

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ИСТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА ИЗ ОГРАНИЧЕННОГО ПРОСТРАНСТВА

Василий Дмитрив, Игорь Дмитрив

Львовский национальный аграрный университет

г. Дубляны, ул. Владимира Великого 1

Vasyl Dmytriv, Igor Dmytriv

Lviv national agrarian university

Аннотация. Наведены аналитические зависимости для моделирования процесса откачивания воздуха с камер переменного вакуумметрического давления системы пульсатор-доильный стакан с учетом закона сохранения массы для газа в контролируемом объеме через уравнение механической энергии транспортирования воздуха. Рассчитано время откачивания воздуха в доильном аппарате до номинального вакуумметрического давления.

Ключевые слова: доильный аппарат, скоростной коэффициент, вакуумпровод.

ВВЕДЕНИЕ

Проектирование новых конструкций пульсаторов доильных аппаратов требует теоретического обоснования технологических характеристик их работы, в частности расход воздуха при заданных геометрических размерах конструкции, что определяет режимы работы пульсатора и его энергетические затраты. Поэтому для моделирования конструктивных и технологических параметров пульсатора доильного аппарата необходима модель расхода воздуха элементами и доильным аппаратом в целом.

Расход воздуха доильным аппаратом рассчитывают как приведенный к нормальному атмосферному давлению, учитывая объем камер сменного вакуумметрического давления, вакуумметрическое давление, частоту пульсаций [1, 2]. За данной методикой расчета результаты усредненные и не учитывают особенности конструкции пульсатора, а характер изменения давления принят за экспоненциальным законом.

Экспериментальные данные расхода воздуха доильными аппаратами и методика проведения исследования приведены в работах [3; 4], что можно использовать для определения расхода воздуха уже существующих конструкций пульсаторов.

Усредненное значение расхода воздуха можно рассчитать за скоростью его течения в вакуумпроводе доильного аппарата, зная перепад вакуумметрического давления и конструктивные размеры вакуумпровода, а также коэффициент пневматического сопротивления трения [5].

Приближенной к решению поставленной проблемы есть модель расчета расхода воздуха, учитывающая уравнения состояния газа [6].

Для моделирования расхода воздуха в процессе вытеснения сжатого газа из ограниченного пространства через сопло используют уравнение Сен-Венана Ванцеля, которое описывает процесс наполнения пространства через короткую насадку из пространства неограниченного [7].

При изучении влияния конструктивных параметров пульсатора на технологические параметры его работы в основном экспериментально исследуют влияние давления и диаметра перепускного отверстия на частоту пульсаций [8, 9].

При динамическом анализе пневмопроводов принималось во внимание термодинамические процессы, при которых учитывалось, что часть энергии идет на совершение теплового расширения газа с учетом начальной и конечной температуры расширения [10, 11, 12, 13, 14, 15].

Рассмотрены выше модели имеют ряд замечаний: не учтен режим работы доильного аппарата, следовательно характер изменения вакуумметрического давления, в уравнении отсутствует параметр потерь вакуумметрического давления, поэтому нельзя рассчитывать количество воздуха за заданное время.

Развивая модель истечения воздуха из ограниченного пространства, далее рассмотрим процесс откачивания воздуха учитывая только механическую энергию движения

воздуха в системе “доильный стакан-пульсатор” [16, 17, 18, 19].

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Целью статьи является разработка математической модели для моделирования времени откачивания воздуха с ограниченного пространства в зависимости геометрических размеров и технологических параметров работы пульсатора.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Рассмотрим процесс изменения давления в системе: межстенное пространство доильного стакана – пульсатор, что составляет объем пространство изменяющегося вакуумметрического давления, как одну систему, с которой откачивают воздух. Пусть объем системы V . Вакуумметрическое давление в нем P - равное атмосферному давлению $P_{атм}$. При откачивании воздуха давление будет становиться $P_в$. Разница давлений будет $P_{атм} - P_в = \Delta P$. Для заданной разницы давления с системы откачают некоторое количество воздуха массой M_n за время t . В процессе работы пульсатора доильного аппарата будет отсутствовать теплообмен, так як отсутствует нагревание воздуха. Воздух транспортируется только через сечение S отверстия пульсатора.

Распишем выше сказанное через расход, учитывая закон сохранения массы для газа в контролируемом пространстве, и уравнение механической энергии движения воздуха:

$$dQ - d(PW) - dL - dL_{тр} = dU + d\left(\frac{v^2}{2g}\right) + g dz, \quad (1)$$

где: Q – количество тепла подводимого до системы (при работе пульсатора доильного аппарата $T=const, Q=0, dQ=0$); z – разница высот положения двух разных сечений потока воздуха, что характеризует потенциальную энергию (в нашем случае $z=0, dz=0$); L – техническая работа, которая характеризует изменение физического положения в пространстве механических элементов системы.

Перемещения механических элементов не происходит, поэтому механическая работа от перемещения воздуха израсходуется на изменение внутренней энергии воздуха в системе, $dL = dU + PdW$.

Учитывая выше изложенные суждения

зависимость (1) будет:

$$-d(PW) + dU + PdW - dL_{тр} = dU + d\left(\frac{v^2}{2g}\right),$$

или
$$-d(PW) + PdW = d\left(\frac{v^2}{2g}\right) + dL_{тр}, \quad (2)$$

где: $L_{тр}$ – работа на преодоление сил трения воздуха в системе [20, 21]:

$$dL_{тр} = \lambda \frac{l_{тр}}{D_{тр}} d\left(\frac{v^2}{2g}\right). \quad (3)$$

Зависимость (2) с учетом уравнения (3) примет вид:

$$-PdW - WdP + PdW = d\left(\frac{v^2}{2g}\right) + \lambda \frac{l_{тр}}{D_{тр}} d\left(\frac{v^2}{2g}\right), \quad (4)$$

где: $\lambda \frac{l_{тр}}{D_{тр}} = \xi$ - коэффициент сопротивления трению; $W = l/\rho$ – приведенный объем воздуха.

В итоге, зависимость (4) примет вид:

$$-\frac{1}{\rho} dP = d\left(\frac{v^2}{2g}\right) (1 + \xi),$$

или
$$d\left(\frac{v^2}{2g}\right) = -\frac{1}{(1 + \xi)} \frac{dP}{\rho}. \quad (5)$$

Проинтегрируем уравнение (5) с границами $P \rightarrow$ от P_1 к P_2 и $v \rightarrow$ от v_1 к v_2 :

$$\int_{v_1}^{v_2} d\left(\frac{v^2}{2g}\right) = -\frac{1}{1 + \xi} \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho}$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{1}{1 + \xi} \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right). \quad (6)$$

Учитывая уравнения состояния идеального газа, которое подчиняется политропной зависимости с показателем политропы n [10]:

$$\frac{P_1}{\rho_1^n} = \frac{P_2}{\rho_2^n}, \quad \rho_2 = \rho_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (7)$$

Тогда выражение $\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2}$ в уравнении (6) с учетом уравнения (7) примет вид:

$$\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} = \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_1} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{P_1}{\rho_1} \left(1 - \frac{P_2 P_2^{\frac{1}{n}}}{P_1 P_1^{\frac{1}{n}}} \right) =$$

$$= \frac{P_1}{\rho_1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right)$$

Произведем замену, подставив выражение (8) в уравнение (6):

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{1}{1 + \xi} \frac{P_1}{\rho_1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right). \quad (9)$$

Примем, что $P_2/P_1 = x$ и учитывая, что в момент откачивания воздуха с системы $v_1=0$. Тогда уравнение (9) примет вид:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g}{1 + \xi} \frac{P_1}{\rho_1} \left(1 - x^{\frac{n-1}{n}} \right)}, \text{ м/с.} \quad (10)$$

Массовый расход воздуха будет:

$$m = v_2 S_{nep} \rho_2, \text{ кг/с.} \quad (11)$$

Запишем уравнение расхода воздуха с учетом зависимостей (10, 11):

$$m = S_{nep} \rho_2 \sqrt{\frac{2g}{1 + \xi} \frac{P_1}{\rho_1} \left(1 - x^{\frac{n-1}{n}} \right)}. \quad (12)$$

Учитывая, что $\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}}$, уравнение

(12) для моделирования секундного расхода воздуха при откачивании будет:

$$m = S_{nep} \sqrt{\frac{2g}{1 + \xi} P_1 \rho_1 \left(x^{\frac{2}{n}} - x^{\frac{n+1}{n}} \right)}, \text{ кг/с,} \quad (13)$$

где: S_{nep} – площадь сечения отверстия откачивания воздуха из системы, м^2 ; g – ускорение свободного падения, м/с^2 ; ξ – коэффициент сопротивления трению, $\xi = \lambda \frac{l_{TP}}{D_{TP}}$;

– длина отверстия откачивания воздуха; D_{TP} – диаметр отверстия откачивания воздуха; λ – коэффициент сопротивления движения воздуха [20]; P_1 – начальное давление в системе, кг/м^2 ; ρ_1 – плотность воздуха при давлении P_1 , кг/м^3 ; x – отношение давлений в системе, $x = P_2/P_1$; P_2 – давление в системе после откачивания воздуха.

Дифференциальное уравнение откачивания определенного объема воздуха V составим исходя из того, что масса M воздуха, которая проходит за время t будет равна приросту массы $dM = Vd\rho$ (где V – объем системы, ρ – поточное значение плотности воздуха в заданном объеме V).

$$dM = m dt \quad (17)$$

Уравнение (17) с учетом зависимости (16) примет вид:

$$dM = S_{nep} \psi \sqrt{P_1 \rho_1} dt \quad (18)$$

$$\text{где: } \psi = \sqrt{\frac{2g}{1 + \xi} \left(x^{\frac{2}{n}} - x^{\frac{n+1}{n}} \right)}, \left(\frac{M}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}; \frac{M^{\frac{1}{2}}}{c},$$

P_i и ρ_i – поточное значение давления и плотности в объеме V .

$$\text{Учитывая, что: } \rho_i = \rho_V \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

$$dM = S_{nep} \psi \sqrt{P_i \rho_V \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1}{n}}} dt = S_{nep} \psi \sqrt{P_V \rho_V} \sqrt{\left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{n+1}{n}}} dt, \text{ кг.} \quad (19)$$

или приняв во внимание $dM = Vd\rho_i$, имеем:

$$dM = V \rho_V d \left[\left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = \frac{V}{n} \rho_V \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1-n}{n}} d \left(\frac{P_i}{P_V} \right). \quad (20)$$

Приравнявая уравнения (20) и (19), учитывая знак и сократив на $\left(P_i/P_V \right)^{\frac{1}{2}}$, дифференциальное уравнение откачивания воздуха из объема V будет:

$$\rho_V \frac{V}{n} \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{-1} d \left(\frac{P_i}{P_V} \right) = -S_{nep} \psi \sqrt{P_V \rho_V} \sqrt{\left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{n-1}{n}}} dt. \quad (21)$$

Преобразив уравнение (21):

$$\frac{1}{n} \frac{1}{\frac{P_i}{P_V} \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{n-1}{2n}}} d \left(\frac{P_i}{P_V} \right) = \psi S_{nep} \frac{1}{V} \sqrt{\frac{P_V}{\rho_V}} dt$$

$$\text{или: } \frac{1}{n} \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1-3n}{2n}} d \left(\frac{P_i}{P_V} \right) = S_{nep} \psi \frac{1}{V} \sqrt{\frac{P_V}{\rho_V}} dt. \quad (22)$$

Интегрируя уравнение (22) при ограничениях от 1 к P_i/P_V и от 0 к t :

$$\frac{1}{n} \int_1^{\frac{P_i}{P_V}} \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1-3n}{2n}} d \left(\frac{P_i}{P_V} \right) = S_{nep} \psi \frac{1}{V} \sqrt{\frac{P_V}{\rho_V}} \int_0^t dt,$$

$$\text{или: } \frac{1}{n} \left. \left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1-n}{2n}} \right|_1^{\frac{P_i}{P_V}} = S_{nep} \psi \frac{1}{V} \sqrt{\frac{P_V}{\rho_V}} t \Big|_0^t. \quad (23)$$

Время откачивания воздуха из ограниченного пространства от давления P_V к давлению P_i исходя из уравнения (23) будем рассчитывать с уравнения:

$$t = \frac{1}{n} \frac{2n}{1-n} \frac{V}{S_{nep} \psi} \sqrt{\frac{\rho_V}{P_V}} \left[\left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1-n}{n}} - 1 \right],$$

$$\text{или: } t = \frac{2}{1-n} \frac{V}{S_{nep} \psi} \sqrt{\frac{\rho_V}{P_V}} \left[\left(\frac{P_i}{P_V} \right)^{\frac{1-n}{n}} - 1 \right], \text{ с,} \quad (27)$$

где: V – объем камер переменного вакуумметрического давления системы “доильный стакан-пульсатор”, м^3 ; S_{nep} – площадь сечения перепускного канала “пульсатор – доильный стакан”, м^2 ; ψ – скоростной коэффициент, характеризует соотношение давлений, $\text{м}^{1/2}/\text{с}$; ρ_V – плотность воздуха в объеме V при атмо-

сферном давлении, кг/м^3 ; P_V – атмосферное давление воздуха в объеме V , кг/м^2 ; n – показатель политропы.

С целью апробации полученного решения проведено вычисление времени откачивания воздуха из системы “доильный стакан-пульсатор” при следующих исходных данных: $V = 0,00005; 0,0001; 0,00015; 0,0002 \text{ м}^3$; d_{ncp} – диаметр перепускного канала пульсатора, $d_{ncp} = 0,002; 0,003; 0,004 \text{ м}$; $\rho_V = 1,25 \text{ кг/м}^3$; $P_V = 10000 \text{ кг/м}^2$; $n = 1,4$.

Результаты расчета представлены на рис. 1-2.

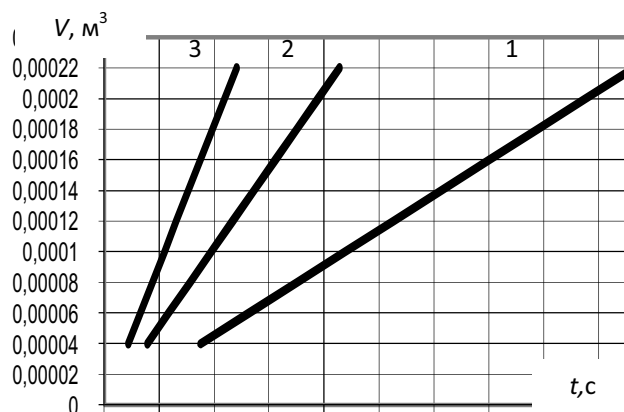


Рис. 1. Зависимость времени откачивания t воздуха от объема пространства V “доильный стакан-пульсатор”:

1,2,3 - $d_{ncp} = 0,002; 0,003; 0,004 \text{ м}$.

Fig. 1. Dependence of time t of pumping out of air on the volume of space of V “milking glass-pul'sator”:

1,2,3 - $d_{ncp} = 0,002; 0,003; 0,004 \text{ м}$

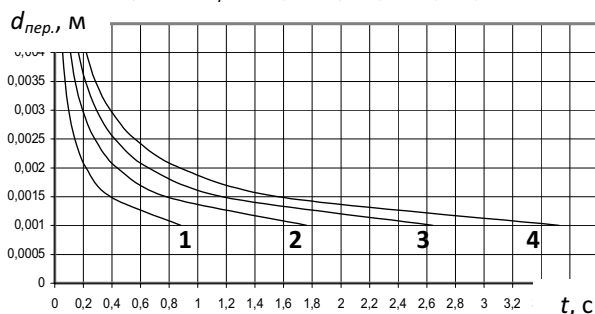


Рис. 2. Зависимость времени откачивания t воздуха от диаметра перепускного отверстия d_{ncp} пульсатора при заданном объеме пространства “доильный стакан-пульсатор”:

1,2,3,4 - $V = 0,00005; 0,0001; 0,00015; 0,0002 \text{ м}^3$.

Fig. 2. Dependence of time t of pumping out of air on the diameter of the admission opening of d_{ncp} pul'sator at the set volume of space “milking glass-pul'sator”:

1,2,3,4 - $V = 0,00005; 0,0001; 0,00015; 0,0002 \text{ м}^3$.

ВЫВОДЫ

Выведены математические зависимости разрешают моделировать скорость и расход воздуха, время откачивания в зависимости от объемов камер переменного вакуумметрического давления доильного аппарата, конструктивных размеров воздухопроводов, режима перемены давления, что разрешает теоретически обосновать конструктивные и динамические характеристики системы “пульсатор-доильный стакан”

Расчеты по изложенной теории показали, что оптимальный диаметр перепускного отверстия пульсатора находится в пределах $0,002...0,003 \text{ м}$ при объеме пространств переменного давления от $0,00005 \text{ м}^3$ по $0,0002 \text{ м}^3$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Dmytriv V. T. 2006. Model vitraty povitrya elementamy doilnogo apparata / Visnik Lvovskogo derzavnogo agrarnogo universitetu: Agroinjenerni doslidjenna, - № 10. - 483-488.
2. Dmytriv V. 2007. Dynamic characteristics of hydropneumatic milking systems. / Zbornik radova: proceedings. Opatija, Croatia. - February 13-16 - 332-335.
3. Rybnikov A.P. 1976. Raschet vakuumnyx system doilnix ustanovok // Meh. i elektr. soc. s. x., - № 5. -19-20.
4. Fisachenko O.I., Nanka O.V., Dzuba A.I., Fisachenko E.O. 2005. Funkcionalni sxemy doilnix ustanovok ta vzaemodia elementiv ix osnovnogo unificovanogo obladdnansna // Visn. Khark. nac. texn. un-tu s. g. im. P. Vasilenka. Vip. 42: Vdoskonalenna texnologiy i obladdnanna virobniectva produkcii tvarinnictva i ptaxivniectva. – Kharkiv, – 40-44.
5. Dmytriv V. T., Kondur S.M. 1998. Osnovi teorii ruxu povitra v doilnimu aparati // Visn. Lviv. derj. agrar. un-tu: Agroinjenerni doslidjenna, – № 2. –83-86.
6. Karimov N.B. 1973. Rasxod vozduxa v doilnom apparate // Mex. i elektr. soc. s. h., - №5. –25-27.
7. Polivcev V.P., Polivcev V.V. 2011. Issledovanie processa istechenia sjatogo cherez soplo v atmosferu // Visnik Sevastopolskogo NTU: zb. nauk. pr. Vip. 119. Seria: Mexanika i Energetica, ekologia. – Sevastopol, – 71-76.
8. Naumenko A., Uzhyk V., Chygryn A. 2011. Determination of constructive-regime parame-

- ters of a pulsator for a milking machine. // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 13. 244-248.
9. Syrotiuk V.M., Baranovych S.M., Syrotiuk S.V. 2011. Analysis of constructions of pneumatic membrane pulsators of pair action and substantiation of their operation modes. MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 13. 309-317.
10. Gerc E.V., Kreynin G.V. 1975. Raschet pnevmoprovodov. Spravochnoe posobie. – M.: Mashinostroenie, - 272.
11. Kovalnogov N.N. 2010. Prikladnaya mehaniaka jidkosti i gaza. – Ulyanovsk: UIGTU, – 219.
12. Loicanskiy L.G. 1987. Mehanika jidkosti i gaza. – M.: Nauka, – 840.
13. Donskoy A.C. 2009. Matematicheskoe modelirovanie procesov v pnevmaticheskikh privodah. – SPb: Izd-vo Politehn. un-ty, – 121.
14. Krasnov I.N. 1974. Doilnye apparaty. - Izd-vo Rostovskogo university, - 228.
15. Popov D.N. 1976. Dinamika i regulirovanie gidro- i pnevmosistem. – M.: Mashinostroenie, - 424.
16. Cherniy G.G. 1988. Gazovay dinamika. – M.: Nauka, – 424.
17. Dmytriv V., Dmytriv I. 2013. Model vidkachuvanna povitra z kamer zminnogo vakuummetrychnogo tisku doilnogo apparata. // Visnik Kharkivskogo Nac. Texnich. university, s. g. im. Petra Vasilenka. – Vip. 132 “Tehnichni sistemi i tehnologii tvarinnyctva”. – Kharkiv. – 207-212.
18. Dmytriev V. N., Gradeckiy V. G. 1973. Osnovi pnevmoavtomatiki. - M.: Mashinostroenie, - 360.
19. Dmytriv V.T., Dmytriv I.V. 2010. Kalibrator pulsatora doilnogo apparata. // Mehanizacia ta elektrifikacia silskogo gospodarstva. Vip. 84. – Glevaha, - 143-147.
20. Dmytriv V.T. 2002. Modeluvanna koeficienta oporu ruxu povitra u vakuumprovidnix sistemah // Visnik Lvovskogo derjavnogo agrarnogo universitetu: Agroinjenerni doslidjenna, - № 6. - 201-206.
21. Dmytriv V.T. 2003. Doslidjenna energetichnix parametriv vakuumprovidnoi sistemi doilnoi ustanovki // Visnik Lvovskogo derjavnogo agrarnogo universitetu: Agroinjenerni doslidjenna, - № 7. - 281-287.

DESIGN OF TIME OF EXPIRATION OF AIR FROM A LIMIT SPACE

Summary. Analytical dependences are resulted for the design of process of pumping out of air from the chambers of variable vacuum gauge pressure of the system pul'sator-milking glass taking into account the law of economy of mass for gas in a subcontrol volume through equalization of mechanical energy of portage of air. Time of pumping out of air is expected in a milking vehicle to nominal vacuum gauge pressure.

Key words: milking vehicle, speed coefficient, vacuum wire.