

PRZEWODNICTWO CIEPLNE W OŚRODKACH PERIODYCZNIE WARSTWOWYCH

Wiesław Nagórko, Marcin Piwowski

Streszczenie: W pracy rozważa się zagadnienia przewodnictwa cieplnego w kompozytach periodycznie warstwowych przy zastosowaniu metody homogenizacji mikrolokalnej [Woźniak 1987]. Przyjmuje się, że temperatura całkowita (ϑ) jest sumą dwóch składników: makrotemperatury (θ) i mikrotemperatury (θ'). Makrotemperatura opisuje przebieg temperatury w kompozycie z pominięciem wpływu jego budowy, natomiast mikrotemperatura uwzględnia wpływ własności termofizycznych poszczególnych warstw jednorodnych. W rozważaniach wyznaczone zostały takie wielkości, jak: makrotemperatura, uśrednione parametry opisujące własności termofizyczne kompozytu oraz parametry mikrolokalne. W pracy przedstawiono przypadki szczególne rozwiązań dla ciał periodycznie dwuwarstwowych wraz z analizą numeryczną.

Słowa kluczowe: przewodnictwo cieplne, niejednorodne ośrodki warstwowe, modele uśrednione, parametry mikrolokalne

WSTĘP

Modelowanie wzajemnych zależności między problemami dynamiki cieplnej w obiektach budowlanych, którymi dla przykładu są: dobór instalacji grzewczych i chłodniczych, regulacja ich obciążeń, zewnętrzne warunki klimatyczne, dobór własności cieplnych elementów budynku, warunki jego eksploatacji itd., jest obecnie w coraz większym stopniu możliwe dzięki stosowaniu obliczeniowych technik numerycznych. Ciągłe jednak stosowanie tych technik związane jest z wieloma ograniczeniami. Dla przykładu wskażemy na dwa takie ograniczenia:

– potrzeba uwzględnienia, pomijanych dotychczas dla uproszczenia, cech zjawisk prowadzi do nowego modelu teoretycznego, tym samym dezaktualizuje opracowane programy komputerowe,

– konieczność badania i wyznaczenia zakresu stosowalności opracowanych programów komputerowych, oparta na analizie błędów obliczeń numerycznych, eliminuje rozwiązania spoza tego zakresu, czyli rozwiązania niewiarygodne.

Na ogół dostatecznym powodem modyfikacji użytych do konstrukcji programu komputerowego modeli zjawisk jest ulepszenie opisu zjawiska, polegające na osłabianiu założeń upraszczających lub uwzględnianiu pomijanych dotychczas cech badanego zjawiska. Przykładem może tu być traktowanie ciał niejednorodnych jako jednorodnych. Przybliżenie to jest dopuszczalne, gdy mamy do czynienia ze „słabą” niejednorodnością. Obecnie jednak coraz częściej stosuje się materiały „silnie” niejednorodne, takie jak na przykład kompozyty. Założenie upraszczające o jednorodności ośrodka trzeba w takim przypadku odrzucić [Woźniak 1987, Matysiak i Nagórko 1989, Nagórko i Zieliński 1999].

W pracy przeanalizujemy zagadnienie przepływu ciepła w ciałach z „silną” niejednorodnością materiałową, tzn. niejednorodnością z oscylującymi i nieciągłymi funkcjami charakteryzującymi ciało, takimi jak: gęstość, stałe przewodnictwa cieplnego i ciepło właściwe. Ponadto chodzi o to, by relacje w skonstruowanym modelu miały prostą analityczną postać, którą można łatwo zastosować do budowy programów numerycznych.

PRZEWODNICTWO CIEPLNE W MATERIAŁACH NIEJEDNORODNYCH

Rozważać będziemy ośrodek niejednorodny, zajmujący obszar Ω , ograniczony powierzchnią $\partial\Omega$. Oznaczmy przez $\vartheta(x, t)$ temperaturę, $(x, t) \in \Omega$, $t \in \langle t_0, t_1 \rangle$, a przez Λ, ρ, c odpowiednio: tensor przewodnictwa cieplnego, gęstość masy i ciepło właściwe. W przypadku ośrodków niejednorodnych wielkości Λ, ρ, c zależą od $x \in \Omega$.

W rozpatrywanym ośrodku ma miejsce nieustalony przepływ ciepła opisany równaniem Fouriera [Nowacki i Olesiak 1991]:

$$\rho c \dot{\vartheta} - (\Lambda_{kl} \vartheta_{,l})_{,k} = \Gamma, \quad k, l = 1, 2, 3 \quad (1)$$

gdzie Γ jest gęstością źródeł ciepła. W równaniu (1) zastosowano oznaczenie $f_{,k}$, które dla dowolnej funkcji $f = f(x, t)$ jest jej pochodną cząstkową $f_{,k} \equiv \frac{\partial f}{\partial x_k}$, ponadto

\dot{f} oznacza pochodną czasową $\dot{f} \equiv \frac{\partial f}{\partial t}$.

Strumień ciepła $\mathbf{q} = \mathbf{q}(x, t)$ przyjmuje postać:

$$q_k = -\Lambda_{kl} \vartheta_{,l}, \quad k, l = 1, 2, 3 \quad (2)$$

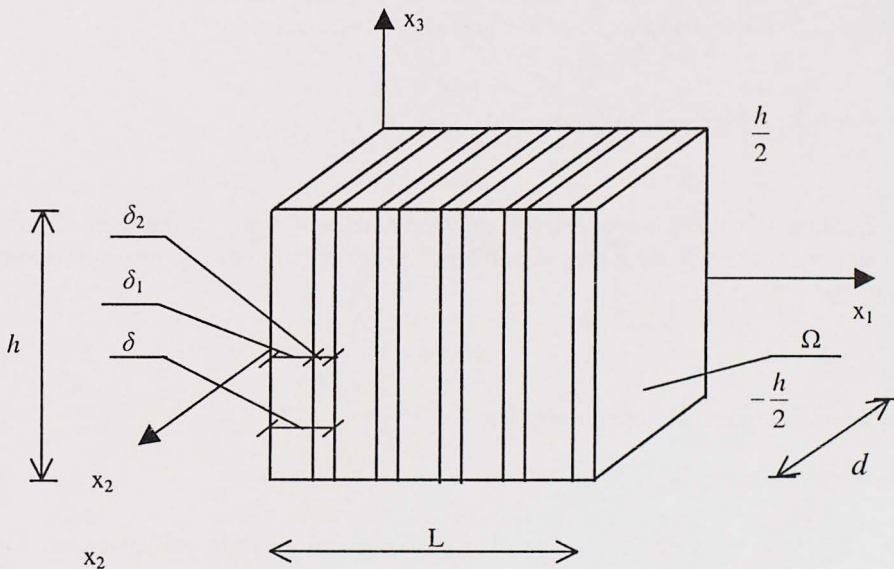
Równania (1) i (2) rozwiązuje się przy odpowiednich warunkach początkowych i brzegowych.

W przypadku elementu Ω złożonego z materiałów o różnych, ale stałych wartościach Λ, ρ, c równanie (1) możemy traktować jako układ równań utworzony dla podzbiorów Ω odpowiadających jednorodnym materiałom składowym wraz z warunkami na powierzchniach granicznych.

Jeżeli wymiary podobszarów wypełnionych materiałem jednorodnym są małe – rzędu błędu obliczeniowego, pojawiają się wtedy znaczne trudności w stosowaniu metod numerycznych. Model analityczny powinien być uproszczony. Jedną z metod, jaką tu można zastosować, jest metoda homogenizacji [Woźniak 1987], którą opiszemy w następnym punkcie.

MODEL UŚREDNIONY DLA KOMPOZYTU PERIODYCZNIE WARSTWOWEGO

Rozpatrzmy ciało materialne o grubości L , wysokości h i szerokości d , złożone z powtarzających się pionowych warstw. Wprowadźmy kartezjański układ współrzędnych $O(x_1, x_2, x_3)$ tak, aby oś Ox_1 była prostopadła do uwarstwienia i leżała w połowie wysokości ciała (rys. 1).



Rys. 1. Ciało periodycznie dwuwarstwowe
Fig. 1. The two layered periodical body

Obszar płaski o wymiarach d i h oznaczmy przez Π , tzn. $\Pi = (0, d) \times \left(-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right)$,

$(x_2, x_3) \in \Pi$. W dalszych rozważaniach przyjmujemy $x_1 \equiv x$.

W ośrodku Ω elementem reprezentatywnym jest obszar Ω_c , gdzie $\Omega_c = \Pi \times (x_{c-1}, x_c)$, $c = 1, 2, \dots, c_0$, a x_c są punktami: $x_0 = 0$, $x_1 = \delta$, $x_2 = 2\delta, \dots$, $x_{c_0} = c_0\delta = L$. Element reprezentatywny o grubości δ złożony jest z pojedynczych

warstw jednorodnych i izotropowych o grubości δ_α , tak że $\delta = \sum_{\alpha=1}^n \delta_\alpha$, $\alpha = 1, 2, \dots, n$.

Gęstość masy, ciepło właściwe oraz współczynnik przewodnictwa cieplnego dla poszczególnych warstw jednorodnych i izotropowych oznaczymy odpowiednio przez $\rho_\alpha, c_\alpha, \Lambda_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, n$, wielkości te nie zależą od czasu. Założymy, że temperatura (ϑ) nie zależy od x_2 i x_3 , jest więc funkcją zależną tylko od x i t , czyli $\vartheta = \vartheta(x, t)$.

Równanie (1) w opisanym przypadku przyjmuje postać:

$$\kappa \dot{\vartheta} - \Lambda \vartheta' = \Gamma \quad (3)$$

gdzie $\kappa = \rho c$, $f' = \frac{\partial f}{\partial x}$.

Mnożąc równanie (1) przez dowolną temperaturę próbną (τ) z przestrzeni temperatury próbnej (T), przyjmującą wartości zerowe na brzegu ciała, otrzymamy po przekształceniach postać całkową równania przewodnictwa cieplnego:

$$(\forall \tau \in T) \left[\int_0^L (\kappa \dot{\vartheta} \cdot \tau + \Lambda \vartheta' \cdot \tau') dx = 0 \right] \quad (4)$$

Zgodnie z metodą homogenizacji mikrolokalnej, założymy w dalszym ciągu, że temperatura (ϑ) składa się z dwu składników: makrotemperatury (θ) oraz mikrotemperatury (θ^ε):

$$\vartheta = \theta + \theta^\varepsilon \quad (5)$$

przy czym mikrotemperatura ma postać:

$$\theta^\varepsilon(x, t) = h_a(x) \cdot g_a(x, t) \quad (6)$$

gdzie $h_a : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, $a = 1, 2, \dots, s$, są znanymi funkcjami oscylującymi, zwanymi funkcjami kształtu, natomiast $g_a : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, $a = 1, 2, \dots, s$, są funkcjami poszukiwanymi, zwanymi parametrami mikrolokalnymi, opisującymi wpływ niejednorodności na temperaturę. Przyjmując funkcje próbne (τ), podobnie jak w zależności (6), oraz stosując do równania przewodnictwa cieplnego (4) formalizm wariacyjny, otrzymamy lokalne równanie na makrotemperaturę:

$$\langle \kappa \rangle \dot{\theta} = \langle \Lambda \rangle \theta'' + \langle \Lambda_a \rangle g_a' \quad (7)$$

oraz na parametry mikrolokalne:

$$\langle \Lambda_{ab} \rangle g_b = -\langle \Lambda_a \rangle \theta' \quad (8)$$

gdzie symbol $\langle \rangle$ oznacza wartość średnią funkcji f w warstwie reprezentatywnej:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} f(x) dx, \quad \langle \Lambda_a \rangle = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \Lambda h'_a dx, \quad \langle \Lambda_{ab} \rangle = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \Lambda h'_a h'_b dx \quad (9)$$

Równania (7) i (8) stanowią układ równań uśrednionego modelu przewodnictwa cieplnego dla periodycznych ośrodków warstwowych. Równania (8) są układem s -liniowych równań algebraicznych na niewiadome parametry mikrolokalne (g_a , $a = 1, 2, \dots, s$).

Jeżeli macierz $\langle \Lambda_{ab} \rangle$ jest nieosobliwa, wtedy:

$$g_a = -\langle \Lambda_b \rangle \langle \Lambda_{ab} \rangle^{-1} \theta' \quad (10)$$

Podstawiając zależność (10) do (7), równanie przewodnictwa cieplnego przyjmuje postać:

$$\langle \kappa \rangle \dot{\theta} = [\langle \Lambda \rangle - \langle \Lambda_a \rangle \langle \Lambda_b \rangle \langle \Lambda_{ab} \rangle^{-1}] \theta'' \quad (11)$$

Równanie (11) opisuje przewodnictwo cieplne w modelu uśrednionym. Człon $\tilde{\Lambda} = \langle \Lambda_a \rangle \langle \Lambda_b \rangle \langle \Lambda_{ab} \rangle^{-1}$ uwzględnia wpływ struktury warstwowej ciała na przebieg temperatury. Wielkość ta znika w przypadku ciała jednorodnego i izotropowego, a równanie (11) jest wtedy równaniem Fouriera. Do równań (10) i (11) należy dołączyć odpowiednie warunki początkowe i brzegowe.

CIAŁA PERIODYCZNIE DWUWARSTWOWE

Rozważmy kompozyt, w którym warstwa reprezentatywna o grubości δ składa się z dwóch warstw jednorodnych i izotropowych o grubościach $\delta_1 \neq 0$ i $\delta_2 \neq 0$. Wielkości uśrednione $\langle \kappa \rangle$ i $\langle \Lambda \rangle$ będą w tym przypadku równe:

$$\langle \kappa \rangle = \eta_1 \kappa_1 + (1 - \eta_1) \kappa_2 \quad \text{oraz} \quad \langle \Lambda \rangle = \eta_1 \Lambda_1 + (1 - \eta_1) \Lambda_2$$

gdzie: $\eta_1 = \frac{\delta_1}{\delta}$, $\eta_2 = (1 - \eta_1) = \frac{\delta_2}{\delta}$.

Dla rozpatrywanego ciała przyjmiemy jedną funkcję kształtu postaci:

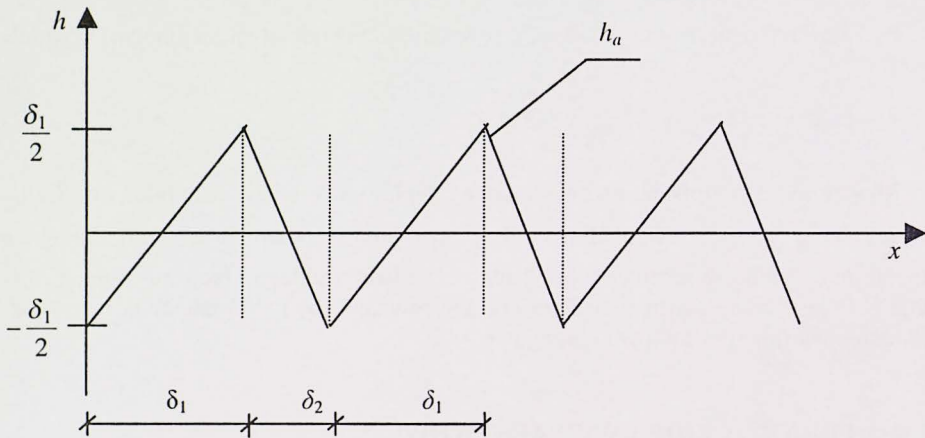
$$h(x) = \begin{cases} x - \frac{\delta_1}{2} & \text{dla } x \in \langle 0, \delta_1 \rangle \\ -\frac{\delta_1(x - \delta)}{\delta_2} - \frac{\delta_1}{2} & \text{dla } x \in \langle \delta_1, \delta \rangle \end{cases}$$

przedstawioną na rysunku 2. Podstawiając $h(x)$ do wielkości uśrednionych (9), otrzymujemy:

$$\Lambda_1 = \eta_1 (\Lambda_1 - \Lambda_2), \quad \langle \Lambda_{11} \rangle = \eta_1 \left(\Lambda_1 + \frac{\delta_1}{\delta - \delta_1} \Lambda_2 \right)$$

Człon $\tilde{\Lambda} = \frac{\langle \Lambda_1 \rangle^2}{\langle \Lambda_{11} \rangle}$ jest równy: $\tilde{\Lambda} = \frac{\eta_1 (\Lambda_1 - \Lambda_2)^2}{\Lambda_1 + \frac{\delta_1}{\delta - \delta_1} \Lambda_2}$. Wielkość $\tilde{\Lambda}$ jest funkcją czterech

zmiennych: $\delta, \delta_1, \Lambda_1, \Lambda_2$.

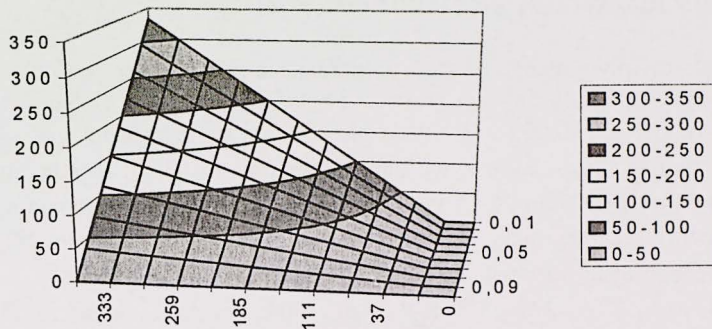


Rys. 2. Wykres funkcji kształtu dla ciała dwuwarstwowego
Fig. 2. Diagram of the shape function for the two layered bodies

Przyjmijmy, że $\Lambda_1 = \text{const} = \Lambda_0 \neq 0$ oraz $\delta = 0,1$ m, a $\delta_1 \in \left(0, \frac{1}{10}\right)$. Niech

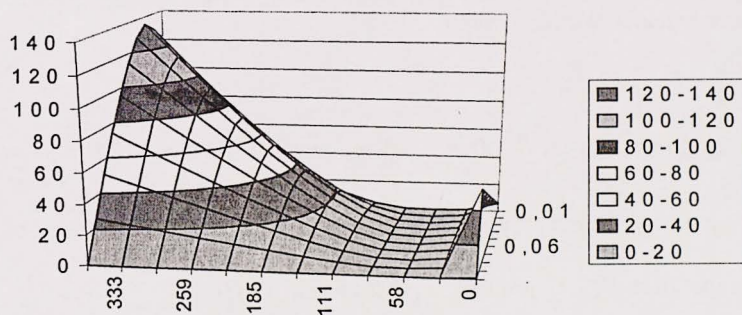
$\Lambda_2 \in (0,370)$, wtedy $\tilde{\Lambda} = \tilde{\Lambda}(\delta_1, \Lambda_2) = \frac{(\delta_1 - 10\delta_1^2)(\Lambda_0 - \Lambda_2)^2}{(0,1 - \delta_1)\Lambda_0 + \delta_1\Lambda_2}$. Wykresy funkcji

$\tilde{\Lambda}$ przedstawiają rysunki 3–5. Na wykresie z rysunku 3 przyjęto $\Lambda_0 = 0,042$ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, co odpowiada współczynnikowi przewodnictwa cieplnego dla styropianu. Na rysunku 4 przyjęto $\Lambda_0 = 58$ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, co odpowiada współczynnikowi przewodnictwa cieplnego dla stali, natomiast na rysunku 5 przyjęto $\Lambda_0 = 200$ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (aluminium).



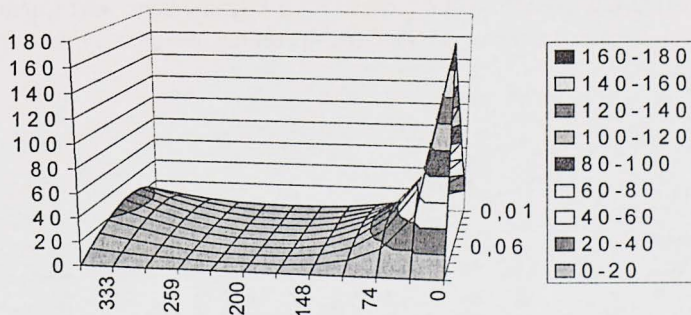
Rys. 3. Wykres funkcji $\tilde{\Lambda}(\delta_1, \Lambda_2)$ dla $\Lambda_1 = 0,042 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Fig. 3. Diagram of the function $\tilde{\Lambda}(\delta_1, \Lambda_2)$ for $\Lambda_1 = 0,042 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$



Rys. 4. Wykres funkcji $\tilde{\Lambda}(\delta_1, \Lambda_2)$ dla $\Lambda_1 = 58 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Fig. 4. Diagram of the function $\tilde{\Lambda}(\delta_1, \Lambda_2)$ for $\Lambda_1 = 58 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$



Rys. 5. Wykres funkcji $\tilde{\Lambda}(\delta_1, \Lambda_2)$ dla $\Lambda_1 = 200 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Fig. 5. Diagram of the function $\tilde{\Lambda}(\delta_1, \Lambda_2)$ for $\Lambda_1 = 200 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

PRZYKŁADY ROZWIĄZAŃ NUMERYCZNYCH

1. Rozpatrzmy płytę nieograniczoną w kierunkach x_2 i x_3 , która jest dwuskładnikowym kompozytem periodycznym o grubości $l = 0,4$ m, w którym element reprezentatywny ma grubość $\delta = 0,035$ m i składa się z warstwy styropianu ($\delta_1 = 0,005$ m) i warstwy betonu zwykłego z kruszywa kamiennego ($\delta_2 = 0,03$ m). Temperatura jednej ściany $x = 0$ wzrasta od 0 do 20°C . Po drugiej stronie płyty $x = l$, temperatura wynosi 0°C . Wyznamy przebieg makrotemperatury $\theta(x, t)$ po upływie czasu t . Wielkości ρ , c , Λ dla poszczególnych warstw jednorodnych są równe:

– styropian: $\Lambda_1 = 0,042 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\rho_1 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c_1 = 1,46 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,

– beton zwykły z kruszywa kamiennego: $\Lambda_2 = 1,70 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,
 $\rho_2 = 2400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c_2 = 0,84 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Wielkości uśrednione dla warstwy reprezentatywnej: $\langle \kappa \rangle = 1734,257 \text{ kJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$,

$\bar{\Lambda} = \langle \Lambda \rangle - \langle \Lambda_a \rangle \langle \Lambda_b \rangle \langle \Lambda_{ab} \rangle^{-1} = 0,254 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Poszukiwana funkcja $\theta(x, t)$ jest rozwiązaniem równania różniczkowego:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\partial \theta}{\partial a} \quad (12)$$

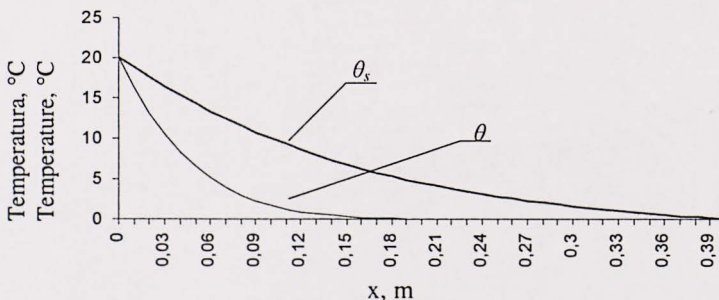
przy warunkach początkowym $\theta(x, 0) = 0$ i brzegowych $\theta(0, a) = Aa$, $\theta(l, a) = 0$, przy

czym A jest współczynnikiem proporcjonalności oraz $a = \frac{\bar{\Lambda}}{\langle \kappa \rangle} t$.

Makrotemperatura $\theta(x, t)$ jest równa [Guz i Kącki 1967]:

$$\theta(x, t) = A \left[\left(1 - \frac{x}{l} \right) a - \frac{1}{6l} (x^3 - 3lx^2 + 2l^2x) + \frac{2l^2}{\Pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\Pi}{n^3} x}{n^3} e^{-\frac{n^2\Pi^2 a}{l^2}} \right] \quad (13)$$

Makrotemperaturę w kompozycie dla czasu $t = 6$ h (zakładając wzrost temperatury θ_0 od 0 do 20°C) przedstawiono na rysunku 6 (θ_s – przebieg temperatury w styropianie).



Rys. 6. Przebieg temperatury w kompozycie periodycznie dwuwarstwowym
 Fig. 6. Course of the temperature in two layered periodical composites

2. Płyta równoległościenna o grubości $2l$ ($-l \leq x \leq l$), $l = 0,2$ m, nieograniczona w kierunkach x_2 i x_3 , została nagrzana w chwili $t = 0$ do temperatury $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$. Płyta jest kompozytem periodycznie dwuwarstwowym o grubościach warstw jednorodnych $\delta_1 = 0,005$ m (styropian), $\delta_2 = 0,03$ m (beton zwykły z kruszywa kamiennego). Wyznaczyć rozkład temperatury $\theta(x, t)$ po upływie czasu $t = 6$ h, jeśli temperatura otoczenia wynosi 0°C . Wielkości ρ , c , Λ dla poszczególnych warstw jednorodnych wynoszą:

- warstwa 1: $\Lambda_1 = 0,042 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\rho_1 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c_1 = 1,46 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,
- warstwa 2: $\Lambda_2 = 1,70 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\rho_2 = 2400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c_2 = 0,84 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

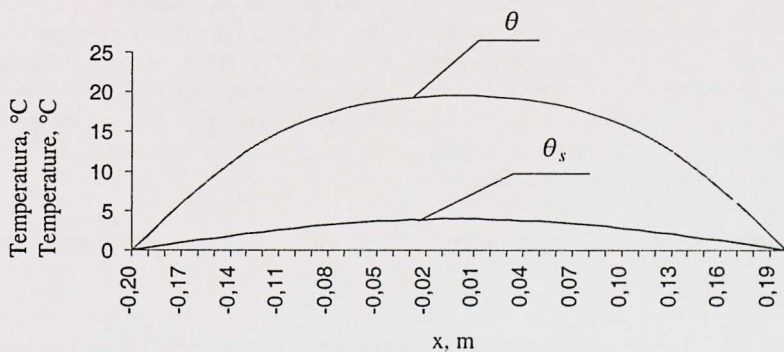
Wielkości uśrednione: $\langle \kappa \rangle = 1734,257 \text{ kJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$, $\bar{\Lambda} = 0,254 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Funkcja $\theta(x, t)$ jest rozwiązaniem równania różniczkowego (12) oraz musi spełniać warunki początkowy $\theta(x, 0) = \theta_0$ dla $-l \leq x \leq l$ i brzegowe $\theta(-l, a) = \theta(l, a) = 0$ dla $0 \leq a \leq \infty$.

Makrotemperatura w płycie ma postać:

$$\theta(x, t) = \frac{4\theta_0}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 a}{4l^2}} \cos \frac{(2n+1)\pi}{2l} x \quad (14)$$

Przebieg temperatury przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Przebieg temperatury w kompozycie periodycznie dwuwarstwowym
Fig. 7. Course of the temperature in two layered periodical composites

PODSUMOWANIE

Przedstawiona metoda rozwiązywania zagadnienia przewodnictwa cieplnego pozwala na zbadanie wpływu budowy ciał periodycznie warstwowych na przebieg temperatury przy zmiennych warunkach brzegowych. Zaproponowana metoda pozwala

na łatwe wyznaczenie takich wielkości, jak $\tilde{\Lambda}$ i κ , które są potrzebne do określenia poszukiwanej makrotemperatury (θ). W metodzie tej nie trzeba rozpatrywać warunków brzegowych dla każdej warstwy z osobna.

PIŚMIENNICTWO

- Guz E., Kącki E., 1967. Pola temperatury w ciałach stałych. PWN, Warszawa.
- Matysiak S., Nagórko W., 1989. Microlocal parameters in a modeling of microperiodic multilayered elastic plates. *Ing.-Arch.*, 59, 434–444.
- Nagórko W., Zieliński J., 1999. On the modeling of heat conduction problem in plates composed of periodically non-homogeneous layers. *Ser. Mech.-Math.*, 55, 100–105.
- Nowacki W., Olesiak Z., 1991. *Termodyfuzja w ciałach stałych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Woźniak Cz., 1987. A nonstandard method of modelling of thermoelastic periodic composites. *Int. J. Eng. Sci.*, 5, 483–499.

THERMAL CONDUCTIVITY IN PERIODICAL LAYERED COMPOSITES

Abstract: In the paper the problem of thermal conductivity in periodical layered composites is analyzed using the method of microlocal homogenisation [Woźniak 1987]. It is assumed that the temperature (ϑ) consists of two parts: macrotemperature (ϑ) and microtemperature (θ^ϵ). The macrotemperature describes the distribution of the temperature in the body neglecting the influence of the body structure, the microtemperature includes the structure by including different thermophysical properties of the investigation layer. In the considered homogenised model the numerical analysis of the macrotemperature, the microlocal parameters, the parameters describing the thermophysical properties of the investigated body and the total temperature was conducted. The examples for two layered periodical bodies are calculated in this paper.

Key words: thermal conductivity, periodical layered composites, homogenised model, microlocal parameters

W. Nagórko, M. Piwowarski, *Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Wydział Inżynierii i Kształtowania Środowiska, Katedra Budownictwa i Geodezji, ul. Nowoursynowska 159, 02-787 Warszawa*
e-mail: nagorko@alpha.sggw.waw.pl, marcinpiwowarski@wp.pl