

ARKADIUSZ BRUCHWALD, MICHAŁ ZASADA

Model wzrostu modrzewia europejskiego (*Larix decidua* Mill.)

Growth model for European larch (*Larix decidua* Mill.)**ABSTRACT**

Bruchwald A., Zasada M. 2010. Model wzrostu modrzewia europejskiego (*Larix decidua* Mill.). Sylwan 154 (9): 615-624.

The paper discusses the functioning scheme and components of the stochastic growth model for European larch. The model was presented in the form suitable for processing the periodic forest inventory data (diameter and height of trees measured on fixed sample plots and average stand age). The growth model for larch consists of four main algorithms: introductory, thinning, mortality and incremental. First, the introductory algorithm is run to determine stand characteristics at certain age. Next, the thinning algorithm linked with the mortality procedure is activated. In the next step, incremental algorithm (also coupled with mortality program) is turned on. Thinning and incremental programs are run alternately until the end of prognosis period is reached. One of the most important characteristics of forest stand structure is tree stocking utilized directly by the thinning algorithm. The presented model is suitable for prognosis of European larch stands with any age, site index, stocking and various results of measured diameters and heights. It requires verification based on independent empirical data, preferably from permanent research plots.

KEY WORDS

growth and yield model, European larch, forest productivity, stand structure

ADDRESSES

Arkadiusz Bruchwald – e-mail: Arkadiusz.Bruchwald@wl.sggw.pl

Michał Zasada – e-mail: Michal.Zasada@wl.sggw.pl

Samodzielny Zakład Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu; SGGW; ul. Nowoursynowska 159; 02-776 Warszawa

Wstęp

Modele wzrostu stały się uznanym i powszechnie stosowanym narzędziem służącym tak do planowania i optymalizacji gospodarki leśnej, jak i do badania kierunków zmian zasobów leśnych przy różnych scenariuszach gospodarowania i zmiany warunków zewnętrznych (np. klimatycznych). Świadczą o tym liczne prace z zakresu matematycznego modelowania lasu publikowane w leśnej literaturze naukowej. Przegląd modeli wzrostu można znaleźć m.in. w pracach Dudka i Eka [1980], Vanclaya [1995], Zasady [2007] czy Mendozy i Vanclaya [2008]. Również w Polsce od późnych lat siedemdziesiątych XX wieku prowadzone są badania, których celem jest budowa i rozwój modeli wzrostu dla ważniejszych gatunków drzew leśnych. Dotychczas opracowano modele wzrostu dla sosny [Bruchwald 1986; Bosiak, Siekierski 1992], świerka [Bruchwald i in. 1999], jodły [Zasada 1999], daglezi [Klimaszewska 1998], dębu [Bruchwald i in. 1996; Dudzińska, Bruchwald 2008], buki [Dudzińska, Wirowski 1998], brzozy [Bruchwald i in. 2001], olszy [Bruchwald i in. 2003] i osiki [Bosiak i in. 1996]. Opracowane dla wymienionych gatunków drzew modele wzrostu należą w większości do grupy stochastycznych

modeli drzewa indywidualnego [Munro 1974; Daniels, Burkhardt 1988]. Ujmują one związki między cechami drzewostanu w postaci funkcji matematycznych, a w niektóre algorytmy wplecione zostały elementy rachunku prawdopodobieństwa. Różnią się one tym od tradycyjnych modeli opracowanych w formie tablic zasobności [Schwappach 1912, 1943; Schober 1957; Szymkiewicz 1961].

Celem niniejszego opracowania jest przedstawienie schematu funkcjonowania oraz elementów składowych stochastycznego modelu wzrostu dla modrzewia europejskiego w wersji, która może znaleźć zastosowanie do przetwarzania danych pomiarowych z okresowej inwentaryzacji lasu. Danymi tymi są wyniki pomiaru pierśnic i wysokości drzew przeprowadzonego na kołowych powierzchniach próbnych. Niezbędną informacją do przeprowadzenia obliczeń jest również średni wiek drzewostanu. W polskiej literaturze istnieje co prawda opis modelu wzrostu dla modrzewia [Bosiak i in. 1996], lecz jest to jednak opracowanie wstępne, wykorzystujące algorytmy modelu wzrostu dla sosny z niektórymi funkcjami zastąpionymi przez tymczasowe zależności zbudowane na podstawie danych z tablic zasobności [Schober 1957; Szymkiewicz 1961].

Materiał

Do budowy modelu wzrostu wykorzystano materiał empiryczny zebrany w 137 drzewostanach modrzewiowych. Były to drzewostany lite i mieszane, te ostatnie głównie z niewielką domieszką świerka i jodły w górach oraz buka i sosny na nizinach. Powierzchnie założone zostały w drzewostanach zlokalizowanych w RDLP Szczecin (18), Szczecinek (1), Gdańsk (21), Olsztyn (13), Białystok (10), Poznań (1), Radom (15), Wrocław (15), Katowice (22), Kraków (8) i Krosno (13). Dane te pochodziły ze zbiorów Samodzielnego Zakładu Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu oraz Katedry Hodowli Lasu SGGW.

Wiek poszczególnych drzewostanów wahał się od 12 do 172 lat. Najwięcej drzewostanów reprezentowanych było przez III (27,4%) i IV (28,1%) klasę wieku, jednak dość dużo przekroczyło wiek 120 lat (20,0%). Przeciętna pierśnica drzewostanu wahała się od 15,3 do 68,6 cm, a średnia wysokość – od 11,4 do 44,8 m. Badane drzewostany zajmowały żywe siedliska lasowe. Bonitacja, zdefiniowana jako przeciętna wysokość 100 najgrubszych drzew na powierzchni jednego hektara w wieku 100 lat, w 76,3% drzewostanów zawarta była w granicach od 30 do 40 m, a w 20,0% drzewostanów przekraczała 40 m.

W poszczególnych drzewostanach założono od jednej do trzech powierzchni próbnych. Starano się, aby łączna liczba drzew na powierzchniach wynosiła co najmniej 100. Na powierzchniach pomiarowi podlegały pierśnice wszystkich drzew. Każde drzewo zaliczano do odpowiedniej klasy biosocjalnej według Krafca [1884]. Zastosowano również klasyfikację trzebieżową, wyróżniając 3 rodzaje drzew: dorodne, szkodliwe i pożyteczne. W każdym analizowanym drzewostanie przeprowadzono dodatkowo pomiar pierśnicy i wysokości średnio 25 drzew do budowy krzywej wysokości, której parametry wyznaczono metodą regresji nieliniowej.

W 60 drzewostanach ścięto po 10 drzew próbnych, na których zrealizowano szeroki zakres pomiarów dendrometrycznych, w tym sekcyjny pomiar miąższości. Na każdej z tych powierzchni na dwóch ściętych drzewach należących do I lub II klasy Krafca, przeprowadzono analizę wzrostu wysokości stosując technikę analizy pnia [Graves 1906]. Dzięki temu określono wysokości drzew w różnych latach ich życia. Z około 5-10 drzew pobrano wywierty z przekroju pierśnicowego. Podlegały one pomiarowi w laboratorium przyrostowym Zakładu Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu SGGW. Otrzymane wyniki służyły do ustalenia wieku pierśnicowego i przeciętnego wieku drzewostanu. Wiek określono również na podstawie liczby słoików ustalonych w terenie na przekroju ścięcia drzewa.

Budowa i funkcjonowanie modelu wzrostu

Model wzrostu dla modrzewia składa się z czterech głównych algorytmów: wstępnego, trzebieżowego, śmiertelności drzew i przyrostowego. W pierwszej kolejności realizowany jest algorytm wstępny, który określa cechy drzewostanu w wieku W . Następnie uruchamiany jest algorytm trzebieżowy, sprzężony z modelem śmiertelności drzew. W kolejnym kroku włączony zostaje algorytm przyrostowy, sprzężony również z modelem śmiertelności drzew. Dalej uruchomiane zostają na przemian algorytm trzebieżowy i przyrostowy, aż do końca przyjętego okresu prognozy.

ALGORYTM WSTĘPNY. Algorytm wstępny określa cechy drzewostanu dla roku wykonania pomiarów. W zależności od zestawu danych podstawowych, opracowano dwie opcje tego algorytmu. W niniejszej pracy przedstawiona zostanie opcja, w której danymi wejściowymi są: wiek drzewostanu (W), wyniki pomiaru pierśnicy N drzew w całym drzewostanie, względnie na jednej lub kilku powierzchniach próbnych (d_i , $i=1, 2, \dots, N$) oraz wyniki pomiaru wysokości n_h drzew, służące do sporządzenia krzywej wysokości lub określenia średniej wysokości drzewostanu (h_j , $j=1, 2, \dots, n_h$). Dane podstawowe należy tak przetworzyć, aby uzyskać bazę danych opisującą każde drzewo pierśnicą, wysokością i wiekiem. Baza ta zawierać również powinna wielkość powierzchni próbnej oraz adres wydzielenia drzewostanowego.

Bonitacja drzewostanu (B) jest zdefiniowana jako wysokość górna, jaką drzewostan uzyska lub uzyskał w wieku bazowym 100 lat. Za wysokość górną (H_{100}) przyjęto wysokość średnią 100 najgrubszych drzew przypadających na hektar. Bonitację dla modrzewia określono wzorem:

$$B = 2,9151397 \cdot H_{100} \cdot \left(\frac{11 + 0,3 \cdot W}{W} \right)^{1,2} \quad [1]$$

Równanie to zostało opracowane sposobem opisanym m.in. w pracy Bruchwalda [1988b] na podstawie danych pochodzących z analizy pniowej [Dahms 1963; Curtis 1964].

„Maksymalną” liczbą drzew charakteryzuje się taki drzewostan, w którym nie prowadzi się żadnych zabiegów pielęgnacyjnych, a czynniki środowiska, zwłaszcza abiotyczne, nie spowodowały szkód w tak mało stabilnym drzewostanie. W modelach wzrostu opisywanych w literaturze przyjmuje się, że zależy ona od jakości siedliska i/lub przeciętnej pierśnicy drzew drzewostanu [np. Reineke 1933]. W modelu wzrostu dla modrzewia zmianę tej cechy z wiekiem drzewostanu (W) w zależności od jakości siedliska wyrażonej bonitacją wzrostową (B) charakteryzują dwie funkcje łączące się w wieku W_1 . W pierwszej kolejności oblicza się wiek przecięcia się tych funkcji:

$$W_1 = \frac{0,1476}{0,00013 \cdot B - 0,00034} \quad [2]$$

Gdy zachodzi $W < W_1$ wówczas obliczamy:

$$p = 0,025 + \frac{(0,00013 \cdot B - 0,00034) \cdot W_1 - 0,0238 \cdot W^2}{W_1^2} \quad [3a]$$

a gdy $W \geq W_1$ to:

$$p = -0,0488 + (0,00013 \cdot B - 0,00034) \cdot W \quad [3b]$$

Maksymalną liczbę drzew drzewostanu określa wzór:

$$N_{\max} = \left(\frac{100}{p} \right)^2 \quad [4]$$

Maksymalna liczba drzew jest wykorzystywana do określania stopnia zagęszczenia drzewostanu:

$$Zag = \frac{N_{ha}}{N_{max}} \quad [5]$$

gdzie N_{ha} jest przeliczoną na hektar liczbą drzew drzewostanu. Stopień zagęszczenia jest miarą nasilenia procesu konkurencji między drzewami w drzewostanie. Szczegóły metodyczne budowy powyżej opisanych funkcji znaleźć można m.in. w pracy Bruchwalda [1988c].

Generowanie rozkładu wysokości drzew polega na przyporządkowaniu każdemu drzewu określonej wartości wysokości. Przyporządkowanie to przeprowadza się wzorem [Bruchwald, Żybura 2002]:

$$h_i = \frac{d_i^2 \cdot (H-1,3)}{[D-0,6162 \cdot H^{-0,4046} \cdot \sqrt{H-1,3 \cdot (D-d_i)^2}]^2} + 1,3 + z_i \cdot Ohd \quad i=1, 2, \dots, N \quad [6]$$

gdzie:

$$Ohd = 0,1171 \cdot H^{0,7903} \quad [7]$$

$$z_1 = \sqrt{-2 \cdot \ln(u_1)} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot u_2) \quad [8a]$$

$$z_2 = \sqrt{-2 \cdot \ln(u_1)} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot u_2) \quad [8b]$$

zaś

h – wysokość drzewa [m],

d – pierśnica [cm],

D – średnia pierśnica drzewostanu [cm],

H – średnia wysokość drzewostanu [m],

Ohd – odchylenie standardowe wysokości drzew z wyłączonym wpływem pierśnicy,

z – liczba losowa rozkładu normalnego,

u – liczba losowa rozkładu jednostajnego.

Szczegóły metodyczne budowy wzoru [6] oraz sposobu generowania wysokości drzew opisane zostały przez Bruchwalda i Rymer-Dudzińską [1981, 1986].

Określanie miąższości drzewa wymaga m.in. znajomości pierśnicowej liczby kształtu. Do jej określenia opracowano wzory dla strzały w korze (f_1) i grubizny drzewa (f_q). Wzory te mają postać:

$$f_1 = 0,355 + 0,6 \cdot d^{-0,5} \quad [9]$$

$$f_q = f_1 [1-225 (d-1)^{-3,25}] \quad [10]$$

Zostały one opracowane na podstawie pomiarów sekcyjnych miąższości drzew próbnych ściętych na powierzchniach z wykorzystaniem metodyki opisanej m.in. przez Bruchwalda i Rymer-Dudzińską [1988]. Zakładając, że przeciętna pierśnica drzewa (d) jest wyrażona w centymetrach, a wysokość (h) w metrach, miąższość drzewa (v) wyrażona w m^3 jest równa:

$$v = \frac{\pi}{40000} \cdot d^2 \cdot h \cdot f \quad [11]$$

Miąższość drzewostanu lub grupy drzew oblicza się w modelu sumując miąższości poszczególnych drzew. Stosując wzór [11] należy wprowadzić ograniczenie, że miąższość grubizny określa się dla drzew o pierśnicy większej od 7 cm, a dla drzew cieńszych przyjmuje się wartość równą zero.

ALGORYTM TRZEBIEŻOWY. Zadaniem algorytmu trzebieżowego jest ustalenie liczby drzew do wycięcia podczas danego zabiegu oraz wyznaczenie drzew, które w danej trzebieży usuwane są z drzewostanu. Podstawową cechą służącą do wykonania tego zadania jest stopień zagęszczenia drzew w drzewostanie.

Drzewostan panujący tworzą te drzewa, które zgodnie z klasyfikacją Krafta [1884] należą do I, II i III klasy. Ustalanie liczby drzew drzewostanu panującego przeprowadza się w podobny sposób jak ustalanie maksymalnej liczby drzew, a jedynie wartości odpowiednich współczynników są inne. Wiek (W_2) łączący dwie funkcje jest równy:

$$W_2 = \frac{0,19}{0,00013 \cdot B - 0,00034} \quad [12]$$

Gdy zachodzi $W < W_2$ wówczas obliczamy:

$$p_2 = 0,065 + \frac{(0,00013 \cdot B - 0,00034) \cdot W_p + 0,035 \cdot W^2}{W_2^2} \quad [13a]$$

a gdy $W \geq W_2$ to:

$$p_2 = -0,03 + (0,00013 \cdot B - 0,00034) \cdot W \quad [13b]$$

Maksymalną liczbę drzew drzewostanu panującego określa wzór

$$N_p = \left(\frac{100}{p_2} \right)^2 \quad [14]$$

W modelu wzrostu dla modrzewia funkcjonuje algorytm realizujący trzebież kombinowaną. Jest on podobny do algorytmów trzebieżowych zastosowanych innych w polskich modelach wzrostu [np. Bruchwald 1988d]. Ustala się w nim, wyrażone liczbą drzew, nasilenie trzebieży dla drzewostanu panującego i opanowanego, po czym określa się łączne nasilenie dla drzewostanu. Wyznacza się następnie stopień zagęszczenia drzewostanu przy założeniu, że trzebież zostanie wykonana. Ten stopień zagęszczenia nie może być mniejszy od wartości krytycznej określonej wzorem:

$$Z_g = 0,6 + 0,001 \cdot W \quad [15]$$

Trzebieże wykonuje się w odstępach zwanych nawrotami cięć (n_p), które przyjmują wartość od 5 (dla wieku do 40 lat) do 10 (dla wieku od 70 lat).

Do wyznaczenia liczby drzew, którą należy wyciąć z drzewostanu przeprowadzając zabieg, służy funkcja przedstawiająca stopień zagęszczenia drzewostanu panującego:

$$Z_p = \frac{N_p}{N_{\max}} \quad [16]$$

gdzie N_p – określone jest wzorem [14], a N_{\max} wzorem [4].

W pierwszej kolejności określa się liczbę drzew do wycięcia z drzewostanu panującego. Dla wieku W , korzystając z funkcji [16], określa się wartość stopnia zagęszczenia i odpowiadającą temu stopniowi liczbę drzew n_1 . Następnie ustala się stopień zagęszczenia dla wieku $w+n_p$, po czym określa się liczbę drzew n_2 . Liczbę drzew do wycięcia z drzewostanu panującego (n_p) określa się z ich różnicy:

$$n_p = n_1 - n_2 \quad [17]$$

Stopień zagęszczenia, jaki miałby drzewostan, gdyby usunąć z niego n_p drzew, wyrażony jest więc wzorem:

$$Z_p = \frac{N - n_p}{N_{\max}} \quad [18]$$

Następnie porównuje się stopień zagęszczenia Z_p ze stopniem zagęszczenia Z_g określonym wzorem [15]. Gdy $Z_p < Z_g$, to nie wykonuje się zabiegu w wieku W . Oblicza się stopień zagęszczenia, jaki uzyska drzewostan po upływie jednego roku i wykonuje się ponownie te same obliczenia. Trzebież wykonuje się wówczas, gdy $Z_p > Z_g$. W modelu uruchomiony zostanie następnie algorytm śmiertelności drzew, przydzielający drzewa do drzewostanu panującego i opanowanego. Ten sam algorytm podzieli drzewostan panujący na drzewa, które pozostaną na pniu i te do wycięcia. Do tej drugiej grupy wejdą głównie drzewa cieńsze i niższe, a więc III klasy Krafca. Raczej niewielka liczba drzew do wycięcia pochodzić będzie z II i I klasy Krafca. Dalsze postępowanie polega na ustaleniu liczby drzew do wycięcia z drzewostanu opanowanego. Określa się ją tak, aby po trzebieży drzewostan uzyskał stopień zagęszczenia równy wartości granicznej dla danego wieku. O określoną liczbę drzew zwiększy się drzewostan podrzędny, a konkretne drzewa do tej grupy przydzieli program śmiertelności. Będą to głównie najcieńsze i najniższe drzewa drzewostanu.

ALGORYTM ŚMIERTELNOŚCI DRZEW. Symulując rozwój drzewostanu należy określić liczbę drzew, która wydzieli się z niego w ciągu roku. Zależy ona od początkowej liczby drzew, powiązanej funkcyjnie ze stopniem zagęszczenia drzew drzewostanu. Im niższa będzie wartość stopnia zagęszczenia, tym liczba drzew, które wydzielią się z drzewostanu, będzie mniejsza. Związane jest to z nasileniem procesu konkurencji między drzewami w drzewostanie. Dla drzewostanu o danym wieku W oblicza się wzorem [4] maksymalną liczbę drzew N_1 . Tym samym wzorem oblicza się maksymalną liczbę drzew dla wieku $W+1$, otrzymując N_2 . Liczbę drzew, które wypadną z drzewostanu (N_p) w okresie jednego roku, określa wzor:

$$N_p = (N_1 - N_2) \cdot Zag^7 \quad [19]$$

gdzie Zag jest stopniem zagęszczenia drzew drzewostanu w wieku W .

Algorytm śmiertelności drzew dla modrzewia jest identyczny, jak dla innych gatunków. Przeprowadza się w nim podział drzew na dwa podzbiory. Pierwszy z nich składa się z drzew grubych i wysokich, a więc o dużej miąższości. Zakłada się, że wszystkie te drzewa będą żyły co najmniej rok. Po tym okresie przeprowadzony zostanie kolejny podziału zbioru na dwa podzbiory. Do drugiego podzbiory wejdą drzewa cienkie i niskie, a więc o małej miąższości. Drzewa te będą odpowiadały tym, które wypadną z drzewostanu. Szczegółowy opis algorytmu śmiertelności drzew zawarty jest np. w opracowaniu Dudzińskiej i Bruchwalda [2008].

ALGORYTM PRZYROSTOWY. Celem określenia wysokości drzewa w wieku $w+1$, należy określić dla wieku w wysokości drzewa (h_w) i tempo wzrostu wysokości drzewa (b) wzorem [1]. Otrzymaną wartość tempa wzrostu wysokości i wiek $w+1$ podstawia się do przekształconego wzoru [1], otrzymując wysokość h_{w+1} :

$$h_{w+1} = \frac{b}{2,9151397} \cdot \left(\frac{w+1}{11+0,3 \cdot (w+1)} \right)^{1,2} \quad [20]$$

Można również bezpośrednio skorzystać z dynamicznej formy modelu wzrostu wysokości [Cieszewski, Zasada 2002], powstałej z przekształcenia wzoru [1], która w dla modrzewia przyjmuje postać:

$$h_{w+1} = h_w \cdot \left(\frac{w \cdot (36,66667 + (w+1))}{(w+1) \cdot (36,66667 + w)} \right)^{1,2} \quad [21]$$

Obliczenia takie należy przeprowadzić kolejno dla każdego drzewa na powierzchni próbniej.

Wzrost pierśnic drzew kształtuje się pod wpływem wielu czynników. O tym, jaka będzie grubość drzewa w określonym wieku, decydują w pierwszym rzędzie warunki siedliskowe. Również warunki wzrostu, rozumiane jako przestrzeń, z której drzewo korzysta, a także otoczenie tej przestrzeni, decydują o uzyskanej przez drzewo w określonym wieku pierśnicy. Warunki wzrostu modyfikują również sam przebieg krzywej wzrostu grubości. U drzew rosnących przy dostatecznym dostępie światła wystąpi inny przebieg wzrostu grubości niż u drzew rosnących w ocienieniu. Czynnikiem wpływającym na wzrost grubości drzew jest oczywiście znacznie więcej, jednak przy obecnym stanie wiedzy nie potrafimy określić wpływu wielu z nich na kształtowanie się procesu wzrostu pierśnicy.

Budując model, stajemy przed problemem matematycznego ujęcia procesu wzrostu pierśnicy. W pierwszym etapie budowy modelu wzrostu pierśnicy przyjęto założenie, że wzrost grubości określa ogólny wzór:

$$d = E \cdot C \quad [22]$$

Wyrażenie E jest standaryzowaną funkcją wzrostu pierśnicy. Powinna być ona stale rosnąca i w wieku pierśnicowym równym 100 lat przyjmować wartość 1. Wyrażenie C , nazywane tempem wzrostu pierśnicy, określa wartość tej cechy w wieku pierśnicowym drzewa równym 100 lat [Bruchwald 1988e]. Poszukiwania funkcji wzrostu pierśnicy doprowadziły do opracowania następującego modelu:

$$E = \frac{\sqrt{W_p}}{10} \quad [23]$$

gdzie W_p jest wiekiem pierśnicowym drzewa.

Do ustalenia wieku pierśnicowego wykorzystuje się funkcję wzrostu wysokości. Liczba lat, po której drzewo uzyska wysokość równą 1,3 m (u), zależy od bonitacji drzewostanu (B). Wartość u uzyskuje się wykorzystując algorytm z zawartą w nim funkcją wzrostu wysokości. Wiek pierśnicowy jest więc równy:

$$W_p = W - u \quad [24]$$

gdzie W jest wiekiem fizycznym drzewa.

Tempo wzrostu pierśnicy drzewa zależy od bonitacji drzewostanu. Jego minimalną wartość dla pierśnicy górnej (D_{100}) określa się wzorem:

$$C_1 = 8 + B \quad [25]$$

a wartość maksymalną wzorem:

$$C_2 = 17 + 1,1 \cdot B \quad [26]$$

Między wartościami C_1 i C_2 będzie przebiegało tempo wzrostu pierśnicy D_{100} . Jego powiązanie ze stopniem zagęszczenia ujęte jest wzorem:

$$C_t = C_1 + (C_2 - C_1) \cdot (1 - \sqrt{Zag}) \quad [27]$$

Wzór [27] stosuje się przy założeniu, że wartość Zag nie może być mniejsza niż 0,5 ani większa niż 1,0. Gdy stopień zagęszczenia drzew drzewostanu będzie mniejszy od 0,5 i po 15 latach rozwoju nie przekroczy tej wartości, to $C_t = C_1$. Funkcja korygująca wzrost pierśnicy, zbudowana z uwzględnieniem powyższych założeń i ograniczeń, przybiera postać:

$$\delta = 1 + \frac{C_t - C}{C_t \cdot W^2} \quad [28]$$

Gdy pierśnica drzewa w wieku w_1 wynosi d_1 , to pierśnicę upływie roku (d_2) określa się wzorem:

$$d_2 = d_1 \cdot \delta \cdot \frac{E_2}{E_1} \quad [29]$$

gdzie E_1 – określona wzorem [23] wartość dla wieku $W_p = W + u$, E_2 – określona wzorem [23] wartość dla wieku $W_p = W + u + 1$.

Podsumowanie

Wyniki otrzymane modelem wzrostu są wizją drzewostanu wzorcowego. Wizja ta przedstawiona jest w sposób dynamiczny, bowiem procesy zachodzące w drzewostanie (wzrost, konkurencja i kształtowanie się struktury) zachodzą w czasie i przestrzeni [Bruchwald 1988a]. Na początku okresu prognozy zostaje zdefiniowana struktura drzewostanu wzorcowego, a dalsze jej kształtowanie się powiązane jest z przyjętym i wbudowanym w model programem trzebieżowym. Gdy konkretny drzewostan charakteryzuje się na początku okresu prognozy strukturą odbiegającą od przyjętego wzorca, wówczas model prognozuje rozwój drzewostanu w taki sposób, aby z upływem czasu drzewostan zbliżał się do struktury drzewostanu wzorcowego. Ważne jest więc, aby realizowana przez model wzrostu wizja drzewostanu wzorcowego została zaakceptowana przez specjalistów z nauki o produktywności lasu, a także hodowli lasu oraz leśników, którzy realizowaliby ją w praktycznym działaniu.

Za jedną z najważniejszych cech struktury drzewostanu przyjęto stopień zagęszczenia drzew drzewostanu. W istocie jest to podstawowy element realizowanego przez model programu trzebieżowego. Realizacja tego programu zakłada, że stopień zagęszczenia powinien kształtować się w określonych granicach. W drzewostanie nie powinno się realizować zabiegów powodujących obniżenie stopnia zagęszczenia poniżej wartości krytycznej zdefiniowanej w modelu (wzór [15]). Powoduje to bowiem obniżenie się sumarycznej produkcji, a gdy stopień zagęszczenia drzewostanu zostałyby sprowadzony do zbyt niskich wartości – degradację siedliska oraz zahamowanie procesów wzrostowych. Drzewostan nie powinien być również prowadzony przy zbyt wysokim stopniu zagęszczenia. Co prawda sumaryczna produkcja takiego drzewostanu byłaby może wyższa, ale jednocześnie prawdopodobieństwo wystąpienia szkód byłoby również wyższe.

Przedstawionym modelem wzrostu można prognozować rozwój drzewostanu modrzewiowego charakteryzującego się dowolnym wiekiem, bonitacją, stopniem zagęszczenia oraz różnymi wynikami pomierzonych pierśnic i wysokości drzew. Zastosowana optymalizacja w prognozowaniu struktury drzewostanu nie wynika z kalkulacji ekonomicznych, a z wiedzy w zakresie hodowli i produktywności lasu. Przedstawiony w niniejszej pracy model wymaga weryfikacji na niezależnym materiale empirycznym. Najpewniejsza analiza dokładności wyników dokonywana jest z wykorzystaniem danych ze stałych powierzchni badawczych [np. Dudzińska, Bruchwald 2008]. Model wzrostu opracowano dla jednowarstwowych i jednowiekowych drzewostanów modrzewiowych. Sprzężenie go z modelami opracowanymi dla innych gatunków drzew jest etapem do zbudowania modelu dla drzewostanów mieszanych, a następnie różnowiekowych.

Literatura

Bosiak P., Siekierski K. 1992. Deterministic growth model for pine stands. *Annals of Warsaw Agricultural University-SGGW, For. And Wood. Technol.* 44: 13-18.

- Bosiak P., Siekierski K., Zasada M. 1996. Provisional growth models for birch, alder, aspen and larch stands. Ann. Warsaw Agric. Univ.- SGGW, For. and Wood Technol. 47: 13-20.
- Bruchwald A. 1986. Simulation growth model MDI-1 for Scots pine. Ann. Warsaw Agricult. Univ.-SGGW-AR, For. and Wood Technol. 34: 47-52.
- Bruchwald A. 1988a. Przyrodnicze podstawy budowy modeli wzrostu. Sylwan 132 (11-12): 1-10.
- Bruchwald A. 1988b. Introductory program of the MDI-1 growth model for Scots pine. Ann. Warsaw Agric. Univ.-SGGW-AR, For. and Wood Technol. 36: 3-9.
- Bruchwald A. 1988c. Self-thinning in Scots pine stands - a mathematical approach. Ann. Warsaw Agric. Univ.-SGGW-AR, For. and Wood Technol. 36: 11-16.
- Bruchwald A. 1988d. Thinning algorithms. Ann. Warsaw Agric. Univ.-SGGW-AR, For. and Wood Technol. 36: 21-28.
- Bruchwald A. 1988e. Diameter growth of trees in Scots pine stand - a mathematical approach. Ann. Warsaw Agric. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood Technol. 36: 35-41.
- Bruchwald A., Dudek A., Dudzińska T., Michalak K., Wróblewski L., Zasada M. 1999. Model wzrostu dla drzewostanów świerkowych. Sylwan 143 (1): 19-31.
- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. 1996. Model wzrostu dla drzewostanów dębu szypułkowego. Sylwan 140 (10): 35-44.
- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. 2003. Model wzrostu dla olszy czarnej (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.). Sylwan 147 (8): 3-10.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1981. Zastosowanie funkcji Naslunda do budowy stałych krzywych wysokości dla świerka. Sylwan 125 (6): 21-29.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1986. Probability method of determining the height of trees. Ann. Warsaw Agricult. Univ. SGGW-AR, For. and Wood Technol. 34: 57-60.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1988. Empirical equations for determining the b.h. form factors of stems without bark in spruce stands. Ann. Warsaw Agric. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood Technol. 37: 3-7.
- Bruchwald A., Żybura H. 2002. Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów modrzewia europejskiego (*Larix decidua* Mill.). Sylwan 146 (12): 5-9.
- Cieszewski C. J., Zasada M. 2002. Dynamiczna forma anamorficznego modelu bonitacyjnego dla sosny pospolitej w Polsce. Sylwan 146 (7): 17-24.
- Curtis R. O. 1964. A stem-analysis approach to site-index curves. Forest Science 10: 241-256.
- Dahms W. G. 1963. Correction for possible bias in developing site index curves from sectioned tree data. Journal of Forestry 61: 25-27.
- Daniels R. F., Burkhardt H. E. 1988. An integrated System of Forest Stand Models. Forest Ecology and Management, 23: 159-177.
- Dudek A., Ek A. R. 1980. A bibliography of world wide literature on individual tree based forest stand growth models. University of Minnesota, College of Forestry, Department of Forest Resources, Staff Paper Series 12.
- Dudzińska M., Bruchwald A. 2008. Znaczenie i praktyczne możliwości wykorzystania wyników badań na stałych powierzchniach doświadczalnych założonych przez Schwappacha i Wiedemanna w drzewostanach dębowych. Prace IBL. Rozprawy i Monografie 11: 1-99.
- Dudzińska M., Wirowski M. 1998. Model wzrostu dla buka. Dokumentacja naukowa w IBL, Warszawa.
- Graves H. S. 1906. Forest Mensuration. John Wiley & Sons, New York..
- Klimaszewska J. 1998. Model wzrostu dla daglezi. Praca magisterska w Katedrze Produkcyjności Lasu, Wydział Leśny SGGW w Warszawie.
- Kraft G. 1884. Beiträge z. Lehre v. d. Durchforstungen usw. Hannover.
- Mendoza G. A., Vanclay J. K. 2008. Trends in Forestry Modelling. CAB Reviews: Perspectives in Agriculture, Veterinary Science, Nutrition and Natural Resources 3 (10).
- Munro D. D. 1974. Forest growth models – a prognosis. W: Fries J. [red.]. Growth models for tree and stand simulation. Royal College of Forestry, Sztokholm. Research Note 30: 7-21.
- Reineke L. H. 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forest. Journal of Agricultural Research 46: 627-638.
- Schober R. 1957. Wiedemann. Ertragstabeln wichtigen Holzarten bei verschiedener Durchforstung. Verlag M. u. H. Schaper, Hannover.
- Schwappach A. 1912. Ertragstabeln der wichtigeren Holzarten. Neudamm.
- Schwappach A. 1943. Ertragstabeln der wichtigeren Holzarten. Neudamm.
- Szymkiewicz B. 1961. Tablice zasobności i przyrostu drzewostanów, PWRiL, Warszawa.
- Vanclay J. K. 1995. Growth models for tropical forests: a synthesis of models and methods. Forest Science 41: 7-42.
- Zasada M. 1999. The growth model for fir (*Abies alba* Mill.). Folia Forestalia Polonica, Ser. A. 44: 37-46.
- Zasada M. 2007. Zastosowanie modeli wzrostu do prognozowania długookresowych zmian zasobów leśnych na podstawie danych z wielkoobszarowej inwentaryzacji lasu. SGGW. Rozprawy Naukowe i Monografie 310.

SUMMARY**Growth model for European larch (*Larix decidua* Mill.)**

Growth and yield models became reputable and widely used tool for planning and optimizing forest management activities as well as for investigation of changes in forest resources under various scenarios. The goal of the presented paper is to discuss the functioning scheme and components of the stochastic growth model for European larch. The model was presented in the form suitable for processing the periodic forest inventory data (diameters and heights of trees measured on fixed sample plots and average stand age).

The presented model was build based on data collected in 137 larch stands located on fertile sites across the entire Poland. The average age of the stands varied from 12 to 172 years. Average DBH ranged between 15.3 and 68.6 cm, and mean height increased from 11.4 to 44.8 m. Majority of investigated stands was characterized by site index from 30 to more than 40 m (top height at base age of 100 years). There were intensive measurements done on sample plots of minimum 100 trees, including collection of DBHs, heights, social and thinning positions of trees as well as sectional measurements of volume and stem analysis performed on a subsample of plots.

The presented model was built as a stochastic individual tree, spatial independent model. It consists of four main algorithms: introductory, thinning, mortality and incremental. First, the introductory algorithm is run to determine stand characteristics at age W . Next, the thinning algorithm linked with the mortality algorithm is activated. In the next step, incremental algorithm (also coupled with mortality program) is turned on. Thinning and incremental programs are run alternately until the end of prognosis period is reached.

The results obtained from the model are a vision of standard stand presented in a dynamic way. The defined initial stand structure is modified according to the implemented thinning algorithm. If the initial characteristics of the stand are far from the assumed, the model directs stand structure development towards the standard stand. One of the most important characteristics of forest stand structure is tree stocking utilized directly by the thinning algorithm. The implementation of this algorithm assumes that tree stocking should be shaped in a given interval, which does not allow to decrease it below critical value defined by the model (because this decreases stand's productivity), nor increase above the certain maximum (because this increases risk of damage of such a stand).

The presented model is suitable for prognosis of European larch stands with any age, site index, stocking and various results of measured diameters and heights. It requires to be verified based on independent empirical data, preferably from permanent research plots. The model was elaborated for single-storied and single-age larch stands. Building a model for mixed and multi-age stands requires coupling the model algorithms with those for other species.