

Matematyczny model kreowania oceny w procesie dydaktycznym

W praktyce dydaktycznej prawie powszechnie stosowana jest metoda oceniania za pomocą punktów (ocena kwantytatywna-ilościowa). Metoda ta ma niewątpliwie wiele zalet, w szczególności gdy jest stosowana przy ocenie bieżących, a nie okresowych lub końcowych wyników dydaktycznych. Wprowadzenie szerokiej skali ocen, względna łatwość określenia zasad kreowania wielkości oceny, możliwość pominięcia w bieżących sprawdzianach oceny negatywnej, oto niewątpliwe zalety tej metody oceniania.

Zamiana oceny punktowej na ocenę stopniową (ocena jakościwna – jakościowa) w znacznym stopniu ma cechy nieuzasadnionej dowolności. Utrwaliła się praktyka wyrażania oceny jakościowej za pomocą oceny ilościowej, tj. wyrażanie oceny stopniowej za pomocą oceny liczbowej: 2, 3, 4, 5, oraz ocen pośrednich: $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, a nawet 3–. Oceny te zaczęto traktować instrumentalnie przypisując im sens ilościowego zakresu przyswojenia wiedzy. Zagubiony został charakter jakościowej treści oceny, zanikło rozumienie istotnej różni-

cy między oceną pozytywną a negatywną.

W przekonaniu autorów jest to tendencja w konsekwencji prowadząca do relatywizmu nie tylko poznawczego, lecz także etycznego. Wynikł z tego dość znamienny fakt, iż ocena pozytywna, tj. „3”, mieści się gdzieś w połowie dopuszczalnej skali oceny ilościowej, tj. gdzieś w połowie zakresu wiedzy ocenianego na „5”. Takie pojmowanie oceny stopniowej prowadzi w praktyce do ustalenia liniowej zależności między oceną stopniową i punktową; na ogół odpowiedniość między tymi ocenami ustalana jest arbitralnie.

W Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego stosowano następujące przeliczniki (tab. 1):

TABELA 1. Zamiana punktów na stopnie w SGGW podczas egzaminów wstępnych z matematyki w latach 1980–1990

Liczba punktów	Ocena
0–25	ndst
26–30	dst
31–35	dst 1/2
36–40	db
41–46	db 1/2
47–50	bdb

Do uzasadnionego ustalenia wielkości przedziałów przy zamianie jednej oceny w drugą można by zastosować metody statystyczne, wymagają one jednak pomiarów pilotażowych, oddzielnie dla każdej populacji i każdego sprawdzianu lub wieloletnich badań studyjnych. Prezentowany model matematyczny wydaje się pozbawiony tego mankamentu. Przyjmujemy następujące założenia:

- W procesie dydaktycznym efektywność przyswajania nowych informacji (percepcja skuteczna) jest proporcjonalna do ilości informacji już przyswojonej.
- Propagacja błędu (propagacja dezinformacji) jest proporcjonalna do aktualnego stanu dezinformacji.
- Efektywność procesu dydaktycznego jest zależna od intensywności procesu dydaktycznego (gęstości przekazywania informacji). Przyjmujemy, że jest to funkcja potęgowa, zależna od czasu realizacji procesu dydaktycznego.

Mamy zatem:

$$dy/dx = at^\alpha y(b-y) \quad (1)$$

gdzie:

t – zmienna określająca moment realizacji procesu dydaktycznego (czas mierzony od początku trwania procesu),

y – skumulowana ilość przyswojonej informacji do momentu t ,

b – całkowita ilość informacji określona rozważanym procesem,

α – wykładnik potęgi związany z intensywnością procesu dydaktycznego,

a – współczynnik dodatni.

Wprowadzamy oznaczenia:

$$a = \frac{\alpha + 1}{b} \cdot c \quad (2)$$

$$x = tc^{\alpha+1} \quad (3)$$

wówczas:

$$dy/dt = dy/dx \cdot dx/dt = dy/dxc^{\alpha+1} \quad (4)$$

$$t^\alpha = x^\alpha \cdot c^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} \quad (5)$$

Podstawiając 4) i 5) do równania 1) otrzymujemy

$$dy/dx = \frac{\alpha + 1}{b} x^\alpha y(b - y) \quad (6)$$

stąd

$$\frac{b}{y} \cdot \frac{dy}{b - y} = (\alpha + 1)x^\alpha dx \quad (7)$$

a więc

$$\ln \left| \frac{y}{b - y} \right| = x^{\alpha+1} + c \quad (8)$$

Przyjmujemy warunki początkowe: w momencie $x=0$ realizowana jest połowa programu, mamy więc

$$y = \frac{b}{1 + \exp(-|x|^\alpha x)} \quad (9)$$

Jak łatwo zauważyć

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = b: \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \quad (10)$$

Zatem b jest rzeczywiście całkowitą ilością informacji określoną programem,

wielkości tej można przypisać np. maksymalną liczbę punktów oceny przypisaną danemu programowi.

Niech

$$b = 50 \quad (11)$$

daje to ostatecznie bogatą skalę ocen, wówczas

$$y = \frac{50}{1 + \exp(-|x|^\alpha \cdot x)} \quad (12)$$

Skala ocen dotyczy całego przedziału wartości y , niech wartość $y = b/2$ odpowiada ocena stopniowa 2 1/2.

Do wyznaczenia wielkości parametru α wystarczy określić odpowiedniość jakiegokolwiek oceny w skali punktowej i w skali stopniowej, np. podać najmniejszą liczbę punktów przypisaną ocenie pozytywnej. W odniesieniu do tej oceny istnieją dość znaczne różnice zdań wśród dydaktyków, od 20 do 32 punktów w sali 50-punktowej, dość jednomyślne natomiast jest stanowisko w stosunku do oceny bardzo dobrej. Przyjmuje się, iż przy tej ocenie nie powinien wystąpić żaden błąd merytoryczny oraz zdecydowanie mało błędów formalnych. W skali 50-punktowej wielkość dopuszczalnego błędu ocenia się na 5 punktów.

Dla wartości $y = 45$ i $x = 2,5$ ($x = 0$ odpowiada ocenie 2,5) otrzymujemy z 12)

$$\alpha = -0,02546 \quad (13)$$

a stąd następujące przedziały oceny w punktach i oceny w stopniach (tab. 2).

Jak łatwo zauważyć istnieje zupełna zgodność w klasyfikowaniu ocen ndst

TABELA 2. Przedziały oceny w punktach odpowiadające danym ocenom w stopniach

Ocena w stopniach	Ocena w punktach
2 (ndst)	0–25
3 (dst)	26–36
3 1/2 (dst+)	37–40
4 (db)	41–43
4 1/2 (db+)	44–45
5 (bdb)	46–50

oraz bdb, obie skale wg tabeli 1 i tabeli 2 są identyczne w tym zakresie, może to stanowić potwierdzenie słuszności przyjętych założeń teoretycznych. W zakresie ocen pośrednich, oceny wg tabeli 1 są znacznie łagodniejsze.

Tabela ocen 1 skonstruowana została metodą podziału równomiernego przedziału zmienności oceny, w konstrukcji tej nie uwzględnia się wzrastających trudności związanych z pełniejszym przyswojeniem programu, opanowaniem go expedite. Prezentowany tu model ocenowy ma znacznie szersze zastosowania niż tylko kreowanie oceny w procesie dydaktycznym, dalsze zastosowania przedstawimy w następnym opracowaniu.

Summary

Creating of the mathematical model for the education process. Proposed model is more precised as common used. Model is based on the logistic process of the perception of information.

Authors' address:

B. Leszczyński, K. Leszczyńska
Warsaw Agricultural University – SGGW
02–787 Warszawa. ul. Nowoursynowska 166
Poland