

ARKADIUSZ BRUCHWALD, ROMAN WÓJCIK, STANISŁAW ZAJĄCZKOWSKI

# Analiza dokładności obrębowej metody inwentaryzacji lasu opartej na losowaniu warstwowym

The accuracy of a novel forest inventory method based on stratified sampling

## ABSTRACT

The paper provides an analysis of the accuracy of a novel forest inventory method for calculating stand volume based on stratified sampling. The analysis included stand age as an efficient element used in the construction of the strata, as well as assessment results of various methods of sample allocation. This novel inventory method was compared with the methods based on simple random sampling or systematic sampling. The theory of all analysed methods for calculating stand volume is based on the mathematical statistics called a „representative sampling method”.

## KEY WORDS

alder, form factor, empirical equation

## Wstęp

Do praktyki urządzania lasu wdrażana jest nowa, obrębowa metoda inwentaryzacji zapasu [Bruchwald, Zajączkowski 2002a, b]. Jej wyróżnikami są:

- zastosowany schemat losowania warstwowego,
- przyjęcie jako dziedziny badań warstw utworzonych według wieku oraz gatunku głównego drzewostanu,
- pomiar pierśnicy wszystkich drzew na powierzchniach próbnych z zaokrągleniem do 1 mm,
- przyjęcie obrębu jako jednostki inwentaryzowanej,
- zastosowanie nowych, oryginalnych wzorów empirycznych stałych krzywych wysokości oraz wzorów na pierśnicową liczbę kształtu opracowanych dla podstawowych gatunków drzew leśnych.

Nowa metoda różni się od metod dotychczas stosowanych [Instrukcja 1994; Borecki 1995].

### ARKADIUSZ BRUCHWALD

Zakład Dendrometrii  
i Nauki o Produkcyjności Lasu, SGGW  
ul. Rakowiecka 26/30  
02-528 Warszawa  
les\_kpl@delta.sggw.waw.pl

Różnice dotyczą przede wszystkim schematu losowania próby oraz zastosowanych wzorów empirycznych. Metody te miały pewne elementy losowania warstwowego, ale nie istnieją opracowania metodyczne jakie przyjęto w obecnej metodzie inwentaryzacji.

### ROMAN WÓJCIK

Katedra Urządzania Lasu  
Geomatyki i Ekonomiki Leśnictwa, SGGW  
ul. Rakowiecka 26/30  
02-528 Warszawa  
wojcik@forest.sggw.waw.pl

### STANISŁAW ZAJĄCZKOWSKI

Biuro Urządzania Lasu i Geodezji Leśnej  
ul. Wawelska 52/54  
00-922 Warszawa  
buligl@buligl.pl

O dokładności dotychczas stosowanych metod inwentaryzacji zapasu decyduje wiele czynników, jednak dwa z nich mają znaczenie zasadnicze: zmienność cechy badanej i liczebność próby. W nowej metodzie inwentaryzacji oprócz elementów wymienionych, nie można pominąć wpływu cech pomocniczych wziętych do tworzenia warstw oraz sposobu alokacji próby do warstw [Zasępa 1972; Bracha 1996].

Celem pracy jest przeprowadzenie analizy dokładności nowej metody inwentaryzacji lasu. Analizie poddane zostaną różne sposoby alokacji próby do warstw. Przeprowadzone zostanie również porównanie dokładności nowej metody z innymi, opartymi na schematach losowania prostego i systematycznego.

### Materiał badawczy i metodyka badań

Badania oparto na materiale empirycznym zebrany w Nadleśnictwie Jędrzejów (RDLP Radom) obrębach: Jędrzejów (J1) i Nagłowice (J2), Nadleśnictwie Staszów (RDLP Radom) obrębach: Golejów (S1), Klimontów (S2) i Kurozwęki (S3) oraz Nadleśnictwie Złotów (RDLP Piła) obrębach: Krajenka (Z1), Łobżenica (Z2) i Złotów (Z3). W Systemie Informatycznym Lasów Państwowych (SILP) zawarte były dane obszernie opisujące każdy drzewostan wymienionych obrębów. Poniżej przedstawiono te informacje, które dotyczą struktury powierzchniowej i gatunkowej drzewostanów.

Poszczególne obręby miały różną powierzchnię, a ta, która była objęta pomiarami kształtowała się od 4330 (Z1) do 11 334 (S3) ha. We wszystkich obrębach przeważały drzewostany sosnowe, a ich udział wahał się od 55,0% (S3) do 87,6% (Z3). W dwóch obrębach odnotowano dość duży udział drzewostanów jodłowych: 24,4% (S3) i 7,3% (J2), bukowych: 6,9% (S2) i 4,8% (S3), brzoźowych: 13,9% (Z2) i 4,7% (S2) i olszowych: 5,0% (J1) i 4,4% (Z2). We wszystkich obrębach stwierdzono znaczny udział drzewostanów dębowych, od 7,6% (J1) do 19,6% (Z2). W większości obrębów wystąpił nieduży udział drzewostanów świerkowych, do 2,4% (Z2) i niewielki udział modrzewiowych, do 1,4% (Z2).

Z danych zawartych w SILP ustalono dla każdego obrębu udział drzewostanów o złożonej strukturze gatunkowej i wiekowej ( $P$ ). Na tej podstawie określono liczbę powierzchni próbnych dla obrębu wzorem:

$$n = 400 + \frac{A}{50} + 1000 \cdot P \quad [1]$$

gdzie  $A$  jest powierzchnią obrębu podlegającą inwentaryzacji.

Liczba tych powierzchni wahała się od 688 (Z1) do 1139 (S3) i średnio dla obrębu wyniosła 876.

Każdy obręb podzielono na warstwy wiekowe, po czym określono ich udział powierzchniowy. Duży udział dotyczy w poszczególnych obrębach klas IVb i IVa, natomiast mały klas IIa i IIb. W ramach utworzonych klas wieku dokonano podziału drzewostanów na grupy według gatunków głównych. W obrębach powstały warstwy „wiekowo-gatunkowe”, których liczba kształtowała się od 19 do 34 i średnio wyniosła 25. Obliczony udział powierzchniowy warstw był podstawą alokacji próby. Problemy te będą przedmiotem rozważań w dalszej części pracy.

W wylosowanych drzewostanach należących do poszczególnych warstw założono powierzchnie próbne, na których pomierzono m. in. pierśnice wszystkich drzew i wysokości niektórych drzew. Otrzymane wyniki wprowadzono do pomiarowej bazy danych, po czym obliczono cechy taksacyjne charakteryzujące warstwy i cały obręb. Najważniejszą z tych cech była miąższość całego obrębu oraz klas i podklas wieku.

## Wyniki badań

Populacja generalna składa się z jednostek statystycznych, którymi są małe powierzchnie próbne. Liczba tych jednostek będzie bardzo duża, zależna od powierzchni obrębu i wielkości powierzchni próbnej. Jeżeli np. powierzchnia obrębu będzie wynosiła 10 tys. ha, a wielkość powierzchni próbnej 1 ar, to obręb będzie się składał z jednego miliona jednostek statystycznych. Stwierdzenie dotyczące dużej liczby jednostek statystycznych, z których składa się populacja ma ważne znaczenie dla teorii metod pomiaru lasu.

Ustalmy cechę główną podlegającą badaniom statystycznym. Będzie nią suma miąższości drzew występujących na powierzchni próbnej o określonej wielkości. Należy zwrócić uwagę, że w metodzie inwentaryzacji lasu wielkość powierzchni próbnej jest różna, powiązana z wiekiem drzewostanu (tab. 1). Stanowi to pewne utrudnienie w przeprowadzaniu teoretycznej analizy metod inwentaryzacji lasu.

Podzielmy całą populację na rozłączne subpopulacje zwane warstwami. Przy podziale kierujemy się kryteriami wyrażanymi cechą lub cechami pomocniczymi. Cechy te, mogące być mierzalnymi lub niemierzalnymi, uzyskuje się z wcześniej przeprowadzonych pomiarów lub ocen.

Wariancję cechy głównej dla całej populacji ( $S^2$ ) można rozbić na dwie składowe: wariancję wewnątrzwarstwową ( $S_w^2$ ) i wariancję międzywarstwową ( $S_b^2$ ):

$$S^2 = S_w^2 + S_b^2 \quad [2]$$

Podstawą oceny metod opartych na losowaniu warstwowym jest wariancja wewnątrzwarstwową. Przy tworzeniu warstw należy więc dążyć do tego, aby wariancja międzywarstwową była jak największa, wówczas bowiem wariancja wewnątrzwarstwową będzie mała. Cel ten realizuje się przez uwzględnienie takich cech przy tworzeniu warstw, które są powiązane z cechą główną. Im moc tego powiązania będzie większa, tym dyspersja cechy głównej w warstwie będzie

Tabela 1.

Współczynniki zmienności sum miąższości drzew na powierzchniach próbnych dla warstw i całej populacji  
Variation coefficient of the sums of tree volume on sample plots for the layers and the whole population

Warstwa wiekowa	Średni wiek	Wielkość pow. próbnej w arach	Obręby									Średnia
			J1	J2	S1	S2	S3	Z1	Z2	Z3		
IIa	25	0,5	53,1	63,4	54,4	57,8	79,7	67,2	105,1	50,5	66,4	
IIb	35	1	43,4	70,9	35,9	34,3	64,1	52,9	49,4	49,2	50,0	
IIIa	45	2	39,3	36,0	31,6	38,5	47,5	38,2	48,5	34,5	39,3	
IIIb	55	2	24,9	33,3	32,9	37,7	41,2	50,2	48,4	38,1	38,3	
IVa	65	3	35,4	33,4	26,5	31,4	38,1	35,2	37,1	29,0	33,3	
IVb	75	3	29,0	30,3	33,5	30,4	35,2	35,2	49,7	23,3	33,3	
Va	85	4	25,9	30,0	33,3	30,5	34,6	31,0	30,8	30,1	30,8	
Vb	95	4	33,5	30,7	31,2	23,9	35,9	35,7	40,2	26,2	32,2	
VI i st.	110	5	37,9	34,1	35,1	42,5	49,0	41,0	36,7	32,9	38,4	
KO+KDO	150	5	42,4	49,9	58,3	44,4	56,1	36,2	73,4	56,6	52,2	
$V_w$	–	–	33,3	37,3	37,4	36,4	44,0	41,1	46,6	32,8	38,6	
$V$	–	–	56,4	55,3	61,7	60,5	64,6	74,8	77,6	63,5	64,3	

$V_w$  – współczynnik zmienności charakteryzujący zmienność wewnątrzwarstwową

$V$  – współczynnik zmienności dla całej populacji

$V_w$  – variation coefficient characterising an intra-stratum variation

$V$  – variation coefficient for the whole population

mniejsza. Oznacza to jednocześnie większą dokładność metody opartej na losowaniu warstwowym.

Iloraz odchylenia standardowego określonego dla całej populacji i odchylenia standardowego charakteryzującego zmienność wewnątrzwarstwową cechy głównej jest miarą efektywności cechy pomocniczej wziętej do tworzenia warstw. Im większa będzie wartość tego ilorazu, tym cecha pomocnicza będzie w większym stopniu wpływała na wzrost dokładności metody. Efektywność cechy pomocniczej można również oceniać ilorazem odpowiednich współczynników zmienności:

$$F = \frac{V}{V_w} \quad [3]$$

gdzie:

$V$  – współczynnik zmienności cechy głównej dla całej populacji,

$V_w$  – współczynnik zmienności cechy głównej charakteryzujący zmienność wewnątrzwarstwową.

Minimalna wartość ilorazu wynosząca jeden będzie świadczyła o tym, że cecha pomocnicza jest nieefektywna, a więc nie zwiększa dokładności metody.

W nowej metodzie inwentaryzacji lasu, której głównym celem jest określenie cechy globalnej – miąższości obrębu, uwzględniono dwie cechy pomocnicze przy tworzeniu warstw: wiek drzewostanu i gatunek główny. Uzasadnieniem do przyjęcia tych cech było założenie, że spełniają one rolę dziedziny badań. Praktyka leśnictwa zainteresowana jest bowiem nie tylko informacjami opisującymi całą populację (obręb), ale również wiekową i gatunkową strukturę obrębu. Wymienione cechy pomocnicze mają natomiast różne znaczenie w kształtowaniu dokładności metody. Wiek drzewostanu uwzględniany w tworzeniu warstw jest cechą efektywną, różnicuje bowiem ich średnią miąższość. Można natomiast oczekiwać, że cecha pomocnicza jaką jest gatunek główny nie jest efektywną, bowiem zróżnicowanie średniej miąższości warstw przy jej uwzględnieniu nie wystąpi lub będzie niewielkie.

Ograniczmy dalszą analizę metody do cechy pomocniczej jaką jest wiek drzewostanu. Dla każdej warstwy utworzonej według tej cechy obliczono w poszczególnych obrębach odchylenia standardowe sum miąższości z powierzchni próbnych oraz współczynniki zmienności tej cechy (tab. 1). Te same miary dyspersji cechy badanej określono dla całej populacji. Pozwoliło to na ustalenie współczynnika efektywności cechy pomocniczej. Jego wartość kształtuje się od 1,47 do 1,94 i średnio wynosi 1,67. Uzyskane wyniki świadczą o tym, że cecha pomocnicza jaką jest wiek drzewostanu okazała się dość efektywna.

Przejdźmy do problemu alokacji próby, czyli jej rozbicia i przydzielenia do warstw. Analiza dotyczyć będzie warstw tworzonych w nowej metodzie inwentaryzacji lasu według wieku drzewostanu. Rozważmy cztery sposoby alokacji: równomierny, proporcjonalny, optymalny Neymana i oryginalnego podejścia.

Sposób równomierny polega na przydzieleniu do warstw próby o tej samej wielkości:

$$n_h = \frac{n}{k} \quad h=1, 2, \dots, k \quad [4]$$

gdzie:

$n_h$  – liczba prób w warstwie,

$n$  – liczba prób dla obrębu,

$k$  – liczba warstw.

Ponieważ wynik dzielenia części nie będzie liczbą całkowitą, to liczba prób w warstwie może się różnić, nie więcej jednak niż o jedną.

W sposobie proporcjonalnym alokacja próby przeprowadzana jest wzorem:

$$n_h = n \cdot \frac{N_h}{N} = n \cdot P_h \quad [5]$$

gdzie:

- $N_h$  – liczba jednostek statystycznych w warstwie,
- $N$  – liczba jednostek statystycznych całej populacji,
- $P_h$  – udział jednostek statystycznych dla warstwy.

W niniejszej pracy udział  $P_h$  będzie określony ilorazem powierzchni warstwy i powierzchni obrębu.

W sposobie Neymana do alokacji próby wykorzystuje się wzór:

$$n_h = n \cdot \frac{S_h P_h}{\sum S_h P_h} \quad [6]$$

gdzie  $S_h$  jest odchyleniem standardowym cechy badanej dla warstwy.

Alokacja próby sposobem Neymana zapewnia największą dokładność estymacji, stąd określana jest jako optymalna. Najczęściej informacja dotycząca zmienności wewnątrzwarstwowej nie jest jednak znana, dlatego sposób ten ma znaczenie głównie teoretyczne.

Sposób oryginalnego podejścia związany jest z konkretną, obrębową metodą pomiaru zapasu, nie można go więc traktować jako uniwersalny. W nowej metodzie inwentaryzacji alokację próby do warstw wiekowych przeprowadzono wzorem:

$$n_h = n \cdot \frac{W_h P_h}{\sum W_h P_h} \quad [7]$$

gdzie  $W_h$  jest przeciętnym wiekiem drzewostanów przyjętym dla warstwy (tab. 1).

W nowej metodzie inwentaryzacji lasu cechą badaną jest średnia arytmetyczna sum miąższości drzew powierzchni próbnych ( $\bar{U}$ ). Wariancję tego estymatora określa wzór:

$$D_u^2 = \sum P_h^2 \frac{S_h^2}{n_h} \quad [8]$$

Błąd standardowy estymatora (absolutny) jest równy pierwiastkowi kwadratowemu z wariancji, a zatem błąd procentowy określa wzór:

$$B = \frac{\sqrt{D_u^2}}{\bar{U}} \cdot 100 \quad [9]$$

Dla poszczególnych sposobów alokacji próby określono wzorem [9] błędy procentowe dla obrębów przyjmując założenie, że w każdym z nich liczebność próby wyniesie  $n=1000$  (tab. 2). Można je traktować jako błędy całkowitej lub średniej miąższości obrębu. Otrzymane wyniki stanowią więc ocenę nowej metody inwentaryzacji lasu.

Dla każdego obrębu najmniej dokładny okazał się równomierny sposób alokacji próby. Błędy tego sposobu wahają się od 1,29 do 1,78% ze średnią 1,51%. Zgodnie z teorią estymacji statystycznej, najdokładniejszy okazał się optymalny sposób Neymana, dla którego otrzymano błędy od 0,98 do 1,28% ze średnią 1,17%. Minimalnie mniejszą dokładnością charakteryzuje się

Tabela 2.

Błędy nowej metody inwentaryzacji lasu w zależności od sposobu alokacji próby  
Errors in a novel forest inventory method resulting from the way of sample allocation

Obręb	Sposób alokacji próby			
	równomierny	proporcjonalny	optymalny	oryginalny
J1	1,29	1,13	1,03	1,05
J2	1,49	1,23	1,13	1,14
S1	1,50	1,33	1,19	1,20
S2	1,68	1,38	1,22	1,26
S3	1,51	1,38	1,25	1,27
Z1	1,76	1,45	1,24	1,28
Z2	1,48	1,49	1,28	1,30
Z3	1,34	1,09	0,98	1,01
średnia	1,51	1,31	1,17	1,19

sposób alokacji oryginalny, zastosowany w nowej metodzie inwentaryzacji. Błąd metody kształtuje się od 1,01 do 1,30 ze średnią 1,19%.

W metodach inwentaryzacji, w których stosowany jest schemat losowania prostego lub systematycznego, ocenę metody należy przeprowadzać głównie na miarach dyspersji dotyczących całej populacji. Błąd procentowy całkowitej lub średniej miąższości obrębu określa się przybliżonym wzorem, aktualnym dla losowania prostego ze zwracaniem, o postaci:

$$B = \frac{V}{\sqrt{n}} \quad [10]$$

gdzie  $V$  jest współczynnikiem zmienności cechy badanej. Przyjmując  $n=1000$  obliczono wzorem [10] błędy dla danych charakteryzujących poszczególne obręby. Kształtują się one od 1,75 do 2,45 ze średnią 2,03% (tab. 3).

Tabela 3.

Błąd standardowy metod inwentaryzacji zapasu obrębu leśnego dla 1000 próbek

Standard error of the growing stock inventory methods in a forest management unit for 1000 samples

Obręb	Schemat losowania		Iloraz błędów
	prosty	warstwowy	
J1	1,78	1,05	1,70
J2	1,75	1,14	1,54
S1	1,95	1,20	1,63
S2	1,91	1,26	1,52
S3	2,04	1,27	1,61
Z1	2,37	1,28	1,85
Z2	2,45	1,30	1,88
Z3	2,01	1,01	1,99
Średnia	2,03	1,19	1,71

Nowa metoda inwentaryzacji lasu oparta na losowaniu warstwowym charakteryzuje się większą dokładnością od takich metod, w których stosowane są schematy losowania prostego lub systematycznego. Dla poszczególnych obrębów, przy założeniu  $n=1000$ , nowa metoda inwentaryzacji jest dokładniejsza od metod, w których stosuje się wymienione schematy losowania próby. Wyrażając porównanie stosunkiem błędów innych metod do błędów nowej metody, otrzymano wartości kształtujące się od 1,52 do 1,99 ze średnią 1,71 (tab. 3). Nowa metoda jest więc dokładniejsza od metod opartych na innych schematach losowania próby średnio o 71%.

## Wnioski

1. Do praktyki urządzania lasu wdrażana jest nowa metoda inwentaryzacji w której zastosowano schemat losowania warstwowego. Cechami wziętymi do tworzenia warstw są wiek i gatunek

- główny drzewostanu. Uwzględnienie tych cech było podyktowane potrzebą dysponowania informacjami nie tylko dla całego obrębu, ale również bardziej szczegółowymi, dotyczącymi struktury wiekowej i gatunkowej obiektu leśnego. Wykazano jednocześnie, że wiek drzewostanu jest cechą dość efektywną w tworzeniu warstw. W stosunku do wariancji dla całej populacji, cecha ta spowodowała znaczne obniżenie wariancji wewnątrzwarstwowej.
2. W nowej metodzie inwentaryzacji lasu zastosowano oryginalny sposób alokacji próby z uwzględnieniem wieku drzewostanów. Wykazano, że daje on wyniki bliskie optymalnemu Neymana. Świadczy to o trafności doboru sposobu alokacji próby do warstw.
  3. Zastosowany schemat losowania warstwowego sprawił, że nowa metoda przy takiej samej wielkości próby jest dokładniejsza od metod, w których stosuje się schematy losowania prostego lub systematycznego. Tylko uwzględnienie wieku zastosowanego do tworzenia warstw spowodowało wzrost dokładności metody średnio o około 71%, z wahaniami w poszczególnych obrębach od 52 do 99%.
  4. Niektóre, stosowane w praktyce zarządzania lasu metody inwentaryzacji zapasu, przewidują większe zagęszczenie powierzchni próbnych w drzewostanach starszych klas wieku. Metody te, porównywane z nową metodą, mogą charakteryzować się zbliżoną dokładnością określania miąższości obrębu.
  5. W nowej metodzie inwentaryzacji lasu liczba warstw jest mała w stosunku do liczebności próby. Istnieje więc możliwość zwiększenie liczby warstw przez uwzględnienie kolejnej cechy pomocniczej służącej do ich tworzenia. Cecha ta powinna być silnie powiązana z cechą główną, którą w metodzie jest suma miąższości drzew na powierzchni próbnej.

## Literatura

- Borecki T. 1995. Metody inwentaryzacji lasu dla celów planowania krótko- i średniookresowego oparte na grupowaniu drzewostanów. Fundacja „Rozwój SGGW”, Warszawa.
- Bracha C. 1996. Teoretyczne podstawy metody reprezentacyjnej. PWN Warszawa.
- Bruchwald A., Zajączkowski S. 2002. Obrębowa metoda inwentaryzacji lasu oparta na losowaniu warstwowym. Sylwan 10: 13-23.
- Bruchwald A., Zajączkowski S. 2002. Analiza porównawcza różnych sposobów inwentaryzacji lasu. Sylwan 11: 5-14.
- Instrukcja zarządzania lasu 1994. MOŚZNiL.
- Zasępa R. 1972. Metoda reprezentacyjna. PWE, Warszawa.

## SUMMARY

### The accuracy of a novel forest inventory method based on stratified sampling

A novel forest inventory method for calculating stand volume based on stratified sampling is currently being implemented in forestry practice. As compared with the hitherto used inventory methods, the sampling design has been changed into stratified sampling design and new empirical equations for height curves and equations for dbh form factor have been applied.

The paper provides the analysis of the accuracy of the novel forest inventory method for calculating stand volume based on stratified sampling and comparison of this accuracy with the methods based on simple random sampling or systematic sampling. Various methods for sampling allocation within the strata including the assessment of their impact on the accuracy of calculating stand volume have been analyzed.

The studies were based on a rich empirical material collected during forest management

operations carried out in eight forest management units in three Forest Districts: Jędrzejów, Staszów and Złotów where the novel forest inventory method was applied.

It has been demonstrated that the stand age is an efficient element used in the construction of the strata. With regard to the whole-population variance the stand age has generated a notable decline in the intra-stratum variance. It has been stated that the original method of sample allocation with account taken of the stand age gives results close to those from the optimal method by Neyman. The novel forest inventory method for determining the stand volume based on stratified sampling is more accurate than the methods based on simple random or systematic sampling by 70% on average. It is also possible to increase the number of strata by adding, except for age and species, some other parameters as auxiliary ones in strata building. Such a parameter should be efficiently and strongly related to stand volume so as to ensure the high accuracy of the method based on stratified sampling.