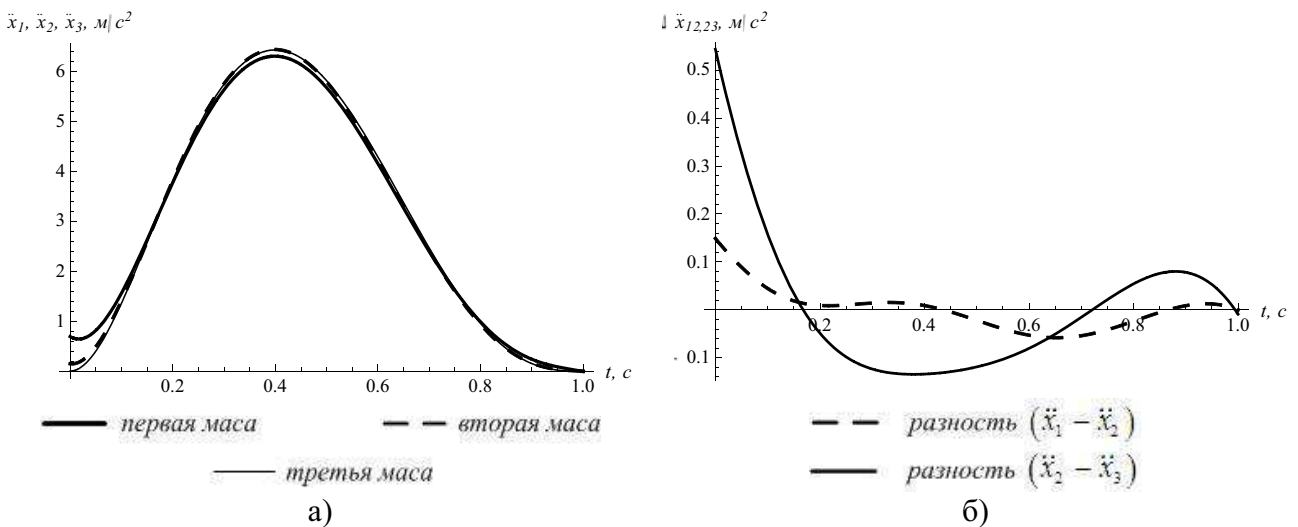


Рис. 3. Графики: а) ускорений первой, второй и третьей масс на протяжении пуска, б) разности ускорений $(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2)$ и $(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3)$

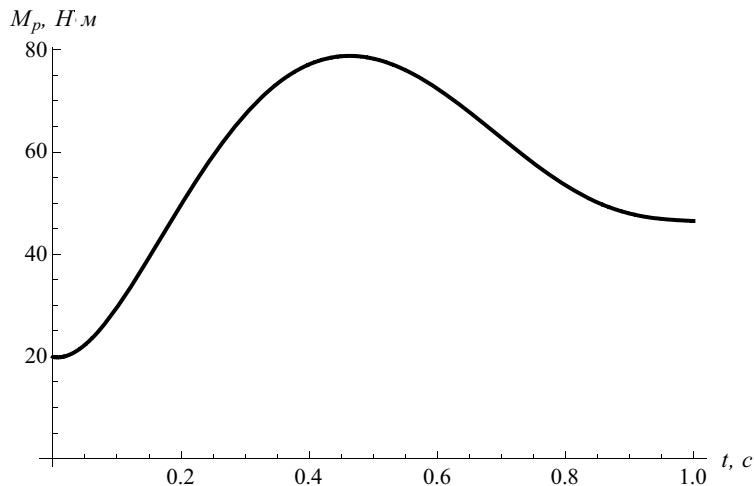


Рис. 4. Движущий момент на валу электродвигателя на протяжении пуска

Вместе с тем полученные законы управления пуском ковшового элеватора имеют и определенные недостатки, а именно ненулевые ускорения первой и второй масс в начале движения, которое приводит к дополнительным нагрузкам в элементах приводного механизма. Также необходимо отметить, что при увеличении времени выхода на устойчивый режим движения t_1 в три раза – ускорение первой и второй масс приближаются к нулю.

ВЫВОД

С помощью вариационных методов оптимизации синтезирован закон изменения приводного усилия, при котором колебания подвижных элементов ковшового элеватора с загруженной рабочей ветвью устраняются до конца периода разгона. Наряду с этим установлено, что полученные законы имеют недостатки, которые при дальнейшем исследовании, возможно, устранить путем использования других краевых условий и оптимизационных критериев более высокого порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беллман Р. Динамическое программирование / Беллман Р. [под. ред. Воробьева Н.Н.] – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 400 с.
2. Математическая теория оптимальных процессов / [Понтрягин Л.С., Болтнянский

В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.]. – М.: Наука, 1989. – 392 с.

3. Смахов А.А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А.А. Смахов, Н.И. Ерофеев. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с.

4. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления / Петров Ю.П. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с

5. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / Ловейкин В. С. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.

6. Ловейкин В.С. Застосування методів варіаційного числення в задачах оптимального управління вантажопідйомними машинами сільсько-господарського призначення / Ловейкин В.С., Човнюк Ю.В., Ромасевич Ю.О. // Підйомно-транспортна техніка. – 2010. – №2(34). – С. 3–7.

7. <http://reference.wolfram.com/mathematica/VariationalMethods/tutorial/VariationalMethod s.html>.

8. Ferguson J. (2004) Brief Survey of the History of the Calculus of Variations and its Applications. arXiv: arXiv:math/0402357.

9. Ralph W. Pike. (2001) Optimization for Engineering Systems. <http://www.mpri.lsu.edu/bookindex.html>.

10. Ловейкин В.С., Ромасевич Ю.О. 2010. Оптимізація керування рухом одно масових механічних систем. Motrol - Motoryzacja i Energetyka Rolnictwa, Tom 12B, – С. 91–96.

11. Спиваковский, А.О. Теория ленточных конвейеров / А.О. Спиваковский, В.Г. Дмитриев. – М., 1982. – 192 с.
12. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Эльсгольц Л.Э. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
13. Courant R. and Hilbert D. (1989) *Methods of Mathematical Physics. Vol. I.* Wiley-VCH.
14. B. van Brunt. (2004) *The Calculus of Variations.* Springer.
15. Wolfram S. (2003) *The Mathematica Book, 5th ed.* Wolfram Media.
16. Bhatti M.A. (2000) *Practical Optimization Methods With Mathematica Applications.* New York: Springer-Verlag.
17. <http://reference.wolfram.com/mathematica/VariationalMethods/tutorial/VariationalMethod s.html>.
18. Дьяконов В.П. *Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах* / Дьяконов В.П. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 696 с.
19. Турчин В.С. Обоснование конструктивно-режимных параметров элеваторов ковшового типа для транспортировки сыпучих материалов: Дис. ... канд. техн. наук: 05.20.01/ Турчин Вячеслав Семёнович. – Оренбург, 2005. – 187 с.
20. Oleg Litvinov. К динамическому расчету машин / Oleg Litvinov, Wojciech Tanas // *Motrol. Tom 2 A.* 2006. – Lublin. – С. 210–223.

THE CONVEYOR START-UP MODE
OPTIMIZATION BY A DYNAMIC
CRITERION TACKING INTO
CONSIDERATION RESISTANCE FORCES

Summary. The way of reducing oscillations of the belt bucket elevators elements, during the transients, has been resulted by optimizing the start-up mode of the drive mechanism for the kinematic criteria. On calculation the resistance forces at scooping the material have also been taken into consideration.

Key words: dynamic model, mathematical model, bucket elevator, conveyor, optimization.