TERESA RYMER-DUDZIŃSKA, MAŁGORZATA DUDZIŃSKA

# Rozkład pierśnic drzew w nizinnych drzewostanach bukowych

Dbh distribution in the lowland beech stands

**Abstract.** Dbh distribution in the beech stands (55) was compared with the following theoretical distributions: normal, logarhytmic-normal, Weibull, beta, Sb Johnsons and double normal (two variants). It was found that in the lowland beech stands a double normal (variant 1) and normal distributions were most suitable to describe dbh distributions while Sb Johnsons and logarhytmic-normal distributions should not be used.

**Key words**: beech, dbh distribution, theoretical distribution, comparison, and approximation

## Wstęp

Badania nad oceną zgodności rozkładów empirycznych pierśnic drzew w drzewostanach z różnymi rozkładami teoretycznymi oraz wybór najodpowiedniejszego rozkładu teoretycznego do aproksymacji rozkładu empirycznego ma duże znaczenie poznawcze, a także praktyczne przy budowie modeli wzrostu dla danego gatunku drzewa.

Celem niniejszej pracy jest ocena zgodności rozkładu pierśnic w drzewostanach bukowych położonych na niżu z sześcioma rozkładami teoretycznymi oraz wybór spośród nich rozkładu najlepiej charakteryzującego rozkład pierśnic. Badania zamieszczone w niniejszej pracy są kontynuacją badań przeprowadzonych nad rozkładami pierśnic w górskich drzewostanach bukowych (Rymer-Dudzińska T., Dudzińska M. 1999).

W pracy dokonano syntezy badań nad rozkładami pierśnic w górskich i nizinnych drzewostanach bukowych.

## Materiał i metodyka badań

Badania opierają się na materiale empirycznym zebranym w 55 drzewostanach bukowych położonych w Nadl. Kartuzy (7 pow.), Sławno (21 pow.) i Wejherowo (27 pow.). W drzewostanach tych zakładano jedną albo więcej powierzchni próbnych kołowych. Na powierzchniach tych mierzono pierśnice drzew z zaokrągleniem do 1 mm. Starano się, by

łączna liczba zmierzonych drzew wynosiła około 100. W dalszym opisie będzie używana nazwa powierzchnia próbna w rozumieniu jednej łącznej powierzchni w drzewostanie.

Wiek badanych drzewostanów wahał się od 35 do 164 lat, przeciętna wysokość obliczona wzorem Loreya od 15,1 do 34,5 m, a wzrostowa klasa bonitacji od 26,3 do 46,3 m.

Rozkłady pierśnic drzew scharakteryzowano za pomocą miar statystycznych.

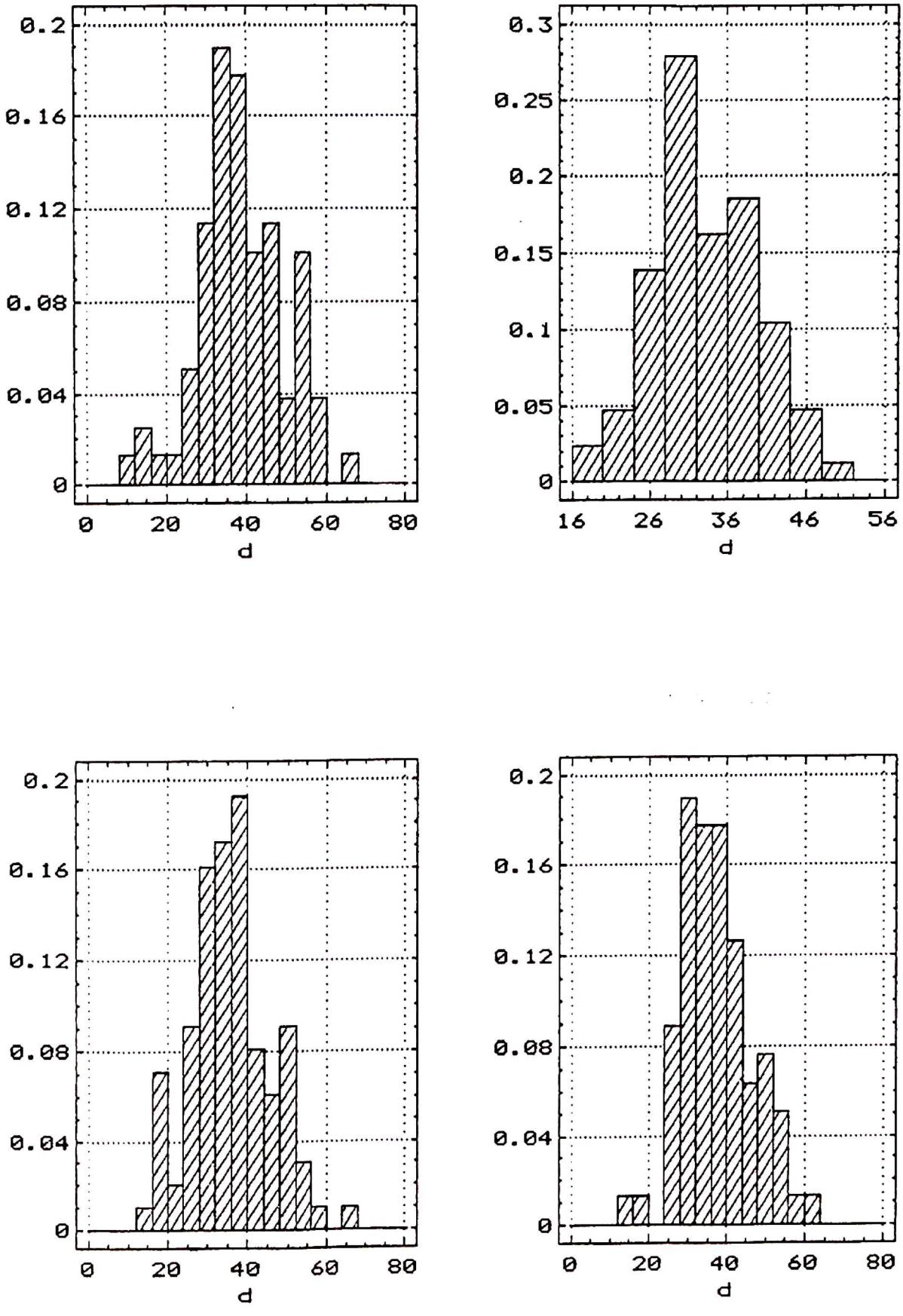
Przeprowadzono także badania zgodności rozkładów empirycznych pierśnic z sześcioma rozkładami teoretycznymi: normalnym (N), logarytmiczno-normalnym (LN), Weibulla (W), beta (β), Sb Johnsona (J) i podwójnym normalnym (PN). Rozkład podwójny normalny przedstawiony przez Bruchwalda (1987), a opracowany teoretycznie przez Siekierskiego (1991) zastosowano w dwu wariantach różniących się sposobem wyznaczania parametrów rozkładu. W wariancie pierwszym (PN1) wyznaczono je metodą drugiego i trzeciego momentu centralnego, a w wariancie drugim (PN2) metodą przybliżoną, w której szacuje się modalną na podstawie średniej arytmetycznej i mediany oraz dwóch pierwszych momentów zwykłych z próby.

Ocenę wykonano za pomocą testu Kołmogorowa-Smirnowa przy poziomie istotności 0,05. Statystykę Dn Kołmogorowa-Smirnowa, opartą na maksymalnej różnicy między dystrybuantą empiryczną i teoretyczną wykorzystano również do porównania stopnia zgodności rozkładu empirycznego z teoretycznym. W tym celu dla każdego rozkładu teoretycznego obliczono sumę i średnią arytmetyczną Dn. Ponadto dla każdej powierzchni próbnej określono rangę rozkładów teoretycznych w zależności od wielkości statystyki Dn. Rangę 1 przyporządkowano rozkładowi o najniższej wartości Dn, czyli najbardziej zgodnemu z rozkładem empirycznym, rangi wyższe od 2 do 7 kolejnym rozkładom o wzrastającej wielkości Dn. Przy wyborze rozkładu teoretycznego, którym najlepiej daje się aproksymować rozkład pierśnic drzew, brano pod uwagę następujące kryteria:

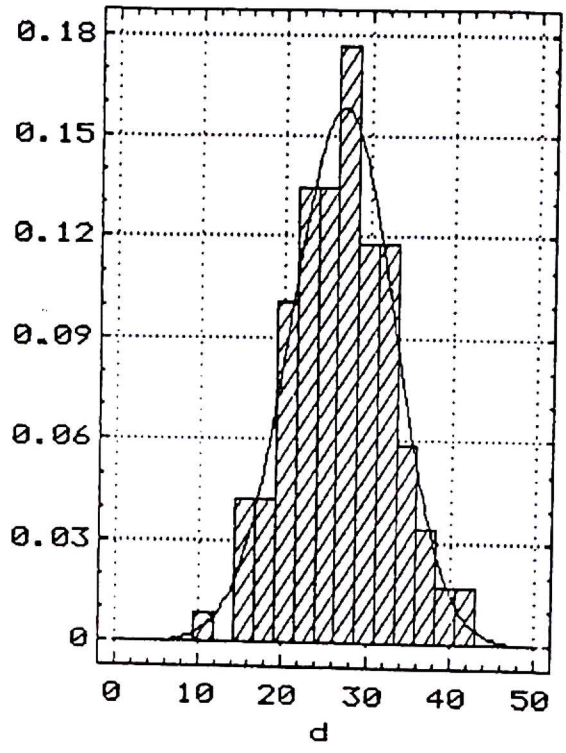
- liczbę drzewostanów, w których badany rozkład teoretyczny nie różni się istotnie od rozkładu empirycznego,
- wielkość średniej arytmetycznej Dn,
- średnią arytmetyczną rang,
- sumaryczną wielkość rang określoną dla każdego rozkładu ze względu na trzy pierwsze kryteria.

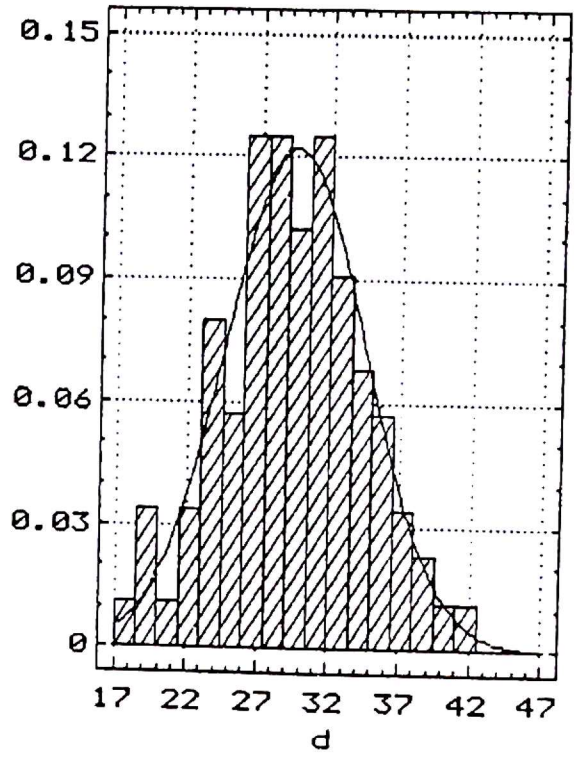
## Wyniki badań

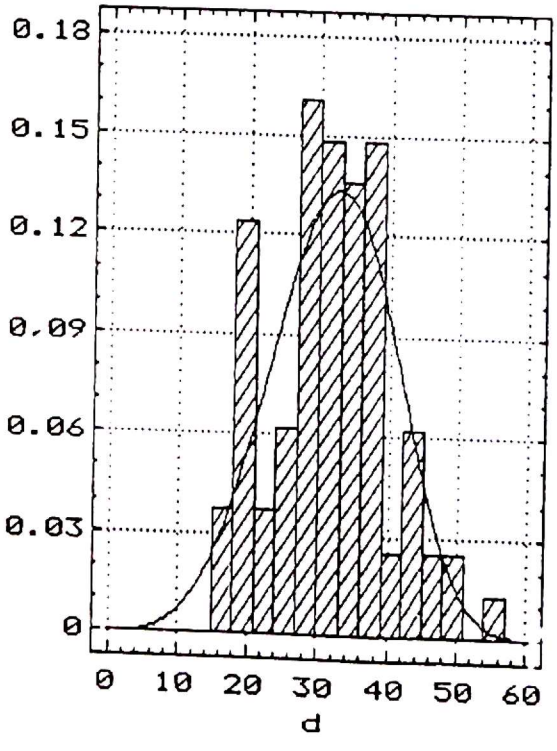
1. Rozpiętość grubości w badanych drzewostanach była na ogół bardzo duża. Rozstęp wynosił od 13.8 do 72,5 cm. Przeciętna pierśnica przekrojowa zawarta była w granicach od 11,6 do 45,8 cm, a średnio równała się 31,2 cm. Średnia arytmetyczna pierśnic była od niej mniejsza i wynosiła od 11,1 do 44,9 cm, a średnio równała się 30,0 cm.
   Zmienność pierśnic w poszczególnych drzewostanach była duża. Współczynnik zmienności wynosił od 14,5 do 57,7%, ze średnią arytmetyczną równą 29,2%. Jest on dużo mniejszy niż w górskich drzewostanach bukowych (46,5%).
   Rozkład pierśnic w badanych drzewostanach charakteryzował się w większości przy-

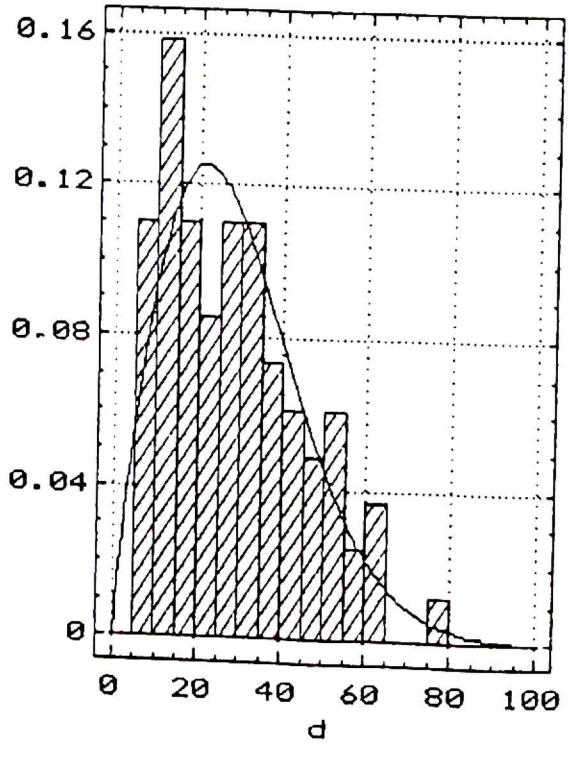



RYC. 1. Rozkłady pierśnic drzew w drzewostanach bukowych, które wykazały największą zgodność z rozkładem podwójnym normalnym – wariant 1 (a,b), podwójnym normalnym – wariant 2 (c,d)

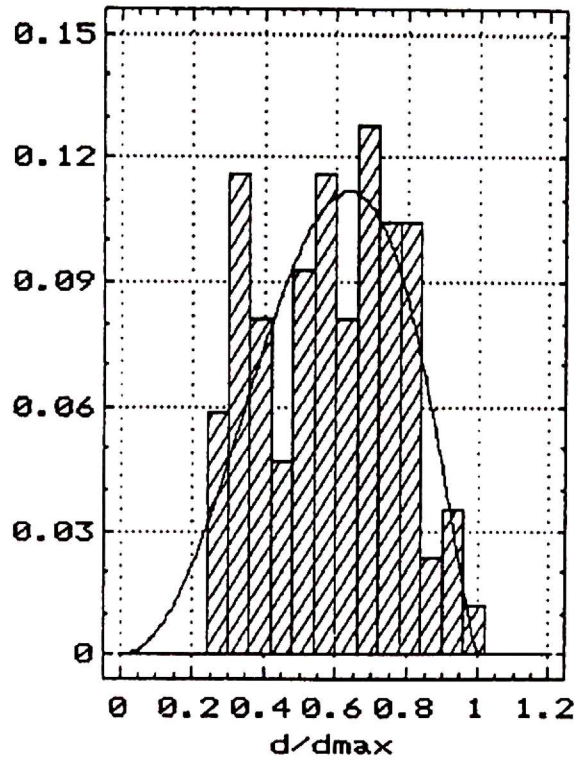


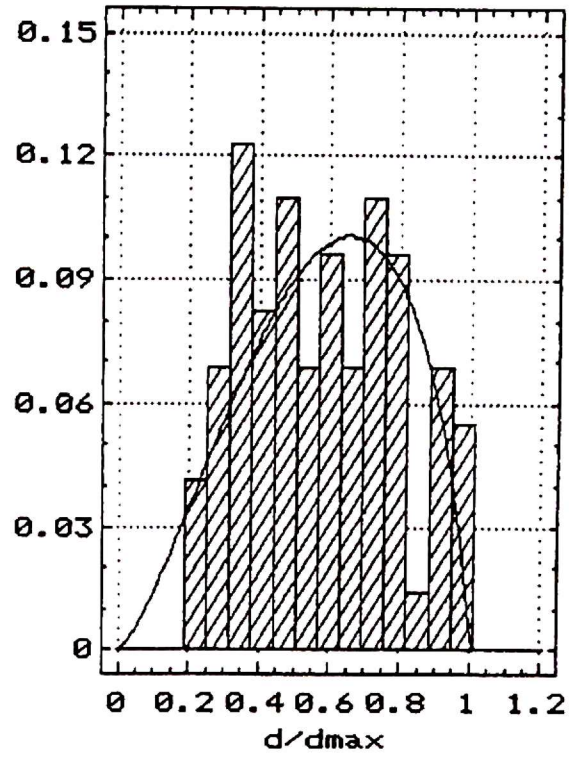



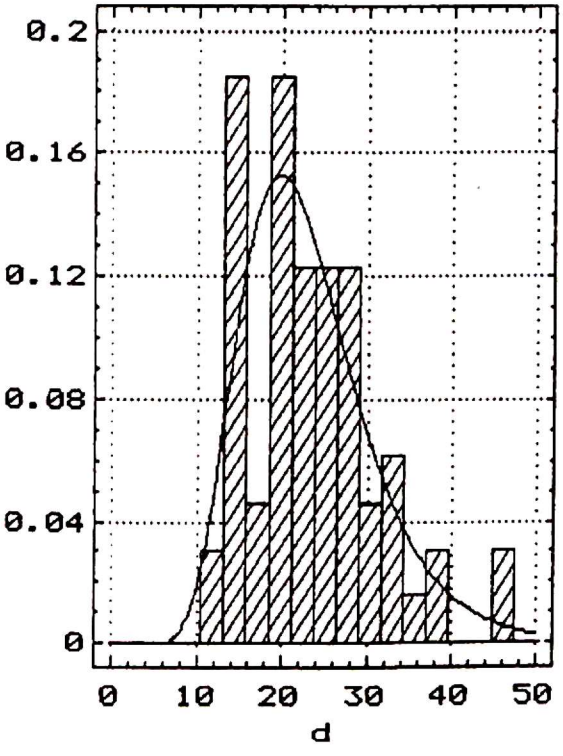



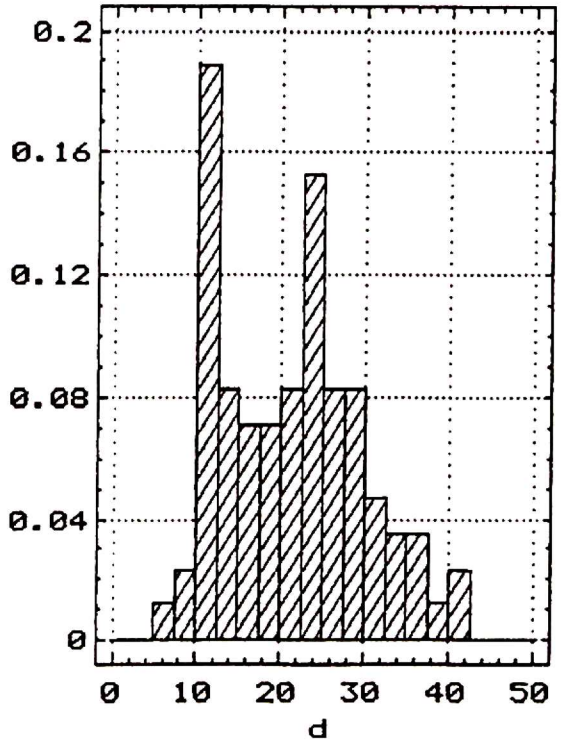




RYC. 2. Rozkłady pierśnic drzew w drzewostanach bukowych, które wykazały największą zgodność z rozkładem normalnym (a,b), Weibulla (c,d)




RYC. 3. Rozkłady pierśnic drzew w drzewostanach bukowych, które wykazały największą zgodność z rozkładem beta (a, b), logarytmiczno-normalnym (c), Johnsona (d)

TABELA 1

Liczba drzewostanów, w których różnica między rozkładem empirycznym pierśnic a poszczególnymi rozkładami teoretycznymi nie jest istotna statystycznie przy poziomie istotności 0,05

| Liczba d-stanów | Rozkład teoretyczny | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | N | | PN1 | | PN2 | | LN | | W | |
| | n | % | n | % | n | % | n | % | n | % |
| 55 | 53 | 96,4 | 55 | 100 | 55 | 100 | 48 | 87,3 | 53 | 96,4 |
| (cd.) | β | | J | | | | | | | |
| | n | % | n | % | | | | | | |
| | 51 | 92,7 | 48 | 87,3 | | | | | | |

padków (83,6%) niezbyt dużą skośnością dodatnią. Kształt rozkładów był różny, mniej lub bardziej symetryczny, w niektórych przypadkach multimodalny (ryc. 1, 2, 3).

2. We wszystkich 55 drzewostanach rozkład pierśnic nie różnił się istotnie (na poziomie 0,05) od rozkładu podwójnego normalnego (PN1 i PN2), w 96,4% od rozkładu normalnego i Weibulla, w 92,7% dzrewostanów od rozkładu beta, w 87,3% od rozkładu logarytmiczno-normalnego i Sb Johnsona.
   Zatem biorąc pod uwagę tylko to pierwsze kryterium (liczba drzewostanów o rozkładzie pierśnic nie różniącym się istotnie od danego rozkładu teoretycznego) wszystkie rozpatrywane rozkłady teoretyczne nadają się do charakteryzowania rozkładu pierśnic w bukowych drzewostanach położonych na niżu. Najlepiej jednak opisuje go rozkład podwójny normalny (obydwa warianty) oraz rozkład normalny i Weibulla.
3. Ze względu na wartość średniej arytmetycznej statystyki Dn Kołmogorowa-Smirnowa (tab. 2) najodpowiedniejszym do opisywania rozkładu pierśnic w badanych drzewostanach bukowych jest rozkład podwójny normalny – wariant 1 (PN1), nieco gorszy od niego jest rozkład podwójny normalny – wariant 2 (PN2), a w następnej kolejności- rozkłady: normalny, Weibulla, beta, logarytmiczno-normalny i Sb Johnsona.

TABELA 2

Średnie wartości statystyki Dn Kołmogorowa-Smirnowa określającej zgodność rozkładu pierśnic z poszczególnymi rozkładami teoretycznymi

| Liczba drzewostanów | Rozkład teoretyczny | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | N | PN1 | PN2 | LN | W | β | J |
| | Dn | Dn | Dn | Dn | Dn | Dn | Dn |
| 55 | 0,0821 | 0,0632 | 0,0796 | 0,00919 | 0,0861 | 0,0885 | 0,1090 |

TABELA 3

Liczba drzewostanów, w których poszczególne rozkłady teoretyczne zajęły rangę od 1 do 7 jako ocenę stopnia zbliżenia do rozkładu empirycznego

| Ranga | Rozkład teoretyczny | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | N | | PN1 | | PN2 | | LN | | W | | β | | J | |
| | n | % | n | % | n | % | n | % | n | % | n | % | n | % |
| 1 | 3 | 5,5 | 24 | 43,6 | 10 | 18,2 | 9 | 16,4 | 5 | 9,1 | 3 | 5,5 | 1 | 1,8 |
| 2 | 10 | 18,2 | 16 | 29,1 | 8 | 14,5 | 8 | 14,5 | 6 | 10,9 | 4 | 7,3 | 3 | 5,5 |
| 3 | 16 | 29,1 | 6 | 10,9 | 5 | 9,1 | 7 | 12,7 | 9 | 16,4 | 7 | 12,7 | 5 | 9,1 |
| 4 | 11 | 20,0 | 4 | 7,3 | 6 | 10,9 | 4 | 7,3 | 11 | 20,0 | 14 | 25,5 | 5 | 9,1 |
| 5 | 6 | 10,9 | 3 | 5,5 | 10 | 18,2 | 5 | 9,1 | 11 | 20,0 | 13 | 23,6 | 7 | 12,7 |
| 6 | 7 | 12,7 | 2 | 3,6 | 8 | 14,5 | 8 | 14,5 | 11 | 20,0 | 7 | 12,7 | 12 | 21,8 |
| 7 | 2 | 3,6 | - | - | 8 | 14,6 | 14 | 25,5 | 2 | 3,6 | 7 | 12,7 | 22 | 40,0 |
| | 55 | 100 | 55 | 100 | 55 | 100 | 55 | 100 | 55 | 100 | 55 | 100 | 55 | 100 |
| Średnia wartość rangi | 3,65 | | 2,13 | | 3,98 | | 4,24 | | 4,05 | | 4,44 | | 5,51 | |

4. Ze względu na średnią wartość rangi jaką badane rozkłady teoretyczne otrzymały w poszczególnych drzewostanach (tab. 3), pierwsze, najlepsze miejsce zajmuje rozkład podwójny normalny-wariant 1 (PN1), drugie miejsce rozkład normalny, kolejne miejsca rozkład podwójny normalny – wariant 2 (PN2), Weibulla, logarytmiczno-normalny, beta i ostatnie miejsce rozkład Sb Johnsona.

Oprócz średniej wartości rangi ważną oceną przydatności danego rozkładu teoretycznego do opisywania rozkładu empirycznego jest rozkład rang. Rozkład podwójny normalny (PN1), który zajął pierwsze miejsce ze względu na średnią wartość rangi ma również korzystny rozkład rang. W 72,7% drzewostanów otrzymał on 1 (ryc. 1 a,b) i 2 rangę, a w żadnym drzewostanie nie zajął ostatniego miejsca.

Rozkład normalny, który zajął drugie miejsce ma dość dobry rozkład rang. Pierwsze i drugie miejsce zajął w 23,7% drzewostanów (ryc. 2a,b), trzy pierwsze miejsca aż w 52,8%; głównie zajmował 2,3 i 4 miejsce (67,3%). W około 4% drzewostanów zajął ostatnie miejsce.

Rozkład rang rozkładu podwójnego normalnego – wariant 2 (PN2), który zajął trzecie miejsce jest znacznie gorszy. Wprawdzie zajął on 1 (ryc. 1c,d) i 2 miejsce w 32,7% drzewostanów, ale trzy ostatnie (5,6,7) aż w 47,3% drzewostanów. Dość dobry rozkład rang ma rozkład Weibulla. Zajmował on wprawdzie przeważnie 3 do 6 miejsca (76,4%), ale w 20% drzewostanów zajął 1 (ryc.2c,d) i 2 miejsce, a ostatnie tylko w 3,6% przypadków. Jednym z gorszych rozkładów rang charakteryzuje się rozkład beta. W około połowie (49,1%) drzewostanów zajął on 4 i 5 miejsce, a 74,5% drzewostanów cztery ostatnie miejsca. Pierwsze miejsce (ryc. 3a,b) zajął tylko w 5,5% drzewostanów. Zdecydowanie złe rozkłady rang posiadają rozkłady Sb Johnsona i logarytmiczno-normalny. Rozkład Sb Johnsona w 40% drzewostanów zajął ostatnie miejsce, a w 61,8% dwa ostatnie miejsca i tylko w 1,8% pierwsze miejsce (ryc. 3d). Rozkład logarytmiczno-normalny w stosunkowo dużej liczbie drzewostanów (30,9%) zajął 1 (ryc. 3c) i 2 miejsce, ale w równie dużej (30,0%) dwa ostatnie.

TABELA 4

Zestawienie badanych rozkładów teoretycznych i przydzielenie im kolejnych miejsc ze względu na: 1) liczbę drzewostanów, w których nie odrzucono hipotezy zerowej o zgodności danego rozkładu z rozkładem pierśnic, 2) średnią wartość Dn, 3) średnią wielkość rangi ustalonej na podstawie wartości Dn w każdym drzewostanie

| Rozkład | Ranga rozkładu ze względu na charakterystykę | | | Suma rang | Miejsce rozkładu |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | | |
| N | 2 | 3 | 2 | 7 | 3 |
| PN1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 |
| PN2 | 1 | 2 | 3 | 6 | 2 |
| LN | 4 | 6 | 5 | 15 | 6 |
| W | 2 | 4 | 4 | 10 | 4 |
| β | 3 | 5 | 6 | 14 | 5 |
| J | 4 | 7 | 7 | 18 | 7 |

5. Biorąc pod uwagę równocześnie wszystkie trzy kryteria oceny zgodności rozkładów teoretycznych z rozkładami empirycznymi pierśnic (tab. 4) na pierwszym miejscu, jako najlepiej charakteryzujący rozkład pierśnic buków w badanych drzewostanach znalazł się rozkład podwójny normalny – wariant 1. Pod względem wszystkich kryteriów był on na pierwszym miejscu.
   Drugie miejsce zajął rozkład podwójny normalny – wariant 2, trzecie miejsce, z niewielką różnicą punktów, rozkład normalny. Ze względu na lepszy rozkład rang, drugie miejsce należy przyznać rozkładowi normalnemu, a trzecie rozkładowi podwójnemu normalnemu (PN2). Czwarte miejsce zajął rozkład Weibulla, następne beta, logarytmiczno-normalny i Sb Johnsona.

6. Z badań wynika, że jako model teoretyczny do opisywania rozkładów pierśnic w drzewostanach bukowych rosnących na niżu powinien być stosowany rozkład podwójny normalny – wariant 1 oraz rozkład normalny.

## Podsumowanie i wnioski

- Drzewostany bukowe charakteryzują się bardzo dużą zmiennością pierśnic. Przeciętna wartość współczynnika zmienności pierśnic w górskich drzewostanach wynosi 46,5%, a w nizinnych 29,2%.
- Rozkłady pierśnic w drzewostanach bukowych zarówno górskich jak i niżowych odznaczają się w większości przypadków skośnością dodatnią. W drzewostanach górskich jest ona większa.
- W drzewostanach bukowych rosnących na niżu do opisywania rozkładów pierśnic powinien być stosowany rozkład podwójny normalny (wariant 1) i normalny, natomiast w drzewostanach górskich logarytmiczno-normalny i Weibulla.
- W drzewostanach bukowych rosnących zarówno w górach jak i na niżu do opisywania rozkładów pierśnic nie powinien być stosowany rozkład Sb Johnsona. W drzewostanach górskich niewskazane jest także stosowanie rozkładu podwójnego normalnego (wariant 2) i normalnego, a w drzewostanach na niżu – rozkładu logarytmiczno-normalnego.

*Zakład Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu*
*SGGW w Warszawie*
*ul. Rakowiecka 26/30, 02-528 Warszawa*

*Zakład Urządzania Lasu IBL*
*ul. Bitwy Warszawskiej 1920 r. nr 3, 02-362 Warszawa*
*e-mail: M.Dudzinska@ibles.waw.pl*

## Literatura


1. **Bruchwald A.**,1987. Introductory program of the MDI-1 growth model for Scots pine. Ann.Warsaw Agric. Univ.-SGGW-AR, For. and Wood Technol. 36: 3-9.

2. **Siekierski K.** 1991. Three methods of estimation of parameters in the double normal distribution and their applicability to modeling tree diameter distributions. Ann. Warsaw Agric. Univ. – SGGW. For. and Wood Technol., 42: 13-17.

3. **Rymer-Dudzińska T., Dudzińska M.**, 1999. Analiza rozkładu pierśnic w drzewostanach bukowych. Sylwan 8: 5-24.


## Summary


### Dbh distribution in the lowland beech stands

The studies on the dbh distributions were carried out in 55 beech stands. The dbh distribution was compared with six theoretical distributions: normal (N), logarithmic-normal (LN), Weibull (W), beta (), Sb Johnsons (J) and double normal (two variants PN1, PN2) using a Kolmogorov-Smirnov test at significance level 0,05. The Kolmogorov-Smirnov statistics based on the maximum difference between empirical and theoretical distributions was also applied to compare the compliance of the empirical distribution with the theoretical distribution. For this purpose the sum and arithmetic mean Dn were calculated and the theoretical distribution rank was determined for each sample plot depending on the size (magnitude) of the statistics Dn. The rank 1 was assigned to the lowest Dn value distribution or the greatest compliance with the empirical distribution. The highest ranks from 2 to 7 were assigned to the successive distributions with the increasing Dn value. Choosing the theoretical distribution that can best approximate the dbh distribution the following criteria were considered:

- number of stands in which the analysed theoretical distribution did not significantly differ from the empirical distribution,
- value of arithmetic mean Dn,
- rank arithmetic mean,
- total rank value defined for each distribution resulting from the first three criteria.

The study results indicated that in the lowland beech stands the double normal (variant 1) and normal distributions were most suitable to describe dbh distributions while Sb Johnsons and logarhytmic-normal distributions should not be used. The dendroclimatic regions of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Poland.