

Leszek Bolibok¹

Stosowanie funkcji Ripleya do badania anizotropicznych rozmieszczeń drzew

The use of Ripley's function for investigations of anisotropic spatial patterns of trees

Abstract. One of the most frequently used methods of spatial analysis – Ripley's $K(t)$ function has limitations which constrain the usefulness of this method. The classical estimator of Ripley's $K(t)$ function can only be used in case when examined point pattern formed by trees is homogenous and isotropic. In the paper, the idea of spatial stochastic point process was described in rather illustrative manner. Special attention was paid to anisotropy as a feature of the point process. Detection of anisotropy in the horizontal distribution of trees can direct further investigations of agents shaping tree stand structure. Classical estimator of Ripley's $K(t)$ function is not able to provide any information about the anisotropy of the spatial pattern. The review of the current methods of anisotropy detection in the point pattern is presented with special attention for directional estimators of Ripley's $K(t)$ function. Unfortunately, suitable software for such analyses is hardly available (e.g. SPPA). There are graphical methods implemented in noncommercial statistical package *R* which can help the investigator to examine the point pattern. The library *ecespa* contains procedure *getis* which can calculate local values $L_i(t)$ of Ripley's function in the way described by Getis and Franklin. The map of $L_i(t)$ values can show the shape of potential point clusters and encourage a researcher to make formal test for anisotropy. The library *spatstat* contains the procedure *Kmeasure* which can calculate a reduced second measure of the point process. The graphical output of this procedure shows the probability of finding another tree in the neighborhood of a 'typical tree' in the investigated point pattern and can show any directional difference in such probability.

Key words: tree spatial point pattern, anisotropy, spatial analysis, directional estimator of Ripley's $K(t)$ function

1. Wstęp

Funkcja Ripleya (1977) stała się standardowym i często stosowanym narzędziem analizy struktury przestrzennej drzewostanów (Bolibok 2003, Fajardo et al. 2006, Koukoulas i Blackburn 2005, Motta i Edouard 2005). Powszechność stosowania tej metody wynika m.in. z coraz łatwiejszego dostępu do odpowiedniego oprogramowania. Względna łatwość zastosowania metody nie powinna jednak prowadzić do ignorowania ważnych ograniczeń metodycznych. Weiner (1985) bardzo przekonująco przedstawił zagrożenia, jakie niesie ze sobą łatwość przeprowadzenia obliczeń bez znajomości statystycznych podstaw stosowania korelacji i regresji. Podobnie rzecz się ma w przypadku analizy danych punktowych za pomocą funkcji Ripleya. Poprawne zastosowanie tej funkcji wymaga przyjęcia szeregu założeń, które nie każdy zestaw danych może spełnić. Celem tego artykułu jest przybliżenie pojęcia

anizotropii danych punktowych oraz wpływu tej właściwości danych na wyniki analizy struktury przestrzennej drzewostanu uzyskane za pomocą funkcji Ripleya.

2. Wymagane cechy analizowanych danych o rozmieszczeniu drzew

Często badanym aspektem struktury przestrzennej drzewostanów jest typ rozmieszczenia drzew, a dokładnie typ rozmieszczenia pni drzew na powierzchni badanego drzewostanu. Zazwyczaj informacja o rozmiarach pni drzew jest ignorowana i każde drzewo jest reprezentowane przez jeden punkt o znanych współrzędnych prostokątnych bądź kątowych. Ostatecznie więc przedmiotem badania jest zbiór współrzędnych opisujących rozmiesz-

¹ Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Leśny, Katedra Hodowli Lasu, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa, Fax +48 225938106, e-mail leszek.bolibok@wl.sggw.pl

czenie punktów na płaszczyźnie, dalej zwany rozmieszczeniem. W dalszej części tekstu, dla odróżnienia od zwykłych punktów tworzących płaszczyznę, punkty tworzące rozmieszczenie będą nazywane obiektami. Funkcja Ripleya może dostarczyć odpowiedzi na pytanie, czy rozmieszczenie drzew jest nielosowe i w jakiej skali przestrzennej to zjawisko może być obserwowane. Najczęściej dostępny w oprogramowaniu do analiz przestrzennych standardowy estymator funkcji Ripleya (1977), stosujący współczynnikową korekę efektu brzegowego, pozwala na uzyskanie wiarygodnych informacji jedynie na temat struktury przestrzennej rozmieszczeń jednorodnych (stacjonarnych) i izotropicznych. Obecność kierunkowych zmian wartości lokalnego zagęszczenia obiektów (powodująca niejednorodność rozmieszczenia) bardzo często prowadzi do fałszywego wskazania skupiskowości w badanym rozmieszczeniu drzew (Bailey i Gatrell 1995, Bolibok 2008).

Przed zdefiniowaniem pojęcia izotropii rozmieszczenia wprowadzone zostanie pojęcie przestrzennego procesu stochastycznego i jego szczególnej formy – przestrzennego procesu Poissona, który jest zarówno jednorodny, jak i izotropiczny. Przedstawiony opis przestrzennego procesu stochastycznego i jego właściwości ogranicza się tylko do płaszczyzny, ma charakter mniej formalny, ilustracyjny. Bardziej sformalizowany i wyczerpujący opis czytelnik może znaleźć w podręcznikach dotyczących analizy danych przestrzennych (Stoyan et al. 1987, Bailey i Gatrell 1995).

Proces stochastyczny można sobie wyobrazić jako mechanizm stochastyczny generujący rozmieszczenia zajmujące całą płaszczyznę. Konkretnie rozmieszczenie jest nazywane realizacją procesu stochastycznego. Jakkolwiek liczba realizacji procesu stochastycznego jest nieskończona, to jednak każde rozmieszczenie, jakie zostanie wygenerowane przez dany proces, nosi jego piętno. Analiza relacji przestrzennych pomiędzy obiektami pozwala na formułowanie hipotez dotyczących natury procesu, który je wygenerował. Większość metod analizy danych punktowych (w tym funkcja Ripleya) odwołuje się do matematycznie opisanych właściwości procesów stochastycznych.

W przypadku badania typu rozmieszczenia drzew najczęściej stawiana jest hipoteza zerowa, zakładająca że badane rozmieszczenie jest losowe. Wiele metod analizy struktury przestrzennej populacji odwołuje się bezpośrednio lub pośrednio do jednorodnego przestrzennego procesu Poissona jako modelu losowego rozmieszczenia obiektów. Można by powiedzieć, że jest on wzorcem losowego rozmieszczenia obiektów. W tym przypadku słowo „wzorzec” nie jest rozumiane jako rozmieszczenie obiektów (w tym znaczeniu używali go Szwagrzyk i Ptak 1991), ale zostało użyte w kontekście

takim jak w wyrażeniu: „wzorzec metra przechowywany w Sèvres koło Paryża”. Porównując właściwości badanego rozmieszczenia z właściwościami procesu Poissona (a w zasadzie z właściwościami generowanych przezeń rozmieszczeń) można zweryfikować hipotezę zerową o zgodności badanego rozmieszczenia z realizacjami tego procesu.

Clark i Evans (1954) opisują rozmieszczenie losowe jako rozmieszczenie, w którym każdy obiekt ma taką samą szansę na znalezienie się w dowolnym fragmencie rozmieszczenia, każdy wybrany fragment rozmieszczenia o tej samej powierzchni ma taką samą szansę na otrzymanie obiektu, a położenie dowolnego obiektu nie jest w żaden sposób zdeterminowane przez położenie innych obiektów. Można powiedzieć, że takimi zasadami „kieruje się” przestrzenny proces Poissona, generując idealnie losowe rozmieszczenia. W przypadku procesów przestrzennych generujących rozmieszczenia skupiskowe szansa na odnalezienie drugiego obiektu w otoczeniu dowolnego obiektu jest większa niż w rozmieszczeniu losowym o tym samym zagęszczeniu obiektów przypadających na jednostkę powierzchni. W przypadku procesów generujących rozmieszczenia równomierne szansa ta będzie mniejsza. Określenie typu badanego rozmieszczenia może sprowadzać się do porównania, jak kształtuje się liczba obiektów w otoczeniu dowolnego obiektu badanego rozmieszczenia w stosunku do liczby obiektów znajdujących w takim samym otoczeniu w rozmieszczeniu idealnie losowym. Otoczenie może być zdefiniowane jako koło o promieniu t . Dokonując kolejnych porównań badanego rozmieszczenia z rozmieszczeniem losowym dla różnych wartości t otrzymuje się informację o kształtowaniu się typu badanego rozmieszczenia w różnych skalach przestrzennych.

Liczba obiektów n , które można spotkać na powierzchni próbnej o wielkości $|A|$ w rozmieszczeniach idealnie losowych jest zmienną o rozkładzie Poissona (wzór 1).

$$\Pr(n) = e^{-\lambda|A|} \frac{(\lambda|A|)^n}{n!} \quad (1)$$

gdzie e - podstawa logarytmu naturalnego.

Średnia (oczekiwana) liczba obiektów przypadająca na jednostkę powierzchni w generowanych rozmieszczeniach nosi nazwę intensywności pierwszego rzędu λ . W przypadku procesów stacjonarnych (jednorodnych), do których należy przestrzenny proces Poissona, intensywność procesu jest stała na całej płaszczyźnie. Jeżeli w różnych częściach badanego rozmieszczenia intensywność zmienia się dość znacznie, proces nie jest stacjonarny. Stoyan et al. (1987) opisują proces stacjonarny jako taki, którego statystyki (a więc intensywność) są niezmiennie pod wpływem translacji (przesunięcia).

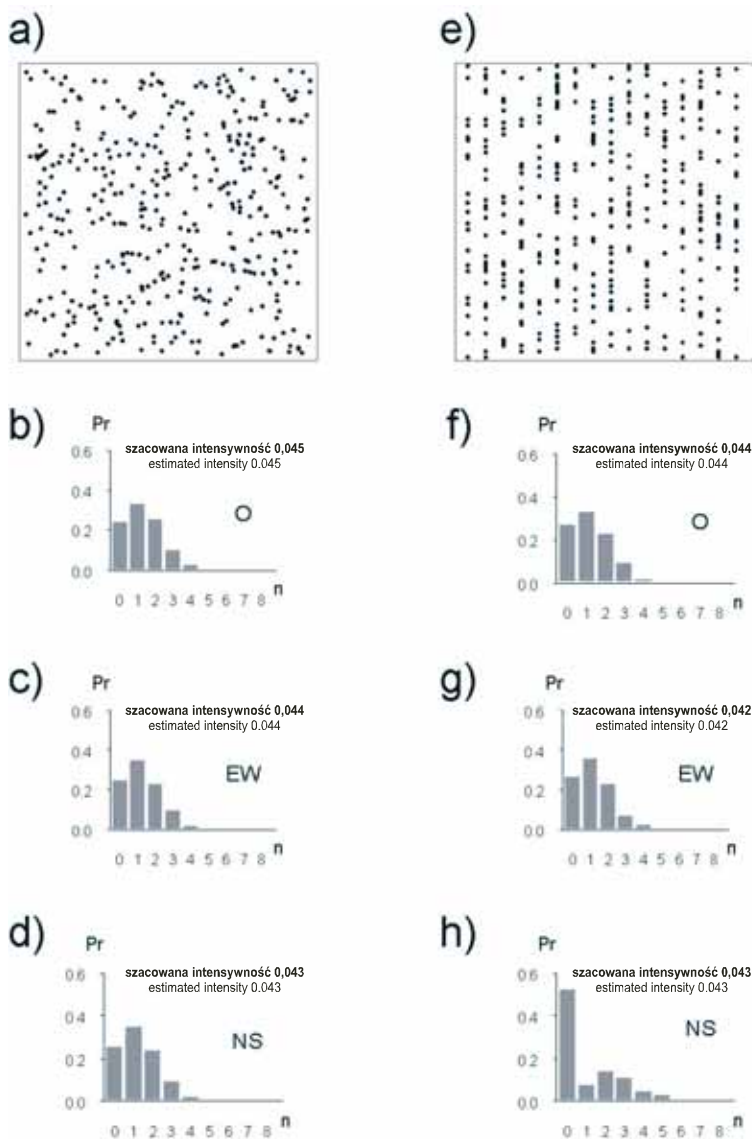
Szerzej wpływ niejednorodności rozmieszczenia na wyniki analizy za pomocą funkcji Ripleya został opisany w innych publikacjach (Bailey i Gatrell 1995, Bolibok 2008).

Ustalanie typu badanego rozmieszczenia może sprowadzać się do badania otoczenia obiektów tworzących to rozmieszczenie. W przypadku rozmieszczeń izotropicznych szansa na znalezienie kolejnego obiektu w otoczeniu danego obiektu zależy tylko od promienia badanego otoczenia, ale wcale nie zależy od kierunku (geograficznego), w jakim prowadzone są poszukiwania. Jednakowo prawdopodobne jest znalezienie kolejnego obiektu na północ i na wschód od dowolnego obiektu badanego rozmieszczenia. Jeżeli byłoby inaczej (na północ szansa byłaby większa), to obrót całego rozmieszczenia (np. o 90 stopni) zmieniłby jego właściwości. Po obrocie szansa znalezienia kolejnego

obiekty byłyby większa na wschód od danego obiektu. Stoyan et al. (1987) opisują proces izotropiczny jako taki, którego statystyki nie ulegają zmianie pod wpływem obrotu badanego rozmieszczenia.

Proces przestrzenny Poissona jest izotropiczny. Można to obrazowo wyjaśnić w ten sposób: wybierając dowolny obiekt w realizacji procesu i przeszukując jego otoczenie, prawdopodobieństwo znalezienia innego obiektu jest takie samo, niezależnie w jakim kierunku (geograficznym) te poszukiwania będą się odbywać. Tomppo (1986, str. 11) zaproponował sposób na wykrywanie anizotropii rozmieszczenia polegający na zastosowaniu powierzchni próbnych o wydłużonym kształcie i różnej orientacji przestrzennej. Graficzną ilustrację tego twierdzenia przedstawiono na ryc. 1a-d.

Mapka na ryc. 1a przedstawia fragment realizacji przestrzennego procesu Poissona, o wymiarach 100 na



Rycina 1. Szacowane prawdopodobieństwo spotkania określonej liczby obiektów na powierzchniach próbnych o różnym kształcie i orientacji w rozmieszczeniu losowym (a) i anizotropicznym (e), rozkład prawdopodobieństwa dla powierzchni kolistych (b, f) prostokątnych położonych w kierunku wschód zachód (c, g) i prostokątnych położonych w kierunku północ południe (d, h)
Figure 1. Estimated probability of finding a defined number of objects found in sample areas of different shape and orientation in random pattern (a) and anisotropic pattern (e), probability distribution detected in circular sample areas (b, f), in rectangular sample areas oriented in east-west direction (c, g) and in rectangular sample areas oriented in north-south direction (d, h)

100 metrów, zawierający 400 obiektów, uzyskany za pomocą symulacji komputerowej, zwany dalej rejonem badań. Intensywność dla tego rozmieszczenia można oszacować na 0,04 obiektów/m². Poniżej mapy znajdują się trzy histogramy opisujące rozkład prawdopodobieństwa napotkania określonej liczby obiektów na małej powierzchni próbnej umieszczanej na przedstawionym rozmieszczeniu losowym (ryc. 1 b, c, d). Mają one charakter empiryczny, gdyż zostały ustalone na podstawie zliczania obiektów na powierzchniach próbnych o wielkości $|A|=30 \text{ m}^2$, ale o różnym kształcie. W pierwszym badaniu (ryc. 1b) zastosowano kołową powierzchnię próbną, w drugim prostokątną o wymiarach $3 \times 10 \text{ m}$ zorientowaną dłuższym bokiem w kierunku EW, a w trzecim podobną, ale zorientowaną w kierunku NS. Różnica pomiędzy drugim i trzecim wariantem to odpowiednik rotacji rozmieszczenia, z tym że zamiast rozmieszczenia obrócono powierzchnię próbną. Obiekty były zliczane jedynie na tych powierzchniach próbnych, które w całości mieściły się w przyjętym rejonie badań. Algorytm działał, aż do uzyskania 1000 takich prób. Na rycinach umieszczono też informację o średniej liczbie obiektów na powierzchni próbnej (szacowana intensywność). Niezależnie od zastosowanego kształtu powierzchni próbnej histogramy są niemal identyczne, a średnia liczba obiektów napotkanych na powierzchniach próbnych bardzo podobna. Jest to empiryczna graficzna ilustracja stacjonarności badanego rozmieszczenia.

Na rysunku 1e przedstawiono fragment rozmieszczenia anizotropicznego o wymiarach $100 \times 100 \text{ m}$. Brak izotropii uzyskano przez rozmieszczenie obiektów według schematu więźby prostokątnej o wymiarach $1 \times 6 \text{ m}$ i losowe wybranie z tego schematu 400 obiektów. Wizualnie podobne rozmieszczenie może się ukształtować w przypadku wydzielania się drzewek z upraw leśnych zakładanych w więźbie prostokątnej. Analiza przedstawionego rozmieszczenia wykazała, że empiryczny rozkład prawdopodobieństwa napotkania n obiektów dla prób pobieranych na kolistych powierzchniach próbnych (ryc. 1f) jest bardzo podobny do rozkładu uzyskanego na takich samych powierzchniach próbnych w rozmieszczeniu losowym (ryc. 1b). Podobny rozkład uzyskano również stosując powierzchnie prostokątne zorientowane w kierunku EW (ryc. 1g). Rozkład napotkania n obiektów dla prób pobieranych na prostokątnych powierzchniach o orientacji NS (ryc. 1h) wyraźnie odbiega o rozkładu przy orientacji WE. Ponieważ „rzędy sadzenia” są od siebie zdecydowanie bardziej odległe niż „drzewka w rzędzie” powierzchnia próbna o orientacji NS częściej trafiała na pusty fragment rozmieszczenia (prawdopodobieństwo 0,54) niż powierzchnia o orientacji EW (prawdopodobieństwo 0,28). Jest to jaskrawy przykład anizotropii badanego rozmieszczenia.

3. Wpływ anizotropii rozmieszczenia na przebieg estymatora funkcji Ripleya

Wpływ anizotropii rozmieszczenia na wyniki uzyskiwane za pomocą funkcji Ripleya jest bardziej subtelny niż wpływ niestacjonarności, lecz nie należy go ignorować. Analiza rozmieszczenia za pomocą funkcji Ripleya $K(t)$ odwołuje się do tak zwanych właściwości drugiego rzędu badanego procesu. Iloczyn $\lambda K(t)$ równy jest oczekiwanej liczbie obiektów oddalonych nie bardziej niż t od dowolnego punktu w analizowanym rozmieszczeniu. W idealnie losowych rozmieszczeniach oczekiwania liczba obiektów w odległości t od dowolnego obiektu wynosi $\lambda \pi t^2$, stąd funkcja $K(t) = \pi t^2$. Programy komputerowe, w których stosuje się korektę współczynnikową, są w stanie obliczyć wartość estymatora funkcji Ripleya dla badanego rozmieszczenia na podstawie zliczania obiektów w sąsiedztwie o promieniu t wokół każdego obiektu w badanym rozmieszczeniu według wzoru:

$$\hat{K}(t) = \sum_{i \neq j} \sum w_{ij}^{-1} I(u_{ij}) / \lambda^2 |A| = \frac{|A|}{n^2} \sum_{i \neq j} \sum w_{ij}^{-1} I(u_{ij}) \quad (2)$$

gdzie $I_t = \begin{cases} 1, & \text{gdy } u_{ij} \leq t \\ 0, & \text{gdy } u_{ij} > t \end{cases}$, a w_{ij} to współczynnik korekty

efektu brzegowego.

Dla wygody interpretacji wartość estymatora często poddawana jest transformacji wg wzoru:

$$\hat{L}(t) = \sqrt{\hat{K}(t)/\pi} - t \quad (3)$$

Funkcja dla idealnie losowego rozmieszczenia przebiega wzdłuż osi OX, a odchylenie ponad oś OX sugeruje skupiskowość rozmieszczenia w danej skali przestrzennej.

Rozmieszczenie obiektów w rejonie badań traktowane jest jako fragment realizacji procesu stochastycznego zajmującego całą płaszczyznę. Gdy procedura bada otoczenie obiektów leżących przy granicy rejonu badań, może zachodzić potrzeba ustalenia liczby obiektów znajdujących się w otoczeniu badanego obiektu, lecz leżących poza granicami rejonu badań. Można to ustalić empirycznie, wykonując w trakcie prac terenowych mapę obiektów wokół powierzchni badawczej. Gdy z różnych względów jest to niemożliwe, powstaje problem tzw. efektu brzegowego. Wartości estymatora funkcji Ripleya mogą być zafałszowane z powodu braku informacji o rozmieszczeniu obiektów wokół rejonu badań. W celu rozwiązania tego problemu stosuje się różne metody korekty efektu brzegowego (por. Szwaagrzyk i Ptak 1991). Często stosowaną metodą jest tzw. korekta współczynnikowa. Jej zaletą jest to, że można ją stosować dla rejonów badań o dowolnym kształcie. Jednym z ważnych jej ograniczeń jest wymóg,

aby analizowane rozmieszczenie było izotropiczne. Wzór 2 zawiera w sobie współczynnik w_{ij} , który koryguje liczbę stwierdzonych w otoczeniu obiektów w sytuacji, gdy badane jest otoczenie obiektu leżącego przy granicy rejonu badań. W przypadku analizy otoczenia o promieniu t wokół analizowanego obiektu podstawą korekty jest ustalenie, jaka część obwodu okręgu opasującego otoczenie badanego obiektu leży poza granicami rejonu badań. Im większa część wspomnianego okręgu znajdzie się poza granicami rejonu badań, tym większe jest prawdopodobieństwo, że w otoczeniu badanego obiektu, ale poza granicami rejonu badań, znajdują się inne obiekty. W przypadku rozmieszczeń izotropicznych nie ma znaczenia, czy fragment obwodu analizowanego okręgu leży poza północną czy poza zachodnią granicą badanego rozmieszczenia, liczy się tylko jego długość. W przypadku rozmieszczenia anizotropicznego, takiego jak na ryc. 1e, prawdopodobieństwo napotkania innego obiektu na północ bądź na południe od badanego obiektu jest wyraźnie większe, niż na wschód bądź na zachód od niego. Korekta współczynnikowa zawarta we wzorze 2 nie jest w stanie uwzględnić tej różnicy i będzie dawać taką samą poprawkę, niezależnie czy badane obiekty leżą przy północnej czy przy zachodniej granicy rejonu badań. Tylko z tego powodu wartość estymatora funkcji Ripleya obliczonego ze wzoru 2 dla rozmieszczeń anizotropicznych będzie obciążona błędem.

Ważnym metodycznym przeciwwskazaniem dla stosowania klasycznej postaci estymatora funkcji Ripleya dla rozmieszczeń anizotropicznych jest fakt, że podstawy teoretyczne stosowanie tego estymatora wywodzą się z właściwości procesów izotropicznych. Chociaż algorytm komputerowy potrafi obliczyć wartości estymatora funkcji Ripleya, to jednak klasyczna interpretacja jego przebiegu może być zawodna. Jeżeli dla analizowanego dystansu t estymator ma wartość większą niż wyliczona dla danego t wartość górnego przedziału ufności, to zwyczajowo przyjmuje się, że w skali przestrzennej t badane rozmieszczenie jest skupiskowe. W odniesieniu do relacji przestrzennych między obiektami może to świadczyć, że ilość obiektów, jakie znajdowano w odległości mniejszej lub równej t wokół obiektu, była w badanym rozmieszczeniu większa, niżby oczekiwano w rozmieszczeniu idealnie losowym o takiej samej powierzchni i liczbie obiektów jak badane rozmieszczenie. W ostatnim stwierdzeniu na podkreślenie zasługuje słowo „wokół”. Słowo to oznacza tutaj, że w różnych kierunkach, ale z tym samym prawdopodobieństwem w każdym kierunku, w odległości nie większej niż t od dowolnego obiektu można napotkać inne obiekty częściej, niż ma to miejsce w rozmieszczeniu losowym. Dla rozmieszczeń izotropicznych skala przestrzenna t , w której estymator

osiąga lokalne maksimum ponad górnym przedziałem ufności, odpowiada średniej odległości obiektów znajdujących się w skupiskach, która bywa interpretowana również jako promień skupień (Rebertus et al. 1989).

Zastosowanie klasycznego estymatora funkcji Ripleya (1977) do analizy rozmieszczeń anizotropicznych może prowadzić do utraty informacji ważnych z ekologicznego punktu widzenia. W przypadku anizotropicznego rozmieszczenia skupiskowego (obiekty tworzą eliptyczne skupienia o jednakowej orientacji dłuższej osi skupień) klasyczny estymator prawdopodobnie wskaże skupiskowość takiego rozmieszczenia, ale w skali przestrzennej odpowiadającej „uśrednionej wartości” promienia takich skupień. Gdy badane rozmieszczenie jest nielosowe, otwiera to drogę do poszukiwania czynników odpowiedzialnych za skupiskowość rozmieszczenia. Wskazanie, że skupiska są eliptyczne i jednakowo zorientowane w przestrzeni, może ukierunkować te poszukiwania. Niestety na podstawie klasycznego estymatora funkcji Ripleya takiej wskazówki nie uzyskamy.

4. Estymatory kierunkowe

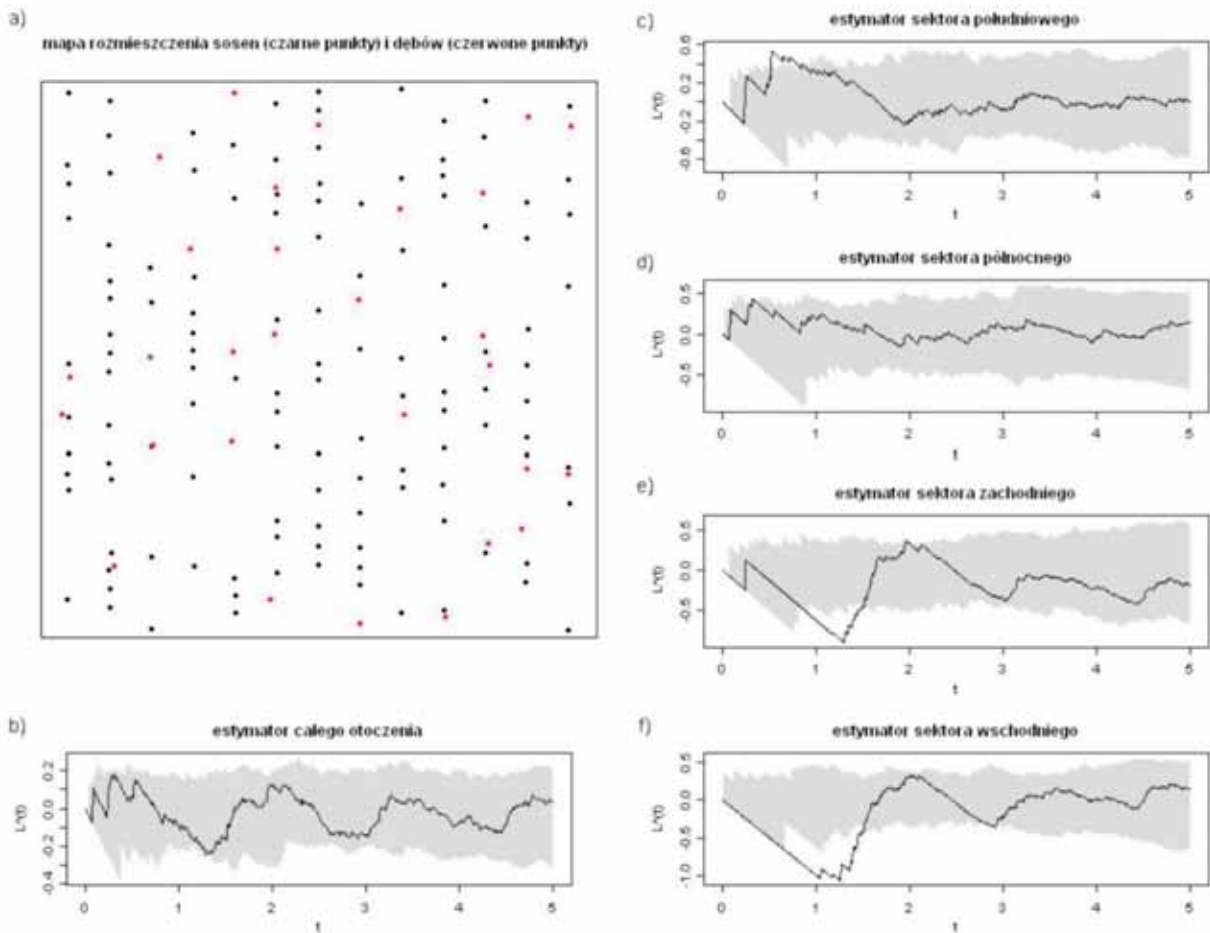
Istnieje modyfikacja funkcji Ripleya stworzona w celu wykrywania anizotropii rozmieszczeń. Ohser i Stoyan (1981, za Muggleston i Renshaw 1996) opisali funkcję $K'(t, \varphi)$, której przebieg określany jest na podstawie zliczania obiektów znajdujących się w sektorze o promieniu t i kącie φ w otoczeniu obiektów tworzących badane rozmieszczenie. Jeżeli badany sektor ma kąty pełny (badane jest całe otoczenie kołowe, $\varphi = 2\pi$) to $K'(t, 2\pi) = K(t)$. W idealnie izotropicznym rozmieszczeniu dla sektorów skierowanych na południe i na wschód, ale o takich samych wartościach promienia i kąta rozwarcia, przebieg estymatora funkcji $K'(t, \varphi)$ powinien być bardzo podobny.

Przykład zastosowania kierunkowego estymatora funkcji $K(t)$ podaje w swoim podręczniku Dale (1999). Autor poddał powtórnej analizie dane opublikowane przez Gibsona i Browna (1991). Dane te dotyczą rozmieszczenia drzew gatunku *Lagarostrobos franklinii* (Hook.f.) Quinn, który ma dosyć duże wymagania świetlne oraz duży potencjał do tworzenia odrośli z pnia i konarów powalonych drzew. Często obserwuje się dojrzałe drzewa tego gatunku rosnące wzdłuż linii leżących silnie rozłożonych pni. Gibson i Brown (1991) przeanalizowali dane o rozmieszczeniu pni za pomocą klasycznego estymatora funkcji Ripleya. Estymator ten wykazał skupiskowość pni drzew w skali przestrzennej 10 metrów, co zostało zinterpretowane jako skupiskowość rozmieszczenia drzew wywołana odnawianiem się tego światłołubnego gatunku w lukach. Dale (1999)

poddał dane ponownej analizie, zwróciwszy uwagę, że na mapie punkty reprezentujące drzewa *Lagarostrobos franklinii* układają się jak gdyby w trzy położone w pewnej odległości od siebie szeregi przebiegające równoległe do osi OX mapy pni drzew. Badając za pomocą estymatora kierunkowego funkcji Ripleya sąsiedztwo punktów w kierunku OX, otrzymał wyniki podobne do wyników uzyskanych przez Gibsona i Browna (1991). Natomiast stosując estymator kierunkowy do badania sąsiedztwa punktów w kierunku OY, wykazał skupiskowość tylko w skali 2 metrów, a w większych skalach silną równomierność (repulsję) rozmieszczenia badanych drzew. Z analizy Dale'a (1999) wynikałoby, że skupiska (trzy szeregi drzew) są silnie eliptyczne i być może w tym przypadku czynnikiem determinującym rozmieszczenie pni drzew w badanym drzewostanie było raczej rozmnażanie

wegetatywne, a jeżeli generatywne – to prawdopodobnie nasiona kiełkowały na powalonych i rozłożonych pniach, co jest inną cechą charakterystyczną omawianego gatunku (Gibson i Brown 1991).

Haase (2001) zmodyfikował i podał przykład wykorzystania kierunkowego estymatora funkcji Ripleya stosowanego do badania wzajemnego rozmieszczenia obiektów dwóch rodzajów (Lotwick i Silvermann 1982). Autor udostępnił program komputerowy (Haase 2002) pozwalający na zbadanie kierunkowej zależności pomiędzy obiektami dwóch rodzajów. Ideę takiej analizy ilustruje następujący przykład. Na rycinie 2a przedstawione zostało rozmieszczenie obiektów czarnych (sosen) i czerwonych (dębów). Rozmieszczenie to zostało wygenerowane podobnie jak rozmieszczenie z ryc. 1e. Inspiracją do niego była metoda Sobańskiego (Niemiec i Sobański 2007), polegająca, w jednym z



Rycina 2 Wyniki dwuczynnikowej analizy symulowanego rozmieszczenia sosen i dębów: mapa rozmieszczenia (a), wynik zastosowania klasycznego estymatora $\hat{K}(t)$ funkcji Ripleya $K(t)$ (b), wyniki zastosowania estymatorów kierunkowych dla sektora północnego (c), południowego (d), zachodniego (e) i wschodniego (f).

Figure 2. Results of the bivariate analysis of simulated spatial distribution of pines and oaks: the map of distribution (a), outcome of classical estimator of Ripley's $\hat{K}(t)$ function (b), results of directional estimators for north sector (c), south sector (d), west sector (e) and east sector (f).

wariantów, na łączeniu odnowienia siewem gatunków biocenotycznych z odnowieniem sadzeniem gatunków głównych na powierzchni z przygotowaniem gleby w bruzdy. Algorytm komputerowy wygenerował rozmieszczenie sosen w więźbie prostokątnej 1,5×0,65 m (9859 szt./ha) oraz dębów w więźbie 1,5×1,05 m (6200 szt./ha). Drzewka obu gatunków były rozmieszczane we wspólnych rzędach co 1,5 m, co miało naśladować przygotowanie gleby w bruzdy. Ponieważ udatność siewów rzadko jest równomierna, wprowadzono nieznaczne wahania w położeniu dębów w rzędzie. Metoda Sobańskiego ma służyć między innymi wzbogaceniu bazy żerowej jeleni. Po kilku latach uprawy są rozgrazane i zwierzyna może zgryzać dęby. Aby symulować mapę pni drzew po trzydziestu latach, algorytm komputerowy zredukował liczbę drzew, usuwając losowo 70% sosen i 90% dębów. Większa redukcja dębów ma odzwierciedlać niższą ich przeżywalność na ubogim siedlisku oraz wpływ zgryzania. Czy rozmieszczenie przedstawione na ryc. 2a mogłoby zaistnieć w rzeczywistości, jest kwestią otwartą, natomiast znakomicie nadaje się ono do zademonstrowania działania estymatora kierunkowego funkcji Ripleya w analizie dwuczynnikowej. Na rycinie 2b zamieszczono wynik analizy wspomnianego rozmieszczenia za pomocą klasycznego estymatora (Lotwick i Silverman 1982). Jak widać, linia estymatora (czarna) nie wychodzi poza zakres przedziałów ufności (szary obszar) wygenerowanych za pomocą metody Monte Carlo (Haase 2002) przez symulację 99 rozmieszczeń (kolejne symulacje otrzymywano za pomocą toroidalnego przesunięcia rozmieszczeń dębów względem rozmieszczeń sosen). Statystyczna istotność wyniku została potwierdzona testem zaproponowanym przez Ripleya dla skal przestrzennych od 0,1 m do 5 m (por. Haase 2002). A więc, bazując na wartościach klasycznego estymatora, należałoby powiedzieć, że sosny i dęby po 30 latach są rozmieszczone względem siebie w sposób niezależny.

Przeczą temu stwierdzeniu wyniki uzyskane za pomocą estymatorów kierunkowych (ryc 2c, 2d, 2e, i 2f). Estymator kierunkowy badający rozmieszczenie w sektorze południowym otoczenia drzew (od azymutu 135° do 225°), wykazał agregację (przyciąganie) w skali przestrzennej około 0,6 m, co można traktować jako konsekwencję tego, że dęby były siane w tych samych rzędach, w których sadzono sosnę. Podobną tendencję, aczkolwiek nieistotną statystycznie, wykazuje estymator badający północną część otoczenia drzew (od azymutu 315° do 45°). Estymatory badające otoczenie w kierunku wschodnim (od azymutu 45° do 135°) i zachodnim (od azymutu 225° do 315°) wykazały segregację (odpychanie) sosen i dębów w skali przestrzennej około 1,3 m, co może być pochodną sadzenia drzewek w rzędach odległych co 1,5 metra. Opierając się

na wskazaniach estymatorów kierunkowych, można powiedzieć, że dęby i sosny w badanym rozmieszczeniu nie są rozmieszczone niezależnie oraz, że „po 30 latach” analizowane rozmieszczenie odzwierciedla sposób zakładania drzewostanu.

5. Inne metody wykrywania anizotropii w danych punktowych

Wiele z metod badań przestrzennych analizuje dane z rejonu badań stosując w tym celu mniejsze powierzchnie próbną. Zastosowanie w ramach stosowanej metody analizy wydłużonych (prostokątnych, eliptycznych) powierzchni próbnych może być w niektórych przypadkach sposobem na wykrycie anizotropii badanych rozmieszczeń. Należy w tym celu przeprowadzić kilka analiz, za każdym razem inaczej orientując w przestrzeni dłuższą oś powierzchni próbnej. Przykładem takiego postępowania jest zastosowana w niniejszym artykule metoda (ryc 1. e-h) zaproponowana przez Tomppo (1986).

Niektóre metody analizy danych punktowych oferują możliwość identyfikacji anizotropii rozmieszczenia niejako przy okazji. Jak zauważają Mugglestone i Renshaw (1996), w przypadku analizy spektralnej danych punktowych, tzw. spektrum Θ może być użyte po odpowiednim przekształceniu do oceny izotropii badanego rozmieszczenia.

Obecnie problem anizotropii rozmieszczeń zyskuje coraz większą uwagę badaczy, co owocuje nowymi metodami pozwalającymi formalnie testować założenie o izotropii badanego rozmieszczenia. Rosenberg (2004) zaproponował metodę odwołującą się do analizy falkowej i wymagającą zastosowania metody Monte Carlo do testowania istotności wyników.

Guan et al. (2006) opracowali funkcję SSIF (sample second-order intensity function) oraz formalną statystykę opartą na rozkładzie χ^2 . Zastosowanie funkcji SSIF, w odróżnieniu od wszystkich omawianych dotychczas metod, pozwala na ocenę statystycznej istotności wyników obliczeń.

6. Graficzne metody badania anizotropii pokrewne do funkcji Ripleya

Obecnie dostępność programów komputerowych do estymacji kierunkowej funkcji Ripleya jak również innych metod wykrywania anizotropii jest dość ograniczona. Oczekując na odpowiednie oprogramowanie, można poddać badane rozmieszczenie analizie pod

kątem wykrycia ewentualnej anizotropii rozmieszczenia drzew za pomocą metod graficznych.

Jedną z takich metod jest opisana przez Getisa i Franklin (1987) modyfikacja funkcji Ripleya pozwalająca wyliczyć lokalną wartość transformowanego estymatora funkcji Ripleya $L_i(t)$ wokół wybranego obiektu i . Do wykonania wykresów prezentowanych na rycinach 3d, 3e, 3f, 4d, 4e i 4f został wykorzystany algorytm *getis* napisany przez de la Cruz (2007). Pozwala on przedstawić graficznie kształtowanie się wartości funkcji $L_i(t)$ w rejonie badań. Zastosowanie tego rozwiązania pozwala zobaczyć skupiska obiektów lub rejonu bez obiektów, tak jak je „widzi” funkcja Ripleya. Ponieważ funkcja Ripleya może przyjmować różne wartości w zależności od promienia analizowanego otoczenia t , aby zobaczyć kształtowanie się skupisk w różnych skalach przestrzennych, dla każdej z nich należy wykonać oddzielną rycinę.

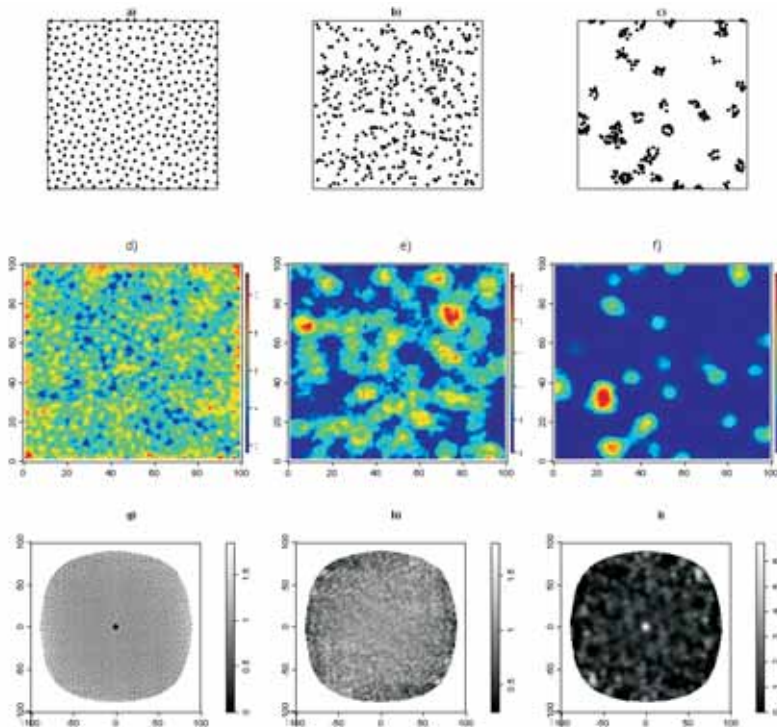
Drugą z metod graficznych jest tzw. zredukowana miara drugiego momentu przestrzennego procesu stochastycznego κ (ang. reduced second moment measure). Można ją zdefiniować w taki sposób, że dla „typowego” obiektu x danego procesu stochastycznego oczekiwana liczba innych obiektów tego procesu y , takich, dla których wektor $y-x$ jest położony wewnątrz rejonu A , jest równa iloczynowi $\lambda\kappa|A|$, gdzie λ to oczekiwana liczba obiektów na jednostkę powierzchni w danym procesie (Baddeley i Turner 2005). Z matematycznego punktu widzenia funkcja Ripleya jest przypadkiem szczególnym miary κ . Algorytm *Kmeasure* opracowany przez Baddeley i Turnera (1995) pozwala prześledzić kształtowanie się wartości κ wokół abstrakcyjnego „typowego” obiektu z badanego rozmieszczenia. Analizując taką rycinę (por. ryciny 3g, 3h, 3i, 4g, 4h i 4i) można zobaczyć, czy prawdopodobieństwo znalezienia innych obiektów wokół badanego obiektu jest we wszystkich kierunkach takie same.

Sposób posługiwania się tymi narzędziami został przedstawiony na rycinach 3 i 4. Na rycinach 3a 3b i 3c przedstawiono odpowiednio rozmieszczenia: równomierne, losowe i skupiskowe. Zostały one wygenerowane tak, że zawierają taką samą liczbę obiektów (400) na kwadratowej powierzchni o wymiarach 100×100 m. Na rycinach 3d, 3e i 3f zamieszczono przestrzenne zróżnicowanie wartości estymatora funkcji $\hat{L}_i(t)$ obliczonych dla $t = 5$ m. Obszary zaznaczone ciemnoniebieskim kolorem to fragmenty rozmieszczeń z bardzo małymi wartościami estymatora $\hat{L}_i(t)$, a kolorem żółtym i czerwonym z wyższymi. W przypadku rozmieszczenia równomiernego (ryc. 3d) widoczna jest drobna mozaika granatowych i żółtych plamek bez widocznych większych obszarów, w których dominowałby jeden kolor. W rozmieszczeniu skupiskowym (ryc. 3f) na

ciemnoniebieskim tle odcinają się jaśniejsze „wyspy” – to są właśnie skupiska. Udział powierzchniowy tych wysp jest stosunkowo mały i warto podkreślić, że nie wszystkie grupki punktów widoczne na ryc. 3c zostały zinterpretowane przez estymator $\hat{L}_i(t)$ jako skupiska. Na rycinie 3e przedstawiono przestrzenne zróżnicowanie wartości estymatora $\hat{L}_i(t)$ dla rozmieszczenia losowego. Obraz ma właściwości pośrednie w stosunku do dotychczas omawianych. Widać na nim „wyspy”, ale nie odcinają się one od tła tak wyraźnie jak w rozmieszczeniu skupiskowym. Mapa przestrzennego zróżnicowania wartości estymatora $\hat{L}_i(t)$ nie jest podstawą do oceny typu rozmieszczenia obiektów (to zadanie stosunkowo dobrze spełnia klasyczny estymator funkcji Ripleya), natomiast pozwala zobaczyć kształt skupień, co może być przydatne w poszukiwaniu anizotropii.

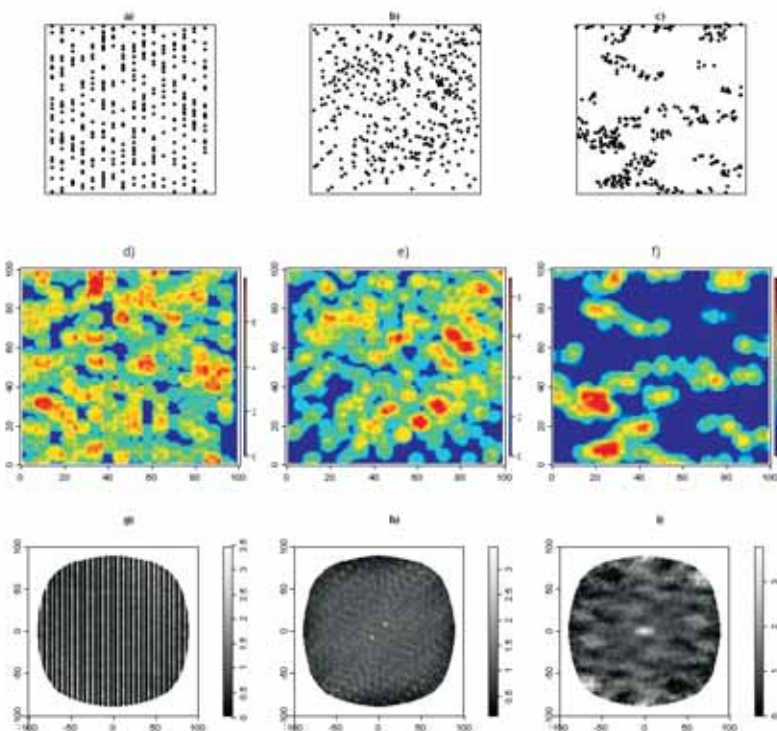
Ryciny 3g, 3h i 3i, przedstawiające kształtowanie się wartości estymatora $\hat{\kappa}(t)$ dla skali $t = 5$ m, w rozmieszczeniach równomiernym losowym i skupiskowym są bardziej abstrakcyjne. Przestrzenny zakres charakterystyki otoczenia „typowego” obiektu badanego rozmieszczenia sięga prawie 100 metrów w każdym z głównych kierunków, ale najistotniejsza informacja jest przedstawiona w obszarze w okolicach punktu (0,0), w którym jest położony „typowy” obiekt. Na rycinie 3g, w centralnej części, widoczna jest kolistą ciemną plamą, oznaczającą niskie wartości estymatora $\hat{\kappa}(t)$ w bezpośrednim otoczeniu „typowego” obiektu. Tego należało się spodziewać, biorąc pod uwagę utrzymywanie minimalnego dystansu przez obiekty w rozmieszczeniu równomiernym. Z kolei na mapie estymatora $\hat{\kappa}(t)$ sporządzonej dla rozmieszczenia skupiskowego, w centralnej części, widoczna jest kolistą jasną plamą, oznaczającą wysokie wartości estymatora w bezpośrednim otoczeniu „typowego” obiektu. W skupiskach rośnie szansa na znalezienie innego obiektu w najbliższym otoczeniu. Kolisty kształt tej plamy jest świadectwem izotropii badanego rozmieszczenia. Natomiast część centralna mapy dla rozmieszczenia losowego (ryc. 3h) nie różni się od innych części mapy – najbliższe otoczenie nie różni się od dalszych położen pod względem szansy napotkania innych obiektów.

Rycina 4 ukazuje wynik analizy trzech różnych rozmieszczeń anizotropicznych. Na rycinie 4a zamieszczono omawiane już rozmieszczenie z ryc. 1e. Rozmieszczenie na ryc. 4b wygenerowano w ten sposób, że z rozmieszczenia losowego z ryciny 3b usunięto połowę obiektów (losowo wybranych), a pozostałe zduplikowano, przesuwając kopię o wektor (8,8) tak, że w nowym rozmieszczeniu każdy obiekt z pozostawionej połowy ma towarzysza ze połowy zduplikowanej, położonego 11,31 m na północny wschód od siebie. Rozmieszczenie na rycinie 4c powstało z przekształcenia



Rycina 3. Przykłady rozmieszczeń: równomiernego (a), losowego (b) i skupiskowego (c) oraz sporządzone dla nich mapy wartości estymatora lokalnej wartości funkcji Ripleya $\hat{L}_i(t)$ (d, e, f) oraz estymatora zredukowanej miary momentu drugiego rzędu $\hat{\kappa}(t)$ (g, h, i) wykonane dla skali przestrzennej $t = 5$ m.

Figure 3. Examples of regular (a), random (b) and clustered (c) point patterns and calculated for them maps of the estimator value of $\hat{L}_i(t)$ local Ripley's function (d, e, f), and maps of values of the estimator of $\hat{\kappa}(t)$ reduced second moment measure (g, h, i) made for the spatial scale $t = 5$ m.



Rycina 4. Przykłady rozmieszczeń anizotropicznych z nasileniem anizotropii w kierunku północ – południe (a), północny wschód – południowy zachód (b) i wschód – zachód (c) oraz sporządzone dla nich mapy wartości estymatora lokalnej wartości funkcji Ripleya $\hat{L}_i(t)$ (d, e, f) oraz estymatora zredukowanej miary momentu drugiego rzędu $\hat{\kappa}(t)$ (g, h, i) wykonane dla skali przestrzennej $t = 5$ m.

Figure 4. Examples of anisotropic patterns with strong anisotropy in north-south direction (a), north east – south west direction (b), east – west direction (c) and calculated for them maps of the estimator value of $\hat{L}_i(t)$ local Ripley's function (d, e, f), and maps of values of the estimator of $\hat{\kappa}(t)$ reduced second moment measure (g, h, i) made for spatial scale $t = 5$ m.

skupiskowego rozmieszczenia z ryciny 3c. Losowo wybraną połowę obiektów z tego rozmieszczenia przesunięto na zachód o wektor $(-8,0)$. W ten sposób skupiska pierwotnego rozmieszczenia uległy rozciągnięciu w kierunku wschód – zachód.

Wszystkie trzy wykresy przestrzennego zróżnicowania wartości estymatora funkcji $\hat{L}_i(t)$ obliczonych dla $t = 5$ m dla badanych rozmieszczeń (ryc. 4d, e i f) wykazują oznaki anizotropii, przejawiające się charakterystycznym rozciągnięciem plam kolorów: w rozmieszczeniu równomiernym (ryc. 4d) w kierunku północ – południe, w losowym (ryc. 5e) – z północnego wschodu na południowy zachód, a w skupiskowym – ze wschodu na zachód. Wspomniane oznaki nie są elementem rozstrzygającym o istnieniu anizotropii, ale powinny skłaniać badacza do podjęcia bardziej formalnych poszukiwań w tym kierunku.

Również na mapach przedstawiających wartości estymatora $\hat{\kappa}(t)$ w badanych rozmieszczeniach widoczne są oznaki anizotropii, lecz są one bardziej jednoznaczne. Na rycinie 4g widoczne są jasne pionowe pasy. Jest to wyraźny sygnał silnej anizotropii w kierunku północ – południe. Ponadto, występowanie wielu równoległych pasów jest oznaką periodyczności, czyli powtarzalności układu obiektów formujących badane rozmieszczenie. Rycina 4h nie pozostawia złudzeń, co do sposobu powstania badanego rozmieszczenia. Dwie jasne plamy oddalone o 11.31 m w kierunku północny-wschód – południowy-zachód zdradzają metodę generacji rozmieszczenia jak również świadczą o jego bardzo silnej anizotropii. Na mapie rozmieszczenia skupiskowego (ryc. 4i) w centralnej części widnieje eliptyczna wydłużona jasna plama, które jednoznacznie oddaje anizotropyczny charakter skupisk w badanym rozmieszczeniu.

7. Podsumowanie

W dobie rosnącej dostępności oprogramowania do analiz przestrzennych nie należy myśleć o anizotropii rozmieszczeń drzew jako o kolejnym formalnym utrudnieniu w prowadzeniu analiz, analogicznym do braku normalności rozkładu zmiennych w analizie wariancji. Raczej jest to okazja do identyfikacji kolejnego czynnika kształtującego rozmieszczenie drzew w badanym drzewostanie. Opanowanie oprogramowania niezbędnego do analiz przestrzennych wymaga pewnego wysiłku i przed zainwestowaniem czasu i pieniędzy należy starannie przejrzeć ofertę. W tym kontekście szczególne warty polecenia jest dostępny nieodpłatnie pakiet statystyczny R (R Development Core Team 2005) wraz z licznymi stale rozwijającymi bibliotekami proce-

dur do analiz przestrzennych udostępnianymi również nieodpłatnie przez takich badaczy jak Baddeley i Turner, Diggle, Ripley i innych tworzących współczesne metody analizy danych punktowych. Wszystkie obliczenia (poza procedurą z programu SPPA) oraz ryciny zamieszczone w tym artykule zostały wykonane za pomocą tego pakietu.

Literatura

- Bailey T. C., Gatrell A.C. 1995: Interactive Spatial Data Analysis. Longman Scientific & Technical, Harlow, 1-270.
- Bolibok L. 2003: Dynamika struktury przestrzennej drzewostanów naturalnych w oddziale 319 BPN – czy biogrupy drzew są powszechne i trwałe w nizinym lesie naturalnym? *Sylwan*, 149, 10:16-24.
- Bolibok L. 2008: Limitations of Ripley K function use in the analysis of spatial patterns of tree stands with heterogeneous structure (w druku).
- Baddeley A., Turner R. 2005: Spatstat: An R Package for Analyzing Spatial Point. *Journal of Statistical Software*, 12 (6), 1-42. <http://www.jstatsoft.org/>, dostęp z dnia 15.01.2008
- Clark P.J., Evans F.C. 1954: Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations. *Ecology*, 35: 445-453.
- Dale M.R.T. 1999: Spatial Pattern Analysis in Plant Ecology. Cambridge University Press, Cambridge, 1-336.
- de la Cruz M. 2007: The ecespa Package. Functions for spatial point pattern analysis. <http://cran.r-project.org/doc/packages/ecespa.pdf>, dostęp z dnia 15.01.2008.
- Fajardo A., Goodburn J.M., Graham J. 2006: Spatial patterns of regeneration in managed uneven-aged ponderosa pine / Douglas-fir forests of Western Montana, USA. *Forest Ecology and Management*, 223: 255–266.
- Getis A., Franklin J. 1987: Second-order neighbourhood analysis of mapped point patterns. *Ecology*, 68: 473-477.
- Gibson N., Brown M.J. 1991: The ecology of *Lagarostrobos franklinii* (Hook.f.) Quinn (Podocarpaceae) in Tasmania. 2. Population structure and spatial pattern. *Australian Journal of Ecology*, 6: 223-229.
- Guan Y., Sherman M., Calvin J.A. 2006: Assessing Isotropy for Spatial Point Processes. *Biometrics*, 62:129-125.
- Haase P. 2001: Can isotropy vs. anisotropy in the spatial association of plant species resolve physical vs. biotic facilitation? *Journal of Vegetation Science*, 12: 127-134.
- Haase P. 2002: SPPA – A Program for Spatial Point Pattern Analysis, Version 2.0.3 <http://haasep.homepage.t-online.de/>, dostęp z dnia 15.01.2008.
- Koukoulas S., Blackburn G.A. 2005: Spatial relationships between tree species and gap characteristics in broad-leaved deciduous woodland. *Journal of Vegetation Science*, 16: 587-596.
- Lotwick H.W., Silverman B.W. 1982: Methods for analysing spatial processes of several types of points. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 44: 406-413.

- Motta R., Edouard J.L. 2005: Stand structure and dynamics in a mixed and multilayered forest in the Upper Susa Valley, Piedmont, Italy. *Canadian Journal of Forestry Research*, 35: 21–36.
- Mugglestone M.A., Renshaw E. 1996: A practical guide to the spectral analysis of spatial point processes. *Computational Statistic & Data Analysis*, 21: 43–65.
- Niemiec P., Sobański Z. 2007: Zachęcające efekty metody Sobańskiego. *Las Polski*, 13-14: 20–22.
- Rebertus A. J., Williamson G. B., Moser E.B. 1989: Fire-induced changes in *Quercus laevis* spatial pattern in Florida sand hills. *Journal of Ecology*, 77: 638–650.
- Ripley B.D. 1977: Modeling spatial patterns (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society B*, 39: 172–212.
- Rosenberg M.S. 2004: Wavelet analysis for detecting anisotropy in point patterns. *Journal of Vegetation Science*, 15: 277–284.
- R Development Core Team, 2005: R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>, dostęp z dnia 15.01.2008.
- Stoyan D., Kendall W., Mecke J. 1987: Stochastic Geometry and its Applications. John Wiley & Sons. New York.
- Szwagrzyk J., Ptak J. 1991: Analizy struktury przestrzennej populacji i zbiorowisk oparte na znajomości rozmieszczenia osobników [Analyses of spatial structure of populations and communities based on mapped point patterns of individuals]. *Wiadomości Ekologiczne*, 37: 107–124.
- Tomppo E. 1986: Models and methods for analysing spatial patterns of trees. *Communications Instituti Forestalis Fenniae*, 138: 1–64
- Weiner J. 1985: Korelacja i regresja, czyli o szkodliwości kalkulatorów. *Wiadomości Ekologiczne*, 31: 67–84