

ЕЩЁ РАЗ О РАДИУСАХ ЭЛАСТИЧНОГО КОЛЕСА

Сергей Пожидаев

*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины
Украина, г. Киев, ул. Героев Обороны 15*

Sergey Pozhydaiev

*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
Str. Heroiv Oborony, 15, Kiev, Ukraine*

Аннотация. Динамический радиус и радиус качения шин низкого и сверхнизкого давления существенно различаются. Однако современная теория качения не даёт однозначного ответа на вопрос, какой из радиусов следует применять при расчётах. Проверка теории качения на соответствие закону сохранения энергии показала, что применение радиуса качения является корректным, а применение динамического радиуса – некорректным.

Ключевые слова: эластичное колесо, динамический радиус, радиус качения, закон сохранения энергии.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В аграрном производстве широко применяются колёсные машины и агрегаты на энергосберегающих шинах низкого и сверхнизкого давления, которые обеспечивают высокое сцепление, агротехническое допустимое буксование и минимальные затраты энергии при движении агрегатов в самых неблагоприятных условиях работы [1, 2, 3].

Особенностью таких шин является их значительная нормальная деформация и, как следствие, существенное различие между значениями динамического радиуса r_d (расстояния от опорной поверхности до оси колеса) и радиуса качения r_k :

$$r_k = \frac{v_T}{\omega} \equiv \frac{L_T}{\alpha} \quad (1)$$

где: v_T – продольная составляющая поступательной скорости движения колеса, взятой без учёта проскальзывания или буксования; ω – угловая скорость вращения колеса в плоскости его вращения; L_T – продольная составляющая теоретического пути, прой-

денного колесом; α – угол поворота колеса в плоскости его вращения.

Однако современная теория качения эластичного колеса не даёт однозначного ответа на вопрос, какой радиус следует применять при расчёте силовых показателей работы колеса.

Представители одной научной школы [4, С. 54; 5, С. 57], опираясь на очевидные геометрические соображения, принимают, что показателем взаимосвязи между приложенным к колесу крутящим моментом M_k и силой тяги колеса P_k является динамический радиус колеса r_d .

А представители второй школы [6, С. 22, 28; 7, С. 17, 33; 8] используют иные подходы и получают, что этим показателем является радиус качения r_k .

Но значения этих радиусов в отдельных случаях могут различаться на 15...25% [8, С. 13], что подрывает доверие к теории качения: любые результаты расчётов колёсных движителей можно оспорить, противопоставив им другие.

Первым обратил внимание на возможность различных подходов в этом вопросе Е.А.Чудаков [9, С. 19, 32].

Но вместо поиска причины разногласий он приравнял альтернативные уравнения и вывел из них корректирующее соотношение для коэффициента сопротивления перекачиванию колеса f , обеспечивающее одинаковость результатов, получаемых при применении того или иного радиуса [9, С. 31].

Однако такое решение не выдерживает проверку на граничные условия, заключающуюся в том, что любое корректное построение должно давать правильные результаты в условиях, когда входные переменные приближаются к крайним допустимым для них значениям.

В данном случае, предполагая значения продольного сноса a и момента сопротивления перекачиванию M_f стремящимися к нулю, получаем два различных уравнения, не могущие давать одинаковые результаты.

Это свидетельствует об искусственности решения, предложенного Е.А. Чудаковым.

Данное направление, в котором полагают правомерным применение обоих радиусов одновременно, поддерживают также авторы работ [10 – 14].

В частности, В.И. Коптилов полагает, что динамический радиус должен применяться при анализе работы колеса с силовой точки зрения, а радиус качения – при анализе с энергетической точки зрения [13, 14].

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Результаты многих скрупулёзных теоретических и экспериментальных исследований подтверждают правильность подходов второй научной школы [15–18].

Её расчётные соотношения отражены и в действующем ГОСТ 17697-72 [19, п. 38].

Однако никакие доказательства корректности положений одной из научных школ не могут служить доказательством некорректности положений другой.

В связи с этим в настоящее время продолжают существовать обе научные школы и упомянутое выше противоречие между ними, что, по нашему мнению, свидетельствует о низком качестве теории качения эластичного колеса как науки.

В предыдущей статье автора была сделана попытка применить для разрешения противоречия такой мощный и эффективный инструмент исследования, как закон сохранения энергии.

Однако всесторонняя проверка корректности теории качения с точки зрения этого закона там проведена не была.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является уточнение теории качения эластичного колеса путём всесторонней проверки её корректности с точки зрения закона сохранения энергии.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Исследование №1. Авторы работ [4, 5] полагают следующее:

а) показателем взаимосвязи между крутящим моментом колеса M_k и его силой тяги P_k является динамический радиус колеса r_d ;

б) показателем взаимосвязи между угловой скоростью вращения колеса ω и продольной составляющей его теоретической поступательной скорости v_t является радиус качения r_k .

Это означает, что в процессе изменения значений радиусов колеса (неизбежных при существенном изменении нормальной нагрузки) сила тяги P_k изменяется по закону, определяемому законом изменения динамического радиуса r_d , а поступательная скорость v_t – по закону изменения радиуса качения r_k .

Однако это противоречит "золотому правилу" механики, которое является следствием из закона сохранения энергии и гласит: во сколько раз мы проигрываем в скорости, во столько же раз выигрываем в силе.

В соответствии с этим правилом в качестве показателя взаимосвязи в обоих пунктах должен применяться один и тот же радиус, но это требование, как видим, в данном случае не соблюдается.

Для выяснения того, какой же радиус должен фигурировать в пп. а) и б), учтём, что пункт б) является прямым следствием из известного определения радиуса качения r_k (1), что означает его истинность.

Отсюда необходимо следует вывод о том, что в соответствии с "золотым правилом механики" показателем взаимосвязи между крутящим моментом колеса M_k и его силой тяги P_k должен быть тот же радиус, что и в п. б, т.е. радиус качения колеса r_k . Динамический радиус колеса r_d в соответствии с "золотым правилом механики" не может быть показателем упомянутой взаимосвязи, вследствие чего его применение следует полагать некорректным.

Исследование №2. Предположим, что коллизия является следствием различных

методических подходов каждой из научных школ. Авторы работ [4, 5] рассматривают силовое равновесие колеса и изначально вводят в схему сил именно динамический радиус, который и перемещается в окончательный результат. А авторы работ [6, 7] рассматривают баланс мощности колеса, при составлении которого опираются на радиус качения, который в конечном счёте и перемещается в окончательный результат.

В этом случае представляет интерес поиск взаимосвязи между величинами M_k и P_k способом, который изначально не опирается ни на какой из радиусов колеса. Он должен привести к некоторому показателю взаимосвязи, который, возможно, будет представлять собой один из конкурирующих радиусов, что подтвердит правомерность применения этого и неправомерность применения другого радиуса. И такой методический подход возможен – это составление баланса энергий и работ, выполняемых равномерно движущимся колесом – рис. 1.

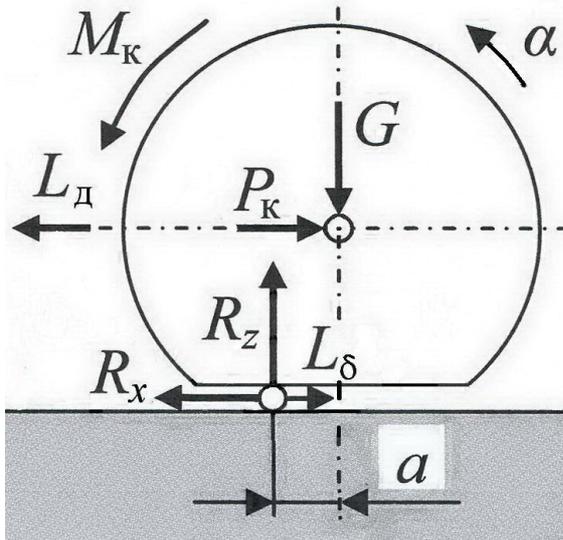


Рис. 1. К составлению уравнения баланса энергий и работ

Fig. 1. To drawing up the equation of energy balance

Подвод энергии осуществляется крутящим моментом M_k , поворачивающим колесо в плоскости его вращения на некоторый угол α . Значение этой энергии (работы) равно $M_k \alpha$. Упомянутый поворот колеса сопровождается по крайней мере одним из двух таких явлений:

- некоторым действительным поступательным перемещением колеса L_d ;
- некоторым пробуксовыванием колеса L_δ , которое представляет собой поступательное перемещение протектора шины относительно опорной поверхности в направлении, противоположном теоретической скорости движения.

На пути действительного перемещения L_d колесо выполняет полезную работу $L_d P_k$.

На пути буксования L_δ рассеивается энергия $L_\delta R_x$, где: R_x – продольная реакция дороги. Данная реакция численно равна силе тяги колеса P_k , вследствие чего рассеиваемая энергия может быть записана в виде $L_\delta P_k$.

В процессе преодоления момента сопротивления перекачиванию $R_z a$ колесо выполняет работу $R_z a \alpha$.

Таким образом, баланс энергий и работ, выполняемых колесом, имеет вид:

$$M_k \alpha = P_k (L_d + L_\delta) + R_z a \alpha.$$

Однако сумма величин L_d и L_δ представляет собой теоретический путь поступательного перемещения колеса L_T , вследствие чего баланс энергий и работ принимает вид:

$$M_k \alpha = P_k L_T + R_z a \alpha. \quad (2)$$

Из баланса (2) следует соотношение

$$M_k = P_k \frac{L_T}{\alpha} + R_z a, \quad (3)$$

свидетельствующее о том, что показателем взаимосвязи между крутящим моментом колеса M_k и его силой тяги P_k является некая величина $\frac{L_T}{\alpha}$. Согласно определению (1) она

представляет собой радиус качения колеса r_k , но не динамический радиус r_d . Т.е. и в этом случае получено, что динамический радиус r_d не является показателем упомянутой взаимосвязи, что подтверждает некорректность его применения.

Исследование №3. Равенство (3) вытекает из баланса энергий и работ (2), подчинённого закону сохранения энергии; а альтернативное равенство (содержащее динамиче-

ский радиус) противоречит равенству (3) т.е. противоречит закону сохранения энергии. Одно это является достаточным основанием для признания ошибочности применения динамического радиуса [20, с. 63].

Исследование №4 заключается в численной проверке баланса (2) на предмет того, действительно ли он, как утверждается в предыдущем пункте, не соблюдается в случае применения динамического радиуса.

Предположим, что имеем колесо со следующими параметрами и показателями нагружения: радиус качения r_k равен 1,0 м; динамический радиус r_d может быть любым, не равным радиусу качения, примем его равным 0,8 м; крутящий момент $M_k = 10$ Н·м; угол поворота колеса в плоскости вращения $\alpha = 1,0$ рад; нормальная реакция дороги $R_z = 20$ Н; продольный снос нормальной реакции a равен 0,1 м.

Согласно определению (1) значение теоретического пути $L_T = r_k \alpha = 1,0$ м.

В соответствии с применяемым в работах [4, 5] соотношением $M_k = P_k r_d + R_z a$ значение силы тяги колеса P_k равно $(M_k - R_z a) / r_d = (10 - 20 \cdot 0,1) / 0,8 = 10,0$ Н.

Подстановкой всех полученных значений в баланс (2) получаем:

- левая часть баланса (энергия, подведенная к колесу) равна:

$$M_k \alpha = 10 \cdot 1,0 = 10,0 \text{ Дж},$$

- правая часть баланса (работа, выполненная колесом), равна:

$$P_k L_T + R_z a \alpha = 10,0 \cdot 1,0 + 20 \cdot 0,1 \cdot 1,0 = 12 \text{ Дж}.$$

Баланс не соблюдается: колесо, расчёт которого производится с применением динамического радиуса, меньшего, чем радиус качения, должно представлять собой источник даровой энергии (вечный двигатель), что, как известно, невозможно.

В противоположном же случае (при $r_d > r_k$) колесо должно представлять собой "черную дыру", в которой энергия бесследно исчезает.

Соблюдение баланса (2) обеспечивается только в одном единственном случае – когда сила тяги колеса P_k равна 8,0 Н, что дости-

гается при вычислении её с применением радиуса качения r_k .

Но при этом возникает вопрос, по какой причине авторы работ [4, 5] приходят к ложному заключению о возможности применения динамического радиуса? Чтобы ответить на него, рассмотрим рис. 2.

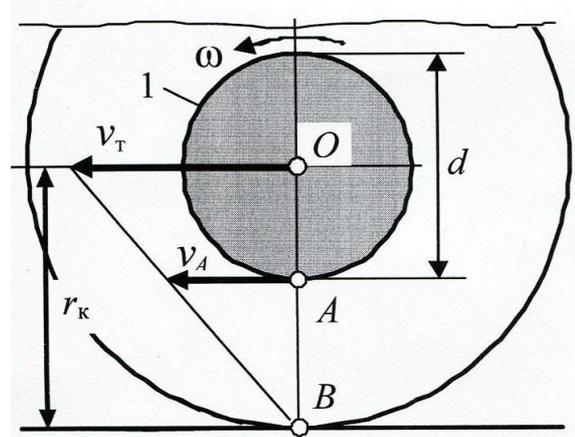


Рис. 2. Эпюра распределения линейных скоростей движения точек жёсткого колеса в сечении OAB

Fig. 2. Distribution diagram linear velocities rigid wheel points in section OAB

Предположим, что изображённое на нём эластичное колесо имеет такую малую нормальную загрузку, при которой его нормальная деформация практически отсутствует и оно ведёт себя точно так же, как и абсолютно твёрдое колесо.

Предположим также, что диск 1 колеса приводится во вращение с угловой скоростью ω , а буксование или проскальзывание колеса относительно опорной поверхности отсутствует.

Точка B контакта колеса с опорной поверхностью будет представлять собой мгновенный центр вращения колеса в его абсолютном движении, вследствие чего линейные скорости движения точек O и A будут равны:

- линейная скорость т.О:

$$v_T = \omega r_k; \quad (4)$$

- линейная скорость т.А колёсного диска диаметром d :

$$v_A = v_T - \omega \cdot 0,5d = \omega (r_k - 0,5d). \quad (5)$$

Поскольку точка B представляет собой мгновенный центр вращения колеса, то её

линейная скорость и длина вектора скорости равны нулю.

Соединив прямыми линиями концы векторов скоростей точек O , A и B , получаем эпюру распределения линейных скоростей точек жёсткого колеса в сечении OAB . Она по всей длине являет собой прямую линию, что свидетельствует об одинаковости угловых скоростей вращения жёсткого колеса во всём упомянутом сечении.

Рассмотрим второй случай качения колеса: нормальная нагрузка большая, наблюдается существенная нормальная деформация шины – рис. 3.

В этом случае необходимо учитывать, что брекерный пояс современных радиальных шин имеет большую эластичность в радиальном направлении и большую жесткость в окружном, вследствие чего беговая дорожка "... ведет себя при качении колеса подобно тракторной гусеничной ленте" [21, С. 38].

При таких условиях путь L_T , проходимый колесом при его повороте в плоскости вращения, будет таким же, как и в предыдущем случае.

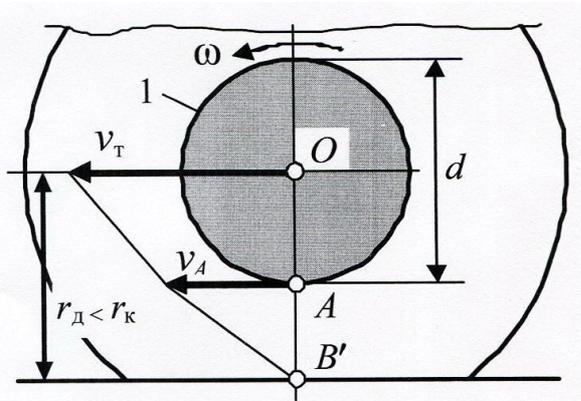


Рис. 3. Эпюра распределения линейных скоростей движения точек эластичного колеса в сечении OAB'

Fig. 3. Distribution diagram linear velocities elastic wheel points in section OAB'

Это означает, что радиус качения колеса (согласно выражению (1)) и линейная скорость движения т. O (согласно выражению (4)) в данном случае тоже будут такими, как и в предыдущем случае. На рис. 3 это отражено вектором v_T скорости движения т. O , равным такому же вектору на рис. 2.

В соответствии с соотношением (5) линейная скорость движения т. A тоже останется без

изменений, что отражено на рис. 3 вектором v_A .

Линейная скорость и длина вектора скорости т. B' (мгновенного центра вращения колеса) равны нулю.

Соединив концы векторов скоростей точек O , A и B' прямыми линиями, получаем эпюру распределения линейных скоростей точек эластичного колеса в сечении OAB' . Она представляет собой ломаную линию, что свидетельствует о различных угловых скоростях участков OA и AB' сечения OAB' колеса. На участке OA угловая скорость вращения остаётся той же, что и раньше, равной ω . Но на участке AB' угловая скорость ω' несколько больше, потому что на меньшем, чем у жёсткого колеса, плече AB' (равном $r_d - 0,5d$) она обеспечивает ту же линейную скорость v_A , что и у жёсткого колеса:

$$v_A = \omega \cdot (r_k - 0,5d) = \omega' \cdot (r_d - 0,5d).$$

Увеличение угловой скорости шины в сечении OAB' происходит за счет тангенциальных деформаций боковин. Это, в частности, даёт объяснение тому факту, что при работе шин с пониженным давлением воздуха, несмотря на большую радиальную эластичность, катастрофически быстро разрушаются боковины.

Из последнего уравнения следует, что угловая скорость вращения участка AB' сечения OAB' эластичного колеса равна:

$$\omega' = \omega \cdot \frac{(r_{k0} - 0,5d)}{(r_{d0} - 0,5d)}. \quad (6)$$

Вследствие этого эластичное колесо нельзя рассматривать как монолитное затвердевшее тело.

Применяя принцип затвердевания и динамический радиус, эластичное колесо следует представлять в виде двух твердых тел, шарнирно соединенных между собой – колесного диска с посадочным диаметром d , вращающегося с угловой скоростью ω , и шарнирно прикрепленного к нему рычага длиной $AB' = r_d - 0,5d$, угловая скорость вращения которого (ω') несколько больше, чем ω , и определяется по выражению (6).

Только в таком случае механическая модель колеса, опирающаяся на динамический радиус, будет физически корректной.

Силы, действующие в такой механической системе, невозможно определить с помощью элементарного уравнения её равновесия под действием приложенных сил и моментов, что и ввело в заблуждение авторов работ [4, 5]. Это можно сделать только с помощью уравнения, составленного для баланса мощности или работ колеса.

С другой стороны, можно применять и простейшую модель эластичного колеса – в виде монолитного недеформируемого твёрдого тела, взаимодействующего с опорной поверхностью на плече, равном радиусу качения эластичного колеса r_k . В силу простоты этой модели и соответствующих ей расчетных соотношений целесообразно применять именно её.

ВЫВОДЫ

1. Применение динамического радиуса в теории качения эластичного колеса противоречит закону сохранения энергии и следствиям из него, вследствие чего однозначно должно быть признано некорректным. Причиной этого является неправомерное представление эластичного колеса в виде монолитного затвердевшего тела, взаимодействующего с опорной поверхностью на плече, равном динамическому радиусу.

2. Научная школа теории качения, опирающаяся на радиус качения колеса r_k и представленная в ГОСТ-17697-72, безупречна с точки зрения закона сохранения энергии.

3. Научная школа, опирающаяся на динамический радиус r_d , таковой не является.

3. При расчётах колёсных движителей, у которых динамический радиус и радиус качения различаются несущественно, можно применять как тот, так и другой радиус. Однако при расчетах движителей низкого и сверхнизкого давления, у которых упомянутые радиусы существенно различаются, применение динамического радиуса будет приводить к существенным ошибкам конечного результата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zaytsev S.D., Pryadkin V.I., Streblechenko L.S. 2006: Energosredstvo na shinah sverhnizkogo davleniya // Traktory i selkhoz mashiny. – №10. – 9–10.
2. Włodzimierz Białczyk. 2012: Plość przelożeń w układzie napędowym a walory użytkowe ciągnika rolniczego / Włodzimierz Białczyk, Anna Cudzik, Jarosław Czarnecki, Marek Brennenstul // Lublin, MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture. – Vol. 14. No. 5. – 169–176.
3. Borisenko V.O. 2011: Imitatsiyne modelyuvannya roboti polovikh agregativ // Lublin. MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture. – Vol. 13 B. – 80–86.
4. Kutkov G.M. 2004: Traktory i avtomobili. Teoriya i tekhnologicheskiye svoystva / – M.: KolosS. – 504.
5. Traktory. 1988: Teoriya / V.V. Guskov, N.N. Velev, Yu.E. Atamanov [i dr.]; pod. red. V.V. Guskova. – M.: Mashinostroyeniye. – 376.
6. Smirnov G.A. 1981: Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin. – M.: Mashinostroyeniye. – 271.
7. Grishkevich A.I. 1986: Avtomobili. Teoriya. – Mn. – Vysheyshaya shkola. – 208.
8. Petrushov V.A., Shuklin S.A., Moskovkin V.V. 1975: Soprotivleniye kacheniyu avtomobiley i avtopoyezdov. – M.: Mashinostroyeniye. – 225.
9. Chudakov Ye.A. Teoriya avtomobilya. – M.: Mashgiz, 1950. – 343.
10. Petrushov V.A. 1963: K voprosu o kachenii elastichnogo kolesa po tverdoy opornoy poverkhnosti // Avtomobilnaya promyshlennost. №12. – 5–9.
11. Litvinov A.S., Farobin Ya.E. 1989: Avtomobil. Teoriya ekspluatatsionnykh svoystv. – M.: Mashinostroyeniye. – 240.
12. Dinamika 1976: Dinamika sistemy doroga – shina-avtomobil-voditel / A.A. Khachaturov, V.L. Afanasyev, V.S. Vasilyev [i dr.]; pod red. A.A. Khachaturova. – M.: Mashinostroyeniye. – 535.
13. Kopotilov V.I. 2013: O fizichescom smisle coefficienta soprotivleniya kacheniyu veduschego kolesa avtomobilya. – №1. – 20–23.
14. Kopotilov V.I. 2013: O fizichescom smisle coefficienta soprotivleniya kacheniyu veduschego kolesa avtomobilya. – №3. – 13–16.

15. Chabarov A.A. 1971: Otdelniye voprosi processa ravnomernogo kacheniya vedushchego pnevmaticheskogo koleasa // Trudi NATI. Vip. 212. – 3–30.
16. Stankevich E.B. 1987: Zavisimost silovogo nagruzheniya koleasa ot yego geometricheskikh parametrov // Mekhanizatsiya i elektrifikatsiya selskogo khozyaystva. – №9. – 6–9.
17. Goncharenko S.V. 2007: Identifikatsiya shin po ekspluatatsionnym pokazatelyam / S.V. Goncharenko, Z.A. Godzhayev, E.B. Stankevich [i dr.] // Traktory i selkhoz mashiny. – №7. – 16–19.
18. Zaytsev S.D. 2010: Eksperimentalnaya otsenka tyagovo-stsepnnykh kachestv shirokoprofilnoy shiny / S.D. Zaytsev, L.S. Streblechenko, S.V. Goncharenko, V.L. Pryadkin // Traktory i selkhoz mashiny. – № 8. – 25–27.
19. GOST 1972: GOST 17697-72. Avtomobili. Kacheniyе koleasa. Terminy i opredeleniya. – Vved. 1972-05.06. M.: Izd-vo standartov. – 24.
20. Irodov I.E. 1978: Osnovnyye zakony mekhaniki. – M.: Vysshaya shkola. – 240.
21. Rabota 1976. Rabota avtomobilnogo koleasa / V.I. Knoroz, Ye.V. Klennikov, I.P. Petrov i dr. – M.: Transport. – 239.

ONCE AGAIN ABOUT RADIUS OF ELASTIC WHEEL

Summary. The loaded radius and effective rolling radius of the low and ultralow pressure tires are significantly different. However, the modern theory of rolling does not give an unambiguous answer to the question which of the radiuses should be used in the calculations. Verification of the theory of rolling concerning its conformity to the energy conservation law has shown the following: the application of the effective rolling radius is correct and the use of the loaded radius is incorrect.

Key words: elastic wheel, loaded radius, effective rolling radius, law of conservation of energy.