

MAŁGORZATA DUDZIŃSKA

Wzory empiryczne do określania pierśnicowych liczb kształtu górných drzewostanów bukowych

Empirical equations for determining dbh form factors
for mountain beech stands

Abstract. The paper presents the results of studies, which has led to the development of empirical equations for determining various kinds of dbh form factors. The studies concerned beech stands growing in the south of Poland. Dbh form factors for stand can be determined using the said equations on the basis of the average dbh or average stand height. The same set of empirical equations was also developed to determine form factors for trees.

Key words: beech, form factor, empirical equation

Wstęp

Opracowanie wzorów do określania drzewostanowych liczb kształtu i wzorów do określania pierśnicowych liczb kształtu dla drzew (stałych linii liczb kształtu) jest pierwszym etapem budowy wzorów empirycznych do określania miąższości. Obecnie, w dobie powszechnej komputeryzacji, istnieje tendencja do zastępowania tablic liczb kształtu wzorami empirycznymi gdyż posługiwanie się nimi jest znacznie prostsze. Wzory takie po rozwinięciu można przedstawić w postaci tablic liczb kształtu. Ważną zaletą wzorów empirycznych jest to, że mogą być one stosowane przy budowie modeli wzrostu.

Dotychczas odpowiednie zestawy wzorów opracowano dla sosny (Bruchwald 1975, 1978a, 1978b, 1996, Bruchwald, Dudek 1978, Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1978a, 1978b, 1984a, Michalak 1988), świerka (Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1981a, 1981b, 1984a, 1988a, 1988b, 1988c, 1996, Bruchwald, Wróblewski, 1993), jodły (Bruchwald 1992), dębu (Bruchwald, Dudzińska, Wirowski 1994) i brzozy (Bruchwald i inni 2001).

Materiał i metodyka badań

Badania oparto na materiale empirycznym zebrany w 58 drzewostanach bukowych położonych w południowej części Polski, na terenie nadleśnictw: Stuposiany, Dynów,

Sucha-Beskidzka i Baligród. Buki pochodzące z tych terenów nazywane będą na potrzeby pracy bukiem górskim. Wiek badanych drzewostanów wahał się od 36 do 134 lat i były to najczęściej drzewostany różnowiekowe. Przeciętna pierśnica przyjmowała wartości od 7,8 do 43,1 cm, a średnia wysokość kształtowała się od 14,3 do 32,4 m.

Na założonych powierzchniach próbnych zmierzono pierśnice wszystkich drzew, zarówno buków jak i gatunków domieszkowych. W celu sporządzenia krzywej wysokości dla buka, zmierzono wysokości i pierśnice około 25 drzew znajdujących się na powierzchni jak i poza nią. Z obrzeży powierzchni wybrano i ścięto po około 10 drzew próbnych, a ich miąższość obliczono wzorem sekcyjnym środkowego przekroju. Materiał wzięty do badań liczył łącznie 759 buków.

Dla każdego drzewa próbnego określono pierśnicowe liczby kształtu: strzały w korze (f_1), bez kory (f_3), grubizny drzewa (f_g), drewna użytkowego: części pnia bez kory od podstawy do miejsca, w którym grubość bez kory wynosi 5 cm (f_5), części pnia bez kory od podstawy do miejsca, w którym grubość bez kory wynosi 18 cm (f_{18}).

Wyznaczono również przeciętne wartości liczb kształtu dla drzewostanu, oznaczone analogicznie jak dla drzew ($F_1, F_3, F_g, F_5, F_{18}$). Ich wartości otrzymano z ilorazów sum odpowiednich miąższości drzew próbnych i sum ich walców porównawczych.

Wyniki badań

W badanych drzewostanach największą średnią wartością charakteryzuje się liczba kształtu grubizny drzewa $F_g - 0,4894$, co ma związek z dość dużym udziałem miąższości gałęzi w całkowitej miąższości drzewa (tab.). Najmniejsze wartości osiągnęła liczba kształtu $F_{18} - 0,3167$, miąższość wchodząca w jej skład dotyczy bowiem części strzały bez kory. Dyspersję analizowanych liczb kształtu oceniono współczynnikiem zmienności, który wyniósł dla F_1, F_3, F_g i F_5 , ok. 5,2%, a dla F_{18} 32,4%.

Pierwszy etap budowy wzorów empirycznych polegał na poszukiwaniu funkcji regresji oraz związanej z nią mocy korelacji, oceniającej związek liczb kształtu z innymi parametrami drzewostanu. Tymi parametrami była przeciętna pierśnica drzewostanu (średnia kwadratowa) i średnia wysokość drzewostanu (obliczona wzorem Lorey'a). Poszukując

TABELA
Statystyczna charakterystyka pierśnicowych liczb kształtu drzewostanu

	F_1	F_3	F_g	F_5	F_{18}
Średnia arytmetyczna	0,4593	0,4283	0,4894	0,4256	0,3167
Min.	0,3989	0,3798	0,4251	0,3794	0,0382
Max.	0,5134	0,4858	0,5347	0,481	0,4299
Odchylenie standardowe	0,0234	0,0220	0,0258	0,0227	0,1026
Współczynnik zmienności	5,1	5,1	5,3	5,3	32,4

modelu regresji opisującego te związki, zastosowano różne funkcje (liniową oraz nieliniową). Funkcją najlepiej wyrównującą drzewostanowe liczby kształtu od przeciętnej pierśnicy była funkcja potęgowa. Stosując transformację logarytmiczną funkcji, obliczono jej współczynniki metodą najmniejszych kwadratów. Otrzymano następujące wzory:

$$F_1 = 0,5526 \cdot D^{-0,0566} \quad [1]$$

$$F_3 = 0,4432 \cdot D^{-0,0108} \quad [2]$$

gdzie:

- F_1 – drzewostanowa liczba kształtu strzały w korze,
- F_3 – drzewostanowa liczba kształtu strzały bez kory,
- D – przeciętna pierśnica.

Siłę analizowanych związków oceniono wskaźnikiem korelacji nieliniowej, który wyniósł dla pierśnicowej liczby kształtu strzały w korze $F_1 - 0,353$ (korelacja istotna przy $\alpha=0,05$), a dla liczby kształtu bez kory $F_3 - 0,066$ (korelacja nieistotna przy $\alpha=0,05$).

Na podstawie opracowanych wzorów można oszacować wartości drzewostanowych liczb kształtu F_1 i F_3 . Wyznaczony empirycznie błąd standardowy oszacowania liczb kształtu wzorem [1] wynosi $\pm 4,8\%$, a wzorem [2] $\pm 5,1\%$. Średnia arytmetyczna błędów dla obu wzorów wynosi $+0,1\%$.

Sposób uzyskania równań dla liczb kształtu grubizny i drewna użytkowego był odmienny od sposobu dla liczb kształtu strzały. W celu lepszego dopasowania równania zastosowano tu kombinację dwóch funkcji: na pierśnicową liczbę kształtu strzały w korze i na iloraz:

- miąższości grubizny drzewa i miąższości strzały w korze (dla F_g),
- miąższości części pnia bez kory do miejsca, w którym grubość bez kory wynosi 5 cm i miąższości strzały w korze (dla F_5),
- miąższości części pnia bez kory do miejsca, w którym grubość bez kory wynosi 18 cm i miąższości strzały w korze (dla F_{18}).

Ponieważ funkcja na pierśnicową liczbę kształtu strzały w korze F_1 została już opracowana [1], w dalszym etapie badań zajęto się wyznaczeniem funkcji dla odpowiednich ilorazów miąższości. W tym celu zbadano powiązanie ilorazów z przeciętnymi cechami drzewostanu: pierśnicą i wysokością. Przy wyrównywaniu zależności między analizowanymi cechami zastosowano różne modele regresji nieliniowej. Parametry równania oszacowano metodą najmniejszych kwadratów po transformacji funkcji w postać liniową.

Odpowiednie wzory na drzewostanowe liczby kształtu przyjęły następującą postać:

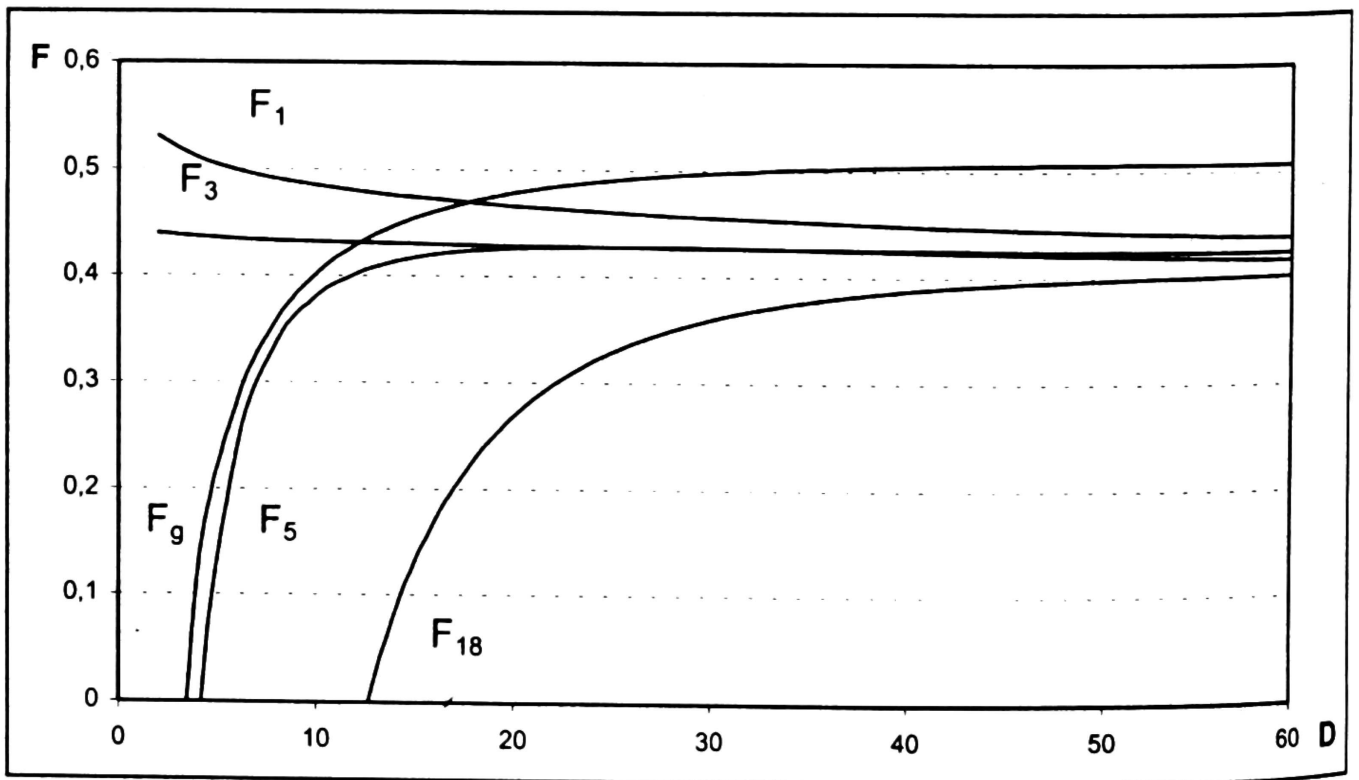
$$F_g = 0,5526 D^{-0,0566} \cdot \left(1,2224 - \frac{3,9316}{D} \right) \quad [3]$$

$$F_5 = 0,5526 D^{0,0566} \cdot \left(0,9568 - \frac{17,0879}{D^2} \right) \quad [4]$$

$$F_{18} = 0,5526D^{-0,0566} \cdot \left(0,9604 - \frac{153,3270}{D^2} \right) \quad [5]$$

Błąd standardowy oszacowania drzewostanowej liczby kształtu F_g wynosi $\pm 3,9\%$, a średnia arytmetyczna błędów $+0,2\%$. Błędy wzorów [4, 5] służących do wyznaczania F_5 i F_{18} wynoszą odpowiednio $\pm 5,0\%$ i $\pm 9,2\%$, a średnie arytmetyczne błędów $+0,1\%$ i $+0,7\%$.

Na rycinie 1 przedstawiono przebieg liczb kształtu wraz ze wzrostem przeciętnej pierśnicy.



RYC. 1. Zależność pierśnicowych liczb kształtu buka górskiego od przeciętnej pierśnicy drzewostanu

Kolejnym etapem badań było opracowanie zestaw wzorów uzależnionych od średniej wysokości. Wzory te, chociaż mniej dokładne, można stosować w takich przypadkach, kiedy nie będzie znana przeciętna pierśnica drzewostanu. Dotyczy to np. metody określania miąższości, w której pierśnicowe pole przekroju drzewostanu ustala się sposobem Bitterlicha.

$$F_1 = 0,4508 + \frac{4,2539}{H^2} \quad [6]$$

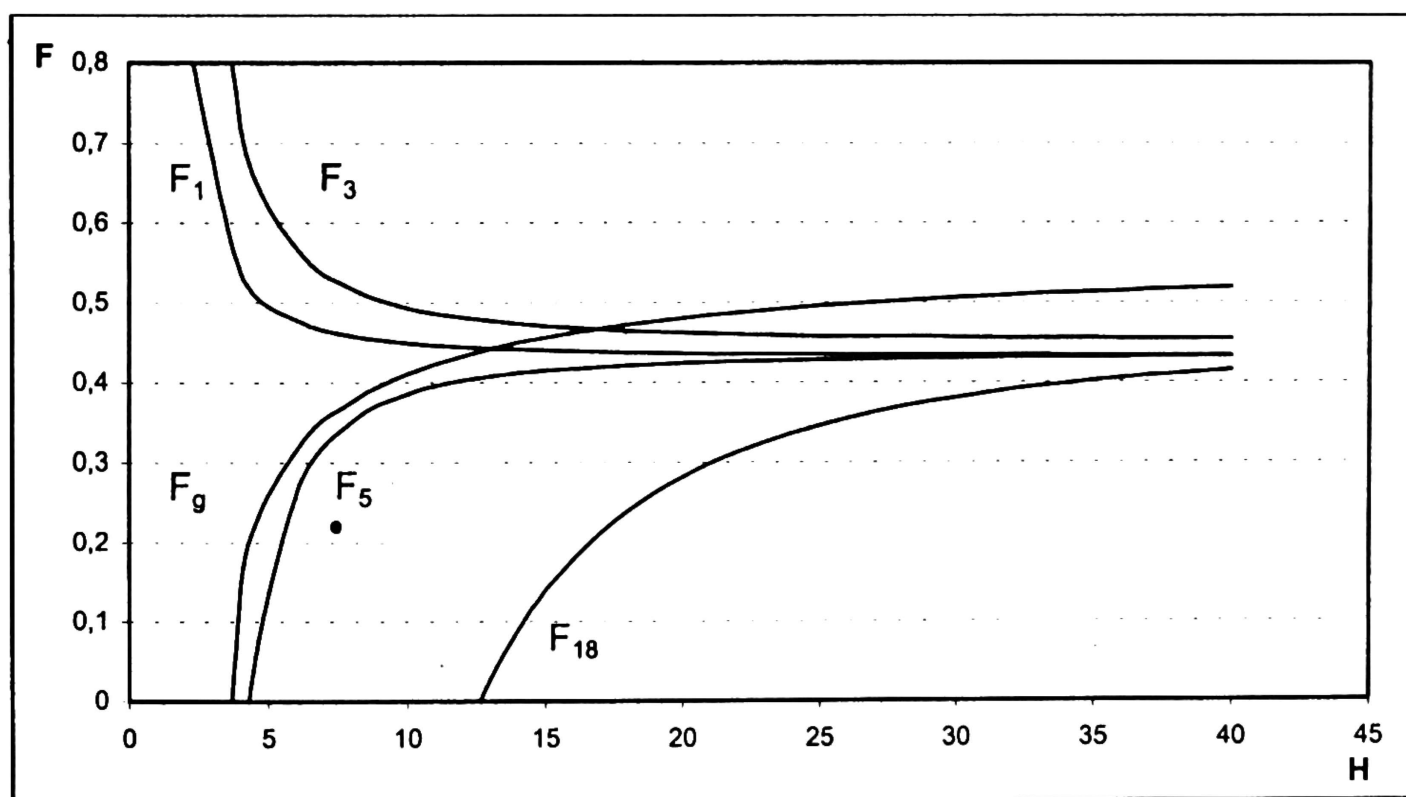
$$F_3 = 0,4316 + \frac{1,6788}{H^2} \quad [7]$$

$$F_8 = \left(0,4508 + \frac{4,2539}{H^2} \right) \cdot \left(1,2485 - \frac{4,1631}{H} \right) \quad [8]$$

$$F_5 = \left(0,4508 + \frac{4,2539}{H^2} \right) \cdot \left(0,9632 - \frac{18,1700}{H^2} \right) \quad [9]$$

$$F_{18} = \left(0,4508 + \frac{4,2539}{H^2} \right) \cdot \left(1,0153 - \frac{161,5939}{H^2} \right) \quad [10]$$

Na rycieniu 2 przedstawiono przebieg liczb kształtu wraz ze wzrostem średniej wysokości.



RYC. 2. Zależność pierśnicowych liczb kształtu buka górskiego od przeciętnej wysokości drzewostanu

Błąd średni oszacowania pierśnicowej liczby kształtu F_1 wzorem [6] wynosi dla badanego materiału $\pm 5,0\%$, zaś liczby kształtu F_3 wzorem [7] $\pm 5,2\%$. Dla analizowanego w pracy materiału empirycznego średnia arytmetyczna błędów procentowych liczb kształtu otrzymanym wzorem [6] wynosi $+0,2\%$, a wzorem [7] $+1,8\%$. Błąd standardowy wzoru [8], w którym do określania drzewostanowej liczby kształtu grubizny drzew wymagana jest znajomość średniej wysokości drzewostanu, wynosi $\pm 4,1\%$, a średnia arytmetyczna błędów procentowych $+0,4\%$. Błąd wzoru służącego do wyznaczania F_5 [9] wynosi $\pm 5,1\%$, średnia arytmetyczna błędów $+0,3\%$. Najmniejszą dokładnością charakteryzuje się wzór na F_{18} , dla którego błąd równania [10] wynosi $\pm 10,2\%$, a średnia arytmetyczna błędów $-1,7\%$.

W dalszym etapie badań opracowano wzory empiryczne stałych linii liczb kształtu. Przy wyrównywaniu zależności liczb kształtu od pierśnicy i wysokości drzewa w obrębie drzewostanu zastosowano model regresji liniowej. Ponieważ cechą najmocniej związaną z liczbami kształtu, spośród badanych, okazała się pierśnica drzewa, podstawowe równania na liczbę kształtu drzewa przybrały postać:

$$f_1 = a_1 + b_1 \cdot d \quad [11]$$

$$f_3 = a_3 + b_3 \cdot d \quad [12]$$

gdzie:

- f_1 – liczba kształtu strzały w korze,
- f_3 – liczba kształtu strzały bez kory,
- d – pierśnica drzewa,
- a_1, a_3, b_1, b_3 – współczynniki równania.

W celu wyznaczenia współczynników b równań [11, 12] zbadano ich powiązanie z przeciętnymi cechami drzewostanu: pierśnicą i wysokością. Na podstawie analiz stwierdzono, że cechą silniej związaną z badanymi współczynnikami jest przeciętna pierśnica (D). Otrzymano równania:

$$b_1 = 0,0001 - \frac{1,6317}{D^2} \quad [13]$$

$$b_3 = -0,0003 - \frac{0,9737}{D^2} \quad [14]$$

Następnie określono wartości współczynników a_1 i a_3 ze wzorów:

$$a_1 = F_1 - b_1 \cdot D \quad [15]$$

$$a_3 = F_3 - b_3 \cdot D \quad [16]$$

Podstawowe równania linii liczb kształtu uzyskały więc postać:

$$f_1 = F_1 - b_1 (D - d) \quad [17]$$

$$f_3 = F_3 - b_3 (D - d) \quad [18]$$

Po podstawieniu do powyższych wzorów opracowanych już równań na pierśnicowe liczby kształtu F_1 [1] i F_3 [2] oraz równań współczynników kierunkowych b [13, 14], otrzymano następujące wzory na pierśnicowe liczby kształtu drzewa f_1 i f_3 :

$$f_1 = 0,5526D^{-0,0566} - \left(0,0001 - \frac{1,6317}{D^2}\right) \cdot (D - d) \quad [19]$$

$$f_3 = 0,4432 \cdot D^{-0,0108} + \left(0,0003 + \frac{0,9737}{D^2}\right) \cdot (D - d) \quad [20]$$

Budowę wzorów na pierśnicowe liczby kształtu f_g, f_5, f_{18} dla pojedynczego drzewa oparto na tej samej zasadzie co budowę wzorów na drzewostanowe liczby kształtu F_g, F_5, F_{18} .

Przedstawiono je jako iloczyn liczby kształtu strzały w korze (f_1) i współczynnika będącego ilorzem miąższości odpowiedniej części strzały w korze lub bez kory do średniej miąższości strzały w korze.

Ponieważ dysponowano ilorazami miąższości opracowanymi dla drzewostanów, w toku badań sprawdzono jedynie czy są one również odpowiednie dla drzew. Po niewielkiej korekcie, jaką była zamiana zastosowanych we wzorach przeciętnych pierśnic (D) na pierśnice drzewa (d) stwierdzono, że nadają się one do zastosowania we wzorach linii liczb kształtu grubizny i drewna użytkowego. Otrzymano więc następujące wzory:

$$f_g = \left(0,5526 D^{-0,0566} - \left(0,0001 - \frac{1,6317}{D^2} \right) \cdot (D - d) \right) \cdot \left(1,2224 - \frac{3,9316}{d} \right) \quad [21]$$

$$f_5 = \left(0,5526 D^{-0,0566} - \left(0,0001 - \frac{1,6317}{D^2} \right) \cdot (D - d) \right) \cdot \left(0,9568 - \frac{17,0879}{d^2} \right) \quad [22]$$

$$f_{18} = \left(0,5526 D^{-0,0566} - \left(0,0001 - \frac{1,6317}{D^2} \right) \cdot (D - d) \right) \cdot \left(0,9604 - \frac{153,3270}{d^2} \right) \quad [23]$$

Podsumowanie i wnioski

- Opracowano wzory empiryczne służące do określania drzewostanowych liczb kształtu F_1 , F_3 , F_g , F_5 i F_{18} dla buka górskiego, a z badań tych sformułowano następujące wnioski.
- Poszukiwanie powiązań F_1 i F_3 z różnymi cechami drzewostanu doprowadziły do opracowania wzorów empirycznych służących do określania tych liczb kształtu dla drzewostanów buka górskiego. We wzorach wartości liczb kształtu uzależniono od przeciętnej pierśnicy i przeciętnej wysokości drzewostanu. Błędy standardowe wyznaczania wartości liczby kształtu F_1 wymienionymi wzorami, na podstawie przeciętnej pierśnicy i wysokości, dla buka górskiego wynoszą odpowiednio $\pm 4,8\%$ i $\pm 5,0\%$. Analogiczne błędy szacowania F_3 wynoszą $\pm 5,1\%$ i $\pm 5,2\%$.
- Na podstawie wzorów służących do określania pierśnicowej liczb kształtu F_1 i ilorazów odpowiednich miąższości opracowano wzory pozwalające wyznaczyć liczbę kształtu grubizny drzewa F_g oraz liczby kształtu drewna użytkowego F_5 i F_{18} . Wzory empiryczne służące do wyznaczania zastosowanych ilorazów miąższości uzależniono od przeciętnej pierśnicy lub od średniej wysokości drzewostanu. Wartości liczb kształtu F_g , F_5 i F_{18} , z użyciem zaproponowanych wzorów, wyznacza się na podstawie bądź przeciętnej pierśnicy drzewostanu (D), bądź średniej wysokości (H).
- Błędy średnie szacowania przeciętnych wartości liczb kształtu F_g , F_5 , F_{18} , ze wzorów opartych na przeciętnej pierśnicy, wynoszą $\pm 3,9\%$, $\pm 5,0\%$, $\pm 9,2\%$. Błędy dla analogicznych wzorów opartych na średniej wysokości przyjmują wielkości $\pm 4,1\%$, $\pm 5,1\%$, $\pm 10,2\%$.
- Dla buka górskiego opracowano wzory stałych linii liczb kształtu. Pozwalają one wyznaczyć liczby kształtu pojedynczych drzew. Wzory oparte są na przeciętnej pierśnicy drzewostanu i pierśnicy drzewa.

- Opracowane wzory empiryczne mogą zastąpić dotychczas stosowane w praktyce, mało precyzyjne sposoby określania pierśnicowych liczb kształtu dla górskich drzewostanów bukowych.

*Zakład Urządzania i Monitoringu Lasu
Instytut Badawczy Leśnictwa
ul. Bitwy Warszawskiej 1920 r. nr 3, 00-973 Warszawa
e-mail: M.Dudzinska@ibles.waw.pl*

Literatura

- Bruchwald A. 1975. Tables of form factor for stems-in-bark in pine stands. *Bull. Acad. Pol. Sc. Ser. Biol.*, 8:543-547.
- Bruchwald A. 1978a. Formulae for construction of tables of form factors for stems in pine stands. *Bull. Acad. Pol. Sc. Ser. Biol.*, 2:111-118.
- Bruchwald A. 1978b. Tablice liczb kształtu w korze i bez kory dla sosny. *ZN SGGW, Leś.*, 26:7-19.
- Bruchwald A. 1992. Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów jodłowych. *Sylvan*, 7:17-23.
- Bruchwald A. 1996. New empirical formulae for determination of volume of Scots pine stands. *FFP, s. A*, 38:5-10.
- Bruchwald A., Dudek. A. 1978. Tablice miąższości drewna okrągłego grubego drzewostanów sosnowych na pniu. *ZN SGGW, Leś.*, 26:85-92.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1978a. Tablice miąższości strzał w korze dla drzewostanów sosnowych. *ZN SGGW, Leś.*, 26:69-75.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1978b. Tablice miąższości strzał bez kory drzewostanów sosnowych. *ZN SGGW, Leś.*, 26:7-83.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1984a. Tables of thick wood volume of trees with bark for pine stands. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. – SGGW-AR, For. and Wood Technol.*, 32:27-30.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1981a. Wzory empiryczne do określania pierśnicowej liczby kształtu strzały w korze dla świerka. *Sylvan*, 3:11-15.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1981b. Wzory empiryczne do określania miąższości strzał w korze dla świerka. *Sylvan*, 4:19-22.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1984b. Empirical formulae for determination of thick wood volume for spruce. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. – SGGW-AR, For. and Wood Technol.*, 32:53-55.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1988a. Empirical equations for determining the b.h. form factors of stems without bark in spruce stands. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. – SGGW-AR, For. and Wood Technol.*, 37:3-7.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1988b. Uniform lines of the b.h. form factors of stems without bark for spruce stands. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. – SGGW-AR, For. and Wood Technol.*, 37:9-13.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1988c. Volume tables of stems without bark for spruce stands. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. – SGGW-AR, For. and Wood Technol.*, 37:15-19.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1996. Nowy wzór empiryczny do określania pierśnicowej liczby kształtu grubizny drzewa dla świerka. *Sylvan*, 12:25-31.
- Bruchwald A., Wróblewski L. 1993. Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów świerkowych. *Sylvan*, 9:15-20.
- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. 1994. Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów dębowych. *Sylvan*, 2:5-11.

Bruchwald A., Dudzińska-Rymer T., Dudek A., Michalak K., Wróblewski L., Tomusiak R., Zasada M. 2001. Model wzrostu dla brzozy. Dokumentacja naukowa w Zakładzie Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu SGGW w Warszawie.

Michalak K. 1988. Empiric formulas for determining the volume of standing thic roundwood in pine stands. Ann. Warsaw Agricult. Univ. – SGGW-AR, For. and Wood Technol., 36:97-100.

Summary

Empirical equations for determining dbh form factors for mountain beech stands

The aim of the paper was to present empirical equations for determining dbh form factors. The studies were based on empirical materials collected from 58 beech stands growing in the south of Poland (Stuposiany, Dynów, Zawoja, Baligród). The studies were conducted on 759 beeches.

Dbh form factors for stand based on the measurements were determined: stem under bark (F_1), in bark (F_3), stem over 7 cm in diameter (F_g), high quality wood: the length of the stem from the base to the point in which stem diameter in bark is 5 cm (F_5) the length of the stem from the base to the point in which stem diameter in bark is 18 cm (F_{18}). For these the following set of empirical equations was developed based on the average tree dbh [1-5] and height [6-10]. The standard error of equation [1] was $\pm 4.8\%$, equation [2] $\pm 5.1\%$, equation [3] $\pm 3.9\%$, equation [4] $\pm 5.0\%$, equation [5] $\pm 9.2\%$, equation [6] $\pm 5.0\%$, equation [7] $\pm 5.2\%$, equation [8] $\pm 4.1\%$, equation [9] $\pm 5.1\%$ and equation [10] $\pm 10.2\%$.

The set of empirical equation [19-23] was also developed for tree. Tree dbh and the mean stand dbh are needed to determine tree form factors.