

*Ewa Jendrzyczak*

*Katedra Ogólnej Uprawy Roli i Roślin ATR im. J.J. Śniadeckich w Bydgoszczy*

## **Zastosowanie metody klasycznej analizy sezonowości i cykliczności do oceny długookresowych wahań parametrów meteorologicznych**

Zmiany parametrów meteorologicznych w trakcie roku kalendarzowego charakteryzuje naturalna sezonowość. Notuje się jednak szeregi miesięcy, lata, a nawet ciągi lat, kiedy na przykład temperatury powietrza w poszczególnych przedziałach czasu przekraczają lub odwrotnie — nie osiągają odpowiednich im średnich wieloletnich. Obserwuje się też okresy zwiększonej lub zmniejszonej częstotliwości i ilości opadów. Wyodrębnienie dłuższych cykli ociepleń i ochłodzeń z rozkładu temperatur jest utrudnione z powodu dużej amplitudy wahań w roku.

W większości opracowań naukowych z dziedziny uprawy roślin spotyka się charakterystykę rozkładu temperatur i opadów tylko dla tych lat, w których prowadzono obserwacje. Jednakże tylko obiektywne porównanie warunków pogodowych wybranych kilku lat na tle wielolecia pozwala na wnioskowanie, czy były podobne do przeciętnych, czy też charakteryzowała je wyraźna odmienność. Informacje te są potrzebne szczególnie do oceny, na ile oczekiwać można powtarzalności rezultatów badań w innych latach.

Rozkład zmiennych pogodowych w określonym przedziale czasowym (np. roku, kilku lat, długiego wielolecia) traktować można jako szereg czasowy [1, 2, 3, 4, 5]. Badanie prawidłowości pojawiających się w przebiegu pogody w pewnym okresie można zatem wykonywać znanymi metodami analizy szeregów czasowych.

Podział zmienności szeregu czasowego na składowe, takie jak wpływ sezonowości, wahań długookresowych (cykli), trendu oraz losowych nieregularności umożliwia metoda klasycznej analizy sezonowej. Procedury statystyczne, na których się ona opiera prezentowane są w wielu podręcznikach statystyki, głównie ekonometrii [1, 2, 3, 5]. Sugerowana jest też możliwość ich wykorzystania w klimatologii [4, 5].

W niniejszym opracowaniu przedstawiono zastosowanie metody klasycznej analizy cykliczności do badania przebiegu średnich miesięcznych temperatur powietrza, notowanych w latach 1986–1995 w punkcie meteorologicznym Stacji Doświadczalnej Akademii Techniczno-Rolniczej, zlokalizowanej w miejscowości Mochełek, około

**Tabela 1.** Średnie miesięczne temperatury powietrza w latach 1986–1995 według notowań punktu meteorologicznego w Mochelku — szereg empiryczny ( $X_t$ ).

Lata	Miesiące											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1986	-1,0	-8,8	1,3	6,7	14,6	16,2	18,2	16,9	10,9	8,6	5,1	0,8
1987	-11,5	-2,1	-2,5	7,3	11,5	15,1	17,0	15,0	12,8	8,7	4,2	0,8
1988	1,2	0,9	0,5	7,2	14,8	16,8	18,5	17,3	14,1	8,3	0,7	1,4
1989	2,1	3,7	5,6	8,5	13,9	16,4	19,3	17,9	14,8	10,2	2,1	1,2
1990	2,0	5,0	6,4	8,3	15,1	16,9	17,3	18,0	11,6	9,5	4,4	-0,2
1991	0,6	-2,9	4,3	7,9	9,5	14,8	19,0	18,6	14,6	8,2	0,0	0,0
1992	-0,2	2,0	3,6	7,8	14,1	19,1	20,4	20,9	13,5	5,4	3,9	-0,2
1993	0,2	-0,7	1,7	9,4	17,3	15,5	16,7	16,4	11,7	8,0	-2,0	1,8
1994	1,8	-3,5	3,9	9,2	12,6	15,9	22,7	19,2	14,2	6,9	3,8	1,8
1995	-0,9	3,2	2,8	8,2	13,0	16,8	21,0	19,7	13,2	10,6	0,9	-5,0

20 km na zachód od Bydgoszczy (tab. 1). Wyniki dla temperatury i, dodatkowo, wyniki obserwacji sum miesięcznych opadów przedstawiono na rysunku 1a.

### **Klasyczna analiza sezonowości i cykliczności rozkładu średniej temperatur miesięcznej w latach 1986–1995**

Do analizy rozkładu średnich miesięcznych temperatur powietrza przyjmuje się założenie, że wpływy sezonowości ( $S_t$ ), wahań długookresowych — cykli ( $C_t$ ), trendu ( $T_t$ ) oraz losowych nieregularności ( $I_t$ ) są addytywne, to znaczy sumują się dla każdej wartości pomiaru ( $X_t$ ) zgodnie z formułą:

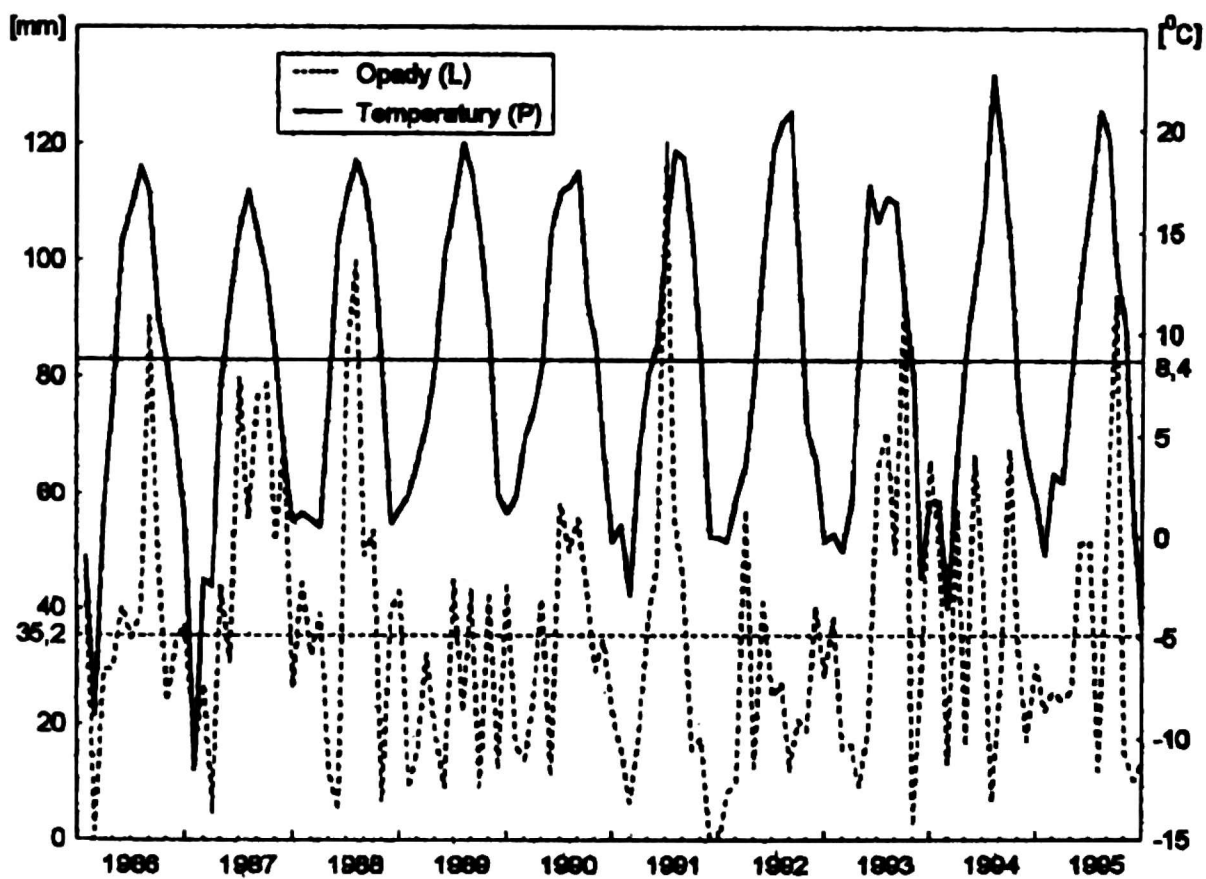
$$X_t = S_t + C_t + T_t + I_t$$

gdzie  $t$  oznacza moment pomiaru.

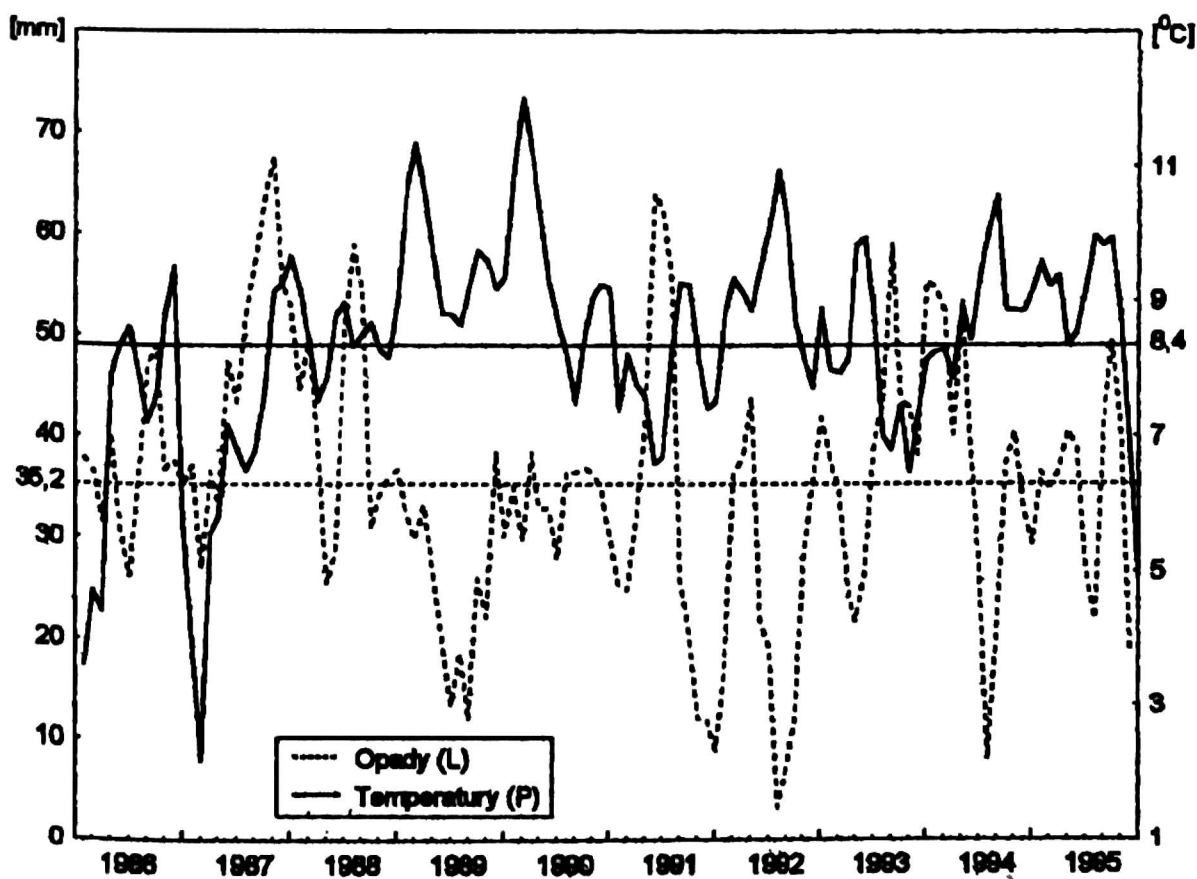
W procedurze obliczeniowej służącej oszacowaniu wymienionych wyżej efektów zastosowano metodę wyrównywania (wygładzania) szeregów czasowych za pomocą średnich ruchomych [1].

W empirycznym szeregu czasowym na zmienność temperatury oddziałuje najsilniej sezonowość. Jest ona jednak właściwością charakterystyczną klimatu, przez co nie ulega większym wahaniom z roku na rok. Opracowanie wyników obserwacji rozpoczyna się wyodrębnieniem jej wpływu. Dokonuje się tego wygładzając szereg empiryczny średnimi ruchomymi centrowanymi [1, 2, 3, 5] obliczanymi z przedziałów równych długości sezonu (przy cykliczności rocznej — 12 miesiącom). Zastosowanie tego przekształcenia daje stratę 6 wyników na początku i na końcu szeregu, dlatego

a)



b)



Rysunek 1. Rozkład średnich miesięcznych temperatur i sum miesięcznych opadów w latach 1986–1995 według notowań punktu meteorologicznego w Mochelku k/Bydgoszczy: a) rozkłady empiryczne (dla temperatury — dane z tab. 1), b) rozkłady transformowane — po analizie sezonowości i cykliczności (dla temperatury — dane z tab. 5)

Tabela 2. Szereg empiryczny wyrównany średnią ruchomą centrowaną ( $X_t'$ )

Lata	Miesiące											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1986	—	—	—	—	—	—	7,02	6,86	6,98	6,85	6,75	6,57
1987	6,48	6,35	6,35	6,43	6,40	6,36	6,89	7,54	7,79	7,91	8,05	8,25
1988	8,39	8,55	8,70	8,73	8,57	8,45	8,51	8,67	9,00	9,26	9,28	9,23
1989	9,24	9,30	9,35	9,46	9,60	9,65	9,64	9,69	9,78	9,80	9,84	9,91
1990	9,85	9,77	9,64	9,48	9,55	9,58	9,47	9,08	8,66	8,56	8,31	7,99
1991	7,97	8,07	8,22	8,29	8,05	7,88	7,85	8,02	8,20	8,16	8,35	8,72
1992	8,96	9,11	9,16	9,00	9,05	9,20	9,21	9,11	8,92	8,91	9,11	9,09
1993	8,79	8,45	8,18	8,22	8,08	7,92	8,07	8,02	7,99	8,07	7,87	7,69
1994	7,96	8,32	8,55	8,60	8,80	9,04	8,93	9,10	9,33	9,24	9,22	9,27
1995	9,24	9,19	9,17	9,28	9,31	8,91	—	—	—	—	—	—

pierwsze wartości średnie pojawiają się dopiero w miejscu lipca 1986 roku, zgodnie ze wzorem:

$$\begin{aligned} \bar{x}'_1 &= \frac{0,5 \cdot X_{I 86} + X_{II 86} + X_{III 86} + \dots + X_{XI 86} + X_{XII 86} + 0,5 \cdot X_{I 87}}{12} = \\ &= \frac{0,5 \cdot (-1,0) + (-8,8) + 1,3 + \dots + 5,1 + 0,8 + 0,5 \cdot (-11,5)}{12} = 7,02 \text{ itd.} \end{aligned}$$

W rezultacie otrzymuje się nowy szereg, składający się ze średnich ruchomych pozbawionych wpływu sezonowości, różnych jednak dla poszczególnych lat (tab. 2). Zakładając, że sezonowość jest zjawiskiem stałym, omawiana metoda przewiduje możliwość oszacowania niezależnych od lat, średnich wskaźników sezonowości, dla każdego miesiąca osobno [1, 2, 3, 5]. Wskaźniki te stanowią podstawę ponownego skorygowania szeregu empirycznego dla wyodrębnienia poszukiwanych przez nas efektów wahań długookresowych.

Po odjęciu wartości oryginalnych z szeregu średnich ruchomych centrowanych od danych wyjściowych otrzymuje się ciąg liczb stanowiących składnik sezonowości w każdym miesiącu (z wyjątkiem pierwszych i ostatnich 6 miesięcy analizowanego szeregu czasowego). Obliczamy więc:

$$x_{VII 86} - \bar{x}'_1 = 18,2 - 7,02 = 11,18 \text{ itd.}$$

Przeciętne wskaźniki sezonowości miesięcy dla dziesięciu lat wylicza się jako średnie arytmetyczne z wyznaczonych składników sezonowości w każdym miesiącu (tab. 3). Wskaźniki te służą skorygowaniu szeregu wyjściowego w każdym punkcie pomiaru. W rezultacie odejmowania wskaźników sezonowości od kolejnych wartości zbioru początkowego uzyskuje się nowy, poprawiony ciąg liczb (tab. 4), który można nazwać szeregiem skorygowanym (poprawionym) sezonowo. Jest on słabiej wygładzony niż szereg średnich ruchomych centrowanych (z tab. 2). Pozbawiony jest



Tabela 3. Wyznaczenie średnich wskaźników sezonowości ( $S_t$ ) z szeregu empirycznego

Lata	Miesiące											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1986	—	—	—	—	—	—	11,18	10,04	3,92	1,75	-1,65	-5,77
1987	-17,98	-8,45	-8,85	0,87	5,10	8,74	10,11	7,46	5,01	0,79	-3,85	-7,45
1988	-7,19	-7,65	-8,20	-1,53	6,23	8,35	9,99	8,63	5,10	-0,96	-8,58	-7,82
1989	-7,14	-5,60	-3,75	-0,96	4,30	6,75	9,66	8,21	5,03	0,40	-7,74	-8,71
1990	-7,85	-4,77	-3,24	-1,18	5,55	7,32	7,83	8,92	2,94	0,94	-3,91	-8,19
1991	-7,37	-10,97	-3,92	-0,39	1,45	-6,93	11,15	10,58	6,40	0,04	-8,35	-8,72
1992	-9,16	-7,11	-5,56	-1,20	5,05	9,90	11,19	11,79	4,58	-3,51	-5,21	-9,29
1993	-8,59	-9,15	-6,48	1,18	9,22	7,58	8,63	8,38	3,71	-0,07	-9,87	-5,89
1994	-6,16	-11,83	-4,65	0,60	3,80	6,86	13,77	10,10	4,87	-2,34	-5,42	-7,47
1995	-10,14	-5,99	-6,37	-1,08	3,69	7,89	—	—	—	—	—	—
Średnio ( $S_t$ )	-9,06	-7,94	-5,66	-0,40	4,94	7,82	10,40	9,35	4,62	-0,32	-6,06	-7,70

Tabela 4. Szereg empiryczny skorygowany wskaźnikami sezonowości ( $X_t - S_t$ )

Lata	Miesiące											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1986	8,06	-0,86	6,96	7,10	9,66	8,38	7,80	7,55	6,28	8,92	11,16	8,50
1987	-2,44	5,84	3,16	7,70	6,56	7,28	6,60	5,65	8,18	9,02	10,26	8,50
1988	10,26	8,84	6,16	7,60	9,86	8,98	8,10	7,95	9,48	8,62	6,76	9,10
1989	11,16	11,64	11,26	8,90	8,96	8,58	8,90	8,55	10,18	10,52	8,16	8,90
1990	11,06	12,94	12,06	8,70	10,16	9,08	6,90	8,65	6,98	9,82	10,46	7,50
1991	9,66	5,04	9,96	8,30	4,56	6,98	8,60	9,25	9,98	8,52	6,06	7,70
1992	8,85	9,94	9,26	8,20	9,16	11,28	10,00	11,55	8,88	5,72	9,96	7,50
1993	9,26	7,24	7,36	9,80	12,36	7,68	6,30	7,05	7,08	8,32	4,06	9,50
1994	10,86	4,44	9,56	9,60	7,66	8,08	12,30	9,85	9,58	7,22	9,86	9,50
1995	8,16	11,14	8,46	8,60	8,06	8,98	10,60	10,35	8,58	10,92	6,96	2,70

składnika sezonowości, ale zawiera w sobie zmienność wynikającą z wahań długo- i średniookresowych, efekt trendu oraz składnik nieregularności dla poszczególnych miesięcy, zgodnie z równaniem:

$$X_t - S_t = T_t + C_t + I_t$$

Na przykład, dla stycznia 1986 będzie to:  $(-1,0) - (-9,06) = 8,06$ , dla lutego 1986:  $(-8,8) - (-7,94) = -0,86$  itd.

W badaniu szeregów czasowych zmiennych pogodowych zakłada się, że wahaniom cyklicznym towarzyszy też składnik trendu. Omawiana metoda nie wyodrębnia

Tabela 5. Szereg składnika cykli długookresowych i trendu ( $C_t + T_t$ )

Lata	Miesiące											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1986	3,60	4,72	4,40	7,91	8,38	8,61	7,91	7,21	7,58	8,79	9,53	5,74
1987	3,96	2,19	5,57	5,81	7,18	6,81	6,51	6,81	7,62	9,15	9,26	9,67
1988	9,20	8,42	7,53	7,87	8,81	8,98	8,34	8,51	8,68	8,29	8,16	9,00
1989	10,63	11,35	10,60	9,71	8,81	8,81	8,68	9,21	9,75	9,62	9,19	9,37
1990	10,96	12,02	11,23	10,31	9,31	8,71	8,21	7,51	8,48	9,09	9,26	9,20
1991	7,40	8,22	7,77	7,61	6,61	6,71	8,28	9,28	9,25	8,19	7,43	8,83
1992	7,53	9,35	9,13	8,87	9,55	10,15	10,94	10,14	8,72	8,19	7,73	8,90
1993	8,00	7,95	8,13	9,84	9,95	8,78	7,01	6,81	7,48	6,49	7,29	8,14
1994	8,26	8,29	7,87	8,94	8,45	9,35	10,08	10,58	8,88	8,89	8,86	9,17
1995	9,60	9,25	9,40	8,37	8,55	9,21	9,98	9,84	9,95	8,82	6,86	4,83

go, łącząc efekty trendu z cyklicznością. Do wykrywania trendu wykorzystuje się inne metody statystyczne — na przykład analizę regresji szeregu czasowego [1, 2, 3, 4, 5].

Wydzielenie składnika cykliczności i trendu ( $T_t + C_t$ ) z szeregu poprawionego sezonowo przeprowadza się również za pomocą metody średniej ruchomej, przy czym tym razem liczba kolejnych wartości ciągu branych do jej szacowania (nazywana długością średniej) ma mniejsze znaczenie. Można tu zastosować na przykład średnią wyliczaną z trzech wyników.

Dla drugiej wartości w ciągu wyników z tabeli 5 obliczenia są następujące:

$$C_{II\ 86} = \frac{8,06 + (-0,86) + 6,96}{3} = 4,72$$

Wygładzanie wyników metodą średniej ruchomej prowadzi zawsze do utraty wyników początkowych i końcowych ciągu wygładzanego. W wypadku średniej ruchomej wyliczanej z kolejnych trzech wyników, będą to wartości pierwsza i ostatnia. Ażeby nie powstały takie luki, w niniejszym opracowaniu wartości początkową i końcową wyliczono jako średnie arytmetyczne z dwóch pierwszych i dwóch ostatnich liczb szeregu skorygowanego sezonowo.

Różnice między odpowiednimi pozycjami szeregu skorygowanego sezonowo i składnikami cykliczności i trendu ( $T_t + C_t$ ) stanowią miesięczne nieregularności ( $I_t$ ) zmian temperatur (tab. 6).

Podobną analizę, mającą na celu wyodrębnienie efektów cykliczności i trendu, przeprowadzono dla miesięcznych sum opadów.

Ostateczne wyniki, prezentujące poszukiwane efekty wahań długookresowych (cykliczności + trendu) dla obu parametrów pogodowych przedstawiono na rys. 1b (w odniesieniu do średnich miesięcznych temperatur powietrza — jest to wykres wyników zawartych w tab. 5). Dla ułatwienia interpretacji wykresów (rys. 1a i b) naniesiono na nie, jako stałe, wartości średniej wieloletniej temperatur miesięcznych

Tabela 6. Szereg składnika losowego i nieregularności ( $I_t$ )

Lata	Miesiące											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1986	4,46	-5,58	2,56	-0,80	1,28	-0,23	-0,11	0,34	-1,31	0,14	1,63	2,76
1987	-6,41	3,65	-2,41	1,90	-0,62	0,47	0,09	-1,16	0,56	-0,13	1,00	-1,17
1988	1,06	0,42	-1,37	-0,27	1,05	-0,00	-0,24	-0,56	0,79	0,34	-1,40	0,09
1989	0,53	0,29	0,66	-0,80	0,15	-0,23	0,23	-0,66	0,43	0,90	-1,04	-0,47
1990	0,09	0,92	0,83	-1,60	0,85	0,37	-1,31	1,14	-1,51	0,74	1,20	-1,71
1991	2,26	-3,18	2,19	0,70	-2,05	0,27	0,33	-0,03	0,73	0,34	-1,37	0,03
1992	1,32	0,59	0,13	-0,67	-0,39	1,13	-0,94	1,41	0,16	-2,46	2,23	-1,41
1993	1,26	-0,71	-0,77	-0,04	2,41	-1,10	-0,71	0,24	-0,41	1,84	-3,24	1,36
1994	2,59	-3,85	1,69	0,66	-0,79	-1,27	2,23	-0,73	0,69	-1,66	1,00	0,33
1995	-1,44	1,89	-0,94	0,23	-0,49	-0,23	0,63	0,51	-1,37	2,10	0,10	-2,13

Tabela 7. Wartości średnie składników szeregów empirycznych i szeregów skorygowanych oraz różnych efektów dla średnich miesięcznych temperatur powietrza i miesięcznych sum opadów

Szereg liczbowy	Symbol szeregu	Średnie szeregów i efektów	
		temperatura	opady
Szereg empiryczny	$X_t$	8,42000	35,19583
Składnik sezonowości	$S_t$	0,00000	0,00000
Szereg skorygowany sezonowo	$T_t+C_t+I_t$	8,42000	35,19583
Szereg zmienności długookresowej i trendu	$T_t+C_t$	8,41353	35,04485
Szereg nieregularności i losowych błędów	$I_t$	0,00647	0,15098

(8,4°C) i średniej wieloletniej sum opadów (35,2 mm). Do tego upoważnia fakt, że średnie szeregów empirycznych są równe średnim szeregów pozbawionych efektu sezonowości (tab. 7).

## Interpretacja wyników analizy i podsumowanie

Przedstawiona powyżej metoda analizy sezonowości i cykliczności eliminuje naturalne dla danych wyjściowych, powtarzające się corocznie zmiany sezonowe, uwypuklając krótko- lub długoterminowe tendencje w rozkładzie parametrów pogody na przestrzeni lat. Temperatura powietrza wykazała dużą pozasezonową zmienność w latach (rys. 1b), utrudniającą wychwycenie zmian cyklicznych. Niemniej, na tle dziesięciolecia 1986–1995, zimę z przełomu lat 1986/1987 oraz rok 1987 określić można jako dużo chłodniejsze, niż przeciętnie. Zimy 1988/1989 i 1989/1990, pod względem temperatur powietrza, wyróżniają się najłagodniejszym przebiegiem, a w przedziale czasu od początku roku 1989 do połowy 1990 obserwuje się cykl najcie-

plejszy w dziesięcioleciu. Dłuższe okresy ponadprzeciętnych ociepleń wystąpiły także w lecie 1992 oraz od połowy roku 1994 do połowy 1995.

Roczny rozkład opadów również charakteryzuje sezonowość, lecz nieregularność jego przebiegu z roku na rok jest dużo większa niż rozkładu temperatury (rys. 1a). Jednakże, po zastosowaniu omawianej analizy dla szeregu miesięcznych sum opadów, zidentyfikowano okresy posuszne lat 1989, 1992 i 1994, a także — wyjątkowo wilgotną jesień 1987 i lato roku 1991 (rys. 1b).

Przedstawiona procedura stanowi propozycję obiektywnego wydzielenia lat o wyróżniającym się (odstającym) przebiegu pogody na tle średniej wieloletniej. Obejmuje ona także interesującą graficzną prezentację wyników zastosowanych przekształceń szeregu empirycznego.

Po to, aby analiza szeregów czasowych za pomocą prezentowanej metody dawała dobrą ocenę obserwowanych prawidłowości, musi być wykonywana na dużych zbiorach danych. Rachunki są wprawdzie łatwe, lecz ze względu na liczbę operacji — żmudne. Pracę upraszcza stosowanie komputerów. Omówiona procedura dostępna jest, na przykład, w wydany przez firmę StatSoft Inc. pakiecie statystycznych programów komputerowych STATISTICA.

## Literatura

- [1] Makridakis S.G., Wheelwright S.C., McGee V.E. 1983. Decomposition methods. W: Forecasting: Methods and applications. (2nd ed.). Wiley, New York.
- [2] Marszałkiewicz T. 1986. Analiza szeregów czasowych. W: Metody statystyki opisowej w badaniach ekonomiczno-rolniczych. (Wyd.IV), Wyd. SGGW-AR Warszawa.
- [3] Pietraszewski A., Wagner W., Wysocki F. 1989. Szereg czasowy. W: Podstawy agroekonometrii. Wyd. AR Poznań.
- [4] Pruchnicki J. 1987. Analiza ciągów czasowych. W: Metody opracowań klimatologicznych. PWN Warszawa.
- [5] Zajac K. 1988. Analiza wahań okresowych. W: Zarys metod statystycznych. (Wyd.IV), PWE Warszawa.

## Application of classical seasonal decomposition method to evaluation of long-term fluctuations of meteorological data

### Summary

A calculative procedure for seasonal decomposition of time series for individualization of long-term fluctuation in the course of weather was presented on an example of 10 year results of mean, monthly air temperature and monthly sum of precipitations at meteorological point Mochetek near Bydgoszcz. That method can be used in analysis and presentation of hydrothermal conditions assisting agricultural research, provided that additive model of decomposition is accepted.