

**Instytut Agrofizyki  
im. Bohdana Dobrzańskiego PAN  
w Lublinie**

**ACTA AGROPHYSICA**

**54**

**Józef Horabik**

**CHARAKTERYSTYKA  
WŁAŚCIWOŚCI FIZYCZNYCH  
ROŚLINNYCH MATERIAŁÓW SYPKICH  
ISTOTNYCH W PROCESACH  
SKŁADOWANIA**

Monografia

Lublin 2001

### **Komitet Redakcyjny**

Redaktor Naczelny - prof. dr hab. Jan Gliński, czł. koresp. PAN

Z-cy Redaktora Naczelnego:

prof. dr hab. Ryszard T. Walczak, czł. koresp. PAN - fizyka środowiska

prof. dr hab. Bogusław Szot - fizyka materiałów roślinnych

prof. dr hab. Ryszard Dębicki - gleboznawstwo

### **Rada Redakcyjna**

prof. dr hab. J. Haman, czł. rzecz. PAN - przewodniczący

prof. dr hab. T. Brandyk

prof. dr hab. J. Laskowski

prof. dr hab. I. Dechnik

prof. dr hab. P.P. Lewicki

prof. dr hab. D. Drozd

prof. dr hab. S. Nawrocki, czł. rzecz. PAN

prof. dr hab. F. Dubert

prof. dr hab. E. Niedźwiecki

prof. dr hab. J. Fornal

prof. dr hab. J. Sielewiesiuk

prof. dr hab. E. Kamiński

prof. dr hab. W. Stępniewski

prof. dr hab. A. Kędziora

prof. dr hab. Z. Ślipek

prof. dr hab. T. Kęsik

prof. dr hab. S. Zawadzki, czł. rzecz. PAN

prof. dr hab. Cz. Koźmiński

### **Redaktor tomu**

doc. dr hab. Józef Horabik

### **Opiniował do druku**

prof. dr hab. Józef Grochowicz

### **Adres redakcji**

Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN, ul. Doświadczalna 4, P.O. Box 201

20-290 Lublin 27, tel. (0-81) 744-50-61, e-mail: [editor@demeter.ipan.lublin.pl](mailto:editor@demeter.ipan.lublin.pl)

<http://www.ipan.lublin.pl>

Publikacja indeksowana przez

Polish Scientific Journals Contents - Agric. & Biol. Sci. w sieci Internet

pod adresem <http://saturn.ci.uw.edu.pl/psjc/> lub <http://ciuw.warman.net.pl/alf/psjc>

© Copyright by Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN, Lublin 2001

Publikację wykonano częściowo w ramach projektu badawczego 5 PO6F 021 17 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych w latach 1999-2002

ISSN 1234 - 4125

Wydanie I. Nakład 150 egz. Ark. wyd. 9,1

Skład komputerowy: dr Wanada Woźniak

Druk: Zakład Usług Poligraficznych TEKST s.c., ul. Wspólna 19, 20-344 Lublin

## SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ .....	5
1. WSTĘP .....	7
2. KLASYFIKACJA MATERIAŁÓW SYPKICH .....	9
3. GĘSTOŚĆ .....	11
3.1. Gęstość usypna .....	11
3.2. Gęstość materiału skonsolidowanego .....	13
3.3. Samosortowanie .....	15
3.4. Ściśliwość i sprężystość .....	16
3.5. Lepkosprężystość .....	21
3.6. Porowatość .....	22
3.7. Opór przepływu powietrza .....	24
4. WŁASNOŚCI SORPCYJNE .....	26
4.1. Higroskopijność .....	26
4.2. Izotermy równowagi suszarniczej .....	27
4.3. Przyrost naporu wywołany pęcznieniem nasion .....	29
4.4. Model przyrostu naporu .....	31
5. PLASTYCZNE PŁYNIĘCIE .....	36
5.1. Modele plastycznego płynięcia .....	36
5.1.1. Modele mikrostrukturalne .....	38
5.1.1.1. Metoda elementów dyskretnych .....	40
5.1.1.2. Zmodyfikowana metoda elementów dyskretnych ...	44
5.1.2. Warunki plastyczności stosowane dla materiałów sypkich ...	45
5.1.3. Prawo plastycznego płynięcia .....	49
5.1.4. Model plastycznego płynięcia ze wzmocnieniem i osłabie- niem gęstościowym .....	50
5.1.5. Modele sprężysto-plastyczne Ghaboussi i Momena oraz Ladego .....	54
5.1.6. Model ośrodka mikropolarnego .....	57
5.2. Lokalizacja deformacji postaciowej .....	59
5.2.1. Analiza teoretyczna .....	60
5.2.2. Badania doświadczalne formowania się warstwy ścinania ...	62
5.3. Eksperymentalne metody wyznaczania charakterystyk mechani- cznych .....	65
5.4. Parametry plastycznego płynięcia .....	70
5.5. Fizyczna interpretacja adhezji w materiałach sypkich .....	73

5.6. Plastyczne płynięcie sypkich produktów spożywczych .....	75
5.7. Czynniki wpływające na kąt tarcia wewnętrznego ziarna zbóż .....	78
5.7.1. Właściwości powierzchniowe .....	78
5.7.2. Wilgotność .....	79
5.7.3. Czas konsolidacji .....	80
5.7.4. Gęstość upakowania materiału .....	81
5.7.5. Anizotropia .....	82
6. TARCIE O POWIERZCHNIĘ KONSTRUKCYJNE .....	84
6.1. Modele tarcia suchego .....	84
6.2. Metody eksperymentalne .....	86
6.3. Czynniki wpływające na kąt tarcia .....	87
6.3.1. Szorstkość powierzchni .....	87
6.3.2. Wilgotność .....	88
6.3.3. Nacisk normalny .....	89
6.3.4. Droga poślizgu .....	91
6.3.5. Prędkość poślizgu, drgania cierne .....	91
7. ILORAZ NAPORU .....	93
7.1. Rozważania modelowe .....	93
7.2. Metody eksperymentalne .....	96
7.3. Czynniki wpływające na iloraz naporu .....	99
7.3.1. Stan mobilizacji sił tarcia .....	99
7.3.2. Struktura upakowania .....	101
7.3.3. Wilgotność .....	102
7.3.4. Kształt i właściwości powierzchniowe ziaren ośrodka .....	103
8. PODSUMOWANIE .....	104
9. WNIOSKI .....	108
10. PIŚMIENNICTWO .....	110
11. STRESZCZENIE .....	120
12. SUMMARY .....	121

## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- $A$  – pole powierzchni przekroju poprzecznego [ $m^2$ ];  
 $c$  – kohezja [MPa];  
 $D$  – średni wymiar ziarna ośrodka [m];  
 $e$  – wskaźnik porowatości;  
 $E$  – moduł sprężystości [MPa];  
 $E_i$  – moduł ściśliwości [MPa];  
 $dE/du$  – pochodna modułu sprężystości względem przyrostu zawartości wody [MPa];  
 $f^C$  – siła w punkcie C kontaktu ziaren [N];  
 $F$  – warunek plastyczności;  
 $F_n$  – siła normalna [N];  
 $G$  – potencjał plastyczny;  
 $h$  – głębokość wnikania [m];  
 $H$  – wysokość [m];  
 $H_o$  – moduł plastyczności [MPa];  
 $i$  – indeks płynięcia;  
 $I$  – moment bezwładności [ $kgm^2$ ];  
 $I_1, I_3, J_2$  – niezmienniki tensora naprężenia;  
 $k$  – iloraz naporu poziomego do pionowego;  
 $k_x$  – współczynnik przyrostu więzi adhezyjnej ze wzrostem nacisku;  
 $k_l$  – współczynnik zależny od rodzaju deformacji;  
 $K$  – efektywny moduł sprężystości objętościowej [MPa];  
 $I^C$  – wektor normalny w punkcie C kontaktu ziaren;  
 $m$  – masa [kg];  
 $M$  – moment siły [Nm];  
 $(n, s)$  – kierunki: normalny i styczny;  
 $N$  – liczba ziaren;  
 $p$  – ciśnienie [MPa];  
 $P$  – porowatość [%];  
 $P_a$  – ciśnienie atmosferyczne [MPa];  
 $p_r$  – naprężenie normalne na powierzchni kontaktu [MPa];  
 $Q$  – wydatek przepływu [ $m^3s^{-1}$ ];  
 $r$  – promień krzywizny nierówności powierzchni [m];  
 $R$  – promień ziarna [m];  
 $S$  – pole powierzchni elementarnego kontaktu [ $m^2$ ];

$t$  – czas [s];  
 $u$  – zawartość wody;  
 $u_n, u_s$  – przemieszczenie normalne i styczne [m];  
 $du_s/dn$  – gradient przemieszczenia stycznego wzdłuż kierunku normalnego do warstwy ścinania;  
 $v$  – prędkość [ $\text{ms}^{-1}$ ];  
 $V$  – objętość [ $\text{m}^3$ ];  
 $w$  – wilgotność [%];  
 $\alpha$  – współczynnik strat histerezy;  
 $\beta$  – współczynnik określający krzywiznę warunku plastyczności;  
 $\alpha_{ij}$  – tensor wzmocnienia kinematycznego;  
 $\delta$  – efektywny kąt tarcia wewnętrznego [deg];  
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – odkształcenia główne;  
 $\varepsilon_v$  – odkształcenie objętościowe;  
 $\varepsilon^e$  – odkształcenie sprężyste;  
 $\varepsilon^p$  – odkształcenie plastyczne;  
 $\varphi$  – kąt tarcia wewnętrznego [deg];  
 $\varphi_w$  – kąt tarcia o materiały konstrukcyjne [deg];  
 $\phi$  – wskaźnik wypełnienia;  
 $\gamma$  – odkształcenie postaciowe;  
 $\mu$  – współczynnik tarcia;  
 $\nu$  – stała Poissona;  
 $\eta$  – lepkość [ $\text{Nsm}^{-2}$ ];  
 $\omega$  – kąt obrotu [radian];  
 $\rho$  – gęstość [ $\text{kgm}^{-3}$ ];  
 $\rho_o$  – gęstość początkowa [ $\text{kgm}^{-3}$ ];  
 $\rho_{ko}$  – gęstość właściwa [ $\text{kgm}^{-3}$ ];  
 $\rho_w$  – gęstość wody [ $\text{kgm}^{-3}$ ];  
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – naprężenia główne [MPa];  
 $\sigma_c$  – wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie [MPa];  
 $\sigma_n$  – napór normalny [MPa];  
 $\sigma_r$  – naprężenie odniesienia [MPa];  
 $\sigma_t$  – wytrzymałość na rozciąganie [MPa];  
 $\sigma_{vo}$  – napór pionowy podczas zagęszczania materiału sypkiego [kPa];  
 $\tau$  – naprężenie styczne [MPa];  
 $\tau_o$  – wytrzymałość więzi adhezyjnej na ścinanie [MPa].

## 1. WSTĘP

Magazynowanie, obróbka i przetwarzanie materiałów sypkich (rolniczych, farmaceutycznych, mineralnych) jako interdyscyplinarny obszar technologii łączy zainteresowania wielu dziedzin nauki i techniki, jak: fizyka, inżynieria, chemia, mechanika, rolnictwo, inżynieria materiałowa. Każda z tych dziedzin koncentruje się na nieco innych zagadnieniach mechaniki materiałów sypkich. Podejście mechaniki teoretycznej skupia się głównie na poszukiwaniu wyjaśnienia podstawowych mechanizmów przenoszenia naprężeń w ośrodku sypkim i sposobów ich opisu. Inżynieria budowlana opracowuje zaś coraz nowsze metody projektowania bezpiecznych i funkcjonalnych konstrukcji zbiorników w oparciu o uproszczone, lecz wielokrotnie sprawdzone i powszechnie akceptowane schematy rozkładu naporu oraz prawa materiałowe ośrodka [19, 101, 105]. Inne szczegółowe dyscypliny (technologia chemiczna, inżynieria rolnicza, agrofizyka) dostarczają niezbędnych informacji o podstawowych właściwościach fizycznych materiałów sypkich specyficznych dla danej dziedziny [59, 66, 97, 142, 210]. Nadrzędnym celem jest poszukiwanie możliwości projektowania urządzeń współpracujących z materiałem sypkim w przewidywalny sposób. Podstawą jest dobra znajomość związków fizycznych opisujących zachowanie się materiału sypkiego w różnych warunkach zewnętrznych [128, 137, 237, 238].

Materiały sypkie wyraźnie odróżniają się od typowych stanów skupienia materii: gazu, cieczy i ciała stałego. Często wyrażany jest pogląd, że materiał sypki zachowuje się jak oddzielny stan skupienia. Na poparcie tego poglądu wskazywane są trzy charakterystyczne oddziaływania typowe dla materiałów sypkich: istnienie tarcia statycznego, niesprężyste zderzenia oraz praktycznie zerowa energia ruchów termicznych  $kT$  w porównaniu z energią potencjalną pola grawitacyjnego  $mgd$ . Jeśli ilość dostarczanej do materiału sypkiego energii jest wystarczająca do pokonania sił grawitacji i oporów tarcia, zachowuje się on podobnie do cieczy, wykazując równocześnie wiele efektów odmiennych od zachowania cieczy. W przypadku ustania dopływu energii materiał sypki praktycznie natychmiast przechodzi do fazy stałej. Kondensacja spowodowana jest istnieniem tarcia, rozpraszaniem energii podczas zderzeń oraz obecnością grawitacji. Niezwykle złożone zachowanie się materiałów sypkich - mieszanina dobrze już zrozumianych, a także wciąż jeszcze nie poznanych praw fizycznych rządzących zachowaniem się tych materiałów – nastrocza wiele poważnych problemów praktyce inżynierskiej, która radzić musi sobie na swój własny sposób [198].

Bardzo dużą grupę materiałów sypkich stanowią surowce spożywcze występujące w wielu operacjach technologicznych w rolnictwie, przemyśle przetwórczym i spożywczym. Opracowanie efektywnych metod projektowania procesów technologicznych wymaga dokładnej znajomości właściwości fizycznych obrabianego materiału oraz poprawnego rozumienia oddziaływań zachodzących w relacji z materiałami konstrukcyjnymi [60, 144, 189, 220, 222]. Linie technologiczne do obróbki i przetwarzania sypkich surowców spożywczych powinny spełniać dwa podstawowe wymagania: zapewniać utrzymanie wysokiej jakości przetwarzanych materiałów oraz prawidłowy i bezpieczny przebieg przeprowadzanych operacji [99, 100].

Z oficjalnych raportów wynika, że 20% światowych zbiorów zbóż ulega zniszczeniu wskutek niewłaściwych warunków przechowywania. Głównymi przyczynami strat są: metabolizm ziarna, aktywność szkodników zbożowych oraz transport [193]. Bardzo duże straty może powodować również obniżenie jakości ziarna na skutek niewłaściwych warunków przechowywania [28, 169, 228]. Ziarno może być przechowywane przez wiele lat ze znikomymi stratami jakościowymi, jeśli jest magazynowane w odpowiednich warunkach. Z drugiej jednak strony ziarno może ulec zepsuciu nawet w ciągu kilku godzin, jeżeli jest magazynowane w nieodpowiednich warunkach [157].

W niniejszym opracowaniu omówiono podstawowe właściwości fizyczne materiałów sypkich pochodzenia roślinnego istotne z punktu widzenia projektowania, obsługi i eksploatacji urządzeń do magazynowania, transportu i obróbki oraz utrzymania wysokiej jakości materiału. Opracowanie to ma charakter przeglądu badań prowadzonych w tym zakresie w Instytucie Agrofizyki PAN w Lublinie na tle aktualnej literatury. Szczególną uwagę zwrócono na gęstość materiałów sypkich oraz związane z nią takie właściwości, jak: ściśliwość, porowatość, lepkosprężystość, opór przepływu powietrza itp. (rozdział 3), własności higroskopijne (rozdział 4), parametry plastycznego płynięcia: rozważania teoretyczne, zalecane metody pomiarowe oraz wpływ najistotniejszych czynników (rozdział 5), tarcie o powierzchnie konstrukcyjne (rozdział 6) oraz iloraz naporu poziomego i pionowego (rozdział 7). Wpływ różnych czynników na wymienione właściwości materiałów sypkich ilustrowano na ogół przykładami dotyczącymi dwóch kategorii materiałów: ziarna zbóż uważanego powszechnie za materiał bezkohezyjny oraz produktów spożywczych takich jak: kasza, mąka czy cukier uznawanych jako typowe materiały kohezyjne.



## 2. KLASYFIKACJA MATERIAŁÓW SYPKICH

Pojęcie materiał sypki obejmuje bardzo szeroką klasę materiałów począwszy od farmaceutyków, cementu i pyłu aspiracyjnego - poprzez produkty rolnicze, jak np. ziarno zbóż - produkty spożywcze, jak: mąka, cukier, mleko w proszku do surowców mineralnych, jak np. żwir, kamienie i węgiel. Wspólną ich cechą jest niewielka wartość bądź całkowity brak wytrzymałości na rozciąganie. Istotne znaczenie dla przebiegu wielu operacji technologicznych ma szeroki wachlarz takich właściwości fizycznych, jak: gęstość usypna, granulacja, współczynnik tarcia, twardość, wilgotność, wybuchowość, właściwości sorpcyjne oraz cieplne. Stwarza to potrzebę posługiwania się jednolitą klasyfikacją tych materiałów tak, aby uniknąć błędów i nieporozumień wynikających z pominięcia jakiejś istotnej dla danego procesu charakterystyki materiałowej. Właściwości materiałów sypkich zmieniają się w bardzo szerokim zakresie zależnie od pochodzenia materiału, zastosowanego procesu produkcji i przetwarzania oraz warunków zewnętrznych. Komplikuje to znacznie możliwości ich klasyfikacji. Aktualnie najbardziej rozpowszechnione są dwa systemy klasyfikacji materiałów sypkich: CEMA (Conveyor Equipment Manufacturer's Association) oraz ISO [34]. Klasyfikacja CEMA obejmuje gęstość usypową, wielkość cząstek, płynność, ścierność i kilka innych mieszanych charakterystyk. Klasyfikacja ISO [89] jest bardzo skrótowa. Obejmuje kształt cząstek, płynność i kilka charakterystyk związanych z przemieszczaniem materiałów.

Często stosowany podział materiałów sypkich według średniej wielkości ziaren  $D$  obejmuje [232]:

- materiały pyliste (np. pyły aspiracyjne, wapno nawozowe)  $D \leq 0,05$  mm,
- materiały proszkowe (np. mąka, drobna śruta)  $0,05 < D \leq 0,5$  mm,
- materiały ziarniste (np. ziarno zbóż)  $0,5 < D \leq 10$  mm,
- materiały drobnokawałkowe (np. żwir, zrębki drewniane)  $10 < D \leq 50$  mm,
- materiały średniokawałkowe (np. węgiel)  $50 < D \leq 150$  mm,
- materiały wielkokawałkowe (np. węgiel)  $150 < D \leq 300$  mm,
- materiały bryłowe (np. kamienie niesortowane)  $D > 300$  mm.

Przyjęty przez ISO [89] podział materiałów według kształtu cząstek jest następujący:

- materiały o ostrych krawędziach i zbliżonych trzech wymiarach,
- materiały o strych krawędziach i jednym wymiarze dużo większym od dwóch pozostałych,

- materiały o strych krawędziach i jednym wymiarze dużo mniejszym od dwóch pozostałych,
- materiały o zaokrąglonych krawędziach i zbliżonych trzech wymiarach,
- materiały o zaokrąglonych krawędziach i jednym wymiarze dużo większym od dwóch pozostałych,
- materiały włókniste, wióry, łęciny.

Twardość materiałów sypkich ocenia się najczęściej według 10-stopniowej skali Mohsa. Poszczególnym jej stopniom odpowiadają: 1–talk, 2–gips, 3–kalcyt, 4–fluoryt, 5–apatyt, 6–ortoklaz, 7–kwarc, 8–topaz, 9–korund oraz 10–diament. Ziarno zbóż mieści się na tej skali pomiędzy 1 a 3 stopniem.

Ścierność materiałów sypkich jest to zdolność do niszczenia powierzchni urządzeń stykających się z materiałem pod wpływem przesuwania się po jego powierzchni. Stopień ścierności materiału zależy od twardości, kształtu i wymiaru cząstek. Chattopadhyay i in. [34] wymieniają cztery stopnie ścierności materiałów sypkich:

- umiarkowanie ścierne,
- średnio ścierne,
- bardzo ścierne,
- materiały nietypowe (ziarna o bardzo ostrych krawędziach, bardzo miękkie typu guma).

Płynność materiałów sypkich zależy od wielkości cząstek, kształtu, właściwości powierzchniowych, wilgotności, temperatury, adhezji, kohezji a przede wszystkim od czasu konsolidacji. ISO proponuje podział materiałów według płynności oparty na funkcji płynięcia FF wprowadzonej przez Jenikego [95]. Funkcja ta zostanie omówiona szczegółowo w rozdziale 5. Chattopadhyay i in. [34] dodali do tego podziału dwie skrajne kategorie proponując podział na 6 klas materiałów:

- płynące jak ciecz,
- sypkie, swobodnie płynące  $FF > 10$ ,
- łatwo płynące  $10 > FF > 4$ ,
- kohezyjne  $4 > FF > 2$ ,
- bardzo kohezyjne, słabo płynące  $2 > FF$ ,
- powolnie płynące, trudno zsypane.

W przypadku surowców i produktów rolno-spożywczych poza omówionymi klasyfikacjami należy jeszcze zwrócić uwagę na kilka dodatkowych cech, jak:

- możliwość zamarzania,
- higroskopijność,
- właściwości toksyczne,
- właściwości samozapalające,
- właściwości wybuchowe.

Skłonność niektórych materiałów do zamarzania może stanowić poważny problem w okresie mrozów i powodować konieczność stosowania urządzeń grzewczych. Właściwości samozapalające i wybuchowe materiałów wymagają stosowania odpowiednich materiałów konstrukcyjnych, urządzeń ochronnych i przestrzegania zasad ochrony przeciwpożarowej. W niektórych przypadkach stosuje się nawilżanie materiału transportowanego.

### 3. GĘSTOŚĆ MATERIAŁU SYPKIEGO

Gęstość, czyli masa podzielona przez objętość, jest jednym z podstawowych parametrów materiałów sypkich. Znajomość dokładnej wartości gęstości złoża materiału sypkiego jest niezwykle istotna dla wielu praktycznych zastosowań. Gęstość wpływa istotnie na charakterystyki mechaniczne. Jest jednym z trzech podstawowych parametrów, wraz ze współczynnikiem tarcia i ilorazem naporu, służących do wyznaczenia naporu materiału sypkiego na konstrukcję zbiornika. Jest niezbędna do dokładnego oszacowania pojemności zbiorników.

W zależności od gęstości usypnej materiały sypkie dzielimy na:

- lekkie (torf, trociny, otręby, śruty zbożowe, susz roślinny)  $\rho < 600 \text{ kgm}^{-3}$ ,
- średnie (ziarno zbóż, nawozy, gleba)  $600 < \rho \leq 1100 \text{ kgm}^{-3}$ ,
- ciężkie (surowce mineralne, piasek, żwir)  $1100 < \rho \leq 2000 \text{ kgm}^{-3}$ ,
- bardzo ciężkie (minerały, kamień)  $\rho > 2000 \text{ kgm}^{-3}$ .

#### 3.1. Gęstość usypna

Popularna metoda wyznaczania gęstości w stanie zsypanym (gęstość usypna) oparta jest na pomiarze masy materiału sypkiego nasypanego swobodnie do cylindrycznego pojemnika o stałej objętości, zwykle 0,25 lub 1 dm<sup>3</sup> [22, 178, 179]. Przedstawiona w tabeli 1 gęstość usypna typowych materiałów rolniczych różni się istotnie od gęstości materiału w silosie [22, 29]. Gęstość ta jest funkcją wilgotności, ciśnienia, stopnia zanieczyszczenia, szybkości i sposobu napełniania oraz wysokości spadania nasion [177, 181]. Gęstość ziarna zbóż zmienia się na ogół

w dość znacznych granicach zależnie od gatunku i odmiany, wilgotności, sposobu napełniania, wysokości złoża, stopnia zanieczyszczenia i innych czynników.

Gęstość w stanie utrzesionym dostarcza informacji o podatności materiału sypkiego na zagęszczanie w warunkach wstrząsów. Zgodnie z normą pomiar polega na doprowadzeniu znanej masy materiału sypkiego do najmniejszej objętości poprzez zastosowanie drgań o stałej amplitudzie i częstotliwości [179]. Gęstość utrzesiona ziarna zbóż jest większa od gęstości usypnej o kilka do kilkunastu a czasami nawet do ponad dwudziestu procent [212].

Chang i in. [29] wykazali, że rozproszone napełnianie silosu zwiększa gęstość materiału sypkiego od 5,1 do 9,2% w porównaniu z napełnianiem zwartym strumieniem z otworu zasypowego. Stephens i Foster [207] stwierdzili wzrost gęstości rzędu 3 do 5% powyżej gęstości usypnej przy napełnianiu z otworu zasypowego oraz 7% wzrost w przypadku napełniania rozproszonego. Versavel i Britton [229] wykazali, że gęstość zależy od wysokości spadania nasion, stopnia zanieczyszczenia oraz szybkości napełniania. Badacze ci odnotowali istotny wzrost gęstości rzędu 8-10%, a w przypadku dużej szybkości napełniania spadek gęstości. Podobne zależności stwierdzili Schott i Britton [196] w badaniach laboratoryjnych. Ze wzrostem wysokości opadania nasion wzrasta ich energia kinetyczna, co zwiększa gęstość upakowania materiału [155]. Wpływ ten zanika powyżej pewnej wysokości, ze względu na wzrost oporu powietrza podczas swobodnego spadania nasion.

**Tabela 1.** Gęstość usypna, porowatość i ciężar właściwy nasion [1]

**Table 1.** Bulk density, porosity and specific gravity of seeds [1]

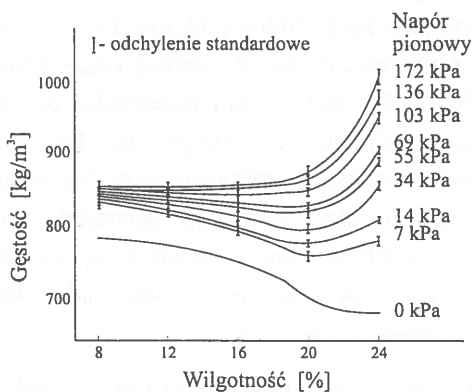
Nasiona	Gęstość usypna [kg/m <sup>3</sup> ]	Wilgotność [%]	Porowatość [%]	Ciężar właściwy [kN/m <sup>3</sup> ]
Jęczmień	618	9,7-10,7	39,5-57,6	12,1-13,3
Rzepak	669	6,5-6,7	38,4-38,9	11,0-11,5
Kukurydza	721	9-15	40,0-44,0	11,9-13,0
Siemię lniane	721	5,8	34,6	11,0
Owies	412	9,4-10,3	47,6-55,5	9,5-10,6
Ryż	579	11,9-12,4	46,5-50,4	11,1-11,2
Żyto	721	9,7	41,2	12,3
Soja	772	6,9-7,0	33,8-36,1	11,3-11,8
Pszenica	772	9,8	39,6-42,6	12,9-13,2

Ze względu na szeroki zakres zmian oraz znaczną ilość czynników wpływających na gęstość opracowywane są sposoby wyznaczania „pozornej gęstości”, która odpowiadałaby gęstości materiału w zbiorniku. Należy zatem poszukiwać

ogólnych, wspólnych dla możliwie szerokiej klasy materiałów reguł określania faktycznej gęstości ośrodków sypkich w zbiornikach. Bazując na dotychczasowych wynikach badań zalecane jest oszacowywanie gęstości materiału sypkiego w silosie poprzez uwzględnianie średniego wzrostu gęstości o 6% w stosunku do wyznaczonej z masy 1 hektolitra [22]. Wydaje się jednak, że niezbędne jest stosowanie bardziej precyzyjnych metod przewidywania gęstości złoza materiału sypkiego.

### 3.2. Gęstość materiału skonsolidowanego

Gęstość materiału sypkiego jest monotonicznie rosnącą, nieliniową funkcją naporu. Do opisu tej zależności najczęściej stosowana jest funkcja potęgowa, wykładnicza bądź logarytmiczna. Gu i in. [64] przeprowadzili szczegółową analizę stosowanych zależności empirycznych określając dla każdej z nich zakres naporu, w którym funkcja ta najlepiej opisuje zmianę gęstości.



Rys. 1. Gęstość objętościowa pszenicy w funkcji wilgotności i ciśnienia [219].

Fig. 1. The bulk density values for wheat as a function of moisture content and pressure [219].

W przypadku materiałów pochodzenia roślinnego drugim, oprócz naporu, parametrem istotnie wpływającym na gęstość złoza jest wilgotność materiału. Thompson i Ross [219] badali szczegółowo gęstość złoza ziarna pszenicy w zakresie ciśnienia od 0 do 170 kPa. Stwierdzili, że w zakresie wilgotności ziarna od 8% do 12% połowa zmiany gęstości ośrodka pochodziła od reorientacji ziaren, a połowa od ich sprężystej deformacji. Wzrost wilgotności powodował wzrost udziału deformacji ziaren w zmianie gęstości ośrodka. Przy wilgotności ziarna równej 24% udział deformacji ziaren stanowił około 70% zmian gęstości. Dla

naporu poniżej 100 kPa autorzy stwierdzili istnienie wyraźnego minimum gęstości dla wilgotności w zakresie 20-24%. Wraz ze wzrostem naporu minimum to nieznacznie przesunęło się w stronę niższych wilgotności (rys. 1). Zależność gęstości od naporu i wilgotności autorzy opisali złożoną, nieliniową zależnością funkcyjną. Podobny przebieg zależności dla złoża ziarna kukurydzy stwierdzili Clower i in. [36] oraz Loewer i in. [130]. Krzywa oznaczona symbolem 0 kPa na rysunku 1 przedstawia malejącą ze wzrostem wilgotności gęstość usypną.

Norma Eurocode 1 [47] zaleca, aby do obliczania naporu stosować bezpośrednio ciężar objętościowy materiału sypkiego wyznaczany eksperymentalnie w warunkach edometrycznego ściskania. Jako ciśnienie zagęszczania zalecane jest stosowanie wartości pionowego naporu, jaka będzie istnieć w dolnej części silosu. W przypadku braku takiej informacji jako ciśnienie odniesienia zaleca się stosować napór równy 100 kPa. Tak wyznaczony ciężar objętościowy służy do określania górnej granicy obciążeń. Próbkę materiału umieszcza się w cylindrycznym pojemniku o średnicy  $D$ , która jest co najmniej 40 razy większa od maksymalnego wymiaru cząstki. Wysokość zagęszczonej próbki  $H$  zawiera się w przedziale  $0,3-0,4D$ . Po napełnieniu pojemnika bez wibracji i przykładania jakichkolwiek sił zagęszczających górna powierzchnia próbki jest obciążana siłą normalną wytwarzając naprężenie odniesienia  $\sigma_r$  (odpowiadające maksymalnemu naporowi pionowemu  $p_v$  albo 100 kPa). Następnie górna płyta aparatu jest trzykrotnie obracana o  $10^\circ$  w prawo i lewo w celu dodatkowego zagęszczenia materiału. Ciężar objętościowy jest wyznaczany jako iloraz ciężaru skonsolidowanej próbki i jej objętości (tab. 2).

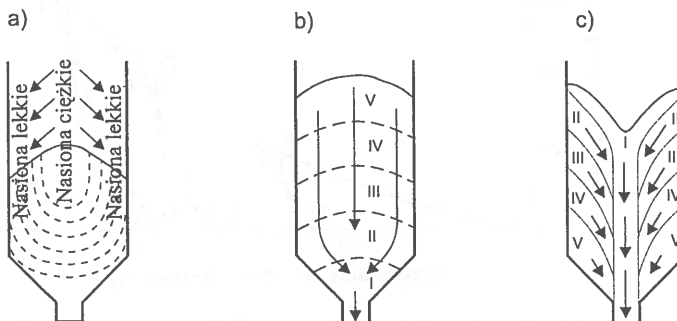
**Tabela 2.** Ciężar objętościowy skonsolidowanych materiałów sypkich wg Eurocode 1 [47]

**Table 2.** Bulk specific gravity of consolidated granular materials according to Eurocode 1 [47]

Materiał sypki	Ciężar objętościowy [kN/m <sup>3</sup> ]
Cukier	9,5
Jęczmień	8,5
Kukurydza	8,5
Mąka	7,0
Pszenica	9,0

### 3.3. Samosortowanie

W określonych warunkach złożę materiału sypkiego pod wpływem sił zewnętrznych rozdziela się na frakcje różniące się wielkością, kształtem, ciężarem właściwym, szorstkością powierzchni itp. [20]. Czasami zjawisko to jest wykorzystywane do rozdzielania materiału lub usunięcia cząstek o określonych właściwościach (np. sita wibracyjne). W większości przypadków pożądane jest równomierne wymieszanie materiału. Tymczasem segregacja materiału towarzysząca wielu operacjom niweluje oczekiwany efekt. Często partia dobrze wymieszanego materiału ulega segregacji pod wpływem drgań i wibracji podczas transportu lub w trakcie napełniania i opróżniania komór silosu [225]. Tego rodzaju rozwarstwienie występuje szczególnie podczas swobodnego spadku materiału sypkiego w polu grawitacyjnym. Spadające swobodnie ziarna sortują się na skutek różnego oporu powietrza stawianego ziarnu o różnej wielkości i kształcie. W wyniku tego cząstki najcięższe, a więc dorodne ziarno i ciężkie zanieczyszczenia, spadają najszybciej i gromadzą się w środku silosu [51]. Ziarno i zanieczyszczenia lżejsze natrafiając na opór powietrza opadają wolniej i staczają się na boki po powierzchni stożka utworzonego z ziaren cięższych (rys. 2a). W wyniku tego zawartość silosu staje się niejednorodna pod względem wielkości ziarna oraz gęstości złoża. Tworzą się strefy o podwyższonej ilości zanieczyszczeń, które z reguły mają większą wilgotność. Opróżnianie komory silosowej często pogłębia dalej proces samosortowania (rys. 2c). Najdorodniejsze ziarno wysypuje się na początku, a najgorsze opuszcza komorę na końcu. Ujemnym skutkiem samosortowania przy napełnianiu i opróżnianiu komór zapobiega instalowanie przy wlocie i wylocie komory specjalnych urządzeń, które rozrzucają ziarno równomiernie na całą powierzchnię komory.



Rys. 2. Samosortowanie nasion, a) podczas napełniania, b), c) podczas opróżniania.

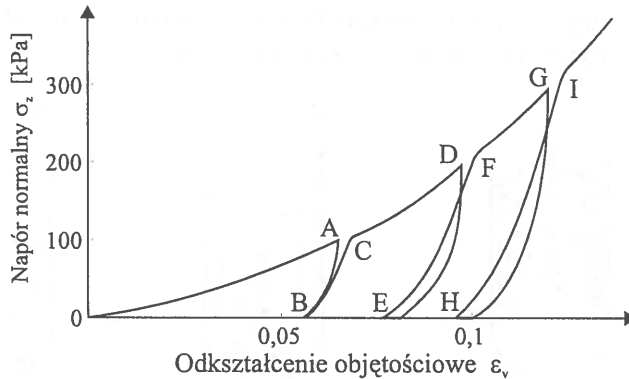
Fig. 2. Selfsorting of seeds, a) filling, b), c) discharge.

### 3.4. Ścisłość i sprężystość

Magazynowany materiał sypki zagęszcza się pod wpływem własnego ciężaru oraz obciążenia zewnętrznego. Zagęszczenie wzrasta w wyniku zmiany upakowania oraz deformacji ziaren ośrodka. Wypadkowe odkształcenie  $\varepsilon_v$  jest sumą odkształcenia odwracalnego  $\varepsilon^e$  wywołanego sprężystą deformacją ziaren, zatem znikającego po usunięciu obciążenia oraz odkształcenia nieodwracalnego  $\varepsilon^p$  związanego ze zmianą wzajemnego ułożenia ziaren:

$$\varepsilon_v = \varepsilon^e + \varepsilon^p. \quad (1)$$

Rysunek 3 przedstawia krzywą cyklicznego obciążania złoża ziarna pszenicy w warunkach edometrycznego ściskania. Niezależnie od rodzaju badanego materiału (ziarno zbóż, piasek, gleba) krzywe naprężenie-odkształcenie wykazują jakościowe podobieństwo [86, 128, 151]. Szeroka pętla histerezy podczas pierwszego obciążania (krzywa 0AB) świadczy o przewadze odkształcenia plastycznego nad sprężystym. Podczas ponownego obciążania próbki, dla naprężenia mniejszego niż największe poprzednie, materiał jest sztywniejszy przy ponownym obciążaniu (krzywa BC). Natomiast po przekroczeniu maksymalnej wartości wcześniejszego naprężenia (odcinek CD) sztywność materiału maleje i zachowuje się on tak, jakby nie zaszło nigdy odciążenie. Zachowanie się materiału na odcinkach krzywej: AB, BC, DE, opisuje moduł sprężystości objętościowej  $K$ , natomiast na krzywej 0ADG moduł ścisłości  $E_i$ . Wartości modułów nie są stałe, lecz zależą od naprężenia.



**Rys. 3.** Zależność naprężenie-odkształcenie podczas cykli obciążania i odciążania ziarna pszenicy w teście edometrycznego ściskania.

**Fig. 3.** Stress-strain relation during loading- unloading cycles of wheat grain in oedometric test.



Zhang i in. [237] wyznaczyli moduł sprężystości objętościowej  $K$  oraz moduł plastyczności  $H_o$  ziarna pszenicy w teście trójosiowego ściskania przy stałej wartości mniejszego naprężenia głównego  $\sigma_3$  z następujących zależności potęgowej:

$$K = K_o P_a (\sigma_3 / P_a)^A, \quad (2)$$

$$H_o = B P_a (\sigma_3 / P_a)^C, \quad (3)$$

gdzie:

$A$  – wykładnik modułu sprężystości,

$B$  – stała modułu plastyczności,

$C$  – wykładnik modułu plastyczności,

$K_o$  – stała modułu sprężystości,

$P_a$  – ciśnienie atmosferyczne,

$\sigma_3$  – mniejsze naprężenie główne.

Moduł ściśliwości  $E_i$  wyznaczano na podstawie wypadkowej deformacji materiału, sumy deformacji odwracalnej – sprężystej oraz nieodwracalnej – plastycznej [237]:

$$\frac{1}{E_i} = \frac{1}{K} + \frac{1}{H_o}. \quad (4)$$

Przykładowe wartości eksperymentalne dla ziarna pszenicy przedstawiono w tab. 3 [237].

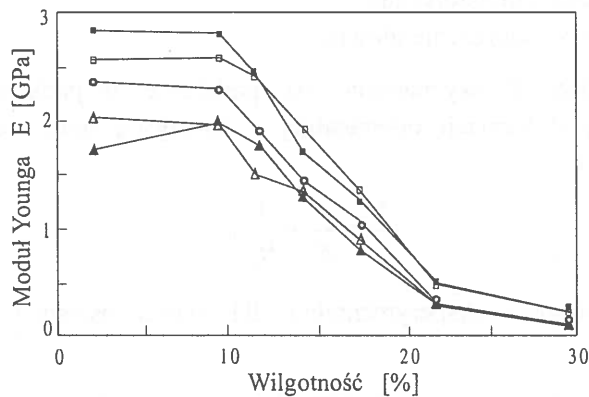
**Tabela 3.** Moduły ściśliwości, sprężystości objętościowej i plastyczności ziarna pszenicy [237]

**Table 3.** Modulus of compressibility, elasticity and plasticity of wheat grain [237]

Naprężenie normalne $\sigma_3$ [kPa]	Moduł ściśliwości $E_i$ [MPa]	Moduł sprężystości $K$ [MPa]	Moduł plastyczności $H_o$ [MPa]
20,7	3,3	8,8	5,3
34,5	4,5	11,1	7,7
48,3	6,4	13,6	12,1
62,1	7,9	16,2	15,3

Sprężystość objętościowa materiału sypkiego jest ściśle związana ze sprężystością ziaren ośrodka. Moduł sprężystości nasion poszczególnych gatunków roślin zmienia się w szerokim zakresie. W przypadku pszenicy moduł Younga wyzna-

czany dla walcowych próbek wyciętych precyzyjnie z endospermu ziarna mieści się w zakresie 0,2–3 GPa zależnie od odmiany [54] – rys. 4. Ze wzrostem wilgotności moduł Younga maleje osiągając stabilną wartości przy wilgotności powyżej 22% [41]. Moduł sprężystości zależy od zawartości białka, jak również od typu endospermu [111]. Dla ziaren szklanych jest o około 30% większy niż mączystych [62, 235]. Wielokrotne nawilżanie i suszenie ziarna powoduje wewnętrzne pęknięcia struktury bielma ziarna, co obniża moduł sprężystości nawet o 40% [235]. W przypadku ziarna kukurydzy moduł sprężystości maleje ze wzrostem wilgotności od 600 MPa przy wilgotności 10% do 50 MPa przy wilgotności 35% [114]. Moduł sprężystości nasion rzepaku o wilgotności kondycyjnej wynosi około 40 MPa, a ze wzrostem wilgotności maleje do kilku MPa [209]. Moduł sprężystości nasion grochu mieści się w przedziale 100-400 MPa zależnie od odmiany i wilgotności [42].



Rys. 4. Zależność modułu sprężystości endospermu ziarna pszenicy od wilgotności [54].

Fig. 4. Young modulus of wheat endosperm as influenced by moisture content [54].

Powiązanie modułu sprężystości objętościowej materiału sypkiego bezpośrednio z właściwościami sprężystymi elementarnych ziaren ośrodka w ilościową formułę matematyczną jest niezwykle skomplikowane. Badania teoretyczne koncentrują się na ogół na poszukiwaniu ogólnych warunków umożliwiających wyznaczenie modułu sprężystości objętościowej losowego układu sprężystych granul. Walton [231] wyprowadził zależność efektywnego modułu sprężystości objętościowej losowego układu kul  $K$  na podstawie oddziaływań sprężystych zachodzących w obszarze elementarnego kontaktu:

$$K = K_o E^{\frac{2}{3}} |p|^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

gdzie:

$$K_o = \frac{1}{6} \left( \frac{3\phi^2 N_t^2}{\pi^2 (1-\nu^2)^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\phi = \frac{4\pi R^3 n}{3V}$$

$E$  - moduł Younga,

$K_o$  - parametr materiałowy,

$n$  - ilość granул w objętości  $V$ ,

$N_t$  - średni ilość kontaktów przypadająca na jedną granulę,

$p$  - ciśnienie,

$R$  - promień,

$V$  - objętość,

$\phi$  - wskaźnik wypełnienia,

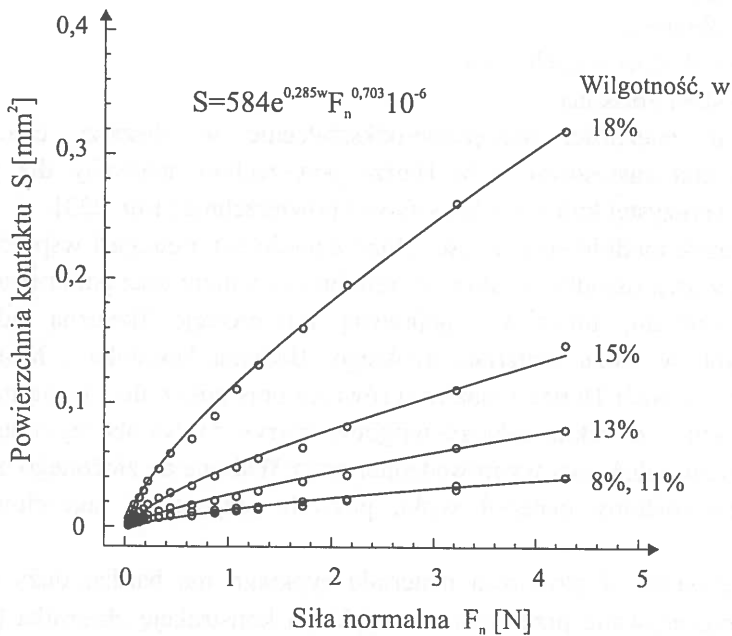
$\nu$  - stała Poissona.

Do opisu zależności naprężenie-odkształcenie w obszarze elementarnego kontaktu ciał zastosował wzór Hertza powszechnie używany dla przypadku kontaktu sprężystej kuli z płaską, sztywną powierzchnią [140, 223].

Związek modułu sprężystości złoża z modułem Younga i współczynnikiem Poissona ziaren ośrodka, a także ze średnim ciśnieniem oraz parametrami upakowania materiału, umożliwi poprawną interpretację fizyczną oddziaływań sprężystych w złożu materiału sypkiego. Badania Horabika i Molendy [74] wykazały, że wzór Hertza umożliwi również opis odkształcenia ziarna w obszarze kontaktu w szerokim zakresie wilgotności (rys. 5). Na obecnym etapie badań zastosowanie zależności wyprowadzonej przez Waltona do złożonego układu ciał, jakim jest roślinny materiał sypki, pozwala jedynie na jakościową analizę zjawiska.

Sprężystość objętościowa materiału sypkiego ma bardzo duży wpływ na parcie przekazywane przez materiał sypki na konstrukcję zbiornika [134, 135]. Do rozwiązywania praktycznych zagadnień przyjmowana jest najczęściej empiryczna, stała dla określonego zakresu ciśnienia, wartość modułu sprężystości złoża materiału sypkiego [184, 194]. W przypadku materiałów sypkich pochodzenia roślinnego moduł ten zależy silnie od wilgotności. Stasiak i Molenda [206] wykazali, że moduł sprężystości pszenicy wyznaczany w warunkach edometrycznego ściskania przy naporze pionowym 100 kPa i wilgotności ziarna 10%

wynosi 22 MPa, a przy wilgotności 20% maleje do 11 MPa. Natomiast stała Poissona  $\nu$  jest niezależna od wilgotności ziarna i wynosi około 0,2. Wyznaczony przez Frontczaka i Metzgera [48] w teście edometrycznego ściskania moduł sprężystości złoza ziarna kukurydzy przy naporze pionowym w zakresie 100 – 240 kPa malał od 14 MPa do 6 MPa przy wzroście wilgotności od 7% do 23,5%. Projekt znowelizowanej Polskiej Normy PN-B-03254 [46] zaleca uzależniać wartość modułu sprężystości złoza ziarna od wielkości silosu, inaczej mówiąc od zakresu ciśnienia w złożu materiału sypkiego. W przypadku zbiornika o średnicy w zakresie 6-9 m norma zaleca, aby stosować wartość modułu sprężystości ziarna zbóż równą 10 MPa przy wysokości złoza 15 m oraz 20 MPa przy wysokości 30 m, a przy średnicy powyżej 9 m dwukrotnie wyższe wartości.

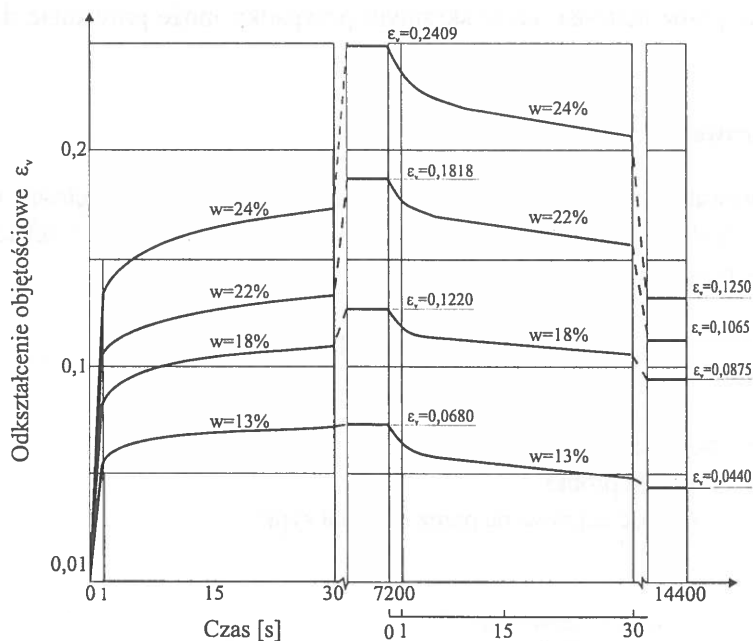


**Rys. 5.** Zależność rzeczywistego pola powierzchni kontaktu ziarna pszenicy z płaską powierzchnią od wilgotności oraz siły normalnej [74].

**Fig. 5.** The true contact area of wheat grain with smooth surface as influenced by moisture content and normal load [74].

### 3.5. Lepkosprężystość

Stopień zagęszczenia materiału sypkiego pod wpływem własnego ciężaru wzrasta w miarę upływu czasu składowania. Proces ten przebiega intensywniej w przypadku podwyższonej wilgotności, która w materiałach pochodzenia roślinnego pełni rolę szczególnie ważnego parametru decydującego o charakterze odkształcenia.



**Rys. 6.** Lepkosprężyste odkształcenie objętościowe warstwy ziarna pszenicy w procesie pełzania i opóźnionej sprężystości [61].

**Fig 6.** Viscoelastic volumetric strain of bulk of wheat grain during creep and recovery process [61].

Grundas i Horabik [61] badając proces pełzania i opóźnionej sprężystości złoża ziarna pszenicy stwierdzili, że udział lepko-sprężystej deformacji ośrodka, zanikającej po usunięciu obciążenia, stanowił od 35 do 48% całkowitej deformacji (rys. 6). W zakresie wilgotności poniżej 13% odkształcenia poszczególnych ziaren można uznać za sprężyste, a materiał sypki złożony z ziarna jako ciało sprężysto-plastyczne. Przy wilgotności ziarna powyżej 13% udział cech reologicznych jest na tyle duży, że materiał sypki należy traktować jak ciało lepko-sprężysto-plastyczne [25, 126, 219].

Innym zjawiskiem typowym dla materiału lepko-sprężystego jest relaksacja naprężeń. Stała czasowa procesu relaksacji naprężeń jest porównywalna ze stałą czasową procesu pełzania. W przypadku ziarna zbóż przebiegi czasowe procesu relaksacji oraz pełzania stabilizują się po czasie rzędu kilku godzin [16, 17]. Relaksacja naprężeń w złożu ziarna zgromadzonego w zbiorniku sprawia, że w miarę upływu czasu maleje napór na konstrukcję zbiornika. Z drugiej jednak strony relaksacja naprężeń oraz proces pełzania przyczynić się mogą do utraty sypkości przez materiał, co w skrajnym przypadku może prowadzić do zlegania ziarna.

### 3.6. Porowatość

Porowatość, czyli wyrażony w procentach stosunek objętości przestrzeni powietrznych do ogólnej objętości zajmowanej przez materiał, jest ściśle związana z gęstością upakowania materiału sypkiego:

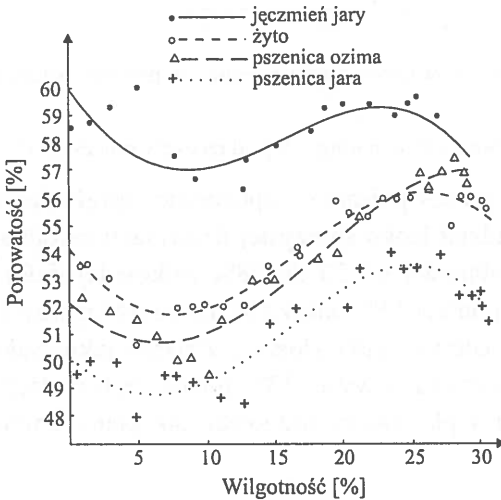
$$P = \frac{V - V_z}{V} 100, \quad (6)$$

gdzie:

$P$  – porowatość,

$V$  – objętość próbki,

$V_z$  – objętość zajmowana przez materiał sypki.



Rys. 7. Porowatość warstwy ziarna zbóż [234].

Fig. 7. Cereal grains layer porosity [234].

Porowatość wpływa na procesy fizyczne i chemiczne przebiegające w aktywnym biologicznie materiale, a tym samym na jego właściwości. Większą porowatość ma warstwa nasion dużych o małej ilości zanieczyszczeń. Nasiona o wyrównanej wielkości i szorstkiej powierzchni mają większą porowatość, zaś nasiona cienkie lub krótkie układają się ściślej. Średnia porowatość warstwy nasion przy wilgotności 12% dla pszenicy ozimej wynosi 52%, jarej - 49%, jęczmienia jarego - 60%, żyta - 53% [234]. Zależność porowatości warstwy ziarna od wilgotności jest złożona: w przedziale wilgotności od 0-10% maleje w miarę wzrostu wilgotności, następnie w przedziale wilgotności 10-25% rośnie, a ze wzrostem wilgotności powyżej 25% znów maleje (rys. 7). Woźniak [234] interpretuje taki charakter zmian porowatości wpływem różnego rodzaju wiązania wody w ziarnie oraz charakterystycznych zjawisk powierzchniowych. W zakresie wilgotności poniżej 10% kąt tarcia jest stały, a wzrost porowatości w miarę wysuszenia ziarna wynika głównie z powstawania zagłębień i nierówności na powierzchni. Nawilżanie ziarna powyżej wilgotności kondycjonalnej wygładza powierzchnię ziaren likwidując wszelkie zagłębienia. W tym przedziale wilgotności wzrost porowatości ze wzrostem wilgotności wynika głównie ze wzrostu kąta tarcia wewnętrznego oraz sił kohezji. Wzrost sił tarcia i spójności występuje jednak do pewnej granicy ustalającej się przy wilgotności około 26-28%. Powyżej tej wilgotności porowatość zaczyna maleć ze względu na inny charakter wiązania wody na powierzchni ziarna oraz dużą odkształcalność ziaren.

Gdy ośrodek złożony jest z ziaren o różnej wielkości (np. ziarno zanieczyszczone małymi nasionami chwastów lub połamanymi ziarnami), jego porowatość może ulec znacznemu zmniejszeniu na skutek zapełniania pustych przestrzeni między dużymi ziarnami przez drobne zanieczyszczenia. Powstawaniu tego typu upakowania sprzyja np. napełnianie rozproszone, gdy opadające równomiernie drobne zanieczyszczenia zapełniają wolne przestrzenie w uformowanej już warstwie dorodnych ziaren tworząc strukturę bardzo gęstego upakowania [155, 225]. Również obecność ściany zbiornika wpływa na porowatość materiału sypkiego [55, 158]. W pobliżu ściany porowatość jest największa. Oscylacje porowatości wywołane obecnością ściany ustają w odległości około 5 średnic ziarna. Praktycznie przyjmuje się, że oddziaływania ściany stają się znikomo małe, gdy odległość ta jest większa niż 10 średnic ziarna.

Porowatość warstwy ziarna posiada znaczenie zarówno techniczne - wpływa na rozkład naporu na konstrukcję silosu oraz na rodzaj wyptywu jaki uformuje się podczas opróżniania, jak i biologiczne - od niej bowiem zależy migracja powietrza, a z nim ciepła i pary wodnej. Porowatość jest jednym z podstawowych parametrów

decydujących o przebiegu procesów suszenia, wietrzenia bądź schładzania ziarna. Wielkość przestrzeni powietrznych między ziarnami oraz bezpośrednio z tym związana możliwość migracji powietrza ma bezpośredni wpływ na temperaturę złoża ziarna oraz wymianę ciepła i masy [91, 92, 225, 228].

### 3.7. Opór przepływu powietrza

Znajomość oporu przepływu powietrza przez warstwę materiału sypkiego jest nieodzowna do prawidłowego zaprojektowania i użytkowania urządzeń do aktywnego wietrzenia. Opór przepływu powietrza jest złożoną właściwością materiałów sypkich zależną od wielu czynników, jak: wielkość cząstek, oraz jej rozkład, kształt, szorstkość powierzchni, wilgotność oraz stopień zagęszczenia (porowatość). Ponadto bardzo silnie zależy od prędkości przepływu powietrza. W miarę zmniejszania wielkości ziarna zjawisko przepływu powietrza przez warstwę staje się coraz bardziej złożone [3, 65]. Również drobne zanieczyszczenia w materiale sypkim zmniejszają porowatość oraz średni wymiar ziarna, co zwiększa opór przepływu powietrza. Giner i Denisienia [53] stwierdzili wzrost oporu przepływu powietrza o 75% w przypadku ziarna pszenicy o wilgotności 12,8% i zawartości drobnych zanieczyszczeń 10,6% w stosunku do złoża ziarna bez zanieczyszczeń.

Gęstość upakowania ziarna - zależna między innymi od rodzaju ziarna, wielkości zbiornika i sposobu napełniania - ma bezpośredni wpływ na porowatość, a tym samym na opory przepływu powietrza. W przypadku bardzo gęstego upakowania opór przepływu powietrza wzrasta nawet kilkakrotnie [207]. Gu i in. [64] badając wpływ stopnia zagęszczenia materiałów sypkich na opór przepływu powietrza wykazali, że podczas przepływu laminarnego zależność przepuszczalności warstwy materiału sypkiego  $C$  od wskaźnika porowatości poprawnie opisuje potęgowa funkcja Jenikego i Johansona:

$$C = \frac{H Q}{A \Delta p} = \frac{K}{(1-e)^a}, \quad (7)$$

gdzie:  $a, K$  – stałe modelu,

$A$  – pole powierzchni przekroju poprzecznego złoża,

$e = P/(1-P)$  – wskaźnik porowatości,

$H$  – wysokość złoża,

$\Delta p$  – spadek ciśnienia,

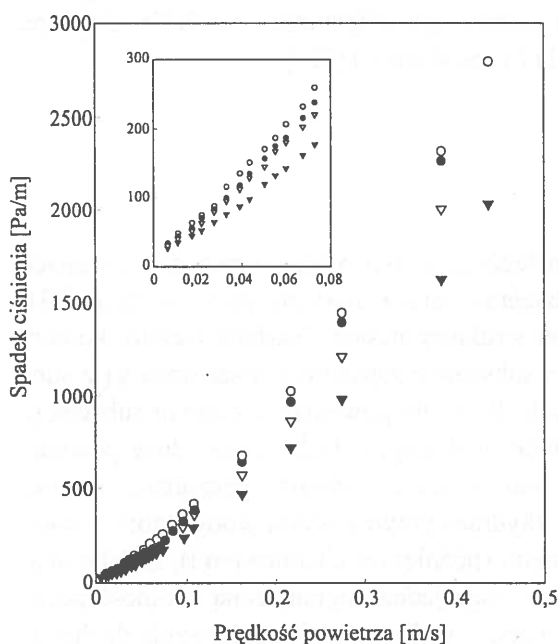
$Q$  – wydatek przepływu,  $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ .



Spadek ciśnienia przypadający na jednostkę wysokości warstwy  $\Delta p/H$ , wzrasta szybciej niż liniowo ze wzrostem prędkości powietrza. Giner i Denisienia [53] badali wpływ prędkości powietrza oraz wilgotności złoża ziarna na opór przepływu w szerokim zakresie zmian prędkości (0,006-0,42 m/s). Wpływ wilgotności na spadek ciśnienia obserwowano głównie w zakresie przepływu laminarnego. Zależności eksperymentalne autorzy opisali wielomianem drugiego stopnia. Uwzględnia on wpływ wilgotności w zakresie przepływu laminarnego oraz nieliniową zależność od prędkości w zakresie przepływu turbulentnego:

$$\frac{\Delta p}{H} = (\alpha - \gamma w) v + \beta v^2, \quad (8)$$

gdzie:  $v$  – prędkość powietrza,  
 $w$  – wilgotność,  
 $\alpha, \beta, \gamma$  – parametry dopasowania.



**Rys. 8.** Spadek ciśnienia powietrza na jednostkę wysokości warstwy w funkcji prędkości przepływu powietrza dla czterech wilgotności ziarna pszenicy: 12,8%; 16,2%; 19,4%; 22,3% [53].

**Fig. 8.** Pressure drop per unit of bed height as a function of air velocity for the following moisture contents: 12,8%; 16,2%; 19,4%; 22,3% [53].

W przypadku luźno nasypanej warstwy ziarna opór przepływu powietrza maleje ze wzrostem wilgotności powyżej wilgotności kondycjonalnej (rys. 8). Przyczyną jest wzrost porowatości warstwy ziarna ze wzrostem wilgotności (rys. 7). Giner i Denisienia [53] obserwowali 30% redukcję spadku ciśnienia przepływającego powietrza przy wzroście wilgotności warstwy ziarna pszenicy w zakresie od 12,8 do 22,3%.

Redukcja oporu przepływu powietrza ze wzrostem wilgotności obserwowana dla swobodnie usypanej warstwy ziarna, w przypadku dużej wysokości złoża magazynowanego ziarna, może zostać zniwelowana poprzez wzrost oporu wynikający z zagęszczenia materiału pod działaniem ciężaru słupa ziarna. Ze wzrostem wilgotności rośnie odkształcalność ziarna (rys. 4), co prowadzi do wzrostu zagęszczenia warstwy pod wpływem obciążenia zewnętrznego (rys. 1). W przypadku podwyższonej wilgotności ziarna istotny wpływ na zagęszczenie ma również czas magazynowania ziarna (rys. 6). Szwed [211] stwierdził wyraźny wzrost oporu przepływu powietrza przez warstwę nasion rzepaku w miarę upływu czasu magazynowania.

Szczegółową analizę teoretyczną, wraz z interpretacją fizyczną wpływu podstawowych parametrów warstwy ziarna, jak wilgotność i wielkość ziarna na opór przepływu powietrza, przedstawili Li i Sokhansanj [127].

## 4. WŁASNOŚCI SORPCYJNE

### 4.1. Higroskopijność nasion

Higroskopijność nasion jest szczególną właściwością sorpcyjną polegającą na zdolności pochłaniania i wydzielania przez nasiona pary wodnej [63]. Higroskopijność wynika z porowatej struktury nasion. Nasiona (ściany komórkowe, protoplasty, okrywy nasienne, substancje zapasowe) zbudowane są z substancji o właściwościach koloidalnych. W stanie powietrznie suchym substancje te są w znacznym stopniu odwodnione, wykazują jednak zawsze duże powinowactwo do wody. Przejawia się ono w dużej łatwości pęcznienia nasion. Pęcznienie polega na imbibicyjnym (hydratacyjnym) ssaniu wody, która zostaje w nasionach związana siłami fizycznymi (później też chemicznymi), zwiększając objętość i masę nasion [129]. Koloidy mają jednak ograniczoną zdolność pęcznienia i chociaż początkowo chłoną wodę z wielką siłą, ciśnienie ssania dochodzi nawet do 100 MPa, to jednak w miarę ich nasycania siły imbibicji (hydratacji) maleją, a w chwili pełnego nasycenia wodą – zanikają całkowicie. Najszybciej

chłoną wodę komórki bielma lub liścieni zawierające skrobię, pentozany i białka zapasowe, a dopiero w następnej kolejności hydratacji ulegają koloidy zarodka, pęczniące znacznie wolniej i dłużej. W miarę zmniejszania sił imbibicyjnych wzrasta się jednocześnie działanie sił osmotycznych i metabolicznych, które przyczyniają się do ponownego zwiększenia pobierania wody. W procesie pochłaniania wody przez nasiona można więc wyróżnić fazę fizyczną, czyli właściwe pęcznienie i fazę fizjologiczną, tj. pęcznienie wspomagane fizjologicznym i biochemicznym pobieraniem wody.

Zdolność sorpcji i desorpcji pary wodnej przez nasiona uważana jest za najważniejszą właściwość kształtującą żywotność nasion podczas ich przechowywania. Dzięki tej właściwości nasiona mogą, zależnie od prężności pary wodnej w otaczającym je powietrzu, ulegać nawilżaniu albo też wydelać wodę w postaci pary. Wyróżnia się trzy formy wiązania wody w nasionach: wiązanie chemiczne, fizykochemiczne i mechaniczne. Najsilniejsze jest wiązanie chemiczne. Woda związana chemicznie nie odparowuje w procesie suszenia. Woda związana z ziarnem fizykochemicznie dzieli się na związaną na powierzchni – czyli adsorpcyjnie oraz przenikającą w głąb materii, czyli związaną absorpcyjnie. Woda ta ulega całkowitemu lub częściowemu odparowaniu w procesie suszenia. Wodę związaną mechanicznie podzielić można na wodę powierzchniową i zawartą w mikro- i makrokapilarach. Ta forma wiązania wody jest najłabsza i ulega bardzo łatwo odparowaniu w procesie suszenia.

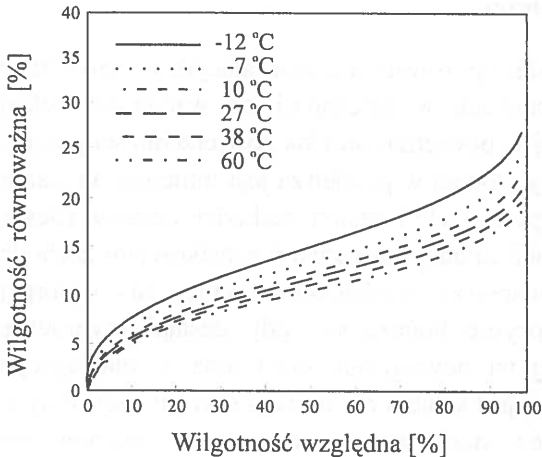
#### 4.2. Izotermy równowagi suszarniczej

Wymiana wody pomiędzy ciałem porowatym a otaczającym je powietrzem może zachodzić w różnych kierunkach w zależności od wzajemnej relacji ciśnienia cząstkowego pary wodnej w powietrzu oraz na powierzchni wilgotnego ciała. Jeśli ciśnienie cząstkowe pary wodnej w powietrzu jest mniejsze od ciśnienia cząstkowego pary wodnej na powierzchni nasion zachodzi suszenie (desorpcja). W przypadku odwrotnej relacji między ciśnieniami cząstkowymi zachodzi nawilżanie (sorpcja). Sorpcji towarzyszy wydzielanie ciepła, zaś desorpcji pochłanianie ciepła. Procesy sorpcyjne kończą się, gdy nastąpi równowaga ciśnień cząstkowych pary wodnej na powierzchni ciała oraz w otaczającym powietrzu. Równowaga ta nazywana jest stanem równowagi suszarniczej. Wilgotność nasion w tych warunkach nosi nazwę wilgotności równowaznej odpowiadającej danym parametrom powietrza. Wzajemnie jednoznaczna zależność, przyporządkowująca w danej temperaturze powietrza i ciała stałego każdej

zawartości wody w ciele określoną wilgotność względną powietrza, nosi nazwę izotermy równowagi suszarniczej (rys. 9). Wilgotność równoważna wzrasta ze wzrostem wilgotności względnej powietrza  $\varphi_r$ , przechodząc trzy charakterystyczne obszary:

- $\varphi_r < 15\%$  - adsorpcja monomolekularna,
- $15\% < \varphi_r < 90\%$  - adsorpcja polimolekularna,
- $90\% < \varphi_r < 100\%$  - woda kapilarna.

W przypadku gdy nasiona otoczone są ograniczoną ilością powietrza (np. w silosie), wilgotność względna powietrza osiąga stan równowagi odpowiadający wilgotności nasion w danej temperaturze, nie powodując istotnych zmian w ich wilgotności. Taką wilgotność nazywa się równoważną wilgotnością względną powietrza. Obie wilgotności równoważne są funkcją temperatury. Przy stałej wilgotności względnej powietrza wzrost temperatury powoduje obniżenie wilgotności równoważnej nasion. Przyczyną jest wzrost ciśnienia cząstkowego pary wodnej na powierzchni nasion, wskutek czego do zrównoważenia istniejącego w danych warunkach ciśnienia w stosunku do otaczającego powietrza wystarczy mniejsza koncentracja wody w nasionach. Natomiast wzrost temperatury powietrza przy stałej wilgotności nasion powoduje wzrost równoważnej wilgotności względnej powietrza. Izotermy równowagi suszarniczej dla każdego gatunku ziarna mają specyficzny przebieg. Stanowią podstawę projektowania i obsługi procesów suszarniczych.



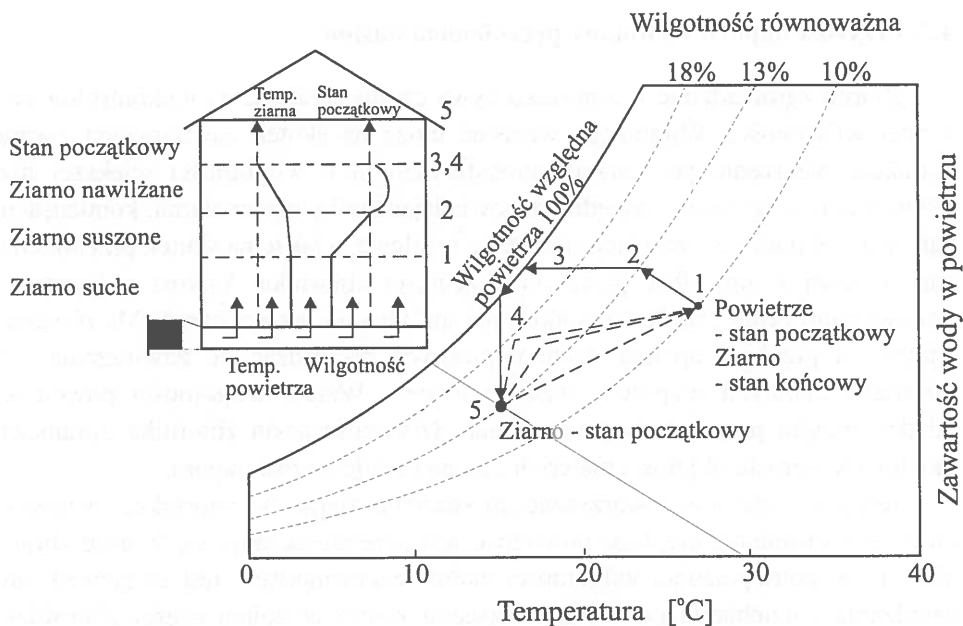
Rys. 9. Izotermy równowagi suszarniczej ziarna pszenicy typu soft red [131].

Fig. 9. Equilibrium moisture content for soft red winter wheat [131].

### 4.3. Przyrost naporu wywołany pęcznieniem nasion

Ziarno zgromadzone w zbiorniku bywa często narażone na niekontrolowany wzrost wilgotności. Wilgotność wzrastać może na skutek zawilgocenia ziarna w trakcie wietrzenia powietrzem atmosferycznym o wilgotności większej niż równoważna wilgotność względna odpowiadająca wilgotności ziarna, kondensacji pary wodnej podczas cyrkulacji powietrza w silosie, a także na skutek przenikania pary wodnej z atmosfery przez nieszczelności zbiornika. Wzrost wilgotności stanowi zagrożenie przede wszystkim dla utrzymania jakości ziarna. Ma również wpływ na przebieg operacji technologicznych prowadząc do zawieszania się materiału, zaburzeń wypływu, wzrostu naporu. Wzrost wilgotności powoduje między innymi przyrost objętości ziarna. Sztywność ścian zbiornika ogranicza możliwość wzrostu objętości materiału, co powoduje wzrost naporu.

Jednym z efektów towarzyszących suszeniu ziarna w zbiorniku, za pośrednictwem strumienia ciepłego powietrza, jest przemieszczanie się w górę zbiornika strefy podwyższonej wilgotności ziarna. Spowodowane jest to zjawiskiem nawilżania i oziębiania powietrza suszącego ziarno w dolnej części zbiornika. Rysunek 10 ilustruje na diagramie psychrometrycznym przebieg suszenia ziarna kukurydzy o wilgotności 13% powietrzem o temperaturze 28°C i wilgotności równoważnej odpowiadającej 10% wilgotności ziarna [131]. W punkcie (2) powietrze osiąga wilgotność równoważną wilgotności ziarna, a w punkcie (3) osiągnięta zostaje temperatura punktu rosy. W konsekwencji powietrze susząc ziarno w dolnej strefie zbiornika równocześnie nawilża ziarno w strefie położonej wyżej. Strefa podwyższonej wilgotności przemieszcza się w górę, aż całe złożę ziarna zostanie osuszone. Nawilżane ziarno powiększa swoją objętość powodując wzrost naporu. Równocześnie ze wzrostem naporu w strefie nawilżania, ziarno suszone w dolnej strefie zmniejsza swoją objętość powodując spadek naporu na ścianę zbiornika. Jest to szczególnie niekorzystne dla cienkościennych zbiorników wykonanych z blachy. W skrajnej sytuacji wzrost naporu w strefie nawilżania ziarna może spowodować przeniesienie całego ciężaru ziarna na napór styczny na ścianę. Równoczesne zmniejszenie naporu poziomego w dolnej strefie zbiornika redukuje sztywność tak obciążonej ściany. W praktyce obserwowano pomarszczenie ściany w dolnej strefie zbiornika spowodowane nadmiernym obciążeniem stycznym przy braku usztywniającego działania poziomego naporu ziarna w dolnej strefie zbiornika [23].



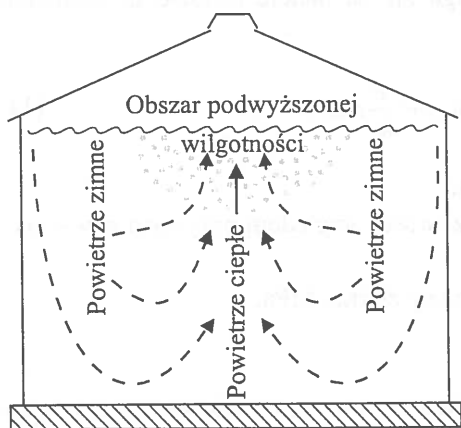
Rys. 10. Diagram psychrometryczny ziarna kukurydzy podczas suszenia [131].

Fig. 10. Temperature - moisture content of corn grain profile during drying [131].

Nierównomierny rozkład wilgotności w złożu ziarna powstawać może również na skutek konwekcji powietrza wewnątrz silosu oraz naturalnej cyrkulacji spowodowanej dobowymi zmianami temperatury. Na skutek tych zjawisk wilgotność ziarna w górnych warstwach złożu może być nawet o kilka procent wyższa niż w pozostałej objętości. Wzrost wilgotności w zewnętrznej warstwie jest wywołany różnicą temperatur pomiędzy wnętrzem złożu ziarna a ścianą i dachem. Zimne, cięższe powietrze w strefie przyściennej opada w kierunku dna zbiornika, następnie przepływa ku środkowi komory wymuszając ruch ku górze ciepłego powietrza z wnętrza złożu ziarna. Strumień powietrza dociera do górnej, zimnej warstwy i tam schładza się. Wzrasta jego wilgotność względna, a wraz z nią wilgotność ziarna (rys. 11).

Duża liczba czynników wpływających na wartość przyrostu naporu wywołanego pochłanianiem wody przez ziarno sprawia, że wyniki badań eksperymentalnych prezentowanych przez różnych autorów różnią się nawet o rząd wielkości [13, 23, 40, 104, 117]. Dale i Robinson [40] stwierdzili sześciokrotny wzrost naporu na ścianę zbiornika i czterokrotny wzrost naporu na dno wywołany

przyrostem wilgotności ziarna o 4%. Blight [13] zarejestrował 100% przyrost naporu wywołany pęcznieniem ziarna w warunkach stałego obciążenia w kierunku pionowym. Kebeli [104] zarejestrował pięciokrotny wzrost naporu poziomego i dwukrotny wzrost naporu pionowego podczas przyrostu zawartości wody o 11%. Britton i inni [23] zwracali uwagę na bardzo duży przyrost naporu stycznego na ścianę zbiornika w trakcie przyrostu zawartości wody. Przyrost naporu wywołany pochłanianiem wody zależy silnie od gęstości początkowej masy ziarna. Kusińska [117] stwierdziła istotny wzrost naporu na ścianę modelowego zbiornika w przypadku, gdy był on napełniony porcjami ziarna o różnej wilgotności. Przyrost naporu wywołany był migracją wody z obszarów o wyższej wilgotności do obszarów o wilgotności niższej.



Rys. 11. Migracja wody na skutek cyrkulacji powietrza.

Fig. 11. Moisture content migration due to air movement.

#### 4.4. Model przyrostu naporu

Model pozwalający przewidzieć przyrost naporu, wywołany pochłanianiem wody, wychodzi z prostego założenia, że przyrost objętości ziarna równy jest objętości pochłoniętej wody [141, 242]. Odształcenie objętościowe warstwy ziaren wyznaczono z przyrostu objętości ziaren wywołanego przyrostem zawartości wody:

$$\varepsilon_u = \frac{\Delta V}{V_o} = \frac{\rho_{k_o} \Delta u}{(1 + u_o) \rho_w}, \quad (9)$$

gdzie:  $u_o$  – początkowa zawartość wody w ziarnie,

$\Delta u$  – przyrost zawartości wody,  
 $\rho_{ko}$  – gęstość właściwa ziaren,  $\text{kgm}^{-3}$ ,  
 $\rho_w$  – gęstość wody,  $\text{kgm}^{-3}$ .

Horabik i Molenda [81] zastosowali do opisu deformacji w obszarze wzajemnego styku ziaren rozwiązanie Hertza modelujące oddziaływania pomiędzy sprężystymi kulami. Bazując na teorii Hertza [223] oraz rozważaniach Waltona [231] zaproponowano następującą zależność efektywnego modułu sprężystości objętościowej masy ziarna  $K$  od ciśnienia  $p$  i zawartości wody  $u$ :

$$K(p, u) = K_o E(u)^{\frac{2}{3}} p^{\frac{1}{3}}. \quad (10)$$

Opierając się na wynikach badań eksperymentalnych Glenna i in. [54] oraz Woźniak [235] przyjęto, że moduł Younga ziarna maleje liniowo ze wzrostem zawartości wody:

$$E(u) = E(u_o) + \frac{dE}{du} \Delta u, \quad (11)$$

gdzie:  $E$  – moduł sprężystości ziarna, MPa,

$dE/du < 0$  – pochodna modułu sprężystości względem przyrostu zawartości wody, MPa,

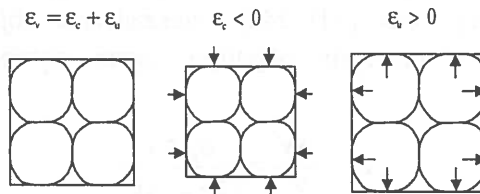
$K$  – efektywny moduł sprężystości masy ziarna, MPa,

$K_o$  – parametr upakowania [231],

$p$  – ciśnienie, MPa.

Wypadkowe odkształcenie objętościowe  $\varepsilon_v$  jest sumą dwóch niezależnych składników pochodzących od zagęszczenia ( $\varepsilon_c$ ) wywołanego ciśnieniem zewnętrznym oraz wzrostu objętości ( $\varepsilon_u$ ) wywołanego pęcznieniem ziarna (rys. 12):

$$\varepsilon_v = \frac{p}{K(p, u)} + \frac{\rho_{ko} \Delta u}{(1 + u_o) \rho_w}. \quad (12)$$



Rys. 12. Ilustracja odkształcenia objętościowego wywołanego zagęszczeniem i pęcznieniem ziarna.

Fig. 12. Volumetric strain resulting from compaction by confining pressure and kernel swelling.

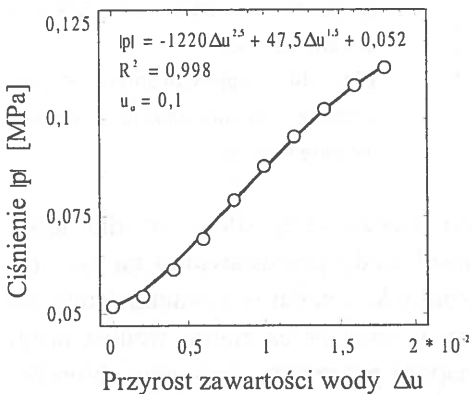


Przyjmując w powyższym równaniu  $\varepsilon_v=0$  (ziarno w sztywnym pojemniku) znajdziemy ciśnienie  $p$  jako funkcję przyrostu zawartości wody  $\Delta u$ :

$$|p(\Delta u)| = \left( \frac{K_o \rho_{ko} \Delta u}{(1 + u_o) \rho_w} \right)^{\frac{3}{2}} \left( E(u_o) + \frac{dE}{du} \Delta u \right). \quad (13)$$

Funkcja ta posiada maksimum dla  $\Delta u = -3E(u_o)/(5dE/du)$ . W miarę wzrostu zawartości wody rosną siły w punktach kontaktu ziaren. Równocześnie ze wzrostem zawartości wody maleje sprężystość ziaren. W konsekwencji wypadkowy napór wywołany wzrostem zawartości wody początkowo rośnie, a następnie maleje.

Rysunek 13 przedstawia aproksymację początkowego odcinka krzywej  $p(\Delta u)$ , reprezentującej przyrost ciśnienia wywołanego pęcznieniem ziarna wyznaczonego w edometrze [81]. Zastosowany model prawidłowo opisuje przyrost ciśnienia w zakresie wzrostu zawartości wody nie przekraczającym 0,02. Odształcenie objętościowe materiału odpowiadające temu przyrostowi zawartości wody wynosi 0,025. Model pozwala dobrze przewidzieć górną granicę przyrostu naporu osiąganą w przypadku dużej wstępnej konsolidacji materiału.



**Rys. 13.** Początkowy odcinek zależności przyrostu naporu od przyrostu zawartości wody.

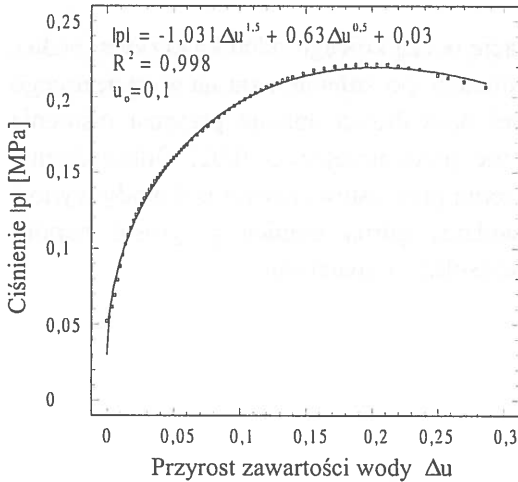
**Fig. 13.** Initial part of the swelling pressure-moisture content increase relation.

Chcąc modelować zależność ciśnienie-przyrost zawartości wody w szerszym zakresie zmian należy uwzględnić również jakościową zmianę właściwości mechanicznych ziarna. W przypadku dużego zakresu przyrostu zawartości wody sprężystość ziarna zmienia się stopniowo w lepkosprężystość, a następnie w plastyczność. Równocześnie z jakościową zmianą właściwości ziarna podlegają coraz większym deformacjom. Dla celów praktycznych następująca zależność

empiryczna opisuje zależność ciśnienie-przyrost zawartości wody w szerokim zakresie zmian zawartości wody:

$$p = A\Delta u^{1.5} + B\Delta u^{0.5} + C, \quad (14)$$

gdzie  $A$ ,  $B$  i  $C$  są parametrami aproksymacji. Aproksymacja ta pozwala przewidzieć przyrost naporu w szerokim zakresie przyrostu zawartości wody w ziarnie. Przy gęstości początkowej masy ziarna równej  $835 \text{ kgm}^{-3}$  uzyskanej pod naporem  $0,5 \text{ MPa}$  przyrost naporu wywołanego przyrostem zawartości wody wyniósł  $0,17 \text{ MPa}$  [80] – rys.14.



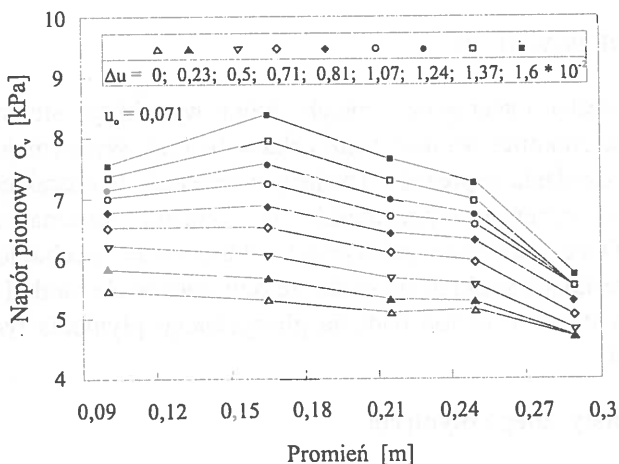
**Rys. 14.** Aproksymacja zależności przyrostu ciśnienia od przyrostu zawartości wody.

**Fig. 14.** Approximation of the swelling pressure-moisture content increase relation.

Rozkłady pionowego naporu na dno modelowego silosu  $\sigma_v$  dla kilku przykładowych wartości przyrostu zawartości wody przedstawiono na rys. 15. Przyrost naporu był największy w środku zbiornika i malał w kierunku ściany na skutek malejącego tempa pochłaniania pary wodnej przez ziarno wzdłuż drogi przepływu powietrza. Przyrost średniego naporu poziomego na ścianę zbiornika  $\sigma_n$  wywołany przyrostem zawartości wody dla dwóch początkowych wartości zawartości wody przedstawia rys. 16. Przyrost naporu rósł liniowo ze wzrostem zawartości wody z szybkością  $125 \text{ kPa} \cdot \text{kg}/\text{kg}$ . Porównanie eksperymentalnych przebiegów średniego naporu poziomego na ścianę zbiornika dla dwóch niewiele różniących się wilgotności początkowych ziarna wskazuje (rys. 15), że przyrost naporu zależy bardzo silnie od warunków początkowych, w tym również od struktury upakowania. Struktura upakowania ziarna, powstająca podczas

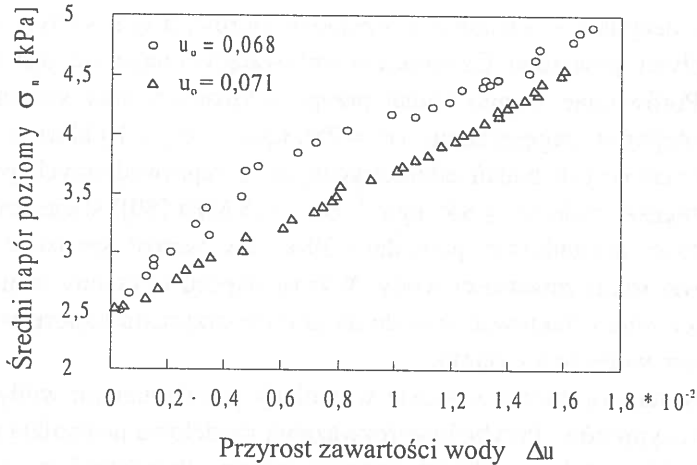
napełniania, decyduje o wielkości i rozkładzie porów, a tym samym wpływa na opory przepływu powietrza. Czynnikiem wpływającym najsilniej jest gęstość początkowa. Porównując wyniki badań przeprowadzonych przy stosunkowo niewielkim wstępnym zagęszczeniu ( $\rho_o = 780 \text{ kgm}^{-3}$ ,  $\sigma_{vo} = 10 \text{ kPa}$ ) z wynikami wcześniej omawianych badań edometrycznych przeprowadzonych przy silnym wstępnym zagęszczeniu ( $\rho_o = 835 \text{ kgm}^{-3}$ ,  $\sigma_{vo} = 0,5 \text{ MPa}$  [80]) stwierdzono, że 7% wzrost gęstości początkowej powoduje 30-krotny wzrost szybkości przyrostu naporu ze wzrostem zawartości wody. Wzrost naporu uzyskany w modelowym silosie należy zatem traktować jako dolną granicę przyrostu naporu wywołanego pochłanianiem wody przez ziarno.

Przyrost naporu ziarna w silosie wywołany pochłanianiem wody zależy od dużej ilości czynników. Przybliżone rozważania modelowe pozwalają określić jedynie przedział wartości możliwego wzrostu naporu. Przedstawiony model przyrostu naporu bazujący na złożeniu dwóch podstawowych reakcji ziarna na wzrost zawartości wody - pęcznienie i utrata sprężystości - pozwala przewidzieć górną granicę wzrostu naporu osiąganą w warunkach dużego wstępnego zagęszczenia materiału w zakresie przyrostu zawartości wody nie przekraczającego 0,02.



Rys. 15. Wpływ przyrostu zawartości wody na rozkład naporu ziarna pszenicy  $\sigma_v$  na dno modelowego zbiornika.

Fig. 15. Radial distribution of vertical pressure of wheat grain  $\sigma_v$  on the model silo bottom as influenced by the moisture content increase.



**Rys. 16.** Wpływ przyrostu zawartości wody na średni napór poziomy ziarna pszenicy  $\sigma_n$  na ścianę modelowe zbiornika.

**Fig. 16.** Mean lateral pressure of wheat grain  $\sigma_n$  on the model silo wall as influenced by the moisture content increase.

## 5. PLASTYCZNE PŁYNIĘCIE

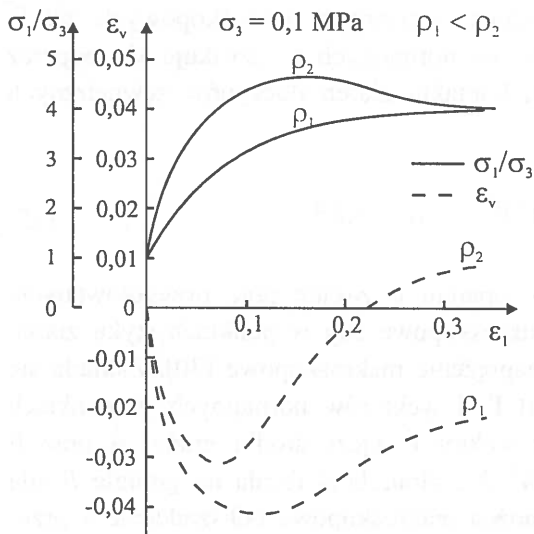
Wspólną cechą materiałów sypkich, którą wyróżniają się spośród innych materiałów, jest znikoma wartość bądź całkowity brak wytrzymałości na rozciąganie. Podczas działania naprężeń ściskających materiały te charakteryzuje znaczna ściśliwość oraz zmienna wytrzymałość na ścinanie zależna od wstępnego zagęszczenia. Duże znaczenie praktyczne oddziaływań mechanicznych zachodzących w materiałach sypkich sprawiło, że powstało wiele modeli teoretycznych oraz eksperymentalnych metod badania plastycznego płynięcia tych materiałów [31, 35, 39, 226].

### 5.1. Modele plastycznego płynięcia

Plastyczna deformacja materiału sypkiego może zachodzić zarówno pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego, jak również pod wpływem naprężeń ścinających. Działanie ciśnienia hydrostatycznego powoduje jedynie zagęszczanie materiału, podczas gdy działanie naprężeń ścinających może powodować zarówno zagęszczanie, jak i rozluźnianie struktury materiału, zależnie od wcześniejszej drogi obciążenia oraz nieodwracalne odkształcenie postaciowe –

plastyczne płynięcie. Jeśli materiał sypki jest luźno upakowany, to w teście ścinania zagęszcza się a naprężenie ścinające monotonicznie rośnie do pewnej wartości granicznej odpowiadającej dużym deformacjom postaciowym. Jeśli natomiast próbie ścinania poddany jest materiał wstępnie silnie zagęszczony, to po krótkiej fazie dalszego zagęszczania materiał zaczyna się rozluźniać aż do asymptotycznej wartości gęstości występującej przy ustalonym plastycznym płynięciu. Naprężenie ścinające początkowo gwałtownie rośnie, a po osiągnięciu maksymalnej wytrzymałości, gdy materiał zaczyna się rozluźniać, naprężenie to maleje do wartości granicznej odpowiadającej zaawansowanemu plastycznemu płynięciu (rys. 17).

Podstawowym zagadnieniem mechaniki materiałów sypkich jest poszukiwanie równania konstytutywnego umożliwiającego przewidywanie deformacji oraz plastycznego płynięcia materiału pod wpływem przyłożonego obciążenia. Tradycyjnie modele konstytutywne podzielić można na dwie grupy: empiryczne i teoretyczne. Modele empiryczne powstały na bazie danych doświadczalnych o zachowaniu się materiału w ściśle określonych warunkach obciążenia i dopasowane do nich równania regresji. Modele teoretyczne próbują wyprowadzić zależność naprężenie-odkształcenie w oparciu o prawa fizyki [226]. Modele te stosują parametry mikroskopowej skali wielkości (podejście mikrostrukturalne) bądź też parametry makroskopowe (opis w kategoriach mechaniki ośrodków ciągłych).



Rys. 17. Charakterystyki mechaniczne ziarna jęczmienia w teście trójosiowego ściskania.

Fig. 17. Mechanical characteristics of barley samples in the triaxial compression test.

### 5.1.1. Modele mikrostrukturalne

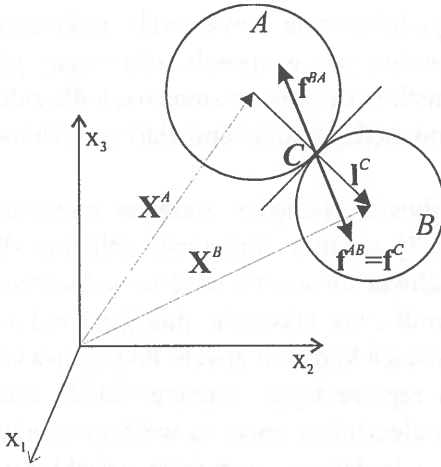
W rzeczywistości ośrodek sypki jest nieciągłym, losowym układem elementarnych ziaren. Opisu zjawisk zachodzących w takim ośrodku można więc poszukiwać na gruncie mechaniki statystycznej ośrodków o budowie dyskretnej [185]. Podejście mikrostrukturalne podejmuje próby wyprowadzenia ogólnych praw rządzących zachowaniem się materiału sypkiego na podstawie oddziaływań zachodzących pomiędzy poszczególnymi granulami [226]. Podejście to wywodzi się z dynamiki molekularnej. Podstawą jest opis ruchu każdej cząstki układu. Stosuje się tu prawa równowagi mechanicznej wymagając spełnienia ich równocześnie przez wszystkie elementy układu. Makroskopowe zachowanie się materiału sypkiego jest silnie powiązane z oddziaływaniami zachodzącymi w skali mikro. Zależność rozwiązania od konfiguracji początkowego ułożenia granul sprawiała, że początkowo metoda ta pozwalała uzyskać jedynie jakościowy opis rozważanych procesów.

Modele mikromechaniczne wywodzą opis zmiennych makroskopowych: naprężeń i odkształceń z analizy zmiennych mikroskopowych: odkształceń i przemieszczeń poszczególnych ziaren ośrodka oraz rozkładu sił w punktach kontaktu ziaren. Zakłada się przy tym, że makroskopowa skala długości (całe złożo materiału sypkiego) jest kilka rzędów wielkości większa od mikroskopowej skali długości (pojedyncza granula ośrodka).

Podstawowy związek pomiędzy makroskopowym naprężeniem (uśrednionym po objętości złoża  $V$ ) a rozkładem zmiennych mikroskopowych: sił  $\mathbf{f}^C$  w punktach styku ziaren oraz wektorów normalnych  $\mathbf{l}^C$  uzyskuje się poprzez uśrednienie po wszystkich punktach kontaktu ziaren iloczynów zewnętrznych wektorów  $\mathbf{f}^C$  i  $\mathbf{l}^C$ :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{C \in V} f_i^C l_j^C \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (15)$$

Związek ten wyprowadzany jest w oparciu o zasadę prac przygotowanych. Całkowita praca wykonana przez mikroskopowe siły w punktach styku ziaren równa jest pracy wykonanej przez naprężenie makroskopowe [30]. Zakłada się przy tym, że znany jest rozkład sił  $\mathbf{f}^C$  i wektorów normalnych w punktach kontaktu ziaren  $\mathbf{l}^C$ . Na rysunku 18 wektor  $\mathbf{l}^C$  łączy środki granul  $A$  oraz  $B$  stykających się w punkcie  $C$ :  $\mathbf{l}^C = \mathbf{X}^B - \mathbf{X}^A$ . Granula  $A$  działa na granulę  $B$  siłą  $\mathbf{f}^{AB} = -\mathbf{f}^{BA} = \mathbf{f}^C$ . Podobnie powiązać można makroskopowe odkształcenie z przemieszczeniami i obrotami poszczególnych granul [31].



Rys. 18. Wektor siły oraz normalna w punkcie kontaktu ziaren ośrodka.

Fig. 18. Force and normal direction at contact point of grains.

W podejściu tym każdy elementarny punkt kontaktu ziaren ośrodka ma odrębny wkład do wyrażenia  $f_i^C l_j^C / V$ . Wartość średnia tensora naprężenia  $\bar{\sigma}_{ij}$  uśredniona dla bardzo licznego układu cząstek jest adekwatną miarą tensora naprężenia  $\sigma_{ij}$  w sensie mechaniki ośrodków ciągłych. Wyznaczanie tensora naprężenia w oparciu o związek (15) wymaga jednak znajomości wektorów siły i kierunków normalnych dla wszystkich granул ośrodka. Równoważna metoda wyznaczania średniego tensora naprężenia oparta jest na znajomości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych mikroskopowych zamiast na rozważaniu wektorów sił i kierunków normalnych w punktach kontaktu poszczególnych ziaren ośrodka. Makroskopowe naprężenie wyznaczone jest wtedy z wyrażenia całkowitego [8]:

$$\bar{\sigma}_{ij} = N \int_0^{2\pi} P(\theta) \bar{f}_i(\theta) l_j d\theta, \quad (16)$$

gdzie:

$\bar{f}_i(\theta)$  – składowa i-ta średniej siły w punktach kontaktu zorientowanych pod kątem  $\theta$ ,

$N$  – ilość kontaktów przypadająca na jednostkę pola powierzchni,

$P(\theta)$  – rozkład prawdopodobieństwa.

Kolejne uproszczenie polega na rozważaniu jedynie średnich wartości iloczynu  $\bar{f}_i^C l_j^C(\theta_s)$  w obrębie wyróżnionych domen materiału sypkiego obejmujących skupiska ziaren o pewnym podobieństwie struktury upakowania zamiast

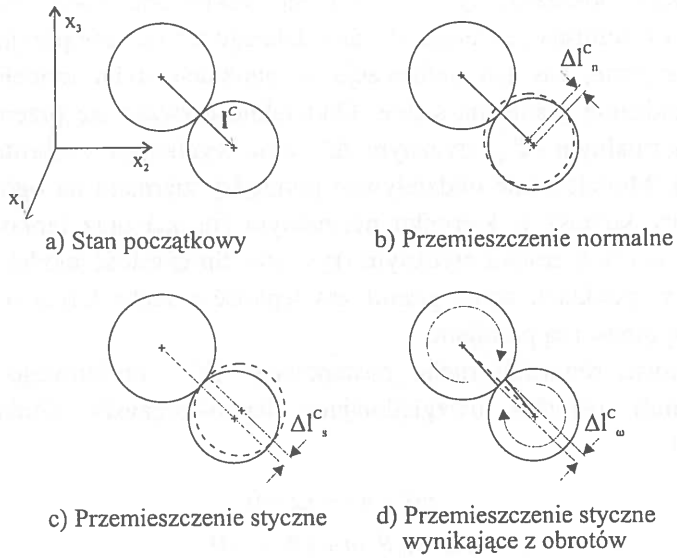
analizowania pełnego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych mikroskopowych. Makroskopowe naprężenie wyznaczane jest w sposób analogiczny jak we wzorze (16) na podstawie wartości średnich rozważanych zmiennych dla całej domeny [8]. Rozmiar domen jest pośredni pomiędzy rozmiarami ziaren a rozmiarem złoza materiału.

Odmienne podejście do opisu oddziaływań pomiędzy ziarnami materiału sypkiego przedstawili Gózdź i Pietrow [57] stosując formalizm zbliżony do mechaniki kwantowej. Formalizm ten umożliwia stworzenie bardziej jednolitego opisu nieregularnie rozłożonych ziaren ośrodka niż klasyczne podejście mikro-mechaniczne operujące rozkładem sił w punktach kontaktu ziaren. Podstawowym elementem opisu jest operator Hamiltona reprezentujący energię układu oraz oddziaływania pomiędzy ziarnami. Drugim elementem opisu są wektory stanów reprezentowane poprzez funkcje związane z kształtem, rozmiarem i rozkładem masy. Wprowadzenie operatorów deformacji działających na wektory stanów pojedynczych granул daje w efekcie globalną deformację całego ośrodka [58].

#### **5.1.1.1. Metoda elementów dyskretnych**

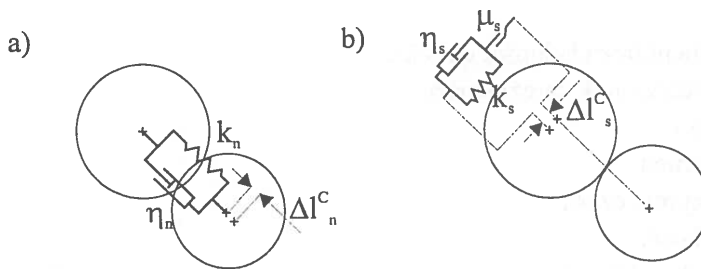
Bardzo dużą popularność zyskała opracowana przez Cundalla i Stracka [39] metoda elementów dyskretnych (DEM - Distinct Element Method). Metoda ta służy do modelowania procesów mechanicznych w materiałach sypkich w oparciu o elementarne oddziaływania pomiędzy granulami ośrodka. Metoda polega na uproszczonym rozwiązaniu równania ruchu każdej po kolei granuli ośrodka. Ruch powstaje w wyniku przemieszczania się przez ośrodek zaburzenia zapoczątkowanego w warunkach brzegowych. Procedura obliczeniowa oparta jest na założeniu, że podczas bardzo krótkiego elementarnego kroku czasowego  $\Delta t$  przyspieszenie i prędkość są stałe, a zakłócenie ruchu jednej granuli nie przemieszcza się dalej niż do najbliższych sąsiadów. Jest to kluczowe założenie metody pozwalające na opis nieliniowych oddziaływań zachodzących w dużym zbiorowisku elementów bez nadmiernych wymagań pamięci obliczeniowej. W podejściu tym rozważane są wszystkie siły wywierane na daną cząstkę pochodzące od grawitacji, oddziaływania z sąsiadami oraz wynikające z warunków brzegowych [6]. Następnie w oparciu o drugą zasadę dynamiki Newtona wyznaczane jest przyspieszenie granuli. Całkowanie po czasie pozwala wyznaczyć nową prędkość i położenie.





Rys. 19. Przeszczenie normalne, styczne i obrót w punkcie kontaktu ziaren ośrodka.

Fig. 19. Normal, shear and rotational shear displacements at contact point of grains.



Rys. 20. Typowy model oddziaływania pomiędzy dwoma ziarnami: a) kontakt lepko-sprężysty w kierunku normalnym, b) kontakt lepko-sprężysto-cierny w kierunku stycznym.

Fig. 20. A typical model of contact force between two grains: a) a linear, damped spring element in the normal direction, and b) a linear, damped spring element with a sliding friction in the tangential direction.

Deformacje poszczególnych granul są traktowane jako bardzo małe w porównaniu z deformacją całego ośrodka. Dlatego też na ogół przyjmuje się, że granule są sztywne, zaś ich deformacja w punktach styku modelowana jest poprzez zachodzenie granul na siebie. Oddzielnie rozważa się przemieszczenie w kierunku normalnym  $\Delta l_n^C$ , stycznym  $\Delta l_s^C$  oraz wynikające z obrotów cząstek  $\Delta l_\omega^C$  (rys. 19). Modelowanie oddziaływań pomiędzy ziarnami na ogół obejmuje lepko-sprężysty kontakt w kierunku normalnym ( $\eta_n, k_n$ ) oraz lepko-sprężysto-cierny ( $\eta_s, k_s, \mu_s$ ) w kierunku stycznym (rys. 20). Sprężystość modeluje akumulację energii w punktach styku granul zaś lepkość i suche tarcie rozpraszanie energii. Siły spójności są pomijane.

Różniczkowe równania ruchu postępowego ( $x$ ) i obrotowego ( $\omega$ ) pojedynczej granulki ośrodka uwzględniające lepko-sprężysty kontakt ziaren [39, 138, 191]:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + \eta \dot{x} + kx &= 0, \\ I\ddot{\omega} + \eta R^2 \dot{\omega} + kR^2 \omega &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

są aproksymowane równaniami przyrostowymi:

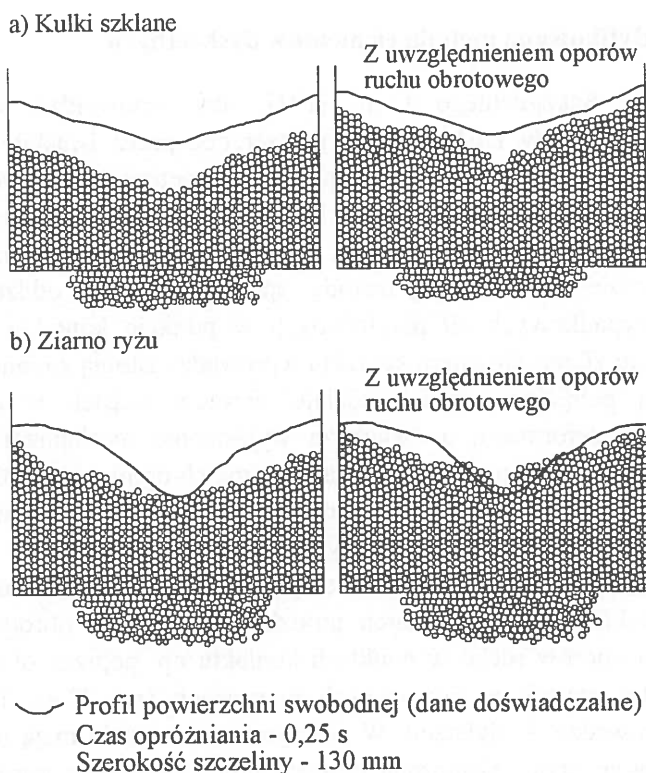
$$\begin{aligned} m[\ddot{x}]_t &= -\eta[\dot{x}]_{t-\Delta t} - k[x]_{t-\Delta t}, \\ I[\ddot{\omega}]_t &= -\eta R^2[\dot{\omega}]_{t-\Delta t} - kR^2[\omega]_{t-\Delta t}, \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie:

- $I$  – moment bezwładności cząstki,
- $k$  – współczynnik sprężystości,
- $m$  – masa,
- $R$  – promień,
- $\Delta t$  – przyrost czasu,
- $\eta$  – lepkość.

W równaniach (18) do wyznaczenia przyspieszenia w chwili czasu  $t=t$  wykorzystuje się wartości położenia i prędkości w chwili czasu  $t=t-\Delta t$ . Z kolei położenie i prędkość w chwili czasu  $t=t$  są wyznaczone poprzez numeryczne całkowanie po czasie równań ruchu. Cykl ten powtarzany wielokrotnie pozwala opisać ruch kolejno wszystkich cząstek układu: siły wyznaczone na podstawie przyjętego modelu oddziaływania w punktach styku ziaren są podstawiane do równania ruchu, co umożliwia wyznaczenie kolejnych wartości położenia i prędkości.

Szybki rozwój komputerowych metod obliczeniowych umożliwił realizację symulacji komputerowych różnorodnych procesów zachodzących w materiałach sypkich, takich jak: konwekcja wzdłuż ścian zbiornika w złożu wibracyjnym, mieszanie, segregacja, grawitacyjny wypływ ze zbiornika. Liczne przykłady symulacji wskazują na dużą uniwersalność metody. Rysunek 21 przedstawia porównanie symulacji komputerowych wypływu kulek szklanych oraz ziarna ryżu wykonanych przez Sakaguchiego i in. [191] z wynikami badań doświadczalnych. Autorzy uzyskali bardzo dobrą zbieżność wyników teoretycznych i doświadczalnych dzięki uwzględnieniu w modelu, oprócz oddziaływań w kierunku normalnym i stycznym, również oporów ruchu obrotowego.



Rys. 21. Porównanie symulacji komputerowych z wynikami badań doświadczalnych [191].

Fig. 21. Comparison between simulation and experimental results [191].

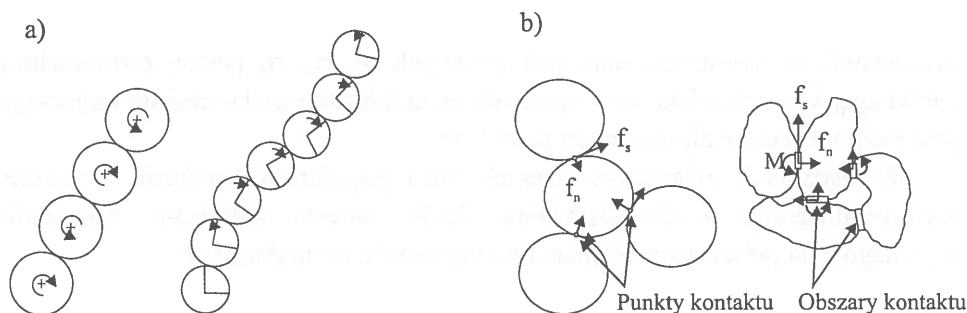
Masson i Martinez [138] uzyskali wysoką zgodność symulacji komputerowych wykonanych metodą DEM z wynikami obliczeń opartych na metodach mechaniki ośrodków ciągłych. Metoda DEM okazała się szczególnie przydatna do analizy relacji pomiędzy parametrami mikroskopowymi (sztywność kontaktów, szorstkość powierzchni, współczynnik tarcia kontaktowego) a przestrzennym rozkładem sił w punktach kontaktu, anizotropią i rozkładem porowatości.

Dokładność odwzorowania symulowanych procesów rośnie w miarę wyposażania modeli w coraz dokładniejsze wartości modułu sprężystości, sztywności, mikrotwardości, chropowatości, wytrzymałości, współczynnika tarcia kontaktowego oraz współczynników tłumienia.

### 5.1.1.2. Zmodyfikowana metoda elementów dyskretnych

Koncepcja Sakaguchiego i in. [191], aby wprowadzić opory ruchu obrotowego do metody DEM, została rozszerzona przez Iwashitę i Odę [90], którzy zaproponowali zmodyfikowaną metodę elementów dyskretnych (MDEM - Modified Distinct Element Method). Modyfikacja polega na uwzględnieniu oddziaływań zachodzących na obszarze kontaktu elementarnych ziaren ośrodka w przeciwieństwie do klasycznej metody, sprowadzającej te oddziaływania do rozważania wypadkowych sił przyłożonych w punkcie kontaktu. Zastąpienie punktu kontaktu ziaren obszarem kontaktu wprowadza istotną zmianę jakościową umożliwiającą pełniejszą analizę udziału obrotów cząstek w powstawaniu makroskopowej deformacji, a zwłaszcza wyjaśnienie mechanizmów dylatacji ośrodka. W klasycznych teoriach materiałów sypkich dominującą rolę w powstawaniu dylatacji przypisywano wzajemnym przemieszczeniom ziaren ośrodka. W podejściu mikrostrukturalnym upatrywano źródeł dylatacji we wzajemnych obrotach cząstek. Jednak sprowadzenie tych oddziaływań do rozważania sił jedynie w punktach kontaktu ziaren umożliwia wzajemne obroty ziaren bez mobilizowania oporów ruchu w punktach kontaktu np. poprzez obroty sąsiadujących ze sobą cząstek w przeciwnych kierunkach (rys. 22 a). Takie obroty cząstek nie prowadzą do dylatacji. W rzeczywistości cząstki mają powierzchnię szorstką, a obszar styku skończoną powierzchnię. Zastępując punkty kontaktu obszarami kontaktu (rys. 22 b) autorzy uwzględnili równania ruchu obrotowego w postaci analogicznej jak równanie ruchu postępowego w kierunku stycznym (element lepko-sprężysty oraz suche tarcie). Podobnie jak w przypadku przemieszczenia stycznego, element cierny w ruchu obrotowym zostaje uruchomiony,

gdy moment siły  $M$  jest większy niż opory tarcia. Symulacje komputerowe wykonane przez Iwashitę i Odę [90] wykazały, że zmodyfikowana metoda stwarza zupełnie nowe możliwości interpretacyjne. Przykład zastosowania metody do analizy formowania się warstwy ścinania zostanie omówiony w rozdziale 5.2.1.



**Rys. 22.** Idealizacja oddziaływań pomiędzy ziarnami ośrodka w metodzie MDEM według Iwashity i Ody [90] a) dwa mechanizmy obrotów cząstek, b) oddziaływania poprzez punkty kontaktu (DEM) i obszary kontaktu (MDEM).

**Fig. 22.** Idealization of contact behaviour in MDEM by Iwashita and Oda [90] a) two mechanisms of particle rotation, b) contact points (DEM) and contact surfaces (MDEM) behaviour.

### 5.1.2. Warunki plastyczności stosowane dla materiałów sypkich

Większość powszechnie stosowanych kryteriów plastyczności dotyczących materiałów sypkich oparta jest na pojęciach zaczerpniętych z mechaniki ośrodków ciągłych, takich jak naprężenie i odkształcenie. W momencie wprowadzenia koncepcji ośrodka ciągłego przestaje obowiązywać pojęcie pojedynczych granul, a równania konstytutywne są wyznaczane na podstawie zależności eksperymentalnych bądź przesłanek racjonalnych. Koncepcja ośrodka ciągłego jest bardzo wygodna przy wyprowadzaniu ilościowych zależności równań konstytutywnych [56]. Pierwsze obszerne opracowanie fenomenologicznej teorii materiałów sypkich w ramach koncepcji ośrodka ciągłego przedstawili Drucker i Prager [45].

Jednym z podstawowych zagadnień jest wyznaczenie warunku plastyczności, tzn. funkcji materiałowej określającej przejście ze stanu sprężystego lub sztyw-

nego w stan plastyczny. Powszechnie wprowadza się pojęcie warunku plastyczności lub tzw. funkcji uplastycznienia, która w przypadku ciała nie wykazującego efektów kierunkowych zależy tylko od niezmienników tensora naprężenia. Funkcja uplastycznienia:

$$F(\sigma_{ij}) = 0 \quad (19)$$

przedstawia w przestrzeni naprężeń głównych  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  pewną powierzchnię zamkniętą, która oddziela stany sprężyste ciała lub stany ciała idealnie sztywnego (dla  $F < 0$ ) od stanów plastycznych (gdy  $F = 0$ ).

W badaniach materiałów sypkich dużą popularność znalazło kryterium wytrzymałościowe Coulomba-Mohra, które określa zależność naprężenia stycznego  $\tau$  na płaszczyźnie ścinania od naprężenia normalnego  $\sigma$ :

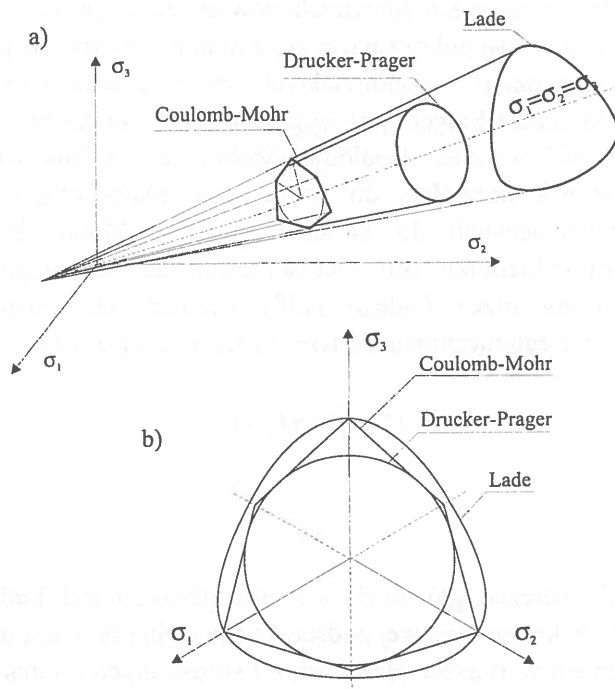
$$\tau = \sigma \tan \varphi + c. \quad (20)$$

Oznacza ono, że w chwili wyczerpania wytrzymałości naprężenie styczne  $\tau$  pokonuje opory wynikające z istnienia tarcia wewnętrznego  $\varphi$  oraz kohezji  $c$ .

Warunek plastyczności Coulomba-Mohra wyrażony poprzez naprężenia główne można zapisać jako układ sześciu równań, z których dwa przedstawiono poniżej:

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_2 &= (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \varphi + 2c \cos \varphi, \\ \sigma_2 - \sigma_3 &= (\sigma_2 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cos \varphi, \\ &----- \end{aligned} \quad (21)$$

W przestrzeni naprężeń głównych powierzchnia plastyczności ma kształt ostrosłupa o potrójnej symetrii osiowej, którego oś pokrywa się z osią naprężeń izotropowych. Przekrój płaszczyzną oktaedryczną jest sześciokątem (rys. 23).



**Rys. 23.** Warunki plastyczności: Coulomba-Mohra, Druckera-Pragera oraz Ladego a) w przestrzeni naprężeń głównych, b) na płaszczyźnie oktaedrycznej.

**Fig. 23.** Schematic of Coulomb-Mohr, Drucker-Prager and Lade failure surfaces a) in the principal stresses space, b) in an octahedral plane.

Warunek plastyczności Druckera-Pragera wyrażony poprzez pierwszy niezmiennik tensora naprężenia  $I_1$  oraz drugi niezmiennik dewiatora naprężenia  $J_2$  ma postać:

$$F = J_2^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\alpha I_1 - k = 0, \quad (22)$$

gdzie:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3,$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]$$

$$k = \frac{6 \cdot c \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\varphi))}, \quad \alpha = \frac{6 \cdot \sin(\varphi)}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\varphi))}.$$

W przestrzeni naprężeń głównych powierzchnia plastyczności ma kształt stożka obrotowego o osi pokrywającej się z linią  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , zaś jego wierzchołek znajduje się w punkcie o współrzędnych:  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = k/\alpha$  (rys. 23). Warunek plastyczności Druckera-Pragera jest wygodniejszy do zastosowań w obliczeniach numerycznych niż warunek Coulomba-Mohra ze względu na jednoznacznie określony kierunek normalnej do powierzchni plastyczności w każdym jej punkcie w przeciwieństwie do warunku Coulomba-Mohra, który wprowadza niejednoznaczność kierunku normalnej na krawędziach ostrosłupa.

Sformułowany przez Ladego [120] warunek plastyczności zależy od pierwszego i trzeciego niezmiennika tensora naprężenia ( $I_1$  i  $I_3$ ):

$$F = I_1^3 + \chi I_3 - k = 0, \quad (23)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \chi &\text{- stała,} \\ I_3 &= \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3. \end{aligned}$$

W przestrzeni naprężeń głównych warunek plastyczności Ladego ma kształt stożka o gładkiej, krzywoliniowej podstawie z potrójną symetrią osiową.

Uogólnieniem warunków plastyczności stosowanych do materiałów sypkich jest warunek zaproponowany przez Podgórskiego [176]. Jest to uniwersalna postać warunku plastyczności, z której można uzyskać całą rodzinę krzywych pomiędzy warunkiem Coulomba-Mohra a Druckera-Pragera:

$$F = P(J) \tau_o + C_1 \sigma_o - C_o = 0, \quad (24)$$

gdzie:

$$P(J) = \cos\left(\frac{1}{3} \arccos(\alpha \cdot J) - \beta\right),$$

$$J = \cos(3\varphi),$$

$$\alpha, \beta \text{ - stałe spełniające warunki: } 0 \leq \alpha \leq 1, \quad 0 \leq \beta \leq 30^\circ,$$

$$\tau_o \text{ - oktaedryczne naprężenie styczne} \quad \tau_o = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2,$$

$$\sigma_o \text{ - naprężenie średnie} \quad \sigma_o = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3),$$

$$C_o, C_1 \text{ - stałe.}$$



### 5.1.3. Prawo plastycznego płynięcia

Teoria plastycznego płynięcia opiera się na założeniu istnienia w przestrzeni naprężeń potencjału plastycznego  $G(\sigma_{ij})$ . Istnienia tego potencjału nie udało się dowieść ściśle drogą dedukcji. Założenie to należy więc traktować jako aksjomat teorii plastycznego płynięcia, a jego poprawność stwierdzić doświadczalnie [9].

Prawem plastycznego płynięcia nazywamy związek między składowymi tensora przyrostów odkształcenia plastycznego bądź składowymi prędkości odkształcenia plastycznego a składowymi tensora naprężenia, jaki zachodzi w procesach odkształcenia plastycznego:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial G(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (25)$$

gdzie:  $\dot{\epsilon}_{ij}^p$  – tensor prędkości odkształcenia plastycznego,  $\lambda$  – nieujemny współczynnik.

Powyższy związek oznacza, że przyjęta została współosiowość kierunków głównych tensora naprężenia i tensora prędkości odkształcenia, co jest wyrazem izotropowości ośrodka podczas plastycznej deformacji. Prawo plastycznego płynięcia ma postać prawa potencjalnego. Oznacza to, że tensor prędkości odkształcenia plastycznego jest normalny do powierzchni reprezentującej potencjał  $G$ . Potencjał plastyczny  $G$  bywa często utożsamiany z warunkiem plastyczności  $F$ ,  $F \equiv G$ . Mówimy wtedy o tzw. stowarzyszonym prawie plastycznego płynięcia:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (26)$$

Potencjał plastyczny dla materiału idealnie plastycznego można wybierać w różny sposób, konstruując stowarzyszone bądź nie stowarzyszone prawo plastycznego płynięcia. Związki te nie są jednak nigdy w pełni zgodne z wynikami badań doświadczalnych i ujmują na ogół tylko pewien aspekt plastycznej deformacji (np. dylatację bądź ustalone płynięcie). W rzeczywistości kierunki główne tensora naprężenia i prędkości odkształcenia plastycznego nie pokrywają się, a przewidywana przez teorię dylatacja ośrodka jest dużo większa niż obserwowana doświadczalnie. Proces plastycznego płynięcia materiałów sypkich bardziej realistycznie przybliżają modele ze wzmocnieniem i osłabieniem materiału [156].

#### 5.1.4. Model plastycznego płynięcia ze wzmocnieniem i osłabieniem gęstościowym

Modele plastycznego płynięcia ze wzmocnieniem i osłabieniem starają się przewidzieć całkowitą zmianę stanu materiału z dowolnego stanu początkowego do dowolnego innego stanu statecznego lub do stanu krytycznego z nieograniczonym plastycznym płynięciem. Zwraca się w nich szczególną uwagę na bardzo istotną rolę gęstości tzw. wzmocnienie gęstościowe [11]. Zakłada się, że materiał ma nie jedną granicę plastyczności lecz całą ich rodzinę:

$$F(\sigma_{ji}, \rho) = 0. \quad (27)$$

Parametrem wzmocnienia jest na ogół gęstość  $\rho$  związana jednoznacznie z odkształceniem objętościowym i zależna od największego naprężenia konsolidującego  $\rho(\sigma_1)$ . Największy wkład w rozwój modelu materiału sypkiego ze wzmocnieniem i osłabieniem wniósł Roscoe [188]. W modelu tym dla poszczególnych gęstości  $\rho$  otrzymujemy na płaszczyźnie  $(\tau, \sigma_n)$  krzywe uplastycznienia oddzielające stany plastyczne materiału od stanów sprężystych. Ponieważ większej gęstości odpowiada większa wytrzymałość, więc warunek plastyczności jest monotonicznie rosnącą funkcją gęstości. Dla ustalonej gęstości  $\rho$  warunek plastyczności przedstawia w przestrzeni naprężeń zamkniętą obrotową powierzchnię, w przypadku materiału bezkohezyjnego przechodzącą przez początek układu współrzędnych, której osią symetrii jest oś naprężenia izotropowego. W osiowo-symetrycznym stanie naprężenia warunek plastyczności można zapisać w układzie współrzędnych  $(p, q)$ :

$$F(p, q, \rho) = 0, \quad (28)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2) \\ q &= \sigma_1 - \sigma_2 \\ \sigma_1 &\neq \sigma_2 = \sigma_3. \end{aligned}$$

Na rys. 24 linia krytyczna oddziela obszar zagęszczania, w którym odkształceniom plastycznym towarzyszy wzrost gęstości  $\rho$ , a więc rozszerzanie się powierzchni plastyczności od obszaru rozluźnienia, w którym odkształceniom

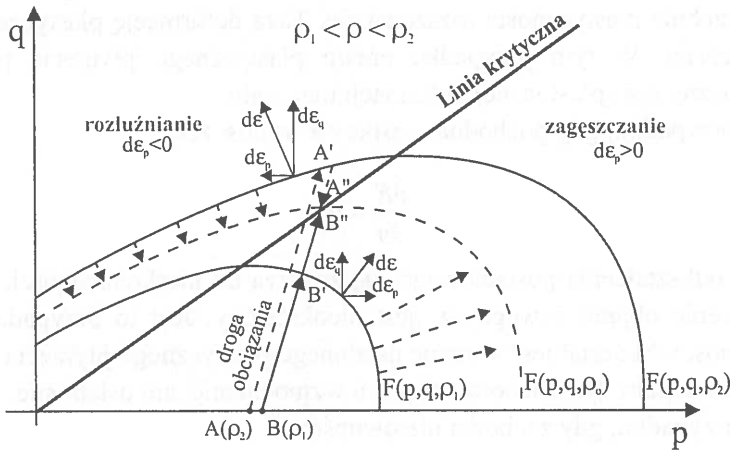
postaciowym towarzyszy rozluźnianie materiału, zmniejszanie się gęstości  $\rho$ , czyli w efekcie kurczenie się powierzchni plastyczności. Zmianę gęstości określa prawo zachowania masy:

$$d\rho = \rho d\varepsilon_p, \quad (29)$$

gdzie:

$$d\varepsilon_p = \frac{dV}{V} = d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_2,$$

$$d\varepsilon_q = \frac{2}{3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2).$$



Rys. 24. Model ośrodka sypkiego ze wzmocnieniem gęstościowym.

Fig. 24. Model of granular material with density hardening.

Linia krytyczna reprezentuje stan naprężenia w materiale powodujący plastyczne odkształcenie bez zmian gęstości, odpowiada więc ustalonemu plastycznemu płynięciu. Powyższy model obejmuje wzmocnienie, osłabienie bądź nieograniczone plastyczne płynięcie w krytycznym stanie naprężenia. O wzmocnieniu bądź osłabieniu decyduje znak pochodnej cząstkowej  $\partial F/\partial p$ . Jeżeli w badanym procesie zachodzą związki:

$$F(p, q, \rho) = 0,$$

$$dF(p, q, \rho) = 0, \quad (30)$$

to spełniony jest warunek plastyczności. Jeśli ponadto zachodzi nierówność:

$$\frac{\partial F}{\partial p} dp + \frac{\partial F}{\partial q} dq > 0, \quad (31)$$

która oznacza, że kąt zawarty pomiędzy kierunkiem przyrostu naprężenia ( $dp, dq$ ) a kierunkiem normalnej do powierzchni plastyczności jest mniejszy niż  $90^\circ$  oraz

$$\frac{\partial F}{\partial p} > 0, \quad (32)$$

to na mocy założenia współosiowości naprężeń głównych oraz przyrostów odkształceń głównych przyrost odkształcenia objętościowego jest dodatni ( $d\varepsilon_p > 0$ ). Zachodzi wtedy wzmocnienie materiału. Wzrasta gęstość ( $d\rho > 0$ ), a powierzchnia plastyczności rozszerza się. Taką deformację plastyczną nazywamy stateczną. W tym przypadku prawo plastycznego płynięcia przedstawia jednoznaczny opis plastycznej deformacji materiału.

W przypadku, gdy pochodna cząstkowa wynosi zero:

$$\frac{\partial F}{\partial p} = 0 \quad (33)$$

przyrost odkształcenia postaciowego  $d\varepsilon_q$  zmierza do nieskończoności, a przyrost odkształcenia objętościowego  $d\varepsilon_p$  jest nieokreślony. Jest to przypadek idealnej plastyczności. Materiał jest w stanie ustalonego plastycznego płynięcia przy stałej gęstości materiału. Nie zachodzi więc ani wzmocnienie, ani osłabienie.

W przypadku, gdy zachodzi nierówność:

$$\frac{\partial F}{\partial p} < 0 \quad (35)$$

z prawa plastycznego płynięcia wynika, że przyrost odkształcenia objętościowego jest ujemny ( $d\varepsilon_p < 0$ ), a zatem gęstość maleje ( $d\rho < 0$ ). Zachodzi wtedy osłabienie materiału. Materiał płynie plastycznie, a powierzchnia plastyczności kurczy się ze względu na malejącą gęstość  $\rho$ :

$$\frac{\partial F}{\partial \rho} d\rho > 0. \quad (36)$$

Ponieważ różniczka zupełna funkcji plastyczności  $F(p, q, \rho)$  wynosi zero:

$$\frac{\partial F}{\partial p} dp + \frac{\partial F}{\partial q} dq + \frac{\partial F}{\partial \rho} d\rho = 0, \quad (37)$$

zatem biorąc pod uwagę zależność (36) wektor  $(dp, dq)$  musi być skierowany do wewnątrz powierzchni plastyczności:

$$\frac{\partial F}{\partial p} dp + \frac{\partial F}{\partial q} dq < 0. \quad (38)$$

Jest to przypadek obserwowanego doświadczalnie niekontrolowanego i niestatecznego plastycznego płynięcia z osłabieniem.

Stateczne bądź niestateczne zachowanie się materiału można obserwować przy tej samej gęstości materiału, ale różnych drogach obciążania. Opisywany model przewiduje stateczne i niestateczne zachowanie się materiału również dla tej samej drogi obciążania ale różnych gęstości początkowych.

Model ze wzmocnieniem i osłabieniem gęstościowym nie opisuje jednakowo poprawnie wszystkich procesów mechanicznych zachodzących w materiałach sypkich. Daje jednoznaczny opis procesu tylko dla dróg obciążenia, na których następuje zagęszczanie materiału. Uzasadnione jest wtedy przyjęcie stowarzyszonego prawa plastycznego płynięcia. Natomiast model ten nie opisuje ściśle przejścia materiału ze stanu statecznego do ustalonego plastycznego płynięcia, jak również niejednoznacznie opisuje stany niestateczne.

Wzmocnienie gęstościowe jest przykładem wzmocnienia izotropowego, czyli takiego procesu odkształcenia plastycznego, w którym powierzchnia plastycznego płynięcia powiększa się równomiernie zachowując swój dotychczasowy kształt.

Istnieją również hipotezy wzmocnienia anizotropowego zakładające, że w trakcie procesu odkształcenia plastycznego powierzchnia plastycznego płynięcia nie zmienia swojego kształtu i wielkości, lecz przemieszcza się jako sztywny obiekt w kierunku przyrostu odkształcenia plastycznego [230]. Wzmocnienie takie nazywa się wzmocnieniem kinematycznym. Powierzchnię plastycznego płynięcia w zaawansowanym stadium procesu odkształcenia materiału wzmacniającego się kinematycznie można opisać funkcją:

$$F(\sigma_{ji} - \alpha_{ij}) = 0, \quad (39)$$

gdzie tensor  $\alpha_{ij}$  reprezentuje przemieszczenie powierzchni plastyczności, a więc kinematykę wzmocnienia.

### 5.1.5. Modele sprężysto-plastyczne Ghaboussi i Momena oraz Ladego

Spośród bardziej zaawansowanych modeli sprężysto-plastycznych znajdujących szersze zastosowanie do materiałów sypkich pochodzenia roślinnego należy wymienić modele Ghaboussi i Momena oraz Ladego zastosowane przez Zhanga i in. [237] do opisu zachowania się masy ziarna pszenicy w złożonym stanie naprężenia. W modelach tych przyrost całkowitego odkształcenia  $d\varepsilon_{ij}$  jest sumą przyrostu odkształcenia sprężystego  $d\varepsilon_{ij}^e$  oraz przyrostu odkształcenia plastycznego  $d\varepsilon_{ij}^p$ :

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p . \quad (40)$$

Moduł sprężystości  $E_u$  jest nieliniową funkcją mniejszego naprężenia głównego  $\sigma_3$ :

$$E_u = KP_a (\sigma_3/P_a)^n . \quad (41)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik sprężystości,
- $n$  – wykładnik modułu sprężystości,
- $P_a$  – ciśnienie atmosferyczne.

Ghaboussi i Momen przyjęli warunek plastyczności Druckera-Pragera dla materiału bezkohezyjnego (rys. 25):

$$F(\sigma_{ij}) = J_2 - Y^2 I_1^2 = 0, \quad (42)$$

gdzie  $Y$  jest stałą uplastycznienia oraz potencjał plastyczny takiego samego kształtu jak warunek plastyczności uwzględniający dodatkowo izotropowe i kinematyczne wzmocnienie:

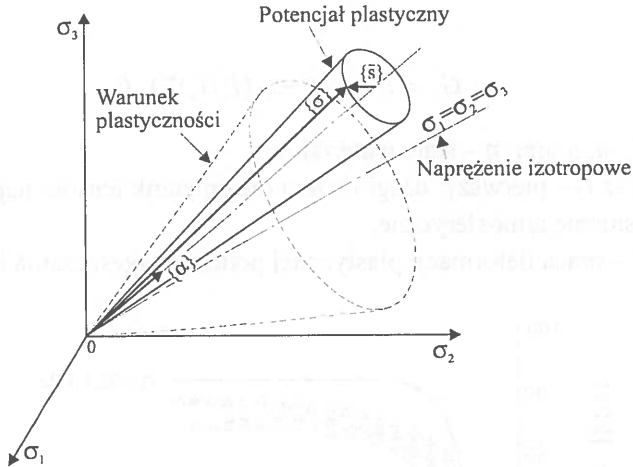
$$G(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, \kappa) = 0, \quad (43)$$

gdzie:

- $\alpha_{ij}$  – tensor wzmocnienia kinematycznego,
- $\kappa$  – parametr wzmocnienia izotropowego.

Ośmioparametrowy model Ghaboussi i Momena zawiera 3 parametry opisujące sprężystość, 3 parametry wzmocnienia kinematycznego i 2 parametry wzmocnienia izotropowego. Model poprawnie opisuje wszystkie zjawiska typowe dla materiału sypkiego ze wzmocnieniem pośrednim, zawierającym elementy

zarówno wzmocnienia izotropowego jak i kinematycznego, a w szczególności dobrze opisuje: anizotropię materiału, histerezę występującą w cyklu obciążenie-odciążenie oraz ewolucję pętli histerezy w trakcie wielokrotnych obciążeń.



Rys. 25. Warunek plastycznosci i potencjal plastyczny w przestrzeni naprężeń głównych [237].

Fig. 25. A schematic of failure and yield surfaces in the principal stresses space [237].

Z kolei model Lądego zastosowany również przez Zhanga i in. [237] do opisu zachowania się ziarna pszenicy w złożonym stanie naprężenia zakłada, że przyrost odkształcenia plastycznego  $d\epsilon_{ij}^p$  jest sumą dwóch niezależnych składników: przyrostu odkształcenia plastycznego związanego z zagęszczaniem materiału  $d\epsilon_{ij}^c$  oraz przyrostu odkształcenia plastycznego związanego z dylatacją materiału  $d\epsilon_{ij}^d$ :

$$d\epsilon_{ij}^p = d\epsilon_{ij}^c + d\epsilon_{ij}^d. \quad (44)$$

Rozdzielenie przyrostu odkształcenia plastycznego na dwa niezależne składniki pociąga za sobą konieczność przyjęcia również dwóch niezależnych warunków plastycznosci oraz dwóch praw plastycznego płynięcia. Do opisu zachowania się ziarna pszenicy Zhang i in. [237] przyjęli następujące warunki plastycznosci  $F_c$  i  $F_d$  oraz potencjały plastyczne  $G_c$  i  $G_d$ :

$$F_c = I_1^2 + 2 \cdot I_2 - P_a \cdot (W^c / C \cdot P_a)^{1/q}, \quad (45)$$

$$F_d = (I_1^3/I_3 - 27) \cdot (I_1/P_a)^m - ae^{-bW^d} \cdot (W^d/P_a)^{1/4}, \quad (46)$$

$$G_c = I_1^2 + 2 \cdot I_2, \quad (47)$$

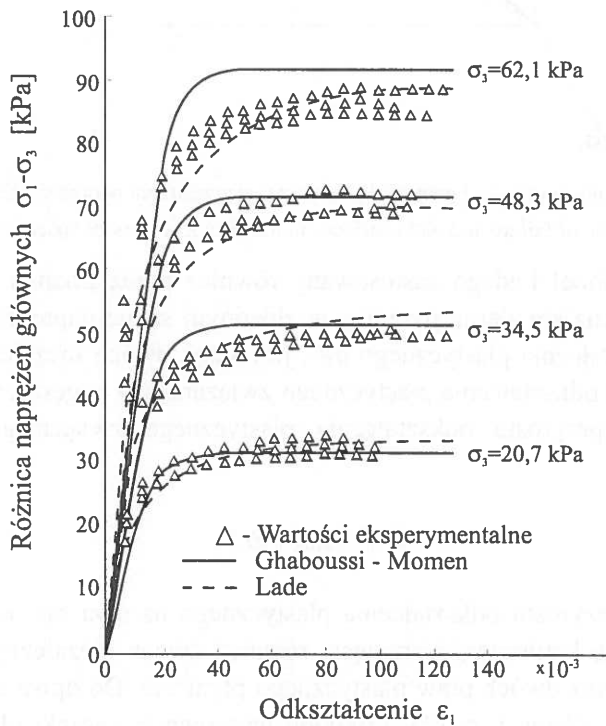
$$G_d = I_1^3 - (27 + \eta \cdot (P_a/I_1)^m) \cdot I_3, \quad (48)$$

gdzie:  $a, b, C, m, q$  oraz  $\eta$  – stałe materiałowe,

$I_1, I_2$  oraz  $I_3$  – pierwszy, drugi i trzeci niezmiennik tensora naprężenia,

$P_a$  – ciśnienie atmosferyczne,

$W^c, W^d$  – praca deformacji plastycznej podczas zagęszczania i dylatacji.



**Rys. 26.** Porównanie teoretycznych i eksperymentalnych przebiegów zależności naprężenie-odkształcenie podczas testów trójosiowego ściskania próbek ziarna pszenicy [237].

**Fig. 26.** Comparisons of calculated and measured stress-strain relations in triaxial compression tests of wheat grain samples [237].

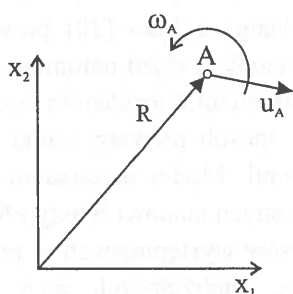


Warunek plastyczności  $F_c$ , odpowiedzialny za nieodwracalne zagęszczanie materiału przedstawia w przestrzeni naprężeń głównych wklęsłą powierzchnię, której osią symetrii jest oś naprężeń izotropowych. Warunek ten potwierdza powszechnie znaną prawidłowość, że materiał sypki najłatwiej ulega zagęszczeniu w izotropowym stanie naprężenia. W krzywoliniowym warunku plastyczności  $F_d$ , odpowiedzialnym za dylatację materiału, stała materiałowa  $\eta$  reprezentuje kąt rozwarcia powierzchni plastyczności zaś wykładnik  $m$  reprezentuje krzywiznę południka powierzchni.

Rysunek 26 przedstawia przykłady zastosowania modeli: Ghaboussi i Momena oraz Ladego do aproksymacji eksperymentalnych zależności naprężenie-odkształcenie uzyskanych podczas testów monotonicznego obciążania próbek ziarna pszenicy w aparacie trójosiowego ściskania. Przedstawione porównanie wskazuje, że model Ladego dokładniej aproksymuje przebieg zależności naprężenie-odkształcenie podczas monotonicznego obciążania. Natomiast ustępuje modelowi Ghaboussi i Momena w przypadku opisu zachowania się materiałów z histerezą w warunkach cyklicznych obciążeń. Jednak jego prostota i spójność matematyczna czyni go bardzo wygodnym narzędziem modelowania plastycznego płynięcia materiałów sypkich.

### 5.1.6. Model ośrodka mikropolarnego

Model ośrodka mikropolarnego umożliwia uwzględnienie udziału obrotów ziaren w powstawaniu deformacji materiału w ramach formalizmu mechaniki ośrodków ciągłych. Punktem wyjścia jest wprowadzenie pola przemieszczenia  $u(x, t)$  i obrotów  $\omega(x, t)$  (rys. 27). Deformacja elementarnego obszaru materiału powstaje w wyniku złożenia przemieszczeń oraz niezależnych od nich obrotów.



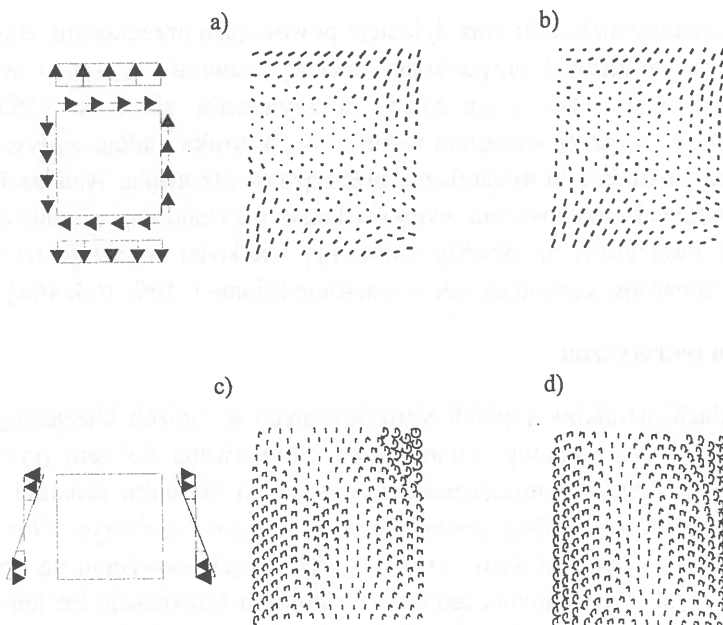
Rys. 27. Przemieszczenia i obroty w ośrodku mikropolarnym.

Fig. 27. Displacement and rotation fields in a micropolar continuum.

Wzajemne oddziaływanie pomiędzy elementami struktury materiału na powierzchni  $dA$  odbywa się nie tylko poprzez wektor siły, ale i przez wektor momentu siły. Na elementarny obszar materiału działają nie tylko naprężenia siłowe, ale również naprężenia momentowe. Teorię niesymetrycznej sprężystości sformułowali bracia E. i F. Cosserat. Obecnie teoria ta wzbudza duże zainteresowanie badaczy, a jedną z dziedzin jej zastosowań jest mechanika materiałów sypkich.

Mikropolarny sprężysto-plastyczny model konstytutywny materiału sypkiego z izotropowym wzmocnieniem i osłabieniem różni się od klasycznej teorii plastyczności obecnością obrotów, naprężeń momentowych i średniej średnicy ziaren jako długości charakterystycznej. W związku z wprowadzeniem niezależnych od przemieszczeń obrotów każdy punkt materialny w przypadku trójwymiarowym ma trzy translacyjne i trzy rotacyjne stopnie swobody, zaś w przypadku płaskim i osiowosymetrycznym dwa translacyjne i jeden rotacyjny stopień swobody. Gradienty obrotów powodują krzywizny, które połączone są z naprężeniami momentowymi. Tensory naprężeń i odkształceń są przez to niesymetryczne, a prawo konstytutywne jest powiększone o tzw. długość charakterystyczną. Mikropolarny sprężysto-plastyczny model w ujęciu Mühlhausa [159] powstał przez rozszerzenie niestowarzyszonego sprężysto-plastycznego prawa Druckera-Pragera z izotropowym wzmocnieniem i osłabieniem o obroty Cosseratów, krzywizny, naprężenia momentowe i średnią średnicę ziarna. W efekcie model ośrodka mikropolarnego zawiera wymiar charakterystyczny i równocześnie zachowuje istotę ośrodka ciągłego. Prawo konstytutywne materiałów granularnych sformułowane przez Mühlhausa zawiera szereg stałych oraz funkcji materiałowych, które wyznaczyć trzeba eksperymentalnie. Należą do nich moduł sprężystości, stała Poissona, kohezja, zależność kąta tarcia wewnętrznego od odkształcenia plastycznego, zależność kąta dylatacji od odkształcenia plastycznego, średnia średnica ziarna oraz stałe mikropolarne.

Model ośrodka mikropolarnego dostarcza wyników zbieżnych z wynikami uzyskanymi metodą elementów dyskretnych. Porównanie pól przemieszczenia oraz obrotów ośrodka wyznaczonych wymienionymi metodami, dla przypadku obciążenia losowego układu kół naprężeniami: normalnym i stycznym oraz naprężeniem momentowym, wykonane przez Changa i Liao [30] potwierdza dobrą zgodność rozwiązań obu metod (rys. 28). Metody te różni natomiast obszar praktycznych zastosowań. Modele bazujące na formalizmie mechaniki ośrodków ciągłych stanowią bardzo wygodny i praktyczny sposób rozwiązywania zagadnień, w których uczestniczy olbrzymia ilość granул. Model ośrodka mikropolarnego w połączeniu z metodą elementów skończonych stanowi wtedy efektywne narzędzie opisu nawet bardzo złożonych procesów występujących w praktyce [215]. Ograniczenia modeli mikrostrukturalnych, analizujących ruch każdej granuli ośrodka, wynikają z możliwości obliczeniowych komputerów. Modele te dostarczają natomiast coraz głębszej wiedzy o mechanizmach przenoszenia naprężeń oraz powstawaniu deformacji na poziomie oddziaływań pomiędzy poszczególnymi ziarnami [90].



**Rys. 28.** Porównanie pól przemieszczenia (a, b) i obrotu (c, d) granul uzyskanych metodą elementów dyskretnych (a, c) oraz stosując model ośrodka mikropolarnego (b, d) dla dwóch przypadków obciążenia (a, b) naprężeniem normalnym i stycznym (c, d) naprężeniem momentowym [30].

**Fig. 28.** Comparison of the particle displacement (a, b) and rotation (c, d) fields obtained from the discrete method (a, c) and the continuum method (b, d) for the case of loading by (a, b) normal and shear stress (c, d) moment stress [30].

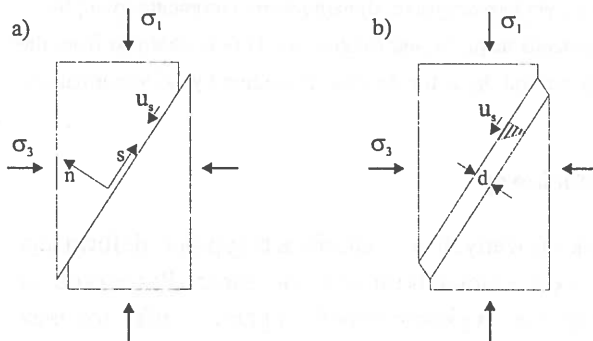
## 5.2. Lokalizacja deformacji postaciowej

W trakcie wielu operacji wykonywanych na materiałach sypkich deformacja postaciowa materiału lokalizuje się w niewielkim jego obszarze. Przyczyną są zarówno uwarunkowania zewnętrzne wykonywanych operacji jak również właściwości mechaniczne materiału sypkiego. W końcowej fazie procesu ścinania, gdy naprężenie znajduje się w pobliżu granicznego stanu naprężenia, plastyczna deformacja ośrodka na ogół traci swą początkową jednorodność i powstaje wyraźnie wyodrębniona warstwa ścinania oddzielająca obszary sztywnego ruchu materiału. Deformacja lokalizuje się głównie w obszarze wytworzonej warstwy ścinania. Zjawisko to obserwuje się powszechnie w silosach o szorstkich ścianach podczas tzw. przepływu masowego, gdy pomiędzy ścianą zbiornika a przepływającym materiałem powstaje warstwa pośrednia materiału sypkiego. W warstwie

tej zachodzi ścinanie materiału oraz dylatacja powodująca przeciążenie zbiornika. Przypuszcza się, że grubość przyściennej warstwy materiału sypkiego, w której zachodzi ścinanie jest stała i nie zależy od wymiarów zbiornika [160, 241]. Wynika z tego, że wraz ze wzrostem wymiarów zbiornika maleje wpływ przyściennej warstwy ośrodka na dynamiczne przeciążenie zbiornika. Analiza błędów skali towarzyszących przenoszeniu wyników badań rozkładu naprężenia wykonanych w skali modelowej na obiekty naturalnej wielkości wskazuje na istotny w nich udział procesów zachodzących w warstwie ścinania [160, 163, 164].

### 5.2.1. Analiza teoretyczna

W modelach ośrodków sypkich formułowanych w ramach klasycznej teorii plastyczności grubość warstwy ścinania jest zredukowana do zera (rys. 29a). Skutkiem tego rozkład przemieszczenia stycznego do kierunku ścinania występujący w rzeczywistości wzdłuż pewnej grubości warstwy  $u_s(d)$  (rys. 29b) w teorii plastyczności jest zredukowany do nieciągłości przemieszczenia na powierzchni poślizgu (rys. 29a). Badania teoretyczne dopiero kilkanaście lat temu były w stanie przewidzieć grubość warstwy ścinania po uwzględnieniu elementarnych oddziaływań między ziarnami ośrodka w ramach metody elementów dyskretnych oraz teorii ośrodków mikropolarnych [7, 35, 102, 159].



**Rys. 29.** Warstwa ścinania:  
a) według klasycznej teorii plastyczności,

b) w ujęciu mikrostrukturalnym.

**Fig. 29.** Shear band:

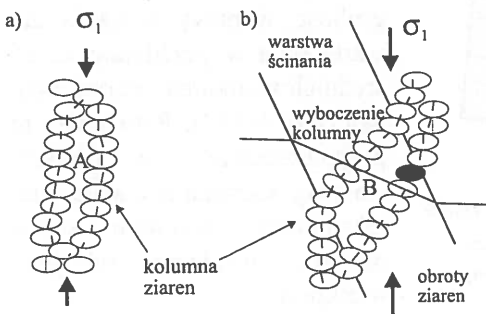
a) classical theory of plasticity approach,

b) microstructural approach.

Teoria Cosseratów uwzględniająca w równaniach ruchu ośrodka przemieszczenia oraz obroty ziaren pozwala analizować rozkład naprężenia i odkształcenia wzdłuż grubości warstwy ścinania [159]. Uwzględnienie w ramach tej teorii obrotów ziaren wprowadza do równań ruchu ośrodka wymiar pojedynczego ziarna jako naturalną konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Wprowadzenie do modelu ośrodka wymiaru ziarna, czyli wielkości posiadającej wymiar długości, pozwala uzyskać niezerową grubość warstwy ścinania. Aby obroty ziaren mogły uczestniczyć w deformacji ośrodka, zmiana średniego naprężenia na długości równej wymiarowi ziarna powinna być na tyle duża, aby powstały moment siły był większy niż opory ruchu obrotowego [159].

Do podobnych konkluzji prowadzą rozważania prowadzone w ramach podejścia mikrostrukturalnego i zrealizowane na ich podstawie symulacje komputerowe zachowania się materiału sypkiego w kolejnych stadiach rozwoju deformacji wykonane omówioną wcześniej metodą MDEM. Iwashita i Oda [90] wykazali, że podczas wzmocnienia gęstościowego stopniowo formuje się pewna struktura punktów kontaktu ziaren łączących się w łańcuchy, przez które przenoszone jest większe naprężenie główne (rys. 30a). W trakcie tego procesu wcześniej wytworzone kontakty ziaren zanikają a w ich miejsce powstają nowe. Skutkiem tego oś łańcucha podąża za kierunkiem większego naprężenia głównego. Między tymi łańcuchami powstają równoległe do nich wydłużone pory, w wyniku czego materiał staje się anizotropowy (rys. 30b). Struktura taka staje się stopniowo coraz mniej stabilna, gdyż zaczyna w niej brakować punktów podparcia wzdłuż kierunku mniejszego naprężenia głównego. Proces ten prowadzi do wyczerpania wytrzymałości materiału. Od tego momentu mikrostruktura ulega stopniowej rekonstrukcji na skutek wyboczenia wytworzonych długich kolumn przenoszenia obciążenia. Ograniczenia dopuszczalnych wyboczeń łańcuchów prowadzą do lokalizacji deformacji. W wyniku tego procesu formuje się powszechnie znana warstwa ścinania. Na skutek wyboczenia kolumn przenoszenia sił pory pomiędzy kolumnami powiększają się prowadząc do nagłego wzrostu porowatości. Wyboczenia kolumn prowadzą do dużych obrotów ziaren ośrodka. Powstaje silny gradient obrotów zlokalizowany w wąskim obszarze warstwy ścinania.



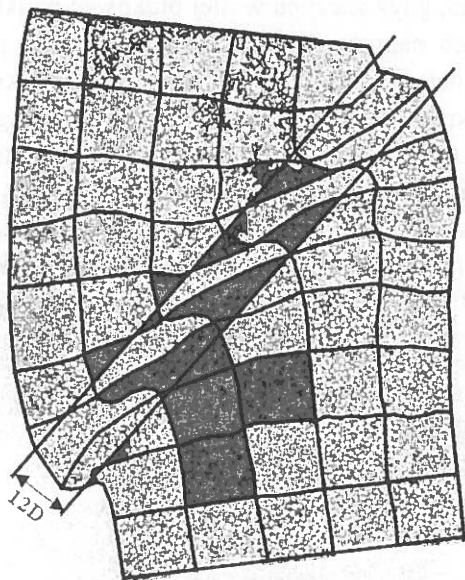
**Rys. 30.** Model formowania się warstwy ścinania wg Iwashity i Ody [90].

**Fig. 30.** Model of shear band formation according to Iwashita and Oda [90].

### 5.2.2. Badania doświadczalne formowania się warstwy ścinania

Deformacja materiału sypkiego powstaje w wyniku złożenia przemieszczeń, obrotów i odkształceń poszczególnych ziaren ośrodka [142, 204]. Udział każdego z tych składników jest zależny od właściwości materiału oraz stanu naprężenia. Przemieszczenia oraz odkształcenia ziaren uczestniczą od początku w procesie deformacji materiału. Obroty ziaren pojawiają się, gdy warstwa ścinania jest już wyraźnie uformowana, a naprężenie zbliża się do stanu granicznego. Największe obroty ziaren występują na środku warstwy ścinania, zaś w miarę zbliżania się do jej krawędzi obroty maleją do zera. Źródłem informacji na temat udziału obrotów w formowaniu się warstwy ścinania są najczęściej symulacje komputerowe [7, 90, 113]. Nieliczne dane eksperymentalne pozwalają głównie na jakościową analizę [18]. Brak jest natomiast dokładnych danych ilościowych, zwłaszcza dla przypadku trójwymiarowego.

Badania doświadczalne wskazują, że grubość warstwy ścinania jest rzędu kilkunastu średnich wymiarów ziarna materiału sypkiego [161, 188, 203]. Vardoulakis i Graf [159] stwierdzili na podstawie zdjęć rentgenowskich próbki,



Rys. 31. Lokalizacja warstwy ścinania w próbce nasion gorczycy białej podczas testu trójosiowego ściskania.

Fig. 31. Shear band localization in the sample of mustard seed during triaxial compression test.

że w wyniku dwuosiowego ściskania powstaje warstwa ścinania o grubości równej około 16 średnich średnic ziarna. Szczegółowa analiza rozkładu przemieszczenia na przekroju warstwy ścinania uformowanej podczas testów trójosiowego ściskania próbek nasion rzepaku, gorczycy białej (rys. 31), grochu i ziarna pszenicy wykazała, że w przypadku wszystkich tych materiałów sypkich grubość warstwy ścinania zawarta była w przedziale 12-16 średnich wymiarów ziarna ośrodka (tab. 4) [84]. Potwierdza to przypuszczenie, że grubość warstwy ścinania jest stałą wielokrotnością wymiaru ziarna ośrodka niezależnie od jego wielkości.

**Tabela 4.** Parametry materiałów sypkich oraz warstwy ścinania [84]**Table 4.** Parameters of granular materials and shear zone [84]

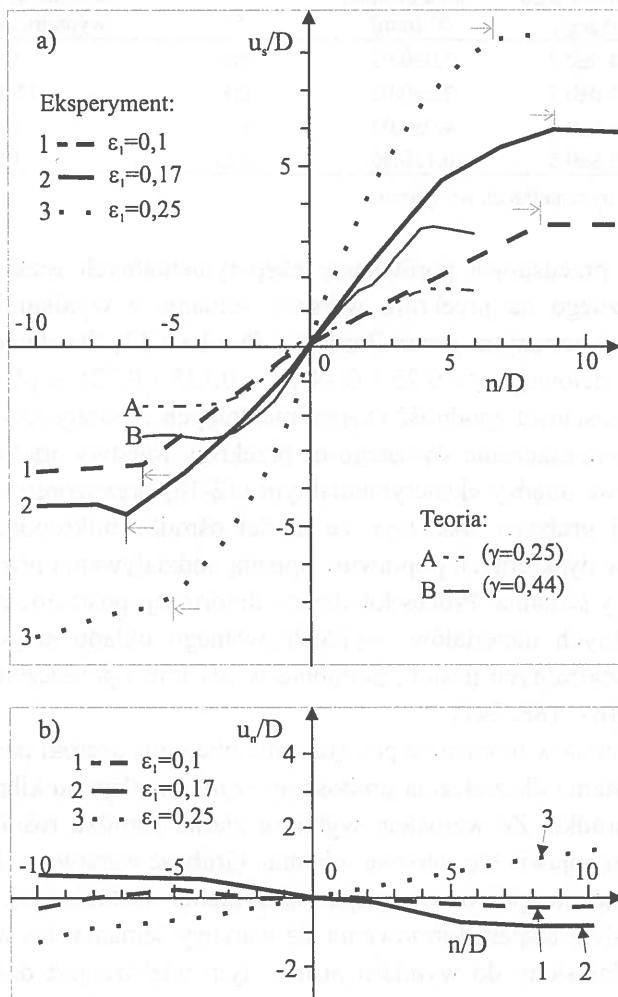
Materiał sypki	Kąt tarcia wewnętrznego $\varphi$ [deg.]	Średni wymiar ziarna ośrodka $D^*$ [mm]	Odształcenie $\varepsilon_1$	Iloraz grubości warstwy ścinania do średniego wymiaru ziarna $d/D$
Rzepak	24,3±0,7	2,0±0,02	0,08	12
Gorzycza	26,0±0,7	2,5±0,02	0,1	12-16
Pszenica	24,6±0,8	4,0±0,03	0,17	16
Groch	28,8±0,5	6,1±0,06	0,25	12

\* Średnia geometryczna trzech wymiarów

Rysunek 32 przedstawia porównanie eksperymentalnych rozkładów przemieszczenia stycznego na przekroju warstwy ścinania z wynikami symulacji komputerowych wykonanymi przez Bardeta i Proubeta [7] dla dwóch wartości odształcenia postaciowego  $\gamma = 0,25$  i  $0,44$  ( $\varepsilon_1 = 0,125$  i  $0,22$ ) w płaskim stanie odształcenia. Jakościowa zgodność eksperymentalnych i teoretycznych przebiegów rozkładu przemieszczenia stycznego na przekroju warstwy oraz stosunkowo nieduża rozbieżność między eksperymentalnym (12-16) oraz teoretycznym (7-8) oszacowaniem jej grubości wskazują, że model ośrodka mikropolarnego oraz metoda elementów dyskretnych poprawnie opisują oddziaływania prowadzące do powstania warstwy ścinania. Proces lokalizacji deformacji postaciowej przebiega podobnie dla różnych materiałów: wyidealizowanego układu sztywnych ciał, piasku oraz odształcalnych nasion, podobnie w płaskim i przestrzennym stanie odształcenia [7, 161, 188, 241].

Warstwa ścinania w momencie powstawania obejmuje szeroki pas materiału, po czym ze wzrostem odształcania grubość jej szybko maleje do kilkunastu wymiarów ziarna ośrodka. Ze wzrostem wymiaru ziarna ośrodka rośnie odształcenie, przy którym pojawia się warstwa ścinania. Grubość warstwy stabilizuje się, gdy większe naprężenie główne  $\sigma_1$  osiąga maksymalną wartość. Stan naprężenia związany jest ściśle z etapem formowania się warstwy ścinania. Im większy jest wymiar ziarna odniesiony do wymiaru próbki, tym większe jest odształcenie, przy którym materiał osiągnie stan graniczny. Na przekroju uformowanej w pełni warstwy ścinania gradient przemieszczenia stycznego  $du_x/dn$  w kierunku normalnym do powierzchni warstwy ścinania wynosi około 1 (rys. 32a). Przyrost przemieszczenia normalnego na przekroju warstwy ścinania nie przekracza jednej średnicy ziarna ośrodka (rys. 32b). Znając parametry warstwy ścinania w granicznym stanie naprężenia oraz wymiary próbki i ziarna ośrodka można prze-

widzieć odkształcenie, przy którym powstanie graniczny stan naprężenia [83]. Zależność ta może być wykorzystana do optymalizacji wymiaru próbki materiału sypkiego uwzględniającej wymiar ziarna ośrodka.



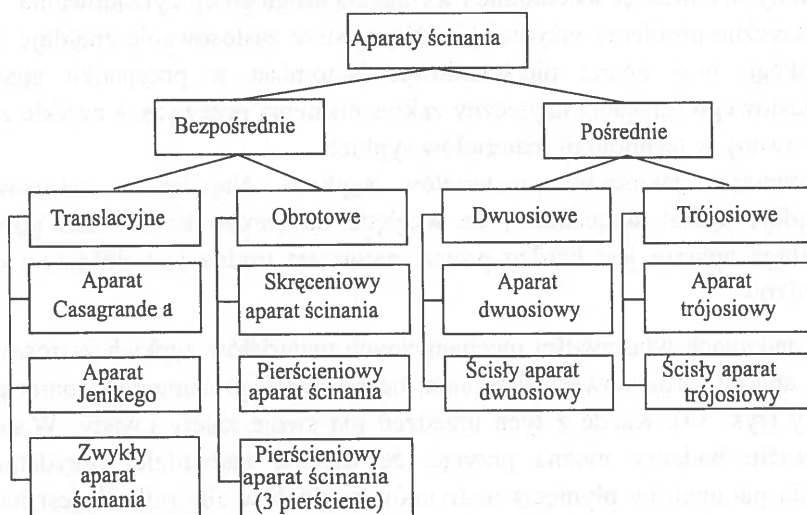
**Rys. 32.** Rozkłady przemieszczenia stycznego (a) oraz normalnego (b) na przekroju warstwy ścinania próbki nasion gorczycy białej oraz wyniki symulacji komputerowych [7].

**Fig. 32.** Distribution of tangent (a) and normal (b) displacement on the cross-section of shear band of mustard seed sample compared with results of computer simulations [7].



### 5.3. Eksperymentalne metody wyznaczania charakterystyk mechanicznych

W ostatnich trzydziestu latach skonstruowano wiele aparatów do wyznaczania parametrów plastycznego płynięcia materiałów sypkich [136]. Na ogół wywodzą się one z doświadczalnych metod mechaniki gruntów [106, 116]. O ile jednak w przypadku zagęszczonego gruntu droga ścinania jest niewielka, to w przypadku luźno upakowanych materiałów sypkich istotnym problemem pomiarowym jest skrócenie drogi ścinania doprowadzającej próbkę do stanu granicznego [170, 171, 199]. W ogólności rozróżnia się aparaty bezpośredniego i pośredniego ścinania (rys. 33). W aparatach bezpośredniego ścinania strefa ścinania jest wymuszona poślizgiem jednej części aparatu względem drugiej, podczas gdy w aparatach pośredniego ścinania strefa ta powstaje swobodnie odpowiednio do przykładanej kombinacji obciążeń. W aparatach bezpośredniego ścinania kierunki naprężeń głównych ulegają obrotowi podczas przejścia od stanu konsolidacji do ścinania. Z kolei w aparatach pośrednich kierunki naprężeń głównych są ustalone i pozostają stałe podczas badań. Aparaty bezpośredniego ścinania podzielić można na aparaty translacyjne i obrotowe. Zaletą aparatów obrotowych jest ich nieograniczona droga ścinania. Wadą jest natomiast nieokreślony, zależny od promienia rozkład naprężeń ścinających. Wielkością



Rys. 33. Podział aparatów ścinania stosowanych do badania właściwości mechanicznych materiałów sypkich [200].

Fig. 33. Classification of shear testers used for granular materials [200].

mierzoną jest moment  $M$  obracający ze stałą prędkością kątową pokrywę (aparat skręcenioowy) lub pierścien (aparat pierścieniowy). Aby w aparacie pierścieniowym rozkład naprężeń wzdłuż promienia był zbliżony do równomiernego, promienie wewnętrzny i zewnętrzny powinny być duże, zaś szerokość pierścienia, czyli różnica pomiędzy nimi mała. Jednak zbyt wąski pierścien dyskwalifikuje zastosowanie tego aparatu do badań materiałów gruboziarnistych. Aparaty pośredniego ścinania można natomiast podzielić na dwuosiove i trójosiowe. Aparaty te z uwagi na ich główną zaletę – możliwość realizowania różnych dróg obciążania - należą do najczęściej stosowanych tego typu przyrządów w mechanice gruntów. Jednak ze względu na czasochłonność badań i koszt wyposażenia nie są zbyt często stosowane do pomiaru parametrów płynięcia materiałów sypkich.

W tabeli 5 przedstawiono zalety poszczególnych aparatów według oceny Schwedesa [200]. Wynika z niej, że nie ma uniwersalnej metody ścinania materiałów sypkich, lecz należy ją dobrać stosownie do rozważanego zagadnienia. Wyróżnić można trzy obszary zastosowań:

- Badania naukowe ukierunkowane na wyznaczenie zależności naprężenie-odkształcenie. Najbardziej przydatny w tych badaniach jest ścisły aparat trójosiowy, aparat dwuosiovy oraz zwykły aparat ścinania. Wymienione metody są bardzo pracochłonne i wymagają drogiego oprzyrządowania.
- Praktyczne problemy inżynierskie. Najczęstsze zastosowanie znajduje aparat Jenikego oraz aparat pierścieniowy. Natomiast w przypadku aparatów trójosiowego ściskania użyteczny zakres ciśnienia przewyższa zwykle zakres stosowany w technologii materiałów sypkich.
- Porównania jakościowe materiałów sypkich. Największe zastosowanie znajduje aparat skręcenioowy ze względu na bardzo krótki czas pomiaru. Obsługa aparatu jest bardzo prosta, natomiast trudna jest ilościowa ocena wyników.

W badaniach właściwości mechanicznych materiałów sypkich zastosowanie zyskały aparaty: trójosiowego ściskania, bezpośredniego ścinania i aparat pierścieniowy (rys. 34). Każde z tych urządzeń ma swoje zalety i wady. W świetle opinii wielu badaczy można przyjąć, że metodą najbardziej przydatną do określania parametrów płynięcia materiałów sypkich w zbiornikach jest metoda bezpośredniego ścinania [43, 44, 110, 200]. Mimo, że ma ona dużo wad, umożliwia określenie parametrów materiałów ziarnistych i proszków z wystarczają-

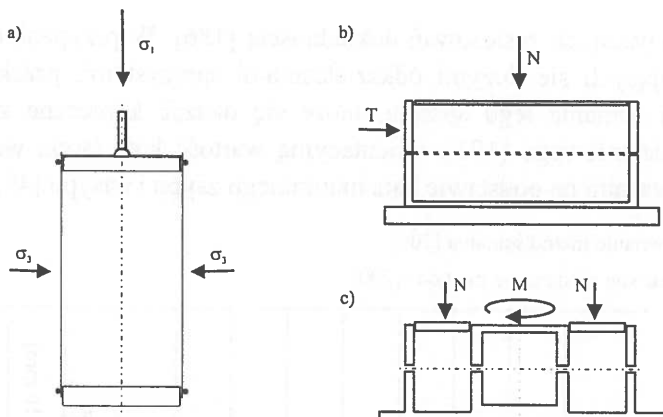
jąca dla praktycznych zastosowań dokładnością [186]. W przypadku materiałów charakteryzujących się dużymi odkształceniami sprężystymi, przekraczającymi zakres drogi ścinania tego aparatu, może się okazać konieczne zastosowanie aparatu pierścieniowego [197]. Orientacyjną wartość kąta tarcia wewnętrznego szacuje się czasami na podstawie kąta naturalnego zsypu i nasypu [49, 179, 217].

Tabela 5. Porównanie metod ścinania [200].

Table 5. Comparison of shearing methods [200].

	Kąt tarcia wewnętrznego	Kąt tarcia kontaktowego	Wytrzymałość na ścinanie i ściskanie	Czas konsolidacji	Rozkład naprężeń	Odkształcenie jednorodne	Ogólny stan naprężenia	Ogólny stan odkształcenia	Odpowiedni do sprężystych materiałów ziarnistych	Odpowiedni do materiałów gruboziarnistych (> 10 mm)	Odpowiedni do niskiego poziomu parcia (< 1N/cm <sup>2</sup> )	Niezbędny czas na badanie ścinania	Koszt wyposażenia
Casagrande	x	x	x	(x)	(x)	-	-	-	-	-	x	x	x
Jenikego	x	x	x	x	x	-	-	-	-	-	x	x	x
Zwykły	x	-	x	-	x	x	x	x	(x)	(x)	x	-	-
Skręceniowy	(x)	x	(x)	(x)	-	-	-	-	x	(x)	x	x	x
Pierścieniowy	x	x	x	(x)	-	-	-	(x)	x	x	x	x	x
“ (3 pierścienie)	x	(x)	x	-	(x)	-	-	(x)	x	x	x	(x)	-
Dwuosiowy	x	-	x	-	(x)	(x)	x	(x)	(x)	x	-	(x)	(x)
Ścisły dwuosiowy	x	-	x	-	x	x	x	x	x	x	x	-	-
Trójosiowy	x	-	x	-	(x)	(x)	x	(x)	x	x	-	(x)	x
Ścisły trójosiowy	x	-	x	-	x	x	x	x	x	x	-	-	-

Uwaga: Symbol „x” oznacza „odpowiedni”.



**Rys. 34.** Metody pomiaru parametrów plastycznego płynięcia materiałów sypkich a) trójosiowego ściskania, b) bezpośredniego ścinania c) ścinania w aparacie pierścieniowym.

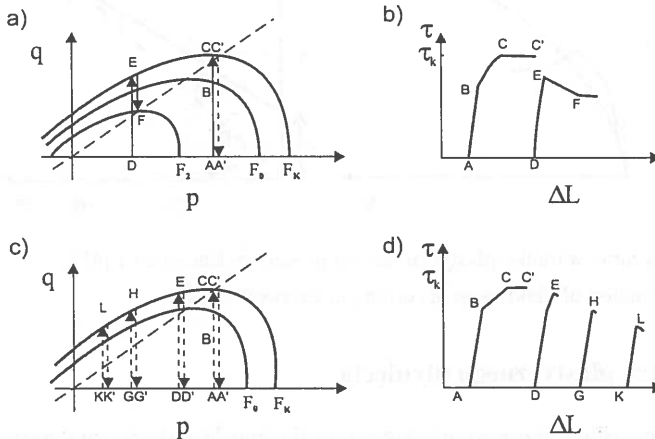
**Fig. 34.** Methods of determination of yield locus parameters of granular materials:

a) triaxial compression, b) direct shearing, c) shearing in ring shear tester.

Każdej z wymienionych metod towarzyszy odpowiednia procedura przeprowadzania pomiaru. Najczęściej cytowana procedura wykonywania pomiarów aparatem bezpośredniego ścinania opracowana została przez Jenikego [95]. W celu skrócenia drogi ścinania konsolidacja próbek podzielona została na dwa etapy: wstępną konsolidację pod działaniem obciążenia normalnego połączoną z wykonaniem trzech obrotów do tyłu i przodu o kąt  $10^\circ$  oraz wstępne ścinanie przy tym samym obciążeniu normalnym aż do uzyskania stanu krytycznego, czyli plastycznego płynięcia zachodzącego bez odkształceń objętościowych materiału. Następnie próbka jest odciążana i następuje właściwe ścinanie przy niższym naprężeniu normalnym (rys. 35 a,b - punkty D, E, F). Zgodnie z tą procedurą każdy pomiar pozwala na wyznaczenie tylko dwóch punktów (C i E) leżących na tzw. krzywej uplastycznienia (YL). Do określenia kolejnych punktów leżących na tej samej krzywej uplastycznienia, a więc dla tej samej gęstości materiału  $\rho(\sigma_r)$ , należy dla każdego z nich powtórzyć całą procedurę przy tej samej wartości naprężenia konsolidującego  $\sigma_r$ , lecz innej wartości naprężenia normalnego podczas właściwego ścinania. Powtórzenie całej procedury dla różnych obciążeń konsolidujących daje w rezultacie rodzinę krzywych uplastycznienia. Ponieważ większej gęstości odpowiada większa wytrzymałość - zatem im wyższe obciążenie konsolidujące tym wyżej leży krzywa uplastycznienia.

Procedura Jenikego jest bardzo czasochłonna. Jeden test pozwala wyznaczyć tylko jeden punkt na krzywej uplastycznienia. Zaproponowana przez Mroza i in.

[156] procedura umożliwia wyznaczenie wielu punktów warunku plastyczności podczas jednego pomiaru (rys. 35c,d) zachowując wszystkie zalety metodyki Jenikego. Polega ona na doprowadzeniu próbki możliwie najkrótszą drogą do stanu krytycznego (p. C), w trakcie którego ustala się krytyczna gęstość materiału w obszarze ścinania, a następnie na kilkakrotnym, chwilowym dochodzeniu do wybranych punktów warunku plastyczności (p. E, H, L), przy coraz mniejszym naprężeniu normalnym. Zastosowanie dwóch etapów konsolidacji, poprzez standardowe obroty pokrywy próbki oraz wstępne ścinanie, znacznie skraca drogę dojścia do stanu granicznego. Pomimo tych usprawnień wyznaczanie rodziny warunków plastyczności wymaga dużego doświadczenia badacza. Metoda zakłada bowiem niezmiennosc gęstości materiału w obszarze ścinania podczas kilkakrotnego dochodzenia stanu naprężenia do warunku plastyczności w tej samej próbce. Założenie to jest bliskie spełnienia jeżeli proces zostanie zatrzymany minimalnie przed osiągnięciem maksimum naprężenia stycznego. Chociaż założenia tego nie można w pełni zrealizować, to jednak rozrzut wartości pomiarowych wynikający z rozluźnienia struktury próbki spowodowanego opóźnionym zatrzymaniem przemieszczenia komory pomiarowej nie jest większy niż rozrzut spowodowany niepowtarzalnością przygotowania próbek w klasycznej procedurze Jenikego [85]. Ze względu na ograniczoną drogę ścinania ( $\Delta L/D < 0,05$ ) procedura ta może znaleźć zastosowanie w przypadku badania bardzo drobnych materiałów sypkich, gdy stosunek średnicy komory aparatu do średnicy ziarna ośrodka jest rzędu  $10^3$ .



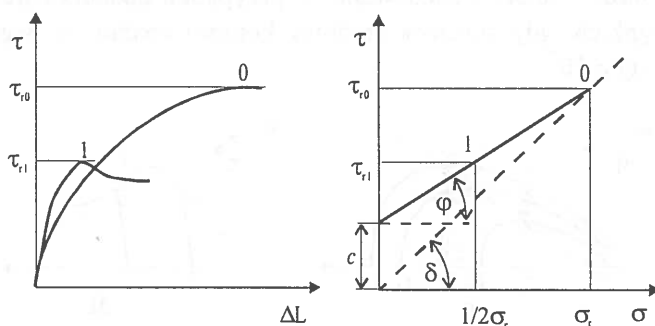
Rys. 35. Klasyczna procedura Jenike'go (a,b) oraz procedura wielokrotnego ścinania (c,d) [156].

Fig. 35. Jenike's method (a,b) and the method of multiplex shearing (c,d) [156].

Zalecane przez normę Eurocode 1 [47], a w ślad za nią aktualnie nowelizowaną Polską Normę PN-89/B-03262 [46], uproszczenie procedury Jenikego polega na:

- wstępnej konsolidacji materiału sypkiego wsypanego swobodnie do formy (bez wibracji lub innych sił zagęszczających) naporem normalnym równym wartości naprężenia pionowego w zbiorniku (zalecane 100 kPa) oraz wykonanie trzech obrotów płytą górną w prawo i lewo o kąt  $10^\circ$  w celu dodatkowej konsolidacji,
- ścięciu próbki obciążonej zalecanym naprężeniem odniesienia  $\sigma_r$ ,
- ścięciu próbki wstępnie identycznie skonsolidowanej a następnie obciążonej połową zastosowanego naprężenia konsolidującego  $\sigma_r$ .

Norma Eurocode 1 [47] zaleca, aby do obliczenia parametrów materiału sypkiego używać maksymalnej wartości naprężenia ścinającego powstającego przy przemieszczeniu poziomym  $\Delta L$  nie przekraczającym 5% średnicy komory  $D$ . Średnica komory ścinania powinna być co najmniej 40 razy większa od maksymalnego wymiaru ziarna ośrodka a wysokość  $H$  powinna zawierać się w przedziale  $0,3-0,4 D$ . Parametry materiału należy obliczać w oparciu o wyznaczone zgodnie z powyższą procedurą dwa punkty należące do warunku plastyczności: dla naprężenia normalnego  $\sigma_r$  oraz  $1/2\sigma_r$  (rys. 36).



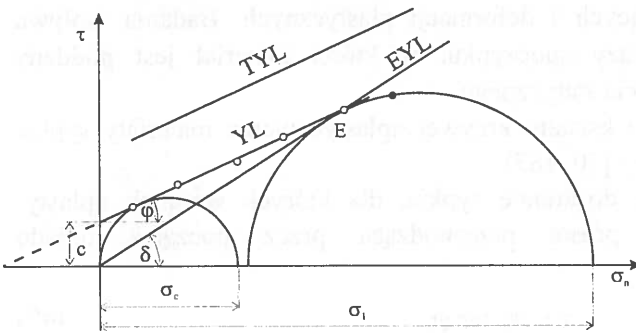
Rys. 36. Wyznaczanie warunku plastyczności wg procedury Eurocode 1 [47].

Fig. 36. Determination of yield locus according to Eurocode 1 [47].

#### 5.4. Parametry plastycznego płynięcia

Parametry plastycznego płynięcia mają bardzo duże znaczenie praktyczne w ocenie możliwości grawitacyjnego przepływu materiałów sypkich. Na bazie tworzonych modeli teoretycznych powstały standardy wyznaczania parametrów

plastycznego płynięcia w oparte na wykonywanych testach ścinania próbek. Na podstawie przebiegu krzywej uplastycznienia powszechnie wyznacza się następujące parametry: kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi$ , efektywny kąt tarcia wewnętrznego  $\delta$  oraz wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie  $\sigma_c$  określającą naprężenie, którego przekroczenie powoduje zniszczenie przesklepienia lub tunelu w leju zbiornika (rys. 37, YL, EYL). Wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie wyznacza punkt przecięcia z osią  $\sigma_n$  koła Mohra stycznego do krzywej uplastycznienia i przechodzącego przez początek układu współrzędnych. Oznacza to, że dla spowodowania zniszczenia powierzchni swobodnej materiału wzmocnionego działaniem największego naprężenia konsolidującego  $\sigma_1$  potrzebne jest naprężenie  $\sigma_c$ .



**Rys. 37.** Doraźny (YL), efektywny (EYL) i zależny od czasu konsolidacji warunek plastyczności (TYL).

**Fig. 37.** Yield locus (YL), effective yield locus (EYL) and time yield locus (TYL).

Zależność wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie  $\sigma_c$  od największego naprężenia konsolidującego  $\sigma_1$  nazywana jest funkcją płynięcia  $FF$ . Funkcja ta charakteryzuje zdolność materiału do zakłóceń swobodnego wypływu ze zbiorników pod wpływem sił grawitacji [202]. Dane eksperymentalne wskazują, że w spotykanym w praktyce zakresie naprężenia konsolidującego funkcja płynięcia jest linią prostą bądź lekko wypukłą krzywą, którą można aproksymować prostą. Współczynnik kierunkowy stycznej do funkcji płynięcia w początkowym jej zakresie nosi nazwę indeksu płynięcia  $i$ . Jest on bardzo wygodnym parametrem pozwalającym klasyfikować materiały rozdrobnione pod względem ich zdolności do swobodnego płynięcia:

- $i < 0,1$  – sypkie, swobodnie płynące
- $0,1 < i < 0,25$  – łatwo płynące
- $0,25 < i < 0,5$  – kohezyjne
- $0,5 < i$  – silnie kohezyjne, niepłynące.

Konsolidacja zwiększa znacznie wytrzymałość na ścinanie materiałów sypkich i tym samym zmniejsza ich zdolność do płynięcia [99, 121, 218]. Dlatego w celu uzyskania możliwości przewidywania, czy przepływ materiału będzie mógł być wznowiony po okresie składowania, konieczne jest badanie wpływu czasu na wytrzymałość. W tym celu istotne jest określenie nie tylko doraźnych krzywych uplastycznienia (YL), ale i czasowych krzywych uplastycznienia (TYL – Time Yield Locus). Krzywa TYL, w związku z większą kohezją materiału, będzie usytuowana powyżej krzywej YL (rys. 37). Często prowadzi się więc dwa rodzaje badań wytrzymałościowych materiałów sypkich: doraźne i z uwzględnieniem wpływu czasu. W procedurze badań doraźnych usiłuje się odwzorować warunki naprężenia i odkształcenia występujące w fazie przepływu, tj. podczas działania znacznych parć konsolidujących i deformacji plastycznych. Badania wpływu czasu dotyczą natomiast fazy spoczynku, w której materiał jest poddany długotrwałemu działaniu parcia statycznego.

Zależnie od położenia i kształtu krzywej uplastycznienia materiały sypkie podzielić można na trzy grupy [70, 187]:

1. Bezkohezyjne materiały doskonale sypkie, dla których warunek uplastycznienia reprezentuje prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych:

$$\tau = \sigma_n \tan \varphi. \quad (49)$$

W materiałach tych kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi$  równy jest efektywnemu kątowi tarcia wewnętrznego  $\delta$ .

2. Materiały posiadające pewną kohezję  $c$ . Warunek uplastycznienia reprezentuje wówczas równanie:

$$\tau = \sigma_n \tan \varphi + c, \quad (50)$$

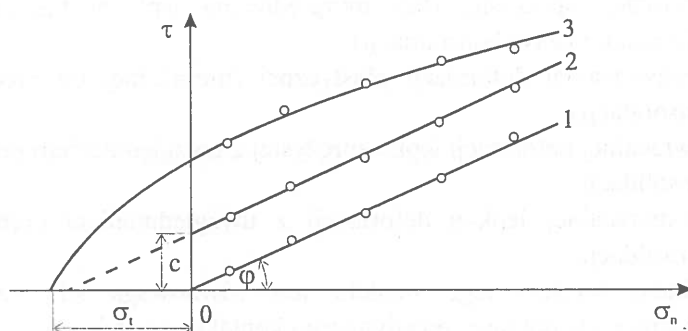
a kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi$  różni się od efektywnego kąta tarcia  $\delta$ .

3. Materiały silnie adhezyjne, dla których nieliniowy warunek uplastycznienia można zapisać np. w postaci równania Warren-Spring'a:

$$\left(\frac{\tau}{c}\right)^\beta = 1 + \frac{\sigma}{\sigma_i}, \quad (51)$$

gdzie  $\sigma_i$  jest wytrzymałością na rozciąganie, zaś  $\beta$  określa krzywiznę warunku plastyczności, tzw. indeks ścinania [68, 70].





Rys. 38. Trzy typy materiałów sypkich: 1 – bezkohezyjny, 2 – kohezyjny, 3 – silnie adhezyjny.

Fig. 38. Three types of granular materials: 1 – cohesionless, 2 – cohesive, 3- strong adhesive.

### 5.5. Fizyczna interpretacja adhezji w materiałach sypkich

Z upływem czasu składowania większość materiałów sypkich (ok. 60%) ulega większej bądź mniejszej konsolidacji [190]. Na konsolidację ma wpływ między innymi migracja wody i powietrza oraz drgania zewnętrzne. W miarę postępowania konsolidacji rosną wiązania fizyczne i chemiczne w obszarach styku ziaren. Siły przyciągania mają zasięg molekularny (0,3-0,4 nm). Siły przylegania (adhezji) są wynikiem występowania różnego rodzaju wiązań, takich jak: Van der Waalsa, walencyjnych, napięcia powierzchniowego, poprzez mostki cieczowe, przyciągania elektrostatycznego. W pewnych warunkach między ziarnami mogą tworzyć się silne wiązania w wyniku krystalizacji lub osadzania cząstek koloidalnych. Wszystkie te siły rosną ze wzrostem pola powierzchni kontaktu ziaren oraz w miarę upływu czasu. Im większa wilgotność oraz mniejsze ziarna szkieletu ośrodka, tym większe siły adhezji powstają w miarę upływu czasu konsolidacji. Siły kohezji na ogół można pominąć w przypadku materiałów sypkich o wielkości ziarna powyżej 400  $\mu\text{m}$  [96]. Natomiast materiały o bardzo wysokim stopniu rozdrobnienia są silnie kohezyjne. W takim przypadku siły adhezji mogą stanowić nawet  $10^5$ - $10^6$  krotność ciężaru cząstki [224].

Tomas [224] rozwijając koncepcję Molerusa [150] wyprowadził zależności pomiędzy siłami adhezji oraz sprężystego, plastycznego i lepkiego odpychania w obszarze kontaktu cząstek opierając się na czterech podstawowych mechanizmach deformacji zachodzących w obszarze kontaktu cząstek ośrodka:

- deformacji sprężystej (bez uwzględniania wpływu histerezy, prędkości deformacji i czasu konsolidacji),
- nieodwracalnej deformacji plastycznej (niezależnej od prędkości i czasu konsolidacji),
- odwracalnej deformacji lepko-sprężystej z uwzględnieniem prędkości i czasu konsolidacji
- nieodwracalnej lepkiej deformacji z uwzględnieniem prędkości i czasu konsolidacji.

Punktem wyjścia tego modelu jest równowaga sił przyciągania (+) i odpychania (-) w obszarze pojedynczego kontaktu cząstek:

$$\sum F = 0 = F_N + F_{H0} + p_{vdw}\pi r_C^2 - p_f\pi r_{pl}^2 - 2\pi \int_{r_{pl}}^{r_C} p_{el}(r)rdr \quad (52)$$

obejmująca:

$F_N$  – siłę normalną obciążenia zewnętrznego,

$F_{H0}$  – siłę adhezji bez udziału konsolidacji ( $F_N=0$ ),

$F_H$  – wypadkową siłę adhezji:  $F_H = F_{H0} + p_{vdw}\pi r_C^2 = F_{H0} + \kappa_p F_N$ , gdzie  $r_C$  jest promieniem obszaru kontaktu, zaś  $\kappa_p$  jest stosunkiem ciśnienia Van der Waalsa  $p_{vdw}$  do mikrotwardości  $p_f$ , wytwarzającej siłę odpychania plastycznego,

$p_f\pi r_{pl}^2$  - siłę odpychania związaną z plastyczną deformacją mikronierówności zachodzącą na spłaszczony części obszaru kontaktu ( $\pi r_{pl}^2$ ),

$2\pi \int_{r_{pl}}^{r_C} p_{el}(r)rdr$  - wypadkową siłę odpychania pochodzącą od sprężystej reakcji  $p_{el}$ , powstającą na części obszaru kontaktu ( $r_{pl}$ ,  $r_C$ ), gdzie deformacja jest sprężysta.

Wychodząc z powyższego równania równowagi sił Tomas [224] wyprowadził ogólną formułę na wypadkową siłę adhezji uwzględniającą sprężysty, plastyczny i lepki kontakt cząstek:

$$F_{Htot} = F_H + F_{Hl} = (1 + \kappa + \kappa_l)F_{H0} + (\kappa + \kappa_l)F_N, \quad (53)$$

gdzie:

$\kappa$  – współczynnik konsolidacji zależny od sprężystej i plastycznej deformacji cząstek w obszarze kontaktu,

$\kappa_i$  – współczynnik uwzględniający lepką deformację w obszarze kontaktu cząstek (odpowiednik współczynnika  $\kappa_p$  dla deformacji plastycznej) – stosunek ciśnienia Van der Waalsa  $p_{vdw}$  do sił odpychania pochodzących od lepkości  $\eta\dot{\epsilon}_v$ . Lepkość  $\eta$  zależy od masy cząsteczkowej, długości łańcucha cząsteczkowego, ilości wiązań poprzecznych w polimerach i maleje ze wzrostem temperatury zgodnie z typowym wykładniczym wyrażeniem opisującym łączenie się cząstek.

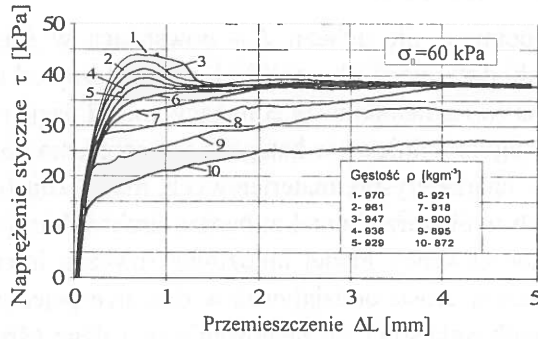
Formuła ta obejmuje siłę adhezji  $F_{H0}$  powstającą w ściśle upakowanym materiale bez udziału deformacji i konsolidacji oraz zależny od siły normalnej  $F_N$  i pośrednio od czasu ( $\kappa_i$ ) składnik uwzględniający konsolidację  $(\kappa + \kappa_i)(F_N + F_{H0})$ . Formuła ta stanowi ogólny, liniowy w kategoriach naprężenia i odkształcenia oraz nieliniowy w sensie charakterystyk materiałowych, model konstytutywny oddziaływań zachodzących w obszarze kontaktu bardzo drobnych cząstek (rzędu kilkadziesiąt  $\mu\text{m}$ ). W konsekwencji model umożliwia fizyczną interpretację chwilowych oraz ustalonych w czasie oddziaływań w obszarze pojedynczego kontaktu. Oddziaływania te wpływają silnie na zachowanie się całego ośrodka, co znajduje odzwierciedlenie w doraźnym, efektywnym i zależnym od czasu konsolidacji warunku plastyczności [174].

## 5.6. Plastyczne płynięcie sypekich produktów spożywczych

Typowe przebiegi naprężenia stycznego w funkcji przemieszczenia podczas testu bezpośredniego ścinania próbek mąki tortowej o różnym stopniu konsolidacji przedstawia rys. 39 [85]. Dla gęstości mniejszych od krytycznej naprężenie styczne wzrasta monotonicznie do wartości właściwej dla ustalonego płynięcia. Gdy gęstość jest większa od krytycznej krzywa naprężenie - przemieszczenie posiada maksimum, po przekroczeniu którego naprężenie zmierza do wartości właściwej dla ustalonego płynięcia, która powyżej pewnej gęstości jest praktycznie niezależna od stanu wstępnej konsolidacji materiału.

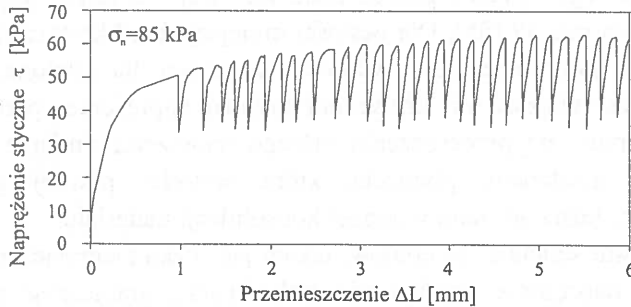
Podczas testu ścinania materiałów, takich jak mąka ziemniaczana lub mleko w proszku, gdy naprężenie znajduje się w pobliżu stanu granicznego pojawiają się silne oscylacje naprężenia stycznego sięgające 20% wartości maksymalnej (rys. 40). Oscylacje te mają na ogół bardzo regularny kształt, a ich częstość maleje ze wzrostem naprężenia normalnego. Oscylacjom naprężenia towarzyszą oscylacje wysokości próbki związane z dylatacją materiału [133]. Dylatacja i związane z nią osłabienie materiału, występujące w różnych obszarach warstwy ścinania na przemian z zagęszczaniem i towarzyszącym mu wzmocnieniem,

generują pewien rozkład lokalnych, chwilowych obszarów ścinania. W takim przypadku wypadkową wytrzymałość na ścinanie można rozdzielić na dwa składniki: wytrzymałość wynikającą z tarcia pomiędzy ziarnami ośrodka (wytrzymałość krytyczna) oraz wytrzymałość związaną z dylatacją materiału. Oscylacje związane z dylatacją materiału podczas przepływu są bardzo niekorzystne. Prowadzić mogą do wzbudzenia silnych drgań konstrukcji urządzeń.



**Rys. 39.** Przebiegi naprężenia stycznego w funkcji przemieszczenia dla próbek mąki tortowej o różnym stopniu konsolidacji.

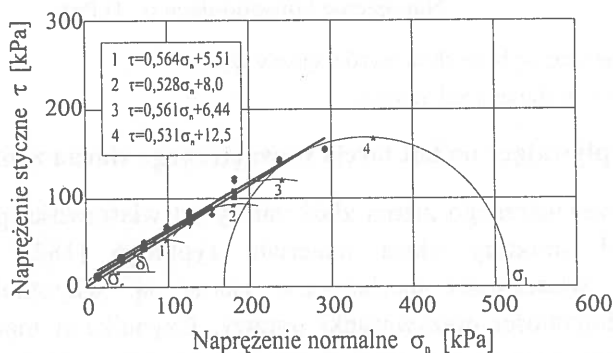
**Fig. 39.** Shear stress as a function of the displacement for wheat flour samples of different consolidation.



**Rys. 40.** Przebiegi naprężenia stycznego w funkcji przemieszczenia próbek mleka w proszku ilustrujące oscylacje naprężenia wynikające z dylatacji materiału.

**Fig. 40.** Shear stress as a function of the displacement for milk powder samples illustrating the stress vibrations resulting from dilatancy of the material.

Przedstawione na rys. 41 warunki plastyczności mąki tortowej wyznaczone zostały w teście wielokrotnego ścinania zgodnie z zaproponowaną przez Mroza i in. [156] procedurą dla kilku wartości naprężenia konsolidującego. Z aproksymacji wyłączono punkt odpowiadający ustalonemu płynięciu (oznaczony symbolem \*) ze względu na fakt, że proces ścinania był zatrzymywany tuż przed (ok. 5%) osiągnięciem stanu ustalonego. Ponieważ jednak gęstość materiału była taka sama dla wszystkich punktów pomiarowych, zatem punkt odpowiadający ustalonemu płynięciu leży na kole Mohra stycznym do warunku plastyczności ale wyraźnie poniżej warunku plastyczności. Ze wzrostem naporu normalnego efektywny kąt tarcia wewnętrzznego  $\delta$  mąki tortowej nieznacznie malał zmieniając się w zakresie:  $32,7^\circ$ - $30,1^\circ$ .

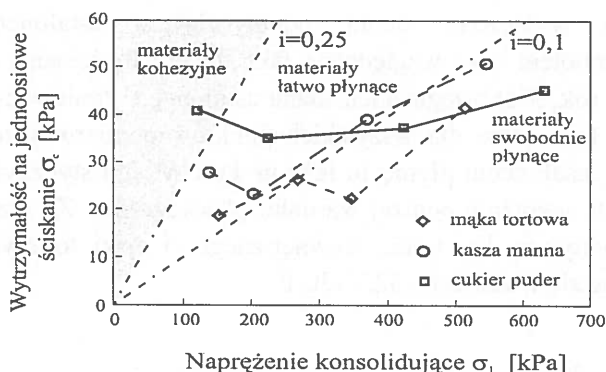


Rys. 41. Warunek plastyczności mąki tortowej wyznaczany dla czterech różnych wartościach naprężenia konsolidującego.

Fig. 41. Yield locus of wheat flour determined for four values of the consolidation pressure.

Indeks płynięcia  $i$  stanowi bardzo użyteczną miarę „płynności” materiałów sypkich. Jego wyznaczenie stwarza jednak pewne trudności techniczne. Dotyczą one przygotowania próbek materiału o powtarzalnej strukturze upakowania oraz samego przeprowadzania testów ścinania przy bardzo małych wartościach naporu, w którym to zakresie zachowanie się materiałów sypkich jest najbardziej interesujące. Przedstawiona na rys. 42 zależność wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie  $\sigma_c$  od naprężenia konsolidującego  $\sigma_1$  wskazuje, że w zakresie małych wartości naprężenia  $\sigma_1$  indeks płynięcia  $i$  jest czułą miarą płynności materiału sypkiego, klasyfikującą wybrane przykładowo materiały do różnych kategorii ( $i = 0,34$ ;  $0,2$ ;  $0,12$  odpowiednio dla cukru pudru, kaszy manny i mąki tortowej).

W miarę wzrostu naprężenia  $\sigma_1$  indeks płynięcia  $i$  stopniowo maleje do wartości poniżej 0,1 sprowadzając tym samym rozważane materiały do jednej kategorii.



Rys. 42. Funkcja płynięcia wybranych surowców spożywczych.

Fig. 42. Flow function of chosen food powders.

### 5.7. Czynniki wpływające na kąt tarcia wewnętrznego ziarna zbóż

Kąt tarcia wewnętrznego ziarna zbóż zależy od właściwości pojedynczych ziaren oraz od struktury złoża materiału sypkiego [182]. Czynniki modyfikującymi właściwości mechaniczne ziarna są: wilgotność, gatunek, odmiana, stan dojrzałości oraz warunki uprawy. Czynniki modyfikującymi gęstość upakowania oraz przestrzenną strukturę wzajemnego ułożenia ziaren są: sposób formowania złoża materiału sypkiego, wilgotność, ciśnienie oraz czas składowania [5, 146, 148, 217]. Powietrznie suche ziarno zbóż na ogół nie posiada kohezji, co pozwala sklasyfikować je w pierwszej grupie – materiałów swobodnie płynących ( $i < 0,1$ ). Siły kohezji pojawiają się natomiast przy większej wilgotności ziarna i długim czasie składowania [15].

#### 5.7.1. Właściwości powierzchniowe

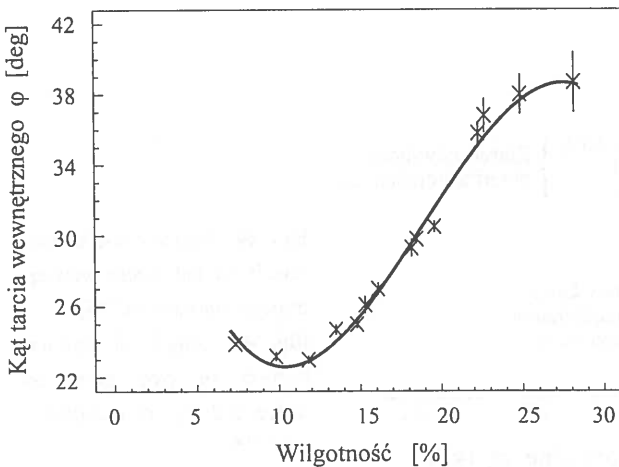
Kąt tarcia wewnętrznego w dużym stopniu zależy od właściwości powierzchniowych ziaren, które determinowane są przez gatunek, odmianę, warunki uprawy, itp. Różna budowa morfologiczna ziarniaków poszczególnych gatunków zbóż wpływa w zasadniczy sposób na właściwości cierne. Przykładowo ziarniaki jęczmienia i owsa, w odróżnieniu od ziarniaków pszenicy i kukurydzy, pokryte są plewkami kwiatowymi zbudowanymi przeważnie z substancji hydrofobowych [63]. Zawartość wody w plewkach jest mniejsza niż w ziarniaku, co wpływa na

zróznicowanie właściwości powierzchniowych. Różna jest w związku z tym wartość kąta tarcia oraz szybkość jego zmian w funkcji wilgotności.

### 5.7.2. Wilgotność

Bardzo istotnym parametrem - decydującym zarówno o oporach tarcia pomiędzy ziarnami, jak i o odkształcalności poszczególnych ziaren - jest wilgotność. Mechanizm oddziaływania wilgoci jest różny dla ośrodków pochodzenia mineralnego i biologicznego. W ośrodkach mineralnych cząstki wody umieszczone między ziarnami szkieletu tworzą wiązania powierzchniowe i w ten sposób wywierają wpływ na właściwości ośrodka. W ośrodku pochodzenia biologicznego oddziaływanie wody nie ogranicza się do zwilżania powierzchni ziaren i wypełniania porów, lecz wnika również do wnętrza ziarna powodując jakościową zmianę właściwości mechanicznych. Zależnie od wilgotności deformacja ziaren może być sprężysta, lepko-sprężysta bądź plastyczna. Zatem również wypadkowe odkształcenie powstające w wyniku złożenia przemieszczeń, obrotów oraz deformacji poszczególnych ziaren ulega jakościowej zmianie wraz ze zmianą wilgotności.

Kąt tarcia wewnętrznego na ogół rośnie ze wzrostem wilgotności ziarna [71, 76, 77]. W szerokim zakresie zmian wilgotności zależność ta jest nieliniowa (rys. 43). Można wyróżnić trzy przedziały wilgotności ziarna, w których zależność kąta tarcia wewnętrznego od wilgotności zmienia swój charakter: poniżej 11%; od 11% do 24% oraz powyżej 24% [142].



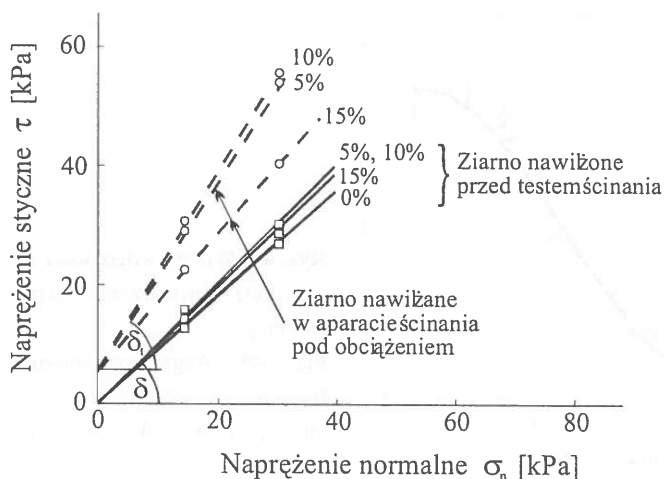
Rys. 43. Wpływ wilgotności na kąt tarcia wewnętrznego ziarna pszenicy.

Fig. 43. Angle of internal friction of wheat grain as influenced by the moisture content.

W przedziale wilgotności ziarna poniżej 11% kąt tarcia wewnętrznego nieznacznie maleje ze wzrostem wilgotności. W przedziale wilgotności ziarna od 11% do 24% następuje szybki wzrost kąta tarcia wewnętrznego. Ze wzrostem wilgotności rośnie odkształcalność ziaren. Ziarna deformują się w punktach wzajemnego kontaktu w wyniku czego rośnie opór tarcia. Przedział trzeci obejmuje wilgotność powyżej 24%. W tym przedziale zachodzi jakościowa zmiana właściwości ziarna. Ziarna deformują się bardzo łatwo nawet przy niewielkim nacisku. Przy dalszym wzroście wilgotności pojawia się wolna woda między powierzchniami ziaren, która osłabia wytrzymałość wiązania ciernego i kąt tarcia zaczyna maleć.

### 5.7.3. Czas konsolidacji

W przypadku podwyższonej wilgotności ziarna czas konsolidacji powoduje istotny wzrost kąta tarcia wewnętrznego. Rysunek 44 przedstawia porównanie doraźnych oraz czasowych krzywych uplastycznienia ziarna ryżu [15]. Podczas trwającej 3 doby konsolidacji w aparacie ścinania pod naporem normalnym 30 kPa ziarno chłonęło wodę z otoczenia. Z wykresu można określić czasowy, efektywny kąt tarcia wewnętrznego  $\delta$ , który powinien być stosowany jako górna, graniczna wartość kąta  $\delta$  w projektowaniu i kontroli przepływu. Czasową funkcję płynięcia można określić na podstawie warunków plastyczności, wyznaczonych dla kilku różnych ciśnień konsolidacji. Prędkość konsolidacji i czas wymagany do osiągnięcia stanu ustalonego zmienia się i jest różny dla różnych materiałów.



Rys. 44. Wpływ czasu konsolidacji na kąt tarcia wewnętrznego ziarna ryżu [15].

Fig. 44. Angle of internal friction of rice grain as influenced by consolidation time [15].



Siły kohezji w złożu ziarna suchego wzrastają na ogół niewiele w miarę upływu czasu konsolidacji. Natomiast w przypadku długiego okresu składowania ziarna o podwyższonej wilgotności, siły spójności mogą przyjmować bardzo duże wartości prowadząc w skrajnym przypadku do zlegania [236]. Jedną z przyczyn jest szybki wzrost pola powierzchni kontaktu ziaren ze wzrostem wilgotności. W przedziale wilgotności nasion 10-20% wzrost ten jest wykładniczy (rys. 5) [75, 77]. W przypadku takiego kontaktu ziaren siły wiązań powierzchniowych rosną gwałtownie w miarę upływu czasu składowania.

#### 5.7.4. Gęstość upakowania materiału

Zgodnie z przedstawionymi wcześniej rozważaniami, efektywny kąt tarcia wewnętrzznego  $\delta$  wyznaczany w warunkach ustalonego płynięcia powinien być niezależny od gęstości materiału. Natomiast kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi$  (rys. 37) zmienia się wraz z gęstością materiału. Hesse i Hoffmann [67] wprowadzili bardzo użyteczne pojęcie kąta tarcia wewnętrznego rozpoczynającego się płynięcia  $\varphi_i$ . Reprezentuje on chwilową wartość kąta tarcia wewnętrznego, zależną od wielkości deformacji plastycznej oraz gęstości. Ze wzrostem gęstości materiału wzrasta kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_i$ . Kąt  $\varphi_i$  zmienia się w szerokim zakresie, podczas gdy kąt tarcia wewnętrznego ustalonego płynięcia  $\varphi_{st}$  przyjmuje stabilne wartości. Wartości kątów  $\varphi_i$  oraz  $\varphi_{st}$  wyznaczone za pomocą aparatu pierścieniowego dla ziarna zbóż przedstawia tab. 6. W przypadku materiału wstępnie silnie zagęszczonego kąt tarcia wewnętrznego bardzo szybko osiąga maksimum a następnie maleje w miarę rozluźniania się struktury materiału zmierzając do charakterystycznej dla danego materiału wartości kąta tarcia

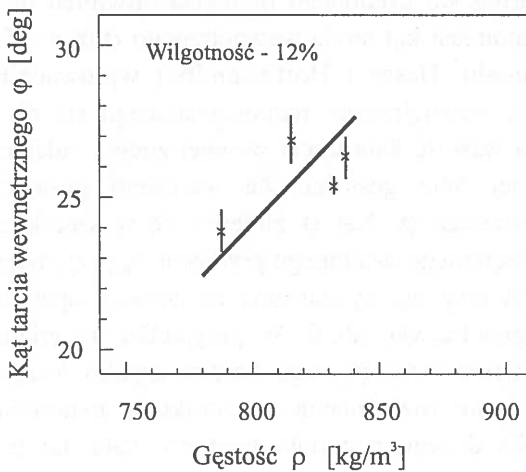
**Tabela 6.** Kąt tarcia wewnętrznego ustalonego płynięcia  $\varphi_{st}$  oraz kąt tarcia wewnętrznego rozpoczynającego się płynięcia  $\varphi_i$  [67]

**Table 6.** The angle of internal friction of stationary flow  $\varphi_{st}$  and the angle of initial flow  $\varphi_i$  [67].

Materiał sypki	Kąt tarcia wewnętrznego ustalonego płynięcia $\varphi_{st}$ [deg]	Kąt tarcia wewnętrznego rozpoczynającego się płynięcia $\varphi_i$ [deg]
Jęczmień	29-31	23-47
Kukurydza	30	28-40
Owies	26-27	21-39
Pszenica	25-28	20-39
Żyto	28-31	23-43

wewnętrzno ustalonego płynięcia (rys. 35 a, b; punkty E i F). Jeśli natomiast gęstość początkowa jest mniejsza od gęstości krytycznej, przy której nie zachodzi odkształcenie objętościowe, to w trakcie testu ścinania kąt tarcia wewnętrznego wzrasta monotonicznie do wartości kąta ustalonego płynięcia.

Rysunek 45 ilustruje zależność kąta tarcia wewnętrznego rozpoczynającego się płynięcia od gęstości próbek ziarna pszenicy. Kąt tarcia wyznaczano w teście trójosiowego ściskania w oparciu o maksymalną wartość stosunku naprężeń głównych  $\sigma_1/\sigma_3$ . Wzrost gęstości uzyskiwano poprzez zagęszczanie wibracyjne. Wyznaczony zakres zmian kąta tarcia wewnętrznego pokrywał się z zakresem kąta tarcia wewnętrznego ustalonego płynięcia podanym przez Hesse i Hoffmanna [67].



**Rys. 45.** Wpływ gęstości próbki ziarna pszenicy na kąt tarcia wewnętrznego wyznaczany metodą trójosiowego ściskania.

**Fig. 45.** The influence of bulk density of wheat grain on the angle of internal friction determined in the triaxial compression test.

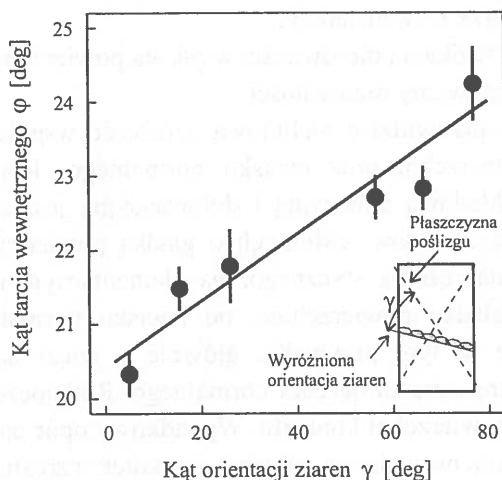
### 5.7.5. Anizotropia

Ziarna zbóż są wyraźnie niesferyczne. W przypadku pszenicy długość ziarna jest około dwukrotnie większa od szerokości. Jeżeli ziarna są zorientowane losowo i upakowane z jednakową gęstością, to ośrodek będzie jednorodny i izotropowy. Jeśli jednak osie niesferycznych ziaren są równoległe do pewnego wyróżnionego kierunku, to ośrodek wykazuje własności anizotropowe - posiada różną wytrzymałość na ścinanie w różnych kierunkach [103, 162, 192].

Systematyczne badania wpływu struktury przestrzennego ułożenia ziaren ośrodka na właściwości mechaniczne zapoczątkował Oda [165-168]. Strukturę wzajemnego, przestrzennego ułożenia ziaren opisał dwoma parametrami uporządkowania: kierunkiem wyróżnionej orientacji najdłuższych osi ziaren

względem wybranego układu odniesienia oraz intensywności równoległego ułożenia osi ziaren. Autor wprowadził też rozróżnienie dwóch typów anizotropii wywołanej przestrzennym uporządkowaniem ziaren: anizotropię spowodowaną wyróżnionym kierunkiem ułożenia niesferycznych ziaren oraz anizotropię spowodowaną wyróżnionym kierunkiem koncentracji kierunków normalnych w punktach styku ziaren. Gdy ośrodek składa się z niesferycznych ziaren mogą wystąpić obydwa typy anizotropii, natomiast gdy ośrodek składa się z ziaren sferycznych pojawić może się jedynie drugi typ anizotropii.

Łatwym do zaobserwowania przykładem powstawania anizotropii jest powolne staczanie się ziaren wzdłuż powierzchni stożka naturalnego usypu. Ziarna układają się wtedy na ogół najdłuższą osią wzdłuż tworzącej stożka [72]. Pomiary kąta tarcia wewnętrznego ziarna zbóż przeprowadzone metodą trójosiowego ściskania oraz bezpośredniego ścinania wykazały, że kąt tarcia wewnętrznego rośnie ze wzrostem kąta  $\gamma$  zawartego między kierunkiem wyróżnionej orientacji ziarna a kierunkiem poślizgu [73] - rys. 46. Gdy kierunek poślizgu jest równoległy do wyróżnionej orientacji najdłuższych osi ziaren, kąt tarcia jest najmniejszy, zaś gdy jest prostopadły – największy. W przypadku nasion rzepaku obserwowano z kolei anizotropię wywołaną wyróżnionym kierunkiem koncentracji kierunków normalnych w punktach styku ziaren [142].



**Rys. 46.** Wpływ wyróżnionej orientacji przestrzennej ziaren pszenicy na kąt tarcia wewnętrznego mierzony metodą trójosiowego ściskania.

**Fig. 46.** The influence of the spatial orientation of wheat grains on the angle of internal friction.

## 6. TARCIE O POWIERZCHNIE KONSTRUKCYJNE

### 6.1. Modele tarcia suchego

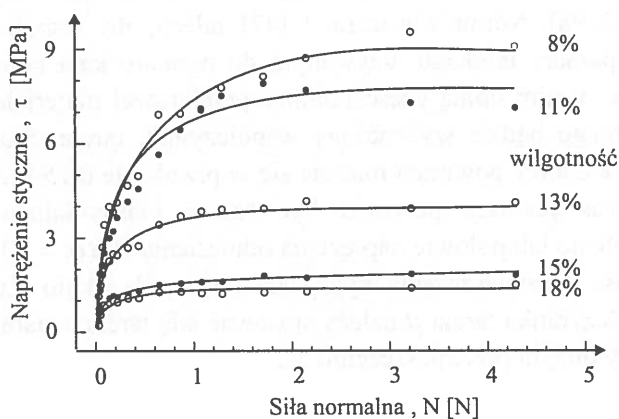
Spśród wielu modeli tarcia sformułowana przez Kragielskiego [112] molekularno-mechaniczna teoria okazała się bardzo przydatna do opisu tarcia w materiałach pochodzenia roślinnego [142, 213]. Teoria ta pozwala na poprawną interpretację oddziaływań, których nie dawało się wyjaśnić na gruncie prostszych modeli ze względu na dwoistą naturę tarcia [21]. Według teorii molekularno-mechanicznej na elementarnej powierzchni styku ciał występują opory ruchu wywołane powstawaniem więzi adhezyjnej oraz ścieraniem się mikronierówności powierzchni. Wypadkowy współczynnik tarcia  $\mu$  pojedynczej nierówności jest sumą dwóch składowych: więzi adhezyjnej  $\mu_a$  oraz deformacyjnej  $\mu_d$ :

$$\mu = \mu_a + \mu_d = \frac{\tau_o}{p_r} + k_x + k_l \alpha \sqrt{\frac{h}{r}} \quad (54)$$

gdzie:  $\tau_o$  – wytrzymałość więzi adhezyjnej na ścinanie,  
 $p_r$  – naprężenie normalne na powierzchni kontaktu,  
 $k_x$  – współczynnik przyrostu więzi adhezyjnej ze wzrostem nacisku,  
 $k_l$  – współczynnik zależny od rodzaju deformacji,  
 $\alpha$  – współczynnik strat histerezy,  
 $h$  – głębokość wnikania nierówności w płaską powierzchnię,  
 $r$  – promień krzywizny nierówności.

Model pozwala przewidzieć nieliniową zależność współczynnika tarcia od mikrotrwałości powierzchni oraz nacisku normalnego. Rozdzielenie wypadkowego tarcia na składową adhezyjną i deformacyjną jest szczególnie istotne w przypadku tarcia materiałów roślinnych o gładką powierzchnię. Rysunek 47 ilustruje zależność naprężenia stycznego, na elementarnym obszarze kontaktu ziarna pszenicy z gładką powierzchnią, od nacisku normalnego. Naprężenie styczne, pochodzące w tym przypadku głównie z więzi adhezyjnej, szybko stabilizuje się w miarę wzrostu nacisku normalnego. Równocześnie ze wzrostem nacisku rośnie pole powierzchni kontaktu. Wypadkowy opór tarcia wzrasta zatem ze wzrostem obciążenia normalnego, głównie na skutek wzrostu pola powierzchni kontaktu. Badania dotyczące pojedynczego obszaru kontaktu pozwoliły przewidzieć między innymi nieliniową zależność współczynnika tarcia od mikrotrwałości powierzchni oraz od nacisku normalnego.

Szczegółowe badania doświadczalno-teoretyczne Ślipka i in. [213] umożliwiły przypisanie poszczególnym składowym współczynnika tarcia jednoznacznej interpretacji fizycznej. Sformułowany model pozwala przewidzieć precyzyjnie wpływ wielu istotnych czynników na oddziaływania ciernie w materiałach pochodzenia roślinnego. Pierwszy składnik więzi adhezyjnej, uwzględniający „szepność” trących powierzchni zależy od rzeczywistej powierzchni kontaktu i jej mikrotwardości oraz nie zależy od nacisku normalnego. Drugi składnik więzi adhezyjnej uwzględnia przyciąganie stykających się powierzchni i zależy od prędkości poślizgu, czasu trwania kontaktu ciernego, mikrotwardości powierzchni materiału roślinnego i jest potęgową funkcją nacisku normalnego. Składowa deformacyjna współczynnika tarcia zależy od stałych materiałowych trących powierzchni oraz od zawartości wody w materiale roślinnym.



**Rys. 47.** Zależność naprężenia stycznego od nacisku normalnego na elementarnym obszarze kontaktu ziarna pszenicy z gładką powierzchnią.

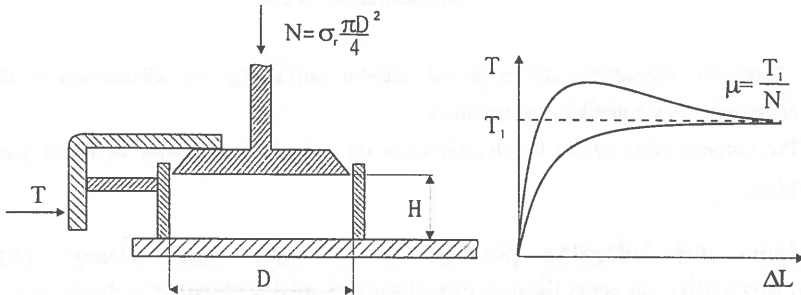
**Fig. 47.** The tangent stress versus the normal stress on a single contact area of wheat grain with a smooth plate.

Badania doświadczalne prowadzone w skali elementarnego kontaktu ciernego pozwoliły na weryfikację przydatności molekularno-mechanicznej teorii tarcia Kragielskiego. Badania Molendy i in. [142] uwzględniały m.in. pomiar pola powierzchni kontaktu ziarna z płaską powierzchnią, określenie wpływu wilgotności ziarna, jego struktury wewnętrznej, powierzchniowej warstwy kutyny, chropowatości powierzchni ziarna i powierzchni konstrukcyjnej na wartość

naprężenia stycznego i normalnego w obszarze kontaktu. W oparciu o przeprowadzone badania ustalono zakres stosowalności wzoru Hertza do opisu sprężystej deformacji ziarna w obszarze kontaktu z płaską powierzchnią oraz wyjaśniono wpływ wymienionych czynników na wartość współczynnika tarcia w obszarze elementarnego kontaktu.

## 6.2. Metody eksperymentalne

Pomiar współczynnika tarcia materiału sypkiego o powierzchni konstrukcyjne należy do stosunkowo prostych. Problem pojawia się jednak przy wyborze właściwej wartości współczynnika tarcia do obliczeń ze względu na bardzo duży zakres zmian jego wartości. Liczne dane eksperymentalne wskazują na dużą zmienność tego parametru. Przypuszcza się, że istotny udział w zmienności współczynnika tarcia może mieć zbyt duża ilość metod stosowanych do jego wyznaczania [22, 98]. Norma Eurocode 1 [47] zaleca, aby współczynnik tarcia wyznaczać w aparacie Jenikego, używanym do pomiaru kąta tarcia wewnętrznego, zastępując w nim dolną część komory pomiarowej materiałem konstrukcyjnym, dla którego będzie wyznaczany współczynnik tarcia. Stosunek wysokości próbki do średnicy powinien mieścić się w przedziale 0,15-0,2. Naprężenie normalne podczas pomiaru powinno być równe maksymalnemu naporowi poziomemu w silosie lub połowie naprężenia odniesienia ( $1/2\sigma_r = 50 \text{ kPa}$ ). Zaleca się, aby prędkość przemieszczenia była stała i wynosiła około 0,04 mm/s. Do obliczania współczynnika tarcia  $\mu$  należy stosować siłę tarcia o stabilnej wartości występującą przy dużym przemieszczeniu  $\Delta L$ .



Rys. 48. Schemat wyznaczania współczynnika tarcia o ścianę silosu wg procedury Eurocode 1 [47].

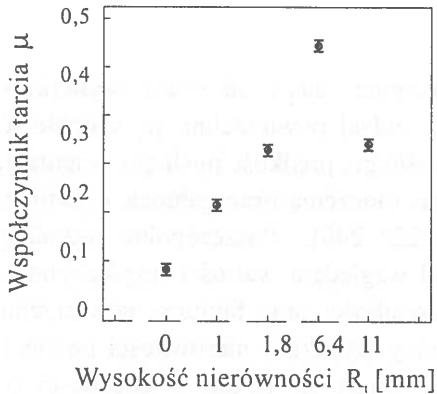
Fig. 48. Schematic diagram of determination of the wall friction coefficient according to the Eurocode 1 [47].

### 6.3. Czynniki wpływające na kąt tarcia

Tarcie ziarna o powierzchnie konstrukcyjne zależy od wielu czynników, wśród których za najważniejsze uważa się: rodzaj powierzchni, jej szorstkość, wilgotność ziarna, nacisk normalny, drogę poślizgu, prędkość poślizgu, orientację ziarna względem kierunku poślizgu, warunki otoczenia oraz gatunek i odmianę ziarna [14, 48, 69, 122, 123, 125, 139, 195, 222, 240]. Poszczególne odmiany i gatunki ziarna różnią się między sobą pod względem wartości współczynnika tarcia. Jedną z przyczyn jest różnica w szorstkości oraz fakturze powierzchni ziaren. Stwierdzono, że w przypadku pszenicy wysokość nierówności powierzchni ziarna zmienia się w zakresie od ok. 6  $\mu\text{m}$  do 10  $\mu\text{m}$  w zależności od odmiany, miejsca i warunków uprawy [142].

#### 6.3.1. Szorstkość powierzchni

Szorstkość powierzchni najsilniej z wymienionych czynników wpływa na współczynnik tarcia. Polska norma PN-89/B-03262 [180] zaleca stosować współczynnik tarcia ziarna o beton w zakresie od 0,35 do 0,5 oraz o stal w zakresie od 0,25 do 0,35 zależnie od gatunku ziarna. W rzeczywistości zakres zmian jest dużo szerszy, a głównym czynnikiem decydującym o wartości współczynnika tarcia jest szorstkość powierzchni trącej [26]. Współczynnik tarcia rośnie ze wzrostem wysokości nierówności. Najszybsze zmiany współczynnika tarcia występują, gdy wysokość nierówności powierzchni trącej zmienia się w zakresie porównywalnym z wysokością nierówności powierzchni ziarna, tj. kilka  $\mu\text{m}$ . Największy przyrost współczynnika tarcia (od ok. 0,05 do 0,55) występuje, gdy wysokość nierówności powierzchni trącej zmienia się w zakresie od ok. 0,5  $\mu\text{m}$  do 10  $\mu\text{m}$  (rys. 49). W zakresie wysokości nierówności poniżej 1  $\mu\text{m}$  decydujący wpływ na wartość współczynnika tarcia mają oddziaływania adhezyjne. Przy wysokości nierówności około 10  $\mu\text{m}$  współczynnik tarcia stabilizuje się. Wysokość nierówności powierzchni wpływa na względny udział składowej adhezyjnej i deformacyjnej w całkowitym oporze tarcia. W przypadku powierzchni gładkich decydujący jest udział składowej adhezyjnej, zaś gdy wysokość nierówności powierzchni trącej przewyższa wysokość nierówności powierzchni materiału granulowanego, o oporze tarcia decyduje składowa deformacyjna powstająca na skutek skrawania powierzchni materiału biologicznego przez twardsze od niego nierówności powierzchni poślizgu.



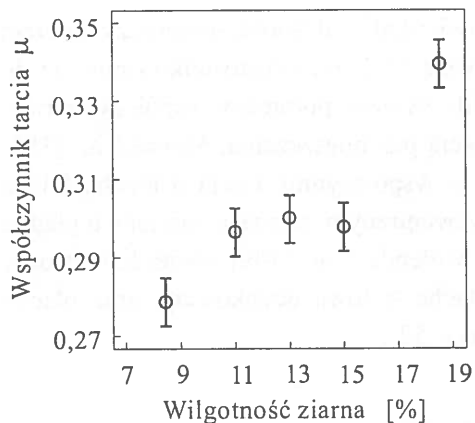
**Rys. 49.** Średnie wartości oraz 95% przedziały ufności współczynnika tarcia ziarna pszenicy dla pięciu wartości wysokości nierówności powierzchni stalowej.

**Fig. 49.** Mean values with 95% confidence interval of friction coefficient of wheat grain for five levels of height of roughness of steel surface.

### 6.3.2. Wilgotność

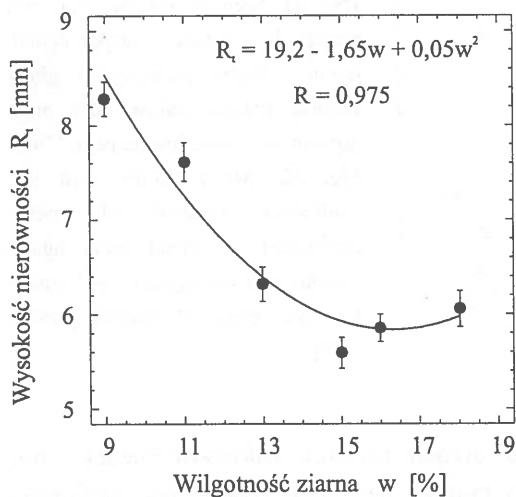
W przypadku materiałów pochodzenia roślinnego wilgotność jest wskazywana jako jedno z głównych źródeł zmienności współczynnika tarcia [24, 205, 208]. Współczynnik tarcia na ogół rośnie ze wzrostem wilgotności ziarna, zwłaszcza powyżej wilgotności 13%, chociaż dla niektórych materiałów występuje minimum przy wilgotności nie przekraczającej 15% (rys. 50). Badania Snydera i in. [205] przeprowadzone w komorze klimatyzacyjnej wykazały bardzo istotny wpływ równowagi pomiędzy wilgotnością ziarna i wilgotnością względną powietrza na wartość mierzonego współczynnika tarcia. Thompson i Ross [219] stwierdzili występowanie maksimum współczynnika tarcia ziarna pszenicy przy wilgotności 20%. Ze wzrostem wilgotności rośnie odkształcalność ziaren. Ziarna deformują się łatwiej wokół nierówności powierzchni. Ponadto wysokość nierówności powierzchni ziarna maleje ze wzrostem wilgotności (rys. 51). W wyniku złożenia tych oddziaływań rośnie siła niezbędna do zerwania powstałego wiązania. Przy wzroście wilgotności powyżej 20% pojawia się wolna woda między powierzchniami, która osłabia wytrzymałość powstałego wiązania i współczynnik tarcia zaczyna maleć.





**Rys. 50.** Średnie wartości oraz 95% przedziały ufności współczynnika tarcia ziarna pszenicy o blachę stalową dla pięciu poziomów wilgotności.

**Fig. 50.** Mean values with 95% confidence interval of friction coefficient of wheat grain against smooth steel surface for five levels of moisture content.



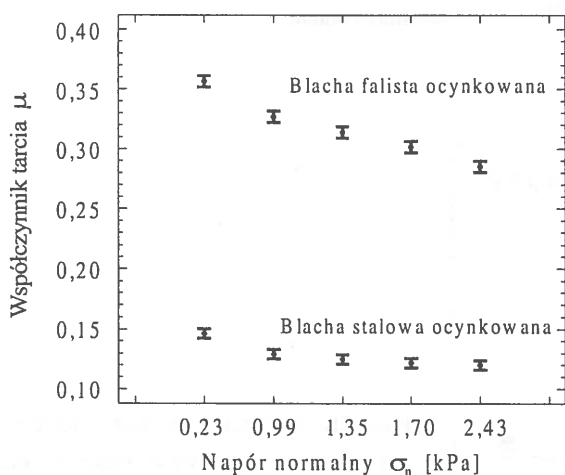
**Rys. 51.** Zależność wysokości nierówności powierzchni ziarna pszenicy od wilgotności.

**Fig. 51.** The height of roughness as influenced by the moisture content of wheat grain.

### 6.3.3. Nacisk normalny

Liczne badania eksperymentalne wykazały, że współczynnik tarcia maleje ze wzrostem nacisku normalnego. Spadek współczynnika tarcia ze wzrostem naporu tłumaczony jest mniejszym niż wprost proporcjonalny przyrostem naprężenia w punktach kontaktu nasion z powierzchnią trącą przy wzroście średniego nacisku normalnego [142, 219, 238]. Natomiast Bickert i Buelow [11], Snyder i in.

[205] oraz Moysey i Hiltz [154] nie stwierdzili zależności pomiędzy tarcieniem a naporem normalnym. Stwarza to oczywistą trudność w ustosunkowaniu się do tej rozbieżności. Moore i in. [152] określili związek pomiędzy współczynnikiem tarcia i naporem normalnym oraz prędkością przemieszczenia. Moore i in. [152] oraz Versavel i Britton [229] wykazali, że współczynnik tarcia o blachę falistą przyjmuje wartości pomiędzy tarcieniem wewnętrznym ziarna a tarcieniem o gładką blachę i zależy od naporu normalnego. Molenda i in. [149] stwierdzili istotny spadek współczynnika tarcia ziarna o blachę stalową ocynkowaną oraz blachę falistą ocynkowaną ze wzrostem naporu (rys. 52).

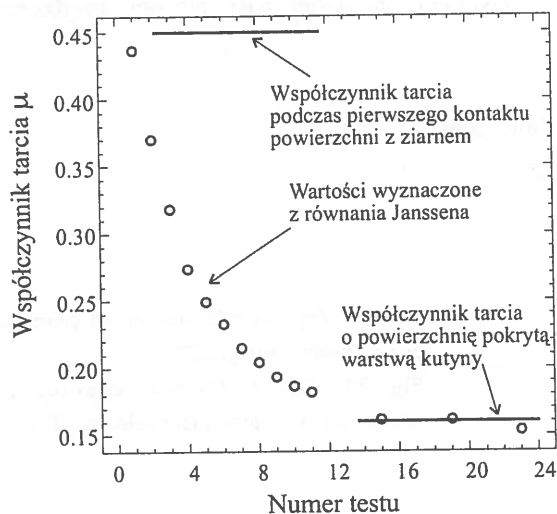


**Rys. 52.** Średnie wartości oraz 95% przedziały ufności współczynnika tarcia ziarna pszenicy o gładką i falistą blachę stalową dla pięciu poziomów naporu normalnego [149].  
**Fig. 52.** Mean values with 95% confidence interval of friction coefficient of wheat grain against smooth and corrugated steel surface for five levels of normal pressure [149].

W celu wyraźnego rozdzielenia dwóch różnych zakresów nacisku normalnego, w których, z praktycznego punktu widzenia, istotna jest znajomość współczynnika tarcia, Norma Eurocode 1 [47] zaleca rozróżniać współczynnik tarcia oraz kąt tarcia. Współczynnik tarcia, służący dla obliczania parcia w zbiorniku, należy wyznaczać przy maksymalnej wartości naporu normalnego na ścianę, jaka występuje w zbiorniku. Natomiast kąt tarcia, służący do określenia warunków grawitacyjnego przepływu, należy wyznaczać przy najniższym możliwym naporze normalnym.

### 6.3.4. Droga poślizgu

Wpływ drogi poślizgu na wartość współczynnika tarcia związany jest ze zmianą zachodzącą na powierzchni trącej. Thompson i in. [221] wykazali, że współczynnik tarcia małał o blisko 40% w przypadku wielokrotnego poślizgu ziarna wzdłuż tej samej powierzchni. Badania składu chemicznego warstwy osadzającej się na powierzchni poślizgu wykazały, że jest to głównie kutyna, woskowa substancja ochronna okrywy ziarniaka. W efekcie długotrwałego tarcia kutyna zmienia w sposób istotny stan powierzchni poślizgu. Kutyna wygładza nierówności powierzchni oraz zmienia jej stan chemiczny. Początkowo ma miejsce wygładzanie nierówności powierzchni, a następnie warstwa kutyny spełnia rolę czynnika smarującego. Badania tarcia ziarna pszenicy o ścianę modelowego zbiornika wykonanego z blachy stalowej wykazały, że osadzanie się kutyny prowadzi do redukcji współczynnika tarcia o około 66% [145] - rys. 53.



Rys. 53. Zmiana współczynnika tarcia spowodowana osadzaniem się kutyny na powierzchni tarcia.

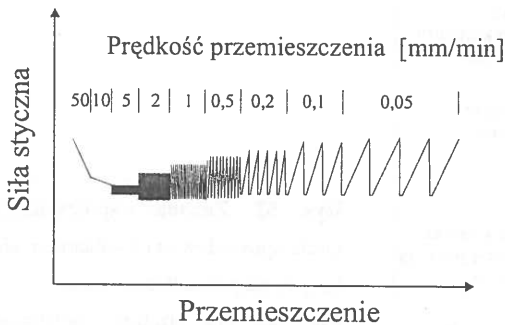
Fig. 53. The friction coefficient change as influenced by the cutin cover on friction surface.

### 6.3.5. Prędkość poślizgu, drgania cierne

Wpływ prędkości poślizgu należy do słabiej poznanych. Brubaker i Pos [24] stwierdzili, że współczynnik tarcia rośnie ze wzrostem prędkości w zakresie małych prędkości poślizgu. Do podobnych wniosków doszli Moore i in. [152] oraz Tsang-Mui-Chung i in. [227]. Kutzbach i Scherer [115] analizując przebieg procesu tarcia dla różnych materiałów konstrukcyjnych i biologicznych wskazują, że współczynnik tarcia osiąga maksimum przy prędkości około 1-2 m/s.

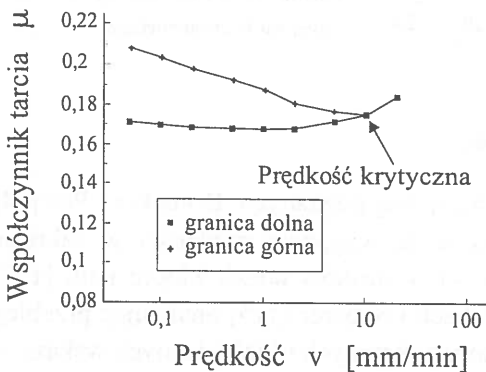
Innym istotnym czynnikiem związanym z tarciami jest powstawanie drgań ciernych np. podczas wypływu ziarna z silosu. Objawiają się one jako nagłe szarpnięcia podczas przemieszczania się ziarna po powierzchni. Zjawisko to na ogół zanika powyżej pewnej prędkości poślizgu, zwanej prędkością krytyczną. Drgania cierne często można obserwować w silosie również podczas napełniania. Brubaker i Pos [24] stwierdzili, że siła tarcia z reguły rośnie asymptotycznie do pewnej wartości, przy której pojawiają się drgania cierne.

Typową zależność amplitudy i częstości drgań ciernych od prędkości poślizgu uzyskaną przez Bucklina i in. [27], przedstawia rys. 54. Wymienieni autorzy stwierdzili, że drgania ustają przy prędkości rzędu 10 mm/min w przypadku tarcia ziarna pszenicy o blachę stalową ocynkowaną. Nie stwierdzili natomiast istotnego wpływu nacisku normalnego na prędkość krytyczną. Przedstawiona na rys. 55 zależność obwiedni wartości współczynnika tarcia od prędkości poślizgu wskazuje, że wraz ze wzrostem prędkości poślizgu drgania cierne nagle ustają przy pewnej, właściwej dla danej pary cierniej, prędkości poślizgu.



Rys. 54. Typowa zależność drgań ciernych od prędkości poślizgu [27].

Fig. 54. Typical slip-stick behaviour as influenced by displacement velocity [27].



Rys. 55. Typowa zależność drgań ciernych ziarna pszenicy o blachę stalową ocynkowaną od prędkości [27].

Fig. 55. Typical influence of velocity on slip-stick behaviour of wheat grain against galvanized steel [27].

W literaturze brak jest przekonującego wyjaśnienia wpływu prędkości poślizgu na proces tarcia materiałów roślinnych. Podjęta przez Ślipka i in. [213] próba sformułowania opisu procesu tarcia uwzględniającego wpływ prędkości, należy do nielicznych. Autorzy rozpatrzyli dwa przypadki tarcia: poniżej prędkości krytycznej – tzw. tarcie normalne oraz powyżej – gdy konieczne jest uwzględnienie oddziaływań dynamicznych prowadzących do zmniejszenia liczby wierzchołków mikronierówności uczestniczących w zderzeniach ciernych i w efekcie do zmniejszenia współczynnika tarcia. Ibrahim [87] wskazuje prędkość poślizgu, czas, wilgotność, kształt kontaktujących się powierzchni, ich teksturę, obecność warstwy powierzchniowych oraz nacisk normalny jako najistotniejsze czynniki decydujące o przebiegu i charakterze drgań ciernych.

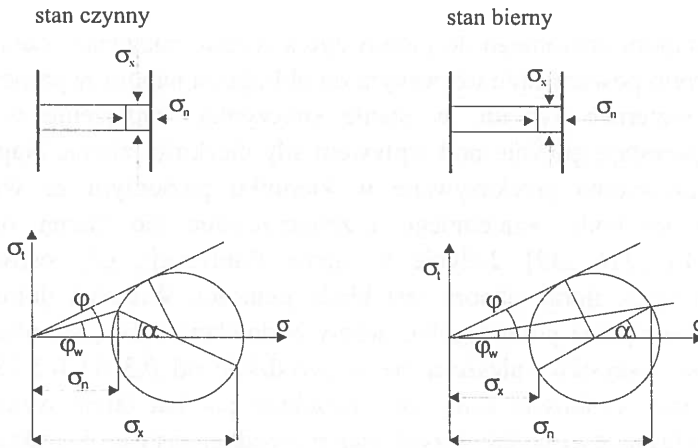
## 7. ILORAZ NAPORU

Iloraz naporu poziomego do pionowego  $k$  (często nazywany stałą Janssena) jest parametrem powszechnie używanym do obliczania naporu w pionowej części silosu. W materiale sypkim, w stanie spoczynku, naprężenie w kierunku pionowym powstaje głównie pod wpływem siły ciężkości ziarna. Naprężenie to jest tylko częściowo przekazywane w kierunku poziomym ze względu na ograniczoną swobodę wzajemnego przemieszczania się ziaren oraz tarcie [12, 32, 37, 143, 216, 239]. Jedynie w stanie fluidyzacji, gdy ośrodek sypki przypomina ciecz, iloraz naporu jest bliski jedności. Wartości ilorazu naporu rekomendowane przez poszczególne normy budowlane różnią się nieco między sobą, chociaż wszystkie mieszczą się w przedziale od 0,3 do 0,5 [88]. Iloraz naporu nie jest wielkością stałą lecz, podobnie jak kąt tarcia wewnętrznego, zależną od właściwości pojedynczych ziaren ośrodka, gęstości i struktury upakowania, naporu, historii obciążenia oraz wilgotności.

### 7.1. Rozważania modelowe

Iloraz naporu jest bardzo często wyliczany ze wzorów wynikających z przyjęcia stosownych założeń o uplastycznieniu ośrodka na podstawie wartości kąta tarcia wewnętrznego ośrodka, kąta tarcia o ścianę zbiornika oraz geometrii rozważanej warstwy ośrodka. Przyjęcie warunku plastyczności do określenia stanu naprężenia w ośrodku oraz uwzględnienie współczynnika tarcia o ścianę zbiornika pozwala w sposób jednoznaczny określić wartość ilorazu naporu [38]. Dokładną analizę zależności ilorazu naporu od kąta tarcia wewnętrznego  $\varphi$  oraz współczynnika tarcia o ścianę zbiornika  $\mu$  dla różnych, możliwych do spełnienia, warunków brzegowych w elementarnej warstwie ośrodka w ujęciu Janssena

przedstawili: Drescher [44], Lohnes [132] oraz Moyssey [153]. Rozważając czynny i bierny stan naprężenia - oraz zakładając, że materiał może znajdować się w granicznym stanie naprężenia w różnych obszarach elementarnej warstwy ośrodka (na środku, przy ścianie, lub w obu tych obszarach równocześnie) - otrzymuje się różne wyrażenia na wartość ilorazu naporu  $k$ . Mimo to brak jest wciąż jednoznacznej opinii, jak należy liczyć iloraz naporu. Kwade i in. [118] wykazali, że wyliczanie ilorazu naporu na podstawie kąta tarcia wewnętrznego wyznaczanego w aparacie ścinania daje zaniżone wartości ilorazu, zwłaszcza w przypadku dużych wartości kąta tarcia wewnętrznego. Jako przyczynę tej rozbieżności wskazują brak pełnej mobilizacji tarcia wewnętrznego podczas jednoosiowego ściskania materiału - odpowiednika stanu obciążenia materiału w pionowej części silosu.



**Rys. 56.** Koła Mohra reprezentujące uplastycznienie materiału przy ścianie zbiornika w czynnym i biernym stanie naprężenia [44].

**Fig. 56.** Mohr's circles for yielding at the wall in active and passive stress state [44].

Rysunek 56 przedstawia koła Mohra reprezentujące stan naprężenia w przypadku uplastycznienia materiału przy ścianie w czynnym i biernym stanie naprężenia. Z zależności trygonometrycznych pomiędzy składowymi naprężeniami otrzymujemy iloraz naporu  $k$  jako funkcję kąta tarcia wewnętrznego  $\varphi$  oraz kąta tarcia materiału o ścianę  $\varphi_w$  [44]:

dla stanu czynnego:

$$k = \frac{1 - \sin \varphi \cos \alpha}{1 + \sin \varphi \cos \alpha}, \quad (55)$$

oraz dla stanu biernego:

$$k = \frac{1 + \sin \varphi \cos \alpha}{1 - \sin \varphi \cos \alpha}, \quad (56)$$

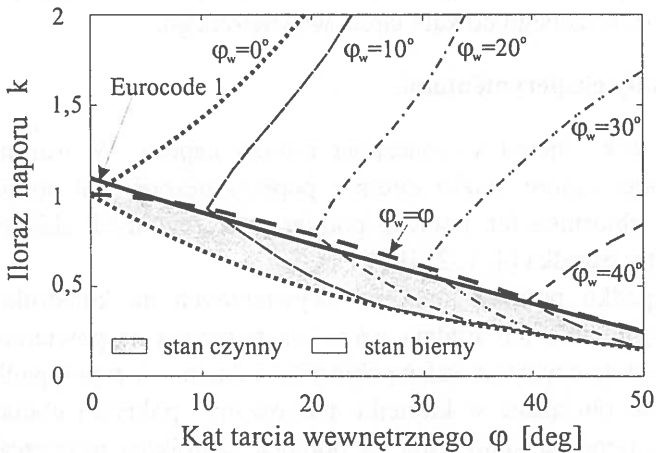
gdzie:

dla stanu czynnego

$$\alpha = \arcsin \frac{\sin \varphi_w}{\sin \varphi} - \varphi_w, \quad (57)$$

dla stanu biernego

$$\alpha = \arcsin \frac{\sin \varphi_w}{\sin \varphi} + \varphi_w. \quad (58)$$



Rys. 57. Iloraz naporu w funkcji kąta tarcia wewnętrznego i kąta tarcia o ścianę dla przypadku uplastycznienia przy ścianie w czynnym i biernym stanie naprężenia; — iloraz naporu wg normy Eurocode 1 [82].

Fig. 57. Pressure ratio as the function of the angle of internal friction and the angle of wall friction for yielding at the wall; — pressure ratio according to the Eurocode 1 standard [82].

Rysunek 57 ilustruje zakres dopuszczalnych wartości ilorazu wyznaczanego na podstawie przyjęcia hipotezy o uplastycznieniu warstwy materiału sypkiego przy ścianie w czynnym i biernym stanie naprężenia. Operacjom napełniania

i składowania materiału w silosie odpowiadają wartości właściwe dla czynnego stanu naprężenia. W przypadku gdy kąt tarcia o ścianę jest równy kątowi tarcia wewnętrznego ( $\varphi_w = \varphi$ ), znika różnica pomiędzy czynnym i biernym stanem naprężenia. W większości praktycznych przypadków iloraz naporu zawiera się jednak w dużo węższym przedziale wartości.

Normy budowlane wychodząc naprzeciw zapotrzebowaniu praktyki na wartości ilorazu naporu odpowiadające typowym zagadnieniom zalecają wyliczanie ilorazu naporu z uproszczonej zależności empirycznej [88]:

$$k_s = 1,1(1 - \sin\varphi). \quad (59)$$

Rysunek 57 przedstawia porównanie wartości przewidywanej przez zależność (59) z wynikami rozważań teoretycznych. Dla zakresu wartości kąta tarcia wewnętrznego występującego powszechnie w praktyce zalecane przez normy wartości ilorazu naporu znajdują się w górnej części obszaru odpowiadającego przypadkowi uplastycznienia przy ścianie w czynnym stanie naprężenia, dla kąta tarcia o ścianę zbliżonego do kąta tarcia wewnętrznego.

## 7.2. Metody eksperymentalne

Istnieje kilka metod wyznaczania ilorazu naporu. W warunkach laboratoryjnych iloraz naporu można mierzyć poprzez bezpośredni pomiar naporu na ściany i dno zbiornika lub poprzez pomiar poszczególnych składowych naprężenia wewnątrz ośrodka [4, 132, 193].

W przypadku pomiaru naporów wywieranych na konstrukcję zbiornika mamy do czynienia z ich średnią wartością mierzoną na powierzchni kontaktu złoża z elementem czynnym: ścianą zbiornika i dnem - a w przypadku, gdy złoże jest dodatkowo obciążane w kierunku pionowym - pokrywą obciążającą złoże. W przypadku pomiaru naprężenia za pomocą czujników umieszczonych wewnątrz ośrodka istotne jest dobranie odpowiedniej wielkości powierzchni czynnej przetwornika naporu do wielkości ziarna, tak by wystarczająco duża ilość ziaren była z nim w kontakcie. Zaletą pomiaru składowych stanu naprężenia wewnątrz ośrodka sypkiego jest możliwość monitorowania jego zmian w poszczególnych obszarach.

Atewologun i Riskowski [4] przeprowadzili pomiary naporu na ścianę i dno modelowego zbiornika i ilorazu naprężeń przy pomocy głowicy umieszczonej w materiale sypkim w zbiorniku o średnicy 0,91 m i wysokości 2,743 m. Głowicę umożliwiającą pomiar naprężenia normalnego w trzech kierunkach (leżących



w jednej płaszczyźnie i zorientowanych co  $45^\circ$ ) umieszczano w różnej odległości od osi zbiornika. Badania wykazały nieliniowość rozkładów naprężeń. Maksymalne wartości naprężeń występowały w odległości 0,3 m od osi zbiornika.

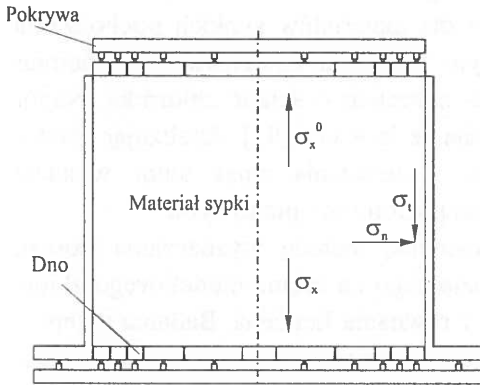
Lohnes [132] mierzył ilorazu naporu dla materiałów sypkich pochodzenia roślinnego i mineralnego w cylindrycznym zbiorniku umożliwiającym pomiar naporu poziomego i współczynnika tarcia materiału o ścianę zbiornika. Napór pionowy wyznaczany był w oparciu o równanie Janssena [93]. Analizując zachowanie się materiału podczas obciążania i odciążania złoża autor wykazał nieliniową zależność pomiędzy naprężeniem poziomym i pionowym.

Kwade i inni [118] zastosowali pośrednią metodę wyznaczania ilorazu naporu polegającą na pomiarze naporu poziomego na ścianę modelowego zbiornika oraz wyznaczeniu naporu pionowego z równania Janssena. Badania przeprowadzono w komorze pomiarowej o średnicy wewnętrznej 15 cm i wysokości 6 cm, obciążając próbkę za pomocą sztywnej pokrywy. Eksperyment wykazał istotny wpływ kształtu ziarna oraz stopnia rozdrobnienia na równomierność rozkładu naprężeń. Autorzy podkreślają, że sztywność konstrukcji zbiornika istotnie wpływa na pomiar ilorazu naporu [119].

Law i inni [124] określali iloraz naporu przy pomocy głowicy pomiarowej umożliwiającej pomiar naprężenia pionowego i dwóch naprężeń poziomych. Badania przeprowadzono w modelowym zbiorniku walcowym o wysokości 0,875 m i średnicy wewnętrznej 0,3 m. Dno zbiornika zamocowane było w sposób niezależny od ściany. Sztywna pokrywa górna umożliwiała przyłożenie zewnętrznej siły dociążającej. Sześcienne kostka pomiarowa o długości boku 5 cm została umieszczona na wysokości 55 cm w masie materiału sypkiego. Autorzy badali własności sprężysto-plastyczne pszenicy i jęczmienia podczas cyklicznych obciążeń. Stwierdzono, że iloczyn ilorazu naporu i współczynnika tarcia malał w kolejnych cyklach obciążenie-odciążenie.

Horabik i Molenda [79] wyznacжали iloraz naporu poziomego do pionowego bazując na równaniu Janssena. Metoda oparta była na pomiarze uśrednionych wartości naporu pionowego, poziomego i współczynnika tarcia o ścianę cylindrycznego zbiornika o średnicy i wysokości równej 0,61 m (rys. 58). W celu zwiększenia naprężenia w materiale swobodną powierzchnię ziarna obciążano pokrywą dociskaną za pomocą mechanizmu śrubowego. Układ pomiarowy umożliwiał wyznaczenie naporu pionowego na dno  $\sigma_x$  i pokrywę złoża materiału  $\sigma_x^o$  oraz średniego naporu stycznego  $\sigma_t$  i normalnego na ścianę  $\sigma_n$ . Równoczesny pomiar naporu stycznego  $\sigma_t$  i normalnego  $\sigma_n$  na ścianę zbiornika pozwalał

wyznaczyć rzeczywistą wartość współczynnika tarcia materiału sypkiego o ścianę odpowiadającą faktycznemu stanowi mobilizacji sił tarcia.



**Rys. 58.** Układ eksperymentalny do wyznaczenia ilorazu naporu [79].

**Fig. 58.** Experimental set for determination of pressure ratio [79].

Wyznaczony w ten sposób współczynnik tarcia jest na ogół mniejszy od współczynnika tarcia kinetycznego materiału sypkiego o powierzchnię ściany  $\mu$ :

$$\mu^* = \frac{\sigma_t}{\sigma_n} < \mu, \quad (60)$$

a jedynie w przypadku pełnej mobilizacji sił tarcia, np.: podczas uporządkowanego ruchu materiału sypkiego względem ściany, jest mu równy:

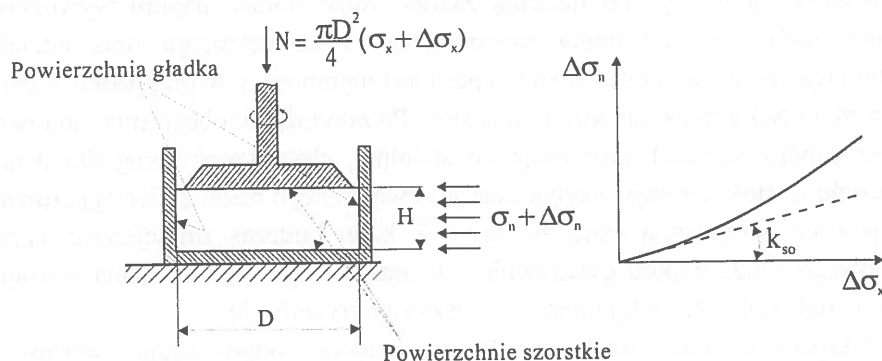
$$\mu^* = \mu. \quad (61)$$

Iloraz naporu wyznaczono rozwiązując numerycznie równanie Janssena [93] względem ilorazu naporu dla eksperymentalnych wartości naporu pionowego na dno  $\sigma_x$ , pokrywę górną  $\sigma_x^0$  oraz rzeczywistej wartości współczynnika tarcia  $\mu^*$ .

Norma Eurocode 1 [47] zaleca, aby iloraz naporu dla fazy napełniania i składowania wyznaczać w warunkach edomerycznego ściskania mierząc równocześnie napór pionowy oraz poziomy na ścianę komory. Podobnie jak w przypadku wyznaczania wcześniej omawianych parametrów mechanicznych, średnica komory powinna być co najmniej 40 razy większa od maksymalnego wymiaru ziarna ośrodka, a wysokość  $H$  powinna zawierać się w przedziale  $0,3-0,4 D$ . Iloraz naporu należy wyznaczać, na podstawie nachylenia stycznej do zależności  $k_{so} = \Delta\sigma_n / \Delta\sigma_x$  przy wartości naporu odniesienia  $\sigma_r = 100$  kPa po dodatkowej

konsolidacji materiału sypkiego poprzez wykonanie standardowych obrotów płytą obciążającą materiał (rys. 59), z zależności:

$$k_s = 1,1 k_{so}. \quad (62)$$



Rys. 59. Metoda wyznaczania ilorazu naporu według Eurocode 1 [47].

Fig. 59. Method of determining the pressure ratio according to the Eurocode 1 standard [47].

### 7.3. Czynniki wpływające na iloraz naporu

Badania eksperymentalne wskazują na dużą zmienność ilorazu naporu. W przypadku ziarna pszenicy różni badacze podają wartości w zakresie od 0,3 do 0,67 [82, 124]. Mają na to wpływ zarówno właściwości materiału sypkiego, jak i metoda oraz warunki pomiaru. Właściwości powierzchniowe ziaren, ich kształt, moduł sprężystości, a także struktura upakowania złoża wpływają na wartość ilorazu naporu. Iloraz naporu zależy ponadto od stanu mobilizacji sił tarcia wewnętrznego i zewnętrznego.

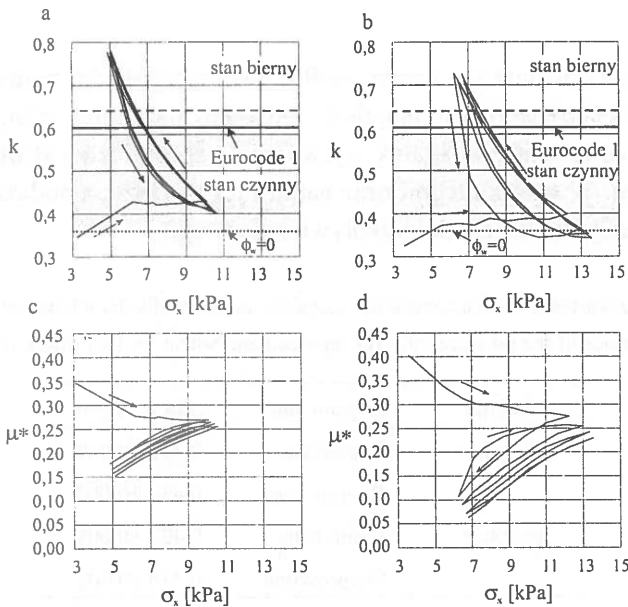
#### 7.3.1. Stan mobilizacji sił tarcia

W przypadku monotonicznego obciążania złoża materiału sypkiego w warunkach edometrycznego ściskania iloraz naporu na ogół wzrasta monotonicznie do pewnej wartości charakterystycznej dla danego materiału sypkiego. Dla takiej drogi obciążania można przyjąć, że tarcie o ścianę jest w pełni zmobilizowane. Nie można tego natomiast powiedzieć z całkowitą pewnością o tarcu wewnętrznym. Zatem wartości ilorazu naporu wyznaczone dla przypadku czynnego

stanu naprężenia (rys. 57) na podstawie równania (55) należy traktować jako dolną granicę możliwych wartości.

Przykładowe pętle histerezy ilorazu naporu oraz współczynnika tarcia podczas wzrostu i zmniejszania obciążenia warstwy nasion rzepaku oraz pszenicy wyznaczone przez Horabika i Rusinka [82] w zbiorniku o średnicy 0,61 m i przedstawione na rys. 60 ilustrują zakres zmian ilorazu naporu wywołanych stanem mobilizacji sił tarcia wewnętrznego i zewnętrznego oraz udziałem deformacji sprężystej złoża. Iloraz naporu był najmniejszy w przypadku warstwy obciążonej tylko ciężarem własnym nasion. Po przyłożeniu obciążenia pionowego iloraz naporu wzrastał zmierzając do stabilnej, charakterystycznej dla danego materiału wartości, a współczynnik tarcia zewnętrznego malał zmierzając również do pewnej charakterystycznej wartości. Z kolei podczas zmniejszania naporu pionowego iloraz naporu gwałtownie wzrastał, a współczynnik tarcia zewnętrznego malał. Kolejne, następne pętle histerezy pokrywały się.

Eksperymentalne wartości ilorazu naporu odpowiadają wartościom teoretycznym (rys. 57) dla kąta tarcia wewnętrznego  $\varphi=28^\circ$ , przyjętego według zaleceń norm dla pszenicy i rzepaku [180]. Iloraz naporu w pierwszym cyklu obciążania jest zbliżony do wartości teoretycznej wyznaczonej dla przypadku uplastycznienia w środku warstwy w czynnym stanie naprężenia (linia kropkowa,  $\varphi_w=0^\circ$ ). Większa część pętli histerezy ilorazu naporu leży w obszarze wartości teoretycznych obliczonych dla przypadku uplastycznienia przy ścianie zbiornika w czynnym stanie naprężenia. Podczas odciążania pętla histerezy przekracza wartość ilorazu naporu obliczaną według zaleceń normy Eurocode 1 (linia ciągła), a pod koniec odciążania przechodzi w obszar wartości odpowiadających biernemu stanowi naprężenia (rys. 60, obszar powyżej linii przerywanej). Wyznaczone ekperymentalnie pętle histerezy ilorazu naporu powstają w wyniku złożenia oddziaływań plastycznych i sprężystych. Pomimo znacznych uproszczeń przyjętego modelu mieszczą się one w zakresie wartości wyliczonych przy uwzględnieniu tylko oddziaływań plastycznych.



**Rys. 60.** Iloraz naporu oraz współczynnik tarcia w kolejnych fazach obciążania i odciążania dla napełniania rozproszonego: (a), (c) - rzepak; (b), (d) - pszenica [82].

**Fig. 60.** The stress ratio and the coefficient of wall friction in the loading-unloading cycles for the sprinkle filling: (a), (c) – rape seed; (b), (d) – wheat [82].

### 7.3.2. Struktura upakowania

Struktura upakowania ziaren ośrodka ma istotny wpływ na iloraz naporu [119]. W wyniku napełniania rozproszonego powstaje wyższa gęstość materiału w porównaniu z napełnianiem centrycznym. Powoduje to wzrost kąta tarcia wewnętrznego a tym samym spadek ilorazu naporu (tab. 7). Struktury upakowania powstające podczas napełniania rozproszonego i centrycznego, oprócz gęstości upakowania, różni również koncentracja kierunków punktów styku ziaren [147]. W przypadku napełniania rozproszonego powstaje większa ilość łańcuchów przenoszenia sił kontaktowych skierowanych wzdłuż kierunku pionowego. Zagęszczanie takiego złoża w warunkach edometrycznego ściskania utrwala wytworzoną strukturę punktów styku ziaren, co wpływa na wartość ilorazu naporu. Zwarta struktura materiału uzyskana podczas napełniania strumieniem rozproszonym sprawia, że iloraz naporu jest niższy, a podczas opróżniania często powstaje przepływ rdzeniowy. Napełnianie centryczne zwartym strumieniem wytwarza strukturę upakowania luźniejszą niż napełnianie rozproszone, a ponadto wprowadza pewną uprzywilejowaną orientację punktów styku ziaren w wyniku

powolnego ześlizgiwania się ziaren wzdłuż tworzącej stożka naturalnego usypu. Kąt tarcia wewnętrznego jest mniejszy nie tylko na skutek mniejszej gęstości upakowania, ale również na skutek wytworzenia specyficznej struktury punktów kontaktu ziaren. W wyniku tego iloraz naporu jest wyższy, a podczas opróżniania materiał wykazuje tendencję do przepływu masowego.

**Tabela 7.** Średnie wartości ilorazu naporu dla rzepaku i pszenicy dla dwóch metod napełniania

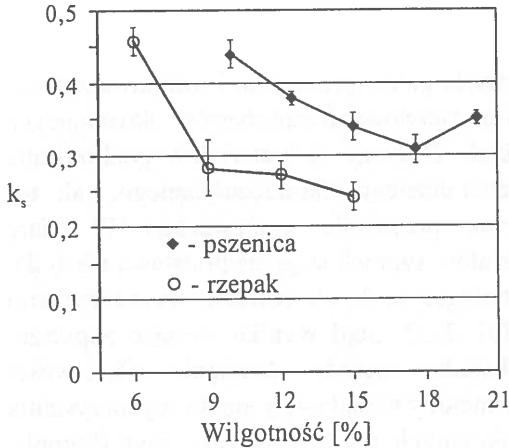
**Table 7.** Mean values of the pressure ratio for rapeseed and wheat for two filling methods

Materiał	Napełnianie	Iloraz naporu
Rzepak	Centryczne	0,450 ±0,009
	Rozproszone	0,433 ±0,003
Pszenica	Centryczne	0,427 ±0,008
	Rozproszone	0,376 ±0,003

### 7.3.3. Wilgotność

Wpływ wilgotności na iloraz naporu najłatwiej jest prześledzić analizując równocześnie wzrost kąta tarcia wewnętrznego oraz odkształcalności ziaren ze wzrostem wilgotności. Wzrost kąta tarcia wewnętrznego powoduje spadek ilorazu naporu. Wzrost odkształcalności ziaren najprawdopodobniej zmniejsza mobilizację sił tarcia wewnętrznego niwelując do pewnego stopnia wpływ wzrostu kąta tarcia. Przykład wpływu wilgotności na iloraz naporu, wyznaczany zgodnie z procedurą Eurocode 1, przedstawia rys. 61.

Zupełnie inaczej zmienia się iloraz naporu ze wzrostem wilgotności, jeśli wyznaczany jest w warunkach pochłaniania wilgotności, np. w trakcie edometrycznego ściskania. Blight [15] stwierdził, że w takich warunkach iloraz naporu osiąga wartość 2. Chociaż procedura pomiarowa nie była ściśle zgodna z zaleceniami normy, to jednak uzyskany wynik dobrze obrazuje zakres wartości ilorazu możliwy do uzyskania w skrajnym przypadku.



**Rys. 61.** Wpływ wilgotności na iloraz naporu.

**Fig. 61.** The stress ratio as influenced by moisture content

#### 7.3.4. Kształt i właściwości powierzchniowe ziaren ośrodka

Wpływ właściwości powierzchniowych i kształtu ziaren na iloraz naporu należy do stosunkowo słabo rozpoznanych. Niewiele pozycji literatury można znaleźć na ten temat [119]. Wpływ właściwości powierzchniowych ziarna na iloraz naporu w sposób pośredni można wywnioskować rozważając ich wpływ na kąt tarcia wewnętrznego. Im bardziej szorstka jest powierzchnia ziarna, tym większy jest kąt tarcia wewnętrznego oraz mniejszy iloraz naporu. Dobrym przykładem jest zalecana przez polską normę PN-89/B-03262 [180] wartość ilorazu naporu dla kłębzków buraka oraz nasion słonecznika wynosząca 0,5. W praktyce trudno jest jednak rozdzielić wpływ kształtu i właściwości powierzchniowych. Łatwo natomiast można zaobserwować ogólną prawidłowość obejmującą wpływ obu tych czynników: im gładsza jest powierzchnia ziarna a kształt bardziej zbliżony do kuli, bądź do soczewki - tym większy jest iloraz naporu (groch – 0,53, wyka – 0,58, soczewica – 0,74). Natomiast ośrodek złożony z ziaren o jednym wymiarze dużo większym od pozostałych charakteryzuje się na ogół ilorazem naporu mniejszym niż materiał złożony z ziaren kulistych (owies, żyto – 0,53 [180]). Przyczyną jest specyficzny układ punktów kontaktu ziaren ośrodka powstający podczas napełniania - z reguły swobodnego spadku w polu grawitacyjnym. Natomiast nasiona o kształcie kulistym, bądź o jednym wymiarze dużo mniejszym od dwóch pozostałych, wytwarzają strukturę złoża przenoszącą obciążenie pionowe w kierunku poziomym znacznie łatwiej niż nasiona wydłużone.

## 8. PODSUMOWANIE

W ostatnich latach coraz częściej wiele gałęzi przemysłu i rolnictwa zgłasza zapotrzebowanie na dokładne wartości podstawowych parametrów określających właściwości fizyczne materiałów sypkich. Dotyczy to materiałów pochodzenia mineralnego, produktów przemysłu chemicznego, farmaceutycznego, jak też surowców i produktów rolniczych oraz przemysłu spożywczego. W miarę rozwoju technologii, właściwości materiałów sypkich stają się podstawą nie tylko prawidłowego przebiegu operacji technologicznych, ale również wyznacznikami jakości przetwarzanych materiałów [201, 233]. Stąd wynika rosnące zapotrzebowanie na szybkie i proste w obsłudze metody określania właściwości fizycznych. Istotnym jest przy tym, aby metody te nadawały się do wykorzystania w bezpośrednim otoczeniu linii produkcyjnych i nie wymagały zbyt skomplikowanej obsługi. Rozwijane w tym kierunku metody badawcze nadal napotykają znaczne trudności, głównie ze względu na bardzo złożony mechanizm oddziaływań zachodzących w materiałach sypkich. Zalecane przez normę Eurocode 1 uproszczone procedury wyznaczania podstawowych parametrów mechanicznych bazują głównie na dwóch testach: edometrycznego ściskania walcowej próbki materiału oraz bezpośredniego ścinania w aparacie Jenikego. Metody te pomimo licznych uproszczeń są nadal bardzo pracochłonne, a ponadto wymagają dużego doświadczenia osoby prowadzącej pomiar. Dlatego też tworzone są uproszczone metody automatycznego wyznaczania różnorodnych wskaźników stanu materiału sypkiego. Wskaźniki te choć wymagają kalibracji, za pomocą klasycznych metod eksperymentalnych i często nie mają ściśle określonego sensu fizycznego, to jednak dobrze wypełniają lukę pomiędzy zapotrzebowaniem praktyki na szybki, porównawczy pomiar a możliwościami uznanych, precyzyjnych metod pomiarowych [10, 52, 96, 170-172, 175].

W ostatnich dwudziestu latach daje się zauważyć wzmożony rozwój w zakresie badań teoretycznych zjawisk zachodzących w materiałach sypkich. Szczególnie intensywny rozwój można zaobserwować w zakresie symulacji komputerowych odwzorowujących elementarne oddziaływania pomiędzy ziarnami ośrodka [33, 108, 109]. Znamienne jest stopniowe rozszerzanie zakresu uwzględnianych oddziaływań: począwszy od analizy przemieszczeń poszczególnych ziaren, poprzez uwzględnianie obrotów ziaren, aż do zastąpienia punktów kontaktu ziaren obszarami kontaktu, na których powstają opory tarcia posuwistego oraz obrotowego [90, 107, 191, 214]. Możliwość zastosowania omawianych metod symulacyjnych do rozwiązywania praktycznych zagadnień uzależniona jest nie tylko od mocy obliczeniowych komputerów, ale także od



wyposażenia ich w dokładne wartości parametrów opisujących elementarne oddziaływanie. Część z tych parametrów jest dość dobrze rozpoznana, część zaś wymaga dalszych szczegółowych badań. W przypadku takich roślinnych materiałów, jak ziarno zbóż dość dobrze rozpoznano oddziaływanie cierne zachodzące na elementarnym obszarze kontaktu. Wyznaczenie zależności pola powierzchni elementarnego kontaktu oraz wysokości nierówności tej powierzchni od wilgotności ziarna to przykłady parametryzacji elementarnych oddziaływań, którą wykorzystać można bezpośrednio w symulacjach komputerowych. Być może właśnie to zapotrzebowanie na dokładne wartości parametrów opisujących oddziaływanie pomiędzy ziarnami przyczyni się do dalszego rozwoju eksperymentalnych metod badania właściwości fizycznych materiałów sypkich. Nadal odczuwany jest bowiem brak szybkich metod pomiaru struktury wewnętrznej próbki i jej zmian w trakcie deformacji.

Liczne przykłady wskazują, że właściwości materiału sypkiego zależą silnie od struktury upakowania. Zasadne staje się więc pytanie o dobór właściwych miar tej struktury. Uznając, że porowatość ośrodka jest podstawową, lecz nie jedyną miarą struktury ośrodka, wciąż aktualne pozostaje pytanie o najodpowiedniejszą drugą miarę lokalnej struktury. Trafną wydaje się propozycja Cowina [37] aby, w przypadku zaawansowanego przepływu, miarą tą był gradient porowatości, zaś w przypadku statyki bądź ograniczonego ruchu - rozkład koncentracji kierunków normalnych do płaszczyzn kontaktu ziaren, a w przypadku niesferycznych granul - również koncentracja wyróżnionej orientacji ziaren. Jeżeli ziarna są zorientowane losowo i upakowane z jednakową gęstością, to można powiedzieć, że ośrodek jest jednorodny i izotropowy. Jeśli jednak osie niesferycznych ziaren są równoległe do pewnego wyróżnionego kierunku, to ośrodek staje się anizotropowy - posiada różną wytrzymałość na ścinanie w różnych kierunkach. W silosach zbożowych anizotropia właściwości mechanicznych złoża może powstać podczas napełniania zbiornika na skutek staczanie się ziaren wzdłuż powierzchni stożka naturalnego usypu. Gdy stożek usypu jest niecentryczny w stosunku do osi zbiornika powstaje asymetria rozkładu naporu wywołana między innymi anizotropią właściwości mechanicznych, co czasami prowadzi może do niebezpiecznych przeciążeń konstrukcji zbiornika [163].

Roślinne materiały sypkie stanowią spójną grupę materiałów wyróżniającą się względnie dużą odkształcalnością ziaren ośrodka oraz bardzo silną zależnością cech mechanicznych od wilgotności. W odróżnieniu od materiałów pochodzenia mineralnego wilgotność wnika do wnętrza ziaren, co prowadzi również do jakościowej zmiany właściwości fizycznych.

Właściwości mechaniczne większości materiałów sypkich pochodzenia roślinnego wykazują duże jakościowe podobieństwo. Ten sam jest bowiem mechanizm oddziaływania wielu czynników na właściwości mechaniczne. Dopiero wartości parametrów mechanicznych istotnie różnicują te materiały. W niniejszym opracowaniu większość właściwości mechanicznych omówiona została na przykładach ziarna zbóż, w tym najczęściej ziarna pszenicy. Jedynie tam gdzie było konieczne, ze względu na silny wpływ jednego wyodrębnionego czynnika, rozważania ilustrowano przykładami zależności obserwowanych dla innych materiałów np. nasion rzepaku (kulisty kształt nasion), mąki, kaszy, cukru pudru (kohezja pojawiająca się w miarę zmniejszania wielkość ziaren ośrodka), mleka w proszku i mąki ziemniaczanej (wibracje naprężenia stycznego podczas testu ścinania pochodzące od dylatacji i zagęszczania materiału).

Eksperymentalne metody wyznaczania właściwości fizycznych materiałów pochodzenia roślinnego, oparte na bazie metod stosowanych do badania materiałów pochodzenia mineralnego, powinny w większym stopniu uwzględniać specyfikę materiałów roślinnych: relatywnie dużą, zależną od wilgotności, odkształcalność ziaren oraz długą drogę dochodzenia do warunków ustalonego płynięcia.

Poszukując jednolitego opisu oddziaływań mechanicznych, zachodzących w roślinnym materiale sypkim, niezbędne staje się uwzględnienie struktury losowego układu cząstek, akumulacji energii w sprężystych kontaktach ziaren oraz jej rozpraszania w kontaktach ciernych. Ponadto, w przypadku podwyższonej wilgotności materiału, istotne stają się oddziaływania lepkosprężyste, histereza i pamięć układu [78]. Wśród czynników decydujących o właściwościach mechanicznych materiałów pochodzenia roślinnego należy zwrócić uwagę na właściwości poszczególnych ziaren ośrodka: właściwości powierzchniowe, kształt i wielkość oraz czynniki modyfikujące gęstość i strukturę upakowania złoża materiału: sposób formowania złoża, wilgotność, ciśnienie oraz czas składowania.

Kolejnym istotnym czynnikiem - wpływającym zarówno na właściwości materiału sypkiego jak również na przebieg wykonywanych operacji - jest historia użytkowania obiektów, obejmująca również historię obciążenia materiału sypkiego. Historia obciążenia modyfikuje stan mobilizacji sił tarcia wewnętrznego i zewnętrznego wpływając na rozkład parcia, jak również na warunki swobodnego, grawitacyjnego przepływu materiału.

Znajomość dokładnych wartości podstawowych parametrów mechanicznych materiałów sypkich: gęstości, kąta tarcia wewnętrznego, kąta tarcia o materiał konstrukcyjne i ilorazu naporu w typowych warunkach eksploatacyjnych, a także możliwość oszacowania zakresu możliwych zmian tych parametrów jest niezbędna do właściwego projektowania urządzeń oraz monitowania przebiegu

operacji technologicznych z udziałem materiałów sypkich. Przykładowo - znajomość wartości kąta tarcia wewnętrznego i kąta tarcia o materiał leja zbiornika pozwala przewidzieć rodzaj przepływu jaki uformuje się podczas opróżniania. Przy małym kącie pochylenia leja silosu względem pionu i małym kącie tarcia o powierzchnię leja powstaje przepływ masowy, czyli równomierny przepływ na całym przekroju zbiornika. Przy dużych wartościach obu tych kątów powstaje przepływ rdzeniowy, czyli wąski kanał przepływu wewnątrz nieruchomego materiału. W przypadku pośrednim decydująca jest wartość kąta tarcia wewnętrznego. Przy małym kącie pochylenia leja względem pionu i dużym kącie tarcia o jego powierzchnię, duży kąt tarcia wewnętrznego sprzyja przepływowi masowemu. Natomiast przy dużym kącie pochylenia leja względem pionu i małym kącie tarcia o jego powierzchnię, większy kąt tarcia wewnętrznego sprzyja przepływowi rdzeniowemu. W przypadku skrajnie dużych wartości kąta tarcia wewnętrznego, kohezji oraz kąta tarcia o ścianę dojść może do powstania przesklepienia w leju silosu.

Wobec dużego zapotrzebowania na wiarygodne i sprawdzone metody projektowania silosów oraz wartości parametrów magazynowanego materiału w ciągu ostatnich dwudziestu lat wiele organizacji i komitetów podjęło się opracowania bądź nowelizacji odnośnych norm. Przykładem może być norma Eurocode 1 [47] oraz nowelizowana aktualnie norma PN-89/B-03262 [180]. Dostrzega się przy tym powszechną tendencję odchodzenia od stosowania katalogowych wartości parametrów mechanicznych materiałów sypkich zalecając bezpośredni ich pomiar dla konkretnej realizacji według ściśle określonych procedur eksperymentalnych. Nowelizowana niedawno norma ASAE Standard EP433 [2] zaleca między innymi stosowanie, w obliczeniach zbiorników na ziarno zbóż, dwóch skrajnych wartości współczynnika tarcia o ścianę: maksymalnej – występującej na początku użytkowania zbiornika oraz równowagowej – występującej po osadzeniu się na ścianie równowagowej warstwy kutyny. Do wyliczenia naporu stycznego norma zaleca stosowanie maksymalnej wartości współczynnika tarcia, zaś do wyliczenia naporu poziomego oraz pionowego na dno - równowagowej wartości współczynnika tarcia. Dzięki temu w obliczeniach występują maksymalne wartości wszystkich naporów: pionowego, poziomego oraz stycznego. Podnosi to niewątpliwie bezpieczeństwo i niezawodność działania projektowanych zbiorników.

## 9. WNIOSKI

1. Właściwości fizyczne materiałów sypkich nabierają coraz większego znaczenia dla współczesnych technologii przetwarzania tych materiałów stanowiąc podstawę projektowania i bezpiecznego użytkowania urządzeń do magazynowania, transportu i obróbki oraz utrzymania wysokiej jakości materiału.
2. Rozważania teoretyczne wspomagane symulacjami komputerowymi dostarczają coraz głębszej wiedzy o mechanizmach przenoszenia naprężeń i powstawania deformacji w materiałach sypkich. Przykładem postępu, jaki dokonał się w tym kierunku badań, jest coraz pełniejsze rozpoznawanie mechanizmów prowadzących do lokalizacji deformacji, w postaci tzw. warstwy ścinania. Wysuwane w ramach tego podejścia hipotezy znajdują liczne potwierdzenia w wynikach badań doświadczalnych.
3. Modele materiału sypkiego rozwijane w ramach mechaniki ośrodków ciągłych stanowią bardzo użyteczne narzędzie opisu przebiegu różnorodnych procesów technologicznych wykonywanych na tych materiałach. Zbieżność wyników takiego modelowania z opisem tworzonym na bazie rozważań mikrostrukturalnych uwiarygodnia poprawność proponowanych rozwiązań.
4. Cechą charakterystyczną roślinnych materiałów sypkich jest duża odkształcalność ziaren ośrodka oraz silna zależność właściwości fizycznych od wilgotności. W przypadku materiałów pochodzenia roślinnego wilgotność wnika do wnętrza ziaren, co prowadzi również do jakościowej zmiany właściwości fizycznych.
5. W przypadku materiałów pochodzenia roślinnego eksperymentalne metody wyznaczania właściwości fizycznych, przystosowane na ogół do badania materiałów pochodzenia mineralnego, powinny uwzględniać specyfikę tych materiałów: dużą odkształcalność ziaren, długą drogę dochodzenia do warunków ustalonego płynięcia oraz wpływ wilgotności.
6. Przykładem specyficznego zachowania się roślinnych materiałów sypkich jest przyrost naporu wywołany pochłanianiem wody z otoczenia. Omówiony w tym opracowaniu model, bazujący na złożeniu dwóch podstawowych reakcji ziarna na wzrost zawartości wody: pęcznienia ziaren i spadku ich sprężystości, pozwala przewidzieć górną granicę wzrostu naporu osiąganą w warunkach dużego wstępnego zagęszczenia materiału w zakresie przyrostu zawartości wody nie przekraczającego wartości 0,02.

7. Gęstość upakowania złoża materiału sypkiego wpływa silnie na właściwości mechaniczne, decydujące o rozkładzie parcia i rodzaju przepływu. Z gęstością upakowania ściśle związana jest porowatość, która decyduje o możliwości migracji powietrza, a zatem wpływa na przebieg procesów suszenia, wietrzenia bądź schładzania materiału. Gęstość upakowania zależy od właściwości ziaren ośrodka (kształt, szorstkość, odkształcalność, wyrównanie wielkości ziaren, stopień zanieczyszczenia) oraz czynników technologicznych (rodzaj napełniania, wysokości swobodnego spadku, wysokości warstwy materiału).
8. Powszechnie przyjętą miarą sypkości (płynności) materiału jest zdefiniowana przez Jenikego funkcja płynięcia. Sypkość materiału zależy m.in. od wielkości ziaren ośrodka. Materiały ziarniste ( $D > 0,5$  mm) powszechnie uznaje się za bezkohezyjne - swobodnie płynące ( $i < 0,1$ ). W miarę zmniejszania wymiaru ziarna materiał staje się coraz bardziej kohezyjny – stawiający opory podczas przepływu. W przypadku mąki, cukru pudru bądź mleka w proszku indeks płynięcia  $i$  wynosi często około 0,2.
9. Kąt tarcia wewnętrznych materiałów sypkich zależy od właściwości pojedynczych ziaren ośrodka oraz od struktury złoża materiału. W przypadku nasion roślin uprawnych czynnikami modyfikującymi właściwości ziaren są: wilgotność, gatunek, odmiana, stan dojrzałości oraz warunki uprawy. Czynnikami modyfikującymi gęstość upakowania oraz strukturę wzajemnego ułożenia ziaren są: sposób formowania złoża materiału, wilgotność, ciśnienie oraz czas składowania.
10. Kąt tarcia o powierzchnie konstrukcyjne zależy od właściwości powierzchni trącej (rodzaj powierzchni, szorstkość), warunków tarcia (nacisk normalny, droga poślizgu, prędkość poślizgu), właściwości powierzchniowych ziaren materiału sypkiego (wilgotność, gatunek, odmiana, stan rozdrobnienia), udziału substancji pośredniczącej (kutyna) oraz warunków otoczenia.
11. Iloraz naporu podobnie jak kąt tarcia wewnętrznych zależy od właściwości pojedynczych ziaren ośrodka (właściwości powierzchniowe, kształt, sprężystość) oraz gęstości i struktury upakowania złoża materiału, a ponadto od stanu naprężenia i historii obciążenia (stan mobilizacji sił tarcia wewnętrznych i zewnętrznego).

## 10. PIŚMIENICTWO

1. **ASAE Standards, D241.4:** Density, specific gravity, and mass-moisture relationships of grain for storage. St. Joseph, MI, ASAE, 1999.
2. **ASAE Standards, EP433:** Loads exerted by free-flowing grain on bins. St. Joseph, MI, ASAE, 1999.
3. **Arnold P.C., Gu Z.H.:** The effect of permeability on the flowrate of bulk solids from mass-flow bins. *Powder Handling and Processing*, 2(3), 229-233, 1990.
4. **Atewologun A.O., Riskowski G.L.:** Experimental determination of Janssen's stress ratio by four methods for soybeans under static conditions. *Trans. of the ASAE*, 34(5), 2193-2197, 1991.
5. **Balassy Z., Bochyński W., Horabik J., Molenda M.:** Triaxial and direct shear tests on mass of seeds of wheat. *Proceedings of the 4th International Conference "Physical properties of Agricultural Materials"*, 31-36, Rostock, 1989.
6. **Bardet J.P., Proubet J.:** Adaptive dynamic relaxation for statics of granular materials. *Computers and Structures*, 39(3/4), 221-229, 1991.
7. **Bardet J.P., Proubet J.:** Shear-band analysis in idealized granular material. *J. of Engng Mechanics*, 118(2), 397-415, 1992.
8. **Bathurst R.J., Rothenberg L.:** Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions. *Journal of Applied Mechanics*, 55(1), 17-23, 1988.
9. **Bednarski T.:** *Mechanika plastycznego płynięcia w zarysie*. PWN, Warszawa, 1995.
10. **Bell T.A., Ennis B.J., Grygo R.J., Scholten W.J.F., Schenkel M.M.:** Practical evaluation of the Johanson Hung-Up Indicizer. *Bulk Solids Handling*, 14(1), 117-125, 1994.
11. **Bickert W.G., Buelow F.W.:** Kinetic friction of grains on surfaces. *Trans. of the ASAE*, 9(1), 124-129, 1966.
12. **Birks A.H.:** The definition of two extreme types of bulk solids and their effect of stress distribution in the vertical section of silos. *Powder Handling and Processing*, 3(2), 141-146, 1991.
13. **Blight G.E.:** Swelling pressure of wetted grain. *Bulk Solids Handling*, 6(6), 1135-1140, 1986.
14. **Blight G.E.:** Silo wall friction and wall roughness. *Powder Handling and Processing*, 2(3), 235-238, 1990.
15. **Blight G.E.:** Effect of moisture on properties of grain stored in silos. *Bulk Solids Handling*, 15(2), 209-213, 1995.
16. **Bock R.G., Puri V.M., Manbeck H.B.:** Triaxial test sample size effect on stress relaxation of wheat en masse. *Trans. of the ASAE*, 32(3), 966-971, 1991.
17. **Bock R.G., Puri V.M., Manbeck H.B.:** Modeling stress relaxation response of wheat en masse using the triaxial test. *Trans. of the ASAE*, 32(5), 1701-1708, 1989.
18. **Bogdanova-Bontcheva N., Lippmann H.:** Rotationsymmetrisches Fließen eines granularer Modellmaterials. *Acta Mech.*, 21, 93-113, 1975.
19. **Borc A.:** *Silisy w przemyśle materiałów wiążących*. Politechnika Wroclawska, Wroclaw 1987.
20. **Boss J., Tukiendorf M.:** Mixing of granular materials using the method of funnel flow. *Powder Handling and Processing*, 9(4), 341-343, 1997.
21. **Bowden F.P., Tabor D.:** *The friction and lubrication of solids, Part I*. Oxford University Press, London 1950.
22. **Britton M.G., Moysey E.B.:** Grain properties in the proposed new engineering practice on bin loads. ASAE Paper No. 86-4502, St. Joseph, MI, 1986.
23. **Britton M.G., Zhang Q., McCullagh K.:** Moisture induced vertical loads in model grain bin. ASAE Paper No. 93-4503, St. Joseph, MI, 1993.

24. **Brubaker J.E., Pos J.:** Determining static coefficients of friction of grain on structural surfaces. *Trans. of the ASAE*, 8(1), 53-55, 1965.
25. **Browne D.A.:** Variation of the bulk density of cereals with moisture content. *J. Agric. Eng. Res.*, 7(4), 288-290, 1962.
26. **Bucklin R.A., Thompson S.A., Ross I.J., Biggs R.H.:** Apparent dynamic coefficient of friction of corn on galvanized steel bin wall material. *Trans. of the ASAE*, 36(6), 1915-1918, 1993.
27. **Bucklin R.A., Molenda M., Bridges T.C., Ross I.J.:** Slip-stick frictional behavior of wheat on galvanized steel. *Trans. of the ASAE*, 39(2), 649-653, 1996.
28. **Byszewski W., Haman J.:** *Gleba, maszyna, roślina*. PWN Warszawa 1977.
29. **Chang S.C., Converse H.H., Martin C.R.:** Bulk properties of grain as affected by self-propelled rotational type grain spreaders. *Trans. of the ASAE*, 26(5), 1543-1550, 1983.
30. **Chang C.S., C.L. Liao C.L.:** Constitutive relation for a particulate medium with the effect of particle rotation. *Int. J. Solids Structure*, 26(4), 437-453, 1990.
31. **Chang C.S., Ma L.:** Modelling of discrete granulates as micropolar continua. *J. Engng. Mech.*, 116(12), 2703-21, 1990.
32. **Chang C.S., Misra A.:** Packing structure and mechanical properties of granulates. *J. Engng. Mech.*, 116(5), 1077-1092, 1990.
33. **Chang C.S., Misra A., Acheampong K.:** Elastoplastic deformation for particulates with frictional contact. *J. Engng. Mech.*, 118(8), 1692-1707, 1992.
34. **Chattopadhyay A., Rao K.R., Parameswaran M.A.:** On the classification of bulk solids. *Bulk Solids Handling*, 14(2), 339-344, 1994.
35. **Christoffersen J., Mehrabadi M.M., Nemat-Nasser S.:** A micromechanical description of granular material behaviour. *J. of Applied Mechanics*, 48, 339-344, 1981.
36. **Clower R.E., Ross I.J., White G.M.:** Properties of compressible granular material as related to forces in bulk storage structures. *Trans. of the ASAE*, 16(3), 478-481, 1973.
37. **Cowin S.C.:** Microstructural continuum models for granular materials. *Proc. of the U.S.-Japan Seminar on Continuum-Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials*. Gakujutsu Bunken Fukyukai, Tokyo, Japan, 162-170, 1978.
38. **Cowin S.C.:** The pressure ratio in the theory of bin pressures. *J. of Applied Mechanics*, 46, 524-528, 1979.
39. **Cundall P.A., Strack O.D.L.:** Discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29 (1), 47- 65, 1979.
40. **Dale A.C., Robinson R.N.:** Pressure in deep grain storage structures. *Agricultural Engineering*, 35(8), 570-573, 1954.
41. **Delwiche S.R.:** Wheat endosperm strength properties as affected by moisture. *Trans. of the ASAE*, (w druku).
42. **Dobrzański B.:** *Metodyczne aspekty oceny mechanicznych właściwości nasion grochu*. Praca doktorska. Instytut Agrofizyki PAN, Lublin 1990.
43. **Dounias G.T., Potts D.M.:** Numerical analysis of drained direct and simple shear tests. *Journal of Geotechnical Engineering*, 119(12), 1870-1891, 1993.
44. **Drescher A.:** *Analytical methods in bin-load analysis*. Elsevier, Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo 1991.
45. **Drucker D.C., Prager W.:** Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, 10(2), 157-165, 1952.
46. **Dyduch M., Kamiński M., Łapko A., Runkiewicz L.:** Nowelizacja normy PN-89/B-03262 „Żelbetowe zbiorniki na materiały sypkie i kiszonki. Obliczenia statyczne i projektowanie”. XI Konferencja „Żelbetowe i sprężone zbiorniki na materiały sypkie i ciecze”, 65-69, Świeradów Zdrój, 2000.

47. **Eurocode 1:** Basis of design and actions on structures. Part 4. Actions in silos and tanks. DD ENV 1991-4; 1996.
48. **Frontczak J., Metzger T.:** Określenie zależności współczynnika tarcia wewnętrznego od modułu Younga ziarna kukurydzy o różnej wilgotności. ZPPNR, z. 320, 81-88, 1987.
49. **Frontczak J., Metzger T.:** Określenie kąta usypu ziarna wybranych eksperymentalnych mieszańców kukurydzy. ZPPNR, z. 320, 89-95, 1987.
50. **Fung Y.C.:** Podstawy mechaniki ciała stałego. PWN, Warszawa 1969.
51. **Fürll C.:** Investigation of the segregation in big bins. Powder Handling and Processing, 6(4), 395-397, 1994.
52. **Geldart D., Mallet M.F., Rolfe N.:** Assessing the flowability of powders using angle of repose. Powder Handling and Processing, 2(4), 341-345, 1990.
53. **Giner S.A., Denisienia E.:** Pressure drop through wheat as affected by air velocity, moisture content and fines. J. Agric. Eng. Res., 63, 73 – 86, 1996.
54. **Glenn G.M., Younce F.L., Pitts M.J.:** Fundamental physical properties characterizing the hardness of wheat endosperm. Journal of Cereal Science, 13, 179-194, 1991.
55. **Goodling J.S., Khader M.S.:** Coordination number distribution of spherical particles in a packed cylindrical bed. Powder Technology, 44, 53-55, 1985.
56. **Goodman M.A., Cowin S.C.:** A Continuum Theory for Granular Materials. Archive for Rational Mechanics and Analysis, 44, 249-266, 1972.
57. **Góźdź A., Pietrow M.:** Quantum mechanical approach to randomly-packed beds of spheres in the container. Int. Agrophysics, 13, 185-189, 1999.
58. **Góźdź A.:** Mechanika ośrodków komórkowych i granulanych. Opis wzorowany na formalizmie mechaniki kwantowej. Acta Agrophysica, 24, 57-65, 1999.
59. **Grochowicz J.:** Technologia produkcji mieszanek paszowych. PWRiL, Warszawa 1985.
60. **Grochowicz J.:** Maszyny do czyszczenia i sortowania nasion. Wyd. AR, Lublin 1994.
61. **Grundas S., Horabik J.:** Wpływ wilgotności na lepko-sprężyste właściwości zboża. Polskie Towarzystwo Biofizyczne, Biofizyka, Siedlce, 299-316, 1980.
62. **Grundas S., Hnilica P.:** Typy endospermu ziarna pszenicy a jego właściwości mechaniczne. ZPPNR, z. 320, 127-133, 1987.
63. **Grzesiuk S., Kulka K.:** Fizjologia i biochemia nasion. PWRiL, Warszawa 1981.
64. **Gu Z.H., Arnold P.C., McLean A.G.:** Consolidation - related density and permeability models for bulk solids. Powder Technology, 72, 39-44, 1992.
65. **Gu Z.H., Arnold P.C.:** Critical permeability for significant effect of interstitial air on the flowrate from mass flow bin. Powder Handling and Processing, 6(4), 361-365, 1994.
66. **Hesse T.:** Das spitzendrucksondieren-ein mezzverfahren zur bestimmung der druckverteilung in einem Schüttgut-Silo. Grundl. der Landtechnik, 26(3), 73-78, 1976.
67. **Hesse T., Hoffmann O.-H.:** Scherverhalten körniger landwirtschaftlicher Haufwerke. Grundl. der Landtechnik, 27(6), 205-213, 1977.
68. **Hill J.M. and Wu Y.-H.:** Plastic flows of granular materials of shear index  $n=2$ . Plane and axially symmetric problems for  $n=2$ . J. Mech. Phys. Solids, 41(1), 95-115, 1993.
69. **Hoffmann O.-H.:** Neuere grundlagen der mechanik körniger haufwerke. Grundl. der Landtechnik, 25(2), 48-59, 1975.
70. **Hong G-H., Watanabe K.:** Powder bed tester. An instrument for measuring the powder yield locus. Powder Handling and Processing, 2(2), 137-143, 1990.
71. **Horabik J., Molenda M.:** Force and contact area of wheat grain in friction. J. Agric. Eng. Res., 41(1), 33-42, 1988.
72. **Horabik J., Ross I.J., Schwab C.V.:** Effects of spatial orientation on grain load distribution. Trans. of the ASAE, 31(6), 1787-1793, 1988.
73. **Horabik J., Molenda M.:** Wpływ orientacji przestrzennej ziaren próbki na kąt tarcia wewnętrznego mierzony metodą trójosiowego ściskania. ZPPNR, z. 351, 133-140, 1988.



74. **Horabik J., Molenda M.:** True contact area between wheat grain and a flat surface. ZPPNR, z. 378, 63-68, 1989.
75. **Horabik J., Molenda M.:** Factors affecting friction of single wheat grain. Proceedings of the 4th International Conference "Physical Properties of Agricultural Materials", 280-284, Rostock, 1989.
76. **Horabik J., Molenda M.:** Effects of moisture content on friction of wheat grain at a single contact area. Powder Handling and Processing, 1,(3), 277-279, 1989.
77. **Horabik J., Molenda M.:** Opory tarcia i naprężenia w strefie kontaktu ziarniaka pszenicy z płaską powierzchnią. Annales UMCS, 163-176, 1991/1992.
78. **Horabik J.:** Wpływ właściwości mechanicznych ziarna pszenicy na rozkład obciążenia w zbiorniku. Acta Agrophysica, 1, 1994.
79. **Horabik J. Molenda M.:** Wyznaczanie ilorazu poziomego do pionowego naporu w cylindrycznej warstwie ośrodka sypkiego. Materiały X SZKOŁY „Fizyka z elementami agrofizyki”, 145-146, Lublin, 1998.
80. **Horabik J., Molenda M.:** Experimental investigations of pressure increase of wetted grain. Proc. 10th Seminar "Properties of water in foods", 64-72, Muszyna-Złockie, 1999.
81. **Horabik J., Molenda M.:** Grain pressure in a model silo as affected by moisture content increase. International Agrophysics, 14(4), 385-392, 2000.
82. **Horabik J., Rusinek R.:** Wyznaczanie ilorazu naporu w roślinnych materiałach sypkich. Cz. I. Rozważania teoretyczne. Cz. II. Badania doświadczalne. Acta Agrophysica, 37, 61-71, 73-81, 2000.
83. **Horabik J., Łukaszuk J., Grochowicz M.:** Formation of shear band in a granular material during triaxial compression test. International Agrophysics, 14(4), 273-279, 2000.
84. **Horabik J., Łukaszuk J.:** Analiza doświadczalna powstawania warstwy ścinania w złożu nasion. Inżynieria Rolnicza, 2001 (w druku).
85. **Horabik J., Grochowicz M.:** Wyznaczanie parametrów plastycznego płynięcia sypkich surowców spożywczych. Acta Agrophysica, 37, 29-38, 2000.
86. **Hueckel T., Drescher A.:** Nieliniowy opis deformacji sprężysto-plastycznych ciał rozdrobnionych. Prace IPPT PAN, 65, 1972.
87. **Ibrahim R.A.:** Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos. Part I: Mechanics and friction. Applied Mechanics Review, 47(7), 209-226, 1994.
88. **ISO 11697:** Bases for design of structures—Loads due to bulk materials. International Organization for Standardization, Geneva, 1995 (E).
89. **ISO 3535:** Continuous mechanical handling equipment – Classification and symbolization of bulk materials. International Organization for Standardization, Geneva, 1977.
90. **Iwashita K., Oda M.:** Micro-deformation mechanism of shear banding process based modified distinct element method. Powder Technology, 109, 192-205, 2000.
91. **Jajas D.S., Sokhansanj S., White N.D.G.:** Bulk density and porosity of two canola species. Trans. of the ASAE, 32(1), 291-294, 1989.
92. **Jajas D.S., Sokhansanj S.:** Design data on resistance of airflow through canola (rapeseed). Trans. of the ASAE, 32(1), 295-296, 1989.
93. **Janssen H. A.:** Versuche über Getreidedruck in Silozellen. Verein Deutscher Ingenieure, Zetschrift (Düsseldorf), 39, 1045-1049, 1895.
94. **Jenike A.W., Elsey J., Woolley R.H.:** Flow properties of bulk solids. ASTM Proceeding, 60, 1168-1190, 1960.
95. **Jenike A.W.:** Storage and flow of solids. Bull. 123, Eng. Expt. Sta., Utah State Univ., 1964.
96. **Johanson J.R.:** Smooth out solids blending problems. Chemical Engineering Progress, 96(4), 21-37, 2000.
97. **Jofriet J.C., LeLievre B., Fwa T.F.:** Friction model for finite element analyses in silos. Trans. of the ASAE, 20(4), 735-740, 1977.

98. **Jofriet J.C., Negi S.:** Indirect testing of friction using model farm silos. *Canadian Agricultural Engineering*, 25(1), 89-93, 1983.
99. **Kalman H., Goder D., Grant E.:** Flowability and caking as a result of various processes. XI Konferencja „Żelbetowe i sprężone zbiorniki na materiały sypkie i ciecze”, 9-16, Świeradów Zdrój, 2000.
100. **Kamiński M., Zubrzycki M.:** Żelbetowe silosy na zboże. Badania i projektowanie. *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej*, nr 41, Wrocław 1985.
101. **Kamiński M.:** Badania naporu bezkohezyjnych materiałów sypkich w silosach. *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej*, nr 50, Wrocław 1986.
102. **Kanatani K.:** A micropolar continuum theory for the flow of granular materials. *Int. J. Engng. Sci.*, 17(4), 419-432, 1979.
103. **Kanatani K.:** A theory of contact force distribution in granular materials. *Powder Technology*, 28(2), 167-172, 1981.
104. **Kebeli H.V.:** The effects of changes in grain moisture content on the loads in grain bins. M.Sc. Thesis, University of Florida, 1998.
105. **Ketchum M.S.:** The design of walls, bins and grain elevators. 3rd Ed. McGraw-Hill, New York 1919.
106. **Kezdi A.:** Handbook of soil mechanics. Akademia Kiado. Budapest 1974.
107. **Kitamura R.:** Analysis of deformation mechanism of particulate material at particle scale. *Soils and Foundations*, (21) 2, 85-98, 1981.
108. **Koenders M.A., Stefanovska E.:** The numerical simulation of a dense assembly of particles with elasto-frictional interaction. *Powder Technology*, 77, 115-122, 1993.
109. **Koenders M.A.:** Least squares methods for the mechanics of nonhomogeneous granular assemblies. *Acta Mechanica*, 106(1-2), 23-40, 1994.
110. **Kobiela S.:** Przyrządy i metodyka pomiaru parcia materiałów rozdrobnionych w zbiornikach. *Prace Nauk. Inst. Bud. PWr.*, nr 59, Wrocław 1990.
111. **Koper R., Grundas S.:** Moduł Younga i absorbcja barwnika w ziarnie pszenicy o zróżnicowanej zawartości białka. *ZPPNR*, z. 320, 151-157, 1987.
112. **Kragielskij I.W., Dobyczin M.N., Kombalow W.S.:** *Osnovy rasczetow na trienie i iznos.* Moskwa, Maszynostrojenie 1977.
113. **Kruyt N.P.:** An analysis of the generalized double-sliding models for cohesionless granular materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 38(1), 27-35, 1990.
114. **Kustermann M.F., Kutzbach H.D.:** Young's modulus dependent on deformation velocity. ASAE Paper No. 82-3055. St. Joseph, MI, 1982.
115. **Kutzbach H.D., Scherer R.:** Das Reibverhalten von Kornerfruchten – Eine Schriftumsübersicht. *Grundl. der Landtechnik*, 6, 213-219, 1977.
116. **Kuipers H., Kroesbergen B.:** The significance of moisture content, pore space, method of sample preparation and type of shear annulus used on laboratory torsional shear testing of soils. *Journal of Terramechanics*, 3(4), 17-28, 1966.
117. **Kusińska E.:** Effect of moisture content of cereal grains layer on pressure distribution on silo wall. *International Agrophysics*, 12, 199-204, 1998.
118. **Kwade A., Schulze D., Schwedes J.:** Determination of the stress ratio in uniaxial compression tests-Part 1. *Powder Handling and Processing*, 6(1), 61-65, 1994.
119. **Kwade A., Schulze D., Schwedes J.:** Determination of the stress ratio in uniaxial compression test - part 2. *Powder Handling and Processing*, 6(2), 199-203, 1994.
120. **Lade P.V., Nelson B.R., Marvin Ito Y.:** Nonassociated flow and stability of granular materials. *J. Engng. Mech.*, 113(9), 1302-1318, 1987.
121. **Lancelot L., Shahrour I.:** Mechanical behaviour of a chemical powder at low stress levels. Influence of Temperature and Humidity. *Powder Handling and Processing*, 6(3), 303-308, 1994.

122. **Laskowski J., Skonecki S.:** Influence of moisture on the physical properties and parameters of the compression process of cereal grains. *International Agrophysics*, 13(4), 477-486, 1999.
123. **Laskowski J., Skonecki S.:** Pomiar współczynnika tarcia wewnętrznego pszenicy o różnej wilgotności i stopniu rozdrobnienia. *Acta Agrophysica*, 46, 95-104, 2001.
124. **Law G.J., Negi S.C., Jofriet J.C.:** A method for measurement of horizontal to vertical pressure ratios of wheat and barley in a circular bin. *Canadian Agric. Eng.*, 35(1), 45-49, 1993.
125. **Lawton P.J.:** Coefficients of friction between cereal grain and various silo wall materials. *J. Agric. Eng. Res.*, 25(1), 75-86, 1980.
126. **Lawton P.J., Marchant J.A.:** Direct shear testing of seeds in bulk. *J. Agric. Eng. Res.*, 25, 189-201, 1980.
127. **Li W., Sokhansanj S.:** Generalized equation for airflow resistance of bulk grains with variable density, moisture content and fines. *Drying Technology*, 12(3), 649-668, 1994.
128. **Li Y., Zang Q., Puri V.M., Manbeck H.B.:** Physical properties effect on stress-strain behavior of wheat en masse-part 1, load response dependence on initial bulk density and moisture content. *Trans. of the ASAE*, 32(1), 194-202, 1989.
129. **Lityński M.:** Biologiczne podstawy nasiennictwa. PWN, Warszawa 1982.
130. **Loewer Jr. O.J., Ross I.J., Kratzer D.D., Walker J.N.:** Properties of ground shelled corn as related to forces in bulk storage structures. *Trans. of the ASAE*, 20(1), 155-156, 1977.
131. **Loewer O.J., Bridges T.C., Bucklin R.A.:** On-farm drying and storage systems. ASAE, St. Joseph, MI, 1994.
132. **Lohnes R.A.:** Lateral stress ratios for particulate materials. *Powder Handling and Processig*, 5(4), 331-335, 1993.
133. **Lubert M., de Ryck A., Dodds J.A.:** Evaluation of the mechanical properties of powder for storage. 3<sup>rd</sup> Israeli Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids, 3.93-3.98, Dead Sea, Israel, 2000.
134. **Łapko A.:** Efekty oddziaływania materiału sypkiego na żelbetowe ściany komór w eksploatowanych silosach na zboże. *Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej*, nr 71, Białystok 1989.
135. **Łapko A., Prusiel J.A.:** Investigation on thermal effects in reinforced concrete cylindrical silo structures. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> Israeli Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids*. Vol. 1, 4.25-4.30, 2000.
136. **Manbeck H.B., Nelson G.L.:** Methods and instrumentation for evaluating stress strain behavior of wheat en masse. *Trans. of the ASAE*, 15(5), 919-923, 1972.
137. **Marchant J.A.:** An incremental stress-strain law for cohesionless granular materials. *J. agric. Engng Res.*, 25, 421-444. 1980.
138. **Masson S., Martinez J.:** Effect of particle mechanical properties on silo flow and stresses from distinct element method. *Powder Technology*, 109, 164-178, 2000,
139. **McLean A.G.:** Empirical description of wall friction angle variations. *Powder Handling and Processing*, 1(2), 151-156, 1989.
140. **Mindlin R.D.:** Compliance of elastic bodies in contact. *J. Appl. Mechanics*, 16, 259-268, 1949.
141. **Mohsenin N.N.:** Physical properties of plant and animal materials. 2nd Ed. New York, Gordon and Beach Science Publishers, 1986.
142. **Molenda M., Horabik J., Grochowicz M., Szot B.:** Tarcie ziarna pszenicy. *Acta Agrophysica*, 4, 1995.
143. **Molenda M., Horabik J., Ross I.J.:** Loads in model grain bins as affected by filling methods. *Trans. of the ASAE*, 36(3), 915-919, 1993.
144. **Molenda M., Horabik J., Ross I.J.:** Dynamic load response in a model bin at the start of grain discharge. *Trans. of the ASAE*, 38(6), 1869-1873. 1995.
145. **Molenda M., Horabik J., Ross I.J.:** Wear-in effects on loads and flow in a smooth-wall bin. *Trans. of the ASAE*, 39(1), 225-231, 1996.

146. **Molenda M., Horabik J., Ross I.J.:** Effect of filling method on load distribution in model grain bins. *Trans. of the ASAE*, 39(1), 219-224, 1996.
147. **Molenda M.:** Wpływ struktury złoża nasion na stan naprężenia. *Acta Agrophysica*, 12, 1998.
148. **Molenda M., J. Horabik, Ross I.J.:** Stress and deformation of wheat in direct shear test. *International Agrophysics*, 12(2), 115-118, 1998.
149. **Molenda M., Thompson S.A., Ross I.J.:** Friction of wheat on corrugated and smooth galvanized steel surfaces. *J. agric. Engng Res.*, 77(2), 209-219, 2000.
150. **Molerus O.:** Theory of yield of cohesive powders. *Powder Technology*, 12, 259-275, 1975.
151. **Morland L.W., Sawicki A., Milne P.C.:** Uni-axial compaction of a granular material. *J. Mech. Phys. Solids*, 41(11), 1755-1779, 1993.
152. **Moore D.W., White G.M., Ross I.J.:** Friction of wheat on corrugated metal surfaces. *Trans. of the ASAE*, 27(6), 1842-1847, 1984.
153. **Moysey, E.B.:** Active and passive pressures in deep grain bins. *Trans. of the ASAE*, 22(6), 1409-1413, 1979.
154. **Moysey E.B., Hiltz S.:** Friction properties of fertilizer. *Canadian Agric. Eng.*, 27(2), 79-84, 1984.
155. **Moysey E.B.:** The effect of grain spreaders on grain friction and bin wall pressures. *J. Agric. Engng. Res.*, 30, 149-156, 1984.
156. **Mróz Z., Drescher A., Hueckel T.:** Doskonalenie metod badania parametrów płynięcia materiałów ziarnistych. *Prace IPPT*, nr 54, 1973.
157. **Muir W.E., Jayas D.S., Britton M.G., Sinha R.N., White N.D.G.:** Interdisciplinary grain storage research. *Powder Handling and Processing*, 1(3), 281-295, 1989.
158. **Müller G.E.:** Angular void fraction distribution in randomly packed fixed beds of uniformly sized spheres in cylindrical containers. *Powder Technology*, 77, 313-319, 1993.
159. **Mühlhaus H.B., Vardoulakis I.:** The thickness of shear bands in granular materials. *Géotechnique*, 37(3), 271-283, 1987.
160. **Münch-Andersen J.:** The boundary layer in rough silos. *Transactions of the Inst. of Engineers, Australia*, ME 12(3), 167-170, 1987.
161. **Nedderman R.M., Laohakul C.:** The thickness of the shear zone of flowing granular materials. *Powder Technology*, 25, 91-100, 1980.
162. **Nielsen J.:** Model laws for granular media and powders with a special view to silo models. *Archiwum Mechaniki Stosowanej*, 29 (4), 547-560, 1977.
163. **Nielsen J.:** Load distribution in silos influenced by anisotropic grain behavior. *International Conference on Bulk Materials Storage, Handling and Transportation*, New Castle, NSW, Australia, August, 1983.
164. **Nielsen J., Askegaard V.:** Scale errors in model tests on granular media with special reference to silo models. *Powder Technology*, 16, 123-130, 1977.
165. **Oda M.:** Deformation mechanism of sand in triaxial compression tests. *Soil and Foundations*, 12(4), 45-63, 1972.
166. **Oda M.:** Fabrics and their effects on the deformation behaviours of sand. *Dept. Found. Engng. Fac. Engng. Saitama University, Special Issue*, 1976.
167. **Oda M.:** Co-ordination number and its relation to shear strength of granular material. *Soils and Foundations*, 17 (2), 29-42, 1977.
168. **Oda M.:** Significance of fabric in granular mechanics. *Proc. US-Japan Seminar*, Sendai, Japan, 7-26, 1978.
169. **Pabis S.:** Teoria konwekcyjnego suszenia produktów rolniczych. *PWRiL*, Warszawa 1982.
170. **Peschl I.A.S.Z.:** Equipment for the measurement of mechanical properties of bulk materials. *Powder Handling and Processing*, 1(1), 73-81, 1989.
171. **Peschl I.A.S.Z.:** Measurement and evaluation of mechanical properties of powders. *Powder Handling and Processing*, 1(2), 135-141, 1989.

172. **Peschl I.A.S.Z.:** Quality control of powders for industrial applications. *Powder Handling and Processing*, 1(4), 357-363, 1989.
173. **Platonov P. Poltorak V.:** Investigation of shear of a granular material along a bordering surface. *Powder Technology*, 3, 362-363, 1970.
174. **Plinke M.A.E., Leith D., Hathaway R., Löffler F.:** Cohesion in granular materials. *Bulk Solids Handling*, 14(1), 101-106, 1994.
175. **Ploof D.A., Carson J.W.:** Quality control tester to measure relative flowability of powders. *Bulk Solids Handling*, 14(1), 127-132, 1994.
176. **Podgórski J.:** Stany krytyczne w ciałach z tarciem wewnętrznym. *Prace IPPT PAN*, Warszawa 1986.
177. **Polska Norma PN-70/R-74010:** Ziarno zbóż i nasiona strączkowe jadalne. Pobieranie próbek.
178. **Polska Norma PN-73/R-74007:** Ziarno zbóż. Oznaczanie gęstości.
179. **Polska Norma PN-74/Z-04002:** Ochrona czystości powietrza. Badania fizycznych własności pyłów. **01.** Oznaczanie bezwzględnej gęstości pyłów. **02.** Oznaczanie gęstości pozornych oraz statycznych porowatości warstwy pyłu. **07.** Oznaczanie kąta nasypu pyłu. **08.** Oznaczanie kąta zsypania pyłu.
180. **Polska Norma PN-89/B-03262:** Zbiorniki żelbetowe na materiały sypkie i kiszonki. Obliczenia statyczne i projektowanie.
181. **Polska Norma PN-91/A-74010:** Ziarno zbóż i przetwory zbożowe. Oznaczanie wilgotności (rutynowa metoda odwoławcza).
182. **Procter D.C., Barton R.R.:** Measurements of the angle of interparticle friction. *Geotechnique*, 24(4), 581-604, 1974.
183. **Praca zbiorowa:** Magazynowanie ziarna zbóż, nasion strączkowych i oleistych. WNT, Warszawa 1975.
184. **Prusiel J.A., Nikitin W.:** Analiza efektów termicznych w cylindrycznych silosach żelbetowych na ośrodki sypkie. XI Konferencja „Żelbetowe i sprężone zbiorniki na materiały sypkie i ciecze”, 161-168, Świeradów Zdrój, 2000.
185. **Pukos A.:** Odkształcenia gleby w zależności od rozkładów wielkości porów i cząstek fazy stałej. *Problemy Agrofizyki, Ossolineum, Wrocław*, 61, 1990.
186. **Rademacher F.J.C., Haaker G.:** Possible deviations in the determination of bulk-solid characteristics caused by the loading mechanism of the Jenike shear cell. *VDI Forschungsheft*, 629, 1-32, 1985.
187. **Reimbert M., Reimbert A.:** Determination of the mechanical properties of cohesive and non-cohesive powdered materials. *Bulk Solids Handling*, 1(1), 37-41, 1981.
188. **Roscoe K.H.:** The influence of strains in soil mechanics. 10th Rankine Lecture. *Géotechnique*, 20(2), 127-170, 1970.
189. **Ross I.J., Bridges T.C., Schwab C.V.:** Vertical wall loads on conical grain bins. *Trans. of the ASAE*, 30(3), 753-760, 1987.
190. **Runge J.:** The time consolidation of bulk solids on the example of viscoelastic granules. *Powder Handling and Processing*, 9(1), 59-63, 1997.
191. **Sakaguchi E., Kawakami S., Tobita F.:** Simulation on flowing phenomena of grains by distinct element method. *AgEng Milano '94*, Report N. 94-G-025, 1994.
192. **Satake M.:** Fabric tensor in granular materials. *IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials/ Delft*, 63-67, 1982.
193. **Saul R.A.:** Measurement of grain pressures on bin walls and floors. *Agricultural Engineering*, 34(4), 1953, 231-234.
194. **Sawicki A., Świdziński W.:** Cyclic compaction of soils, grains and powders. *Powder Technology*, 85, 97-104, 1995.
195. **Scherer R. Kutzbach H.D.:** Mechanische Eigenschaften von Körnerfrüchten. *Grundl. der Landtechnik*, 28(1), 6-12, 1978.

196. **Schott R.W., Britton M.B.:** Plane strain behavior of bulk grain. Paper No. NCR84-503, ASAE St. Joseph, MI, 1984.
197. **Schulze D.:** Flowability and time consolidation measurements using a ring shear tester. *Powder Handling and Processing*, 8(3), 221-226, 1996.
198. **Schwedes J.:** Fließverhalten von Schüttgütern in Bunkeren. Verlag Chemie, 1970.
199. **Schwedes J.:** Shearing behaviour of slightly compressed cohesive granular materials. *Powder Technology*, 11, 59-67, 1975.
200. **Schwedes J.:** Evolution of bulk solids technology since 1974. *Bulk Solids Handling*, 3(1), 143-147, 1983.
201. **Schwedes J.:** Influence of wall friction on silo design in process and structural engineering. *German Chemical Engineering*, Edition 3, 132-138, 1985.
202. **Schwedes J.:** Flow properties of bulk solids and their use in solving industrial problems. XI Konferencja „Żelbetowe i sprężone zbiorniki na materiały sypkie i ciecze”, 25-39, Świeradów Zdrój, 2000.
203. **Scrapelli G., Wood D.M.:** Experimental observations of shear band patterns in direct shear test. *Deformation and Failure of Granular Media*. A.A. Balkema, Rotterdam, 473-484, 1982.
204. **Skinner A.E.:** A note on the influence of interparticle friction on the shearing strength of a random assembly of spherical particles. *Geotechnique*, 19, 150-157, 1969.
205. **Snyder L.H., Roller W.L., Hall G.E.:** Coefficients of kinetic friction of wheat on various metal surfaces. *Trans. of the ASAE*, 10(3), 411-419, 1967.
206. **Stasiak M., Molenda M.:** Analiza wpływu wilgotności złoża ziarna pszenicy na przebieg zależności naprężenie-odkształcenie. VI Konferencja Międzynarodowa „Inżynieria mechaniczna żywności”, *Inżynieria Maszyn*, 75-80, Bydgoszcz, 2001.
207. **Stephens L.E., Foster G.H.:** Grain bulk properties as affected by mechanical grain spreaders. *Trans. of the ASAE*, 19(2), 354-358, 1976.
208. **Stewart B.R., Hossain Q.A., Kunze O.R.:** Friction coefficients of sorghum grain on steel, teflon and concrete surfaces. *Trans. of the ASAE*, 12(4), 415-418, 1969.
209. **Stępniewski A.:** Wpływ wilgotności i temperatury na zmienność właściwości mechanicznych nasion rzepaku. Praca doktorska, Instytut Agrofizyki PAN, Lublin 1997.
210. **Szot B.:** Właściwości agrofizyczne amarantusa (*Amaranthus cruentus* L.). *Acta Agrophysica*, 18, 1999.
211. **Szwed G.:** Wpływ czasu przechowywania na zmianę oporu przepływu powietrza przez warstwę nasion rzepaku. *Acta Agrophysica*, 37, 225-235, 2000.
212. **Ślaska-Grzywna B.:** Metoda wyznaczania granicznych wartości zagęszczenia materiałów sypkich. Praca doktorska. Akademia Rolnicza w Lublinie, 1995.
213. **Ślipek Z., Kaczorowski J., Frączek J.:** Analiza teoretyczno-doświadczalna tarcia materiałów roślinnych. PTIR, Kraków, 1999.
214. **Tatsuoka F., Siddiquee M.S.A., Park C.-S., Sakamoto M., Abe F.:** Modelling stress-strain relations of sand. *Soils and Foundations*, 33(2), 60-81, 1993.
215. **Tejchman J., Wu I.W.:** Numerical study on patterning of shear bands in a Cosserat continuum. *Acta Mechanica*, 99, 61-74, 1993.
216. **Tejchman J., Niedostatkiewicz M.:** Napór materiałów sypkich na ściany podczas quasi-statycznego przepływu w silosach. XI Konferencja „Żelbetowe i sprężone zbiorniki na materiały sypkie i ciecze”, 209-219, Świeradów Zdrój, 2000.
217. **Teunou E., Vasseur J., Krawczyk M.:** Measurement and interpretation of bulk solids angle of repose for industrial process design. *Powder Handling and Processing*, 7(3), 219-227, 1995.
218. **Teunou E., Vasseur J.:** Time flow function: means to estimate water effect on dissoluble bulk materials flow. *Powder Handling and Processing*, 8(2), 111-116, 1996.
219. **Thompson S.A., Ross I.J.:** Compressibility and frictional coefficient of wheat. *Trans. of the ASAE*, 26(4), 1171-1176, 1983.

220. **Thompson S.A., Prather T.G.:** Dynamic wall loads in a corrugated walled model grain bin. *Trans. of the ASAE*, 27(3), 875-878, 1984.
221. **Thompson S.A., Bucklin R.A., Batich C.D., Ross I.J.:** Variation in the apparent coefficient of friction of wheat on galvanized surfaces. *Trans. of the ASAE*, 31(9), 1928-1934, 1988.
222. **Thompson S.A., Bucklin R.A., Batich C.D., Ross I.J.:** Variation in the apparent coefficient of friction of wheat on galvanized steel. *Trans. of the ASAE*, 31(5), 1518-1524, 1988.
223. **Timoshenko S., Goodier J.N.:** Theory of elasticity. 3rd Ed. New York, Hill, 1970.
224. **Tomas J.:** Particle adhesion fundamentals and bulk powder consolidation. *Powder, Handling and Processing*, 12(2), 131-138, 2000.
225. **Tomczyk S.:** Magazyny ziarna i innych nasion. PWRiL, Warszawa 1970.
226. **Tripodi M.A., Puri V.M., Manbeck H.B., Messing G.L.:** Constitutive models for cohesive particulate materials. *J. Agric. Engng Res.*, 53, 1-21, 1992.
227. **Tsang-Mui-Chung M., Verma L.L., Wright M.E.:** A device for friction measurement of grains. *Trans. of the ASAE*, 4, 1938-1944, 1984.
228. **Tys J., Rybacki R.:** Rzepak – jakość nasion, technologia zbioru, suszenia i przechowywania. *Acta Agrophysica*, 44, 2001.
229. **Versavel P.A., Britton M.G.:** In-bin bulk density of grain. Paper No. 84-4004, ASAE, St. Joseph, MI, 1984.
230. **Voyiadjis G.Z., Thiagarajan G., Petrakis E.:** Constitutive modelling for granular media using an anisotropic distortional yield model. *Acta Mechanica*, 110, 151-171, 1995.
231. **Walton K.:** The effective elastic moduli of a random packing of spheres. *J. Mech. Phys. Solids*, (35)2, 213-226, 1987.
232. **Weiner W.:** Przemieszczanie ziarna zbóż w przenośnikach ciągłych. *Rozprawy nr 96, Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy* 1999.
233. **Wilms H.:** Criteria for evaluation of silo design codes. *Bulk Solids Handling*, 11(1), 55-61, 1991.
234. **Woźniak W.:** Wpływ czynników agrofizycznych na zmienność porowatości masy ziarna zbóż. *ZPPNR*, z. 316, 257-278, 1987.
235. **Woźniak W.:** The effect of moisture treatment on mechanical properties of wheat grain. *Proceedings of the Ninth Seminar "Properties of water in foods"*, 62-70, Zakopane, 1998.
236. **Zenkow R.L.:** *Mechanika nasypnych gruzów*. Izdatelstwo Maszynostrojenie. Moskwa 1964.
237. **Zhang Q., Puri V.M., Manbeck H.B., Wang M.C.:** Elastoplastic constitutive parameters of en masse wheat for a cyclic load model. *Trans. of the ASAE*, 31(3), 910-916, 1988.
238. **Zhang Q., Puri V.M., Manbeck H.B.:** Model for frictional behavior of wheat on structural materials. *Trans. of the ASAE*, 31(3), 898-903, 1988.
239. **Zhang Q., Britton M.G. and Jaremek R.:** Discharge loads in smooth and corrugated walled model bins for wheat, barley and canola. ASAE Paper No. 914063. St. Joseph, MI, 1991.
240. **Zhang J., Kushwaha R.L.:** Effect of relative humidity and temperature on grain-metal friction. ASAE Paper No. 91-6051. St. Joseph, MI, 1991.
241. **Zhang Q., Britton M.G., Kieper R.J.:** Interactions between wheat and a corrugated steel surface. *Trans. of the ASAE*, 37(3), 951-956, 1994.
242. **Zhang Q., Britton M.G.:** Predicting hygroscopic loads in grain storage bins. *Trans. of the ASAE*, 38(4), 1221-1226, 1995.

## 11. STRESZCZENIE

W pracy omówiono podstawowe właściwości fizyczne materiałów sypkich pochodzenia roślinnego istotne z punktu widzenia projektowania, obsługi i eksploatacji urządzeń do magazynowania, transportu i obróbki oraz utrzymania wysokiej jakości materiału. Opracowanie ma charakter przeglądu badań prowadzonych w tym zakresie w Instytucie Agrofizyki PAN w Lublinie na tle aktualnej literatury.

Szczególną uwagę zwrócono na gęstość materiałów sypkich oraz związane z nią właściwości, takie jak ściśliwość, porowatość, lepkosprężystość oraz opór przepływu powietrza wpływający na przebieg procesów suszenia, wietrzenia bądź schładzania materiału. Rozważono wpływ czynników zależnych od właściwości materiału, jak również czynników technologicznych. Omówiono higroskopijność nasion ilustrując ją przykładem przyrostu naporu wywołanego pochłanianiem wody z otoczenia. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ gęstości na właściwości mechaniczne materiału decydujące o rozkładzie parcia i rodzaju przepływu.

W pracy omówiono modele plastycznego płynięcia materiałów sypkich. Przytoczono porównanie wyników symulacji komputerowych wykonanych metodą elementów dyskretnych oraz z wykorzystaniem modelu ośrodka mikropolarnego. Szczególną uwagę zwrócono na proces formowania się warstwy ścinania w materiale sypkim podczas dużych odkształceń postaciowych oraz praktyczne tego konsekwencje.

Omówiono zalecane przez normę Eurocode 1 eksperymentalne metody wyznaczania parametrów mechanicznych materiałów sypkich, takich jak: gęstość, kąt tarcia wewnętrzznego, współczynnik tarcia o materiały konstrukcyjne oraz iloraz naporu. Przedyskutowano specyficzne właściwości mechaniczne materiałów sypkich pochodzenia roślinnego: dużą odkształcalność ziaren ośrodka oraz silną zależność właściwości fizycznych od wilgotności. W pracy wykazano, że eksperymentalne metody wyznaczania właściwości fizycznych, przystosowane na ogół do badania materiałów pochodzenia mineralnego, powinny uwzględniać specyfikę badanych materiałów.

Wpływ wielu czynników na wymienione właściwości fizyczne materiałów sypkich ilustrowano przykładami dotyczącymi dwóch kategorii materiałów: ziarna zbóż, uważanego powszechnie za materiał bezkohezyjny oraz produktów spożywczych, takich jak: kasza, mąka czy cukier uznawanych jako typowe materiały kohezyjne.

Słowa kluczowe: roślinne materiały sypkie, składowanie, właściwości fizyczne.



## 12. SUMMARY

This paper discussed the basic physical properties of granular solids of biological origin important for designing and operation of facilities for storing, transporting and processing of bulk solids as well as for maintaining high quality of material.

Bulk density of granular material and related properties: compressibility, porosity, visco-elasticity and air flow resistance which influences active drying, ambient air drying and cooling processes were discussed. Influence of material and technological parameters was considered. Hygroscopic properties of seeds were illustrated on the example of swelling pressure resulting from moisture adsorption from ambient air. Special attention was paid to the influence of bulk density on the mechanical properties, and consequently pressure distribution and flow of bulk materials.

Theoretical models of yielding of bulk solids were covered in the paper. Comparison of computer simulations of bulk solids behaviour using the Distinct Element Method and micropolar continuum model was analysed. Process of formation of a shear band in the granular material during large shear displacement and its practical significance was specially considered.

Experimental methods of determination of mechanical properties of granular materials such as: bulk density, angle of internal friction, coefficient of friction against the construction material and the pressure ratio recommended by the Eurocode 1 standard were considered. Some specific properties of plant granular solids were discussed: high compressibility of grains and strong influence of the moisture content on the physical properties. It was found that experimental methods aimed for determination of physical properties of granular solids of the mineral origin may regard specific character of other groups of tested materials.

The influence of a number of factors on physical properties of granular materials was illustrated on examples of two category of materials: cereal grain – treated as the cohesionless materials and food powders like groats, wheat flour, sugar – treated as the typical cohesive materials.

**Key words:** plant granular solids, storage, physical properties

**Adres Autora:**

**Józef Horabik**

**Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego**

**Polska Akademia Nauk**

**ul. Doświadczalna 4**

**P.O. Box 201, 20-290 Lublin 27**

**tel. (81) 7445061, fax. (81) 7445067**

**e-mail: [jhorabik@demeter.ipan.lublin.pl](mailto:jhorabik@demeter.ipan.lublin.pl)**