

## MODELOWANIE DYNAMIKI I SYMULACJA RUCHU MASZYN MANIPULACYJNYCH

Andrzej Stępniewski

Instytut Podstaw Techniki, Akademia Rolnicza w Lublinie

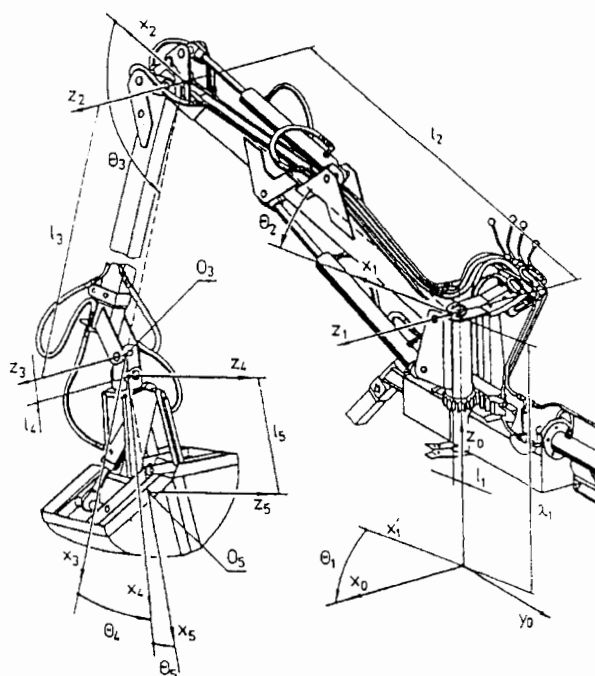
**Synopsis:** W pracy przeprowadzono analizę kinematyczną (met. macierzowa) i dynamiczną (met. równań Lagrange'a II rodzaju) łańcucha kinematycznego z pięcioma parami obrotowymi na przykładzie ładowacza Troll-350. Rozwiązano zadania proste i odwrotne kinematyki i dynamiki. Drogą symulacji komputerowej, określono funkcyjne przebiegi kinematycznych i dynamicznych parametrów ruchu.

**Słowa kluczowe:** maszyna manipulacyjna, kinematyka, dynamika, symulacja komputerowa ruchu.

### Wprowadzenie

Wyniki analizy kinematycznej i dynamicznej wykorzystuje się przy projektowaniu napędów, poszczególnych ogniw oraz połączeń między nimi [Kakizaki i in., 1993]. Zadanie odwrotne kinematyki, dla maszyn nie posiadających synchronizacji ruchu w parach kinematycznych, sprowadza się do wyznaczenia zakresu zmian położeń kątowych, natomiast zmiany parametrów kinematycznych otrzymuje się wprost z przyjętego prawa ruchu.

Projektowanie maszyn manipulacyjnych wymaga przeprowadzenia analizy dynamicznej kompletnego układu celem określenia ekstremalnych wartości obciążeń [Stępniewski, 1994]. W pierwszym zadaniu dynamiki przyjmuje się, że prawa ruchu w parach kinematycznych są dane, a wyznacza się momenty lub siły napędowe zapewniające realizację zaprogramowanych ruchów. W drugim zadaniu dynamiki, metodą całkowania równań ruchu wyznacza się odchylenia dynamiczne, które wynikają z oddziaływania bezwładnościowego członów na pary kinematyczne [Knapczyk, Stępniewski, 1993]. W pracy przeprowadzona została analiza kinematyczna i dynamiczna ładowacza Troll-350 (rys.1).



Rys. 1. Ładowacz zawieszany chwytakowy Troll - 350

Fig. 1. Mounted catcher loader Troll 350

### Sformułowanie zadania modelowania ruchu ładowacza

Początek i koniec trajektorii punktu  $O_3$  - zawieszenia chwytaka opisano współrzędnymi  $(x_{03p}, z_{03p}), (x_{03k}, z_{03k})$  w pionowej płaszczyźnie przekroju przestrzeni roboczej oraz położeniami kątowymi  $\Theta_{1p}, \Theta_{1k}$  w pierwszej parze obrotowej. Skrajne przemieszczenia kątowe w drugiej i trzeciej parze obrotowej wyznaczono z równania zamknięcia jako funkcje położenia punktu  $O_3$ . Przyjęto, że ruch w parach obrotowych następuje po sobie szeregowo, w założonej kolejności według przyjętego prawa ruchu z maksymalną prędkością  $\dot{\Theta}_{i, \max}$  i przyspieszeniem  $\ddot{\Theta}_{i, \max}$ .

### Analiza dynamiczna

W celu wyznaczenia współczynników równań Lagrange'a wyprowadzono zależności na energię kinetyczną i potencjalną oraz ich pochodne:

$$E_k = \sum_{i=1}^j E_{ki} + E_{kp} \quad (1)$$

gdzie:

$$E_{ki} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^j (m_i v_{Si}^T v_{Si} + \underline{\omega}_{ii}^T J_{Si} \underline{\omega}_{ii}) \quad (2)$$

przy czym:

$$v_{Si} = \mathbf{D}_i r_{Si} \quad (3)$$

$$\underline{\omega}_{ii} = T_{li}^{-1} \sum_{i=1}^j T_{li-1} \underline{\omega}_{ii-1} \quad (4)$$

$$T_{li} = A_1 A_2 \dots A_i, \underline{\omega}_{ii-1} = [00\dot{\Theta}_i 0]^T$$

Energia potencjalna ładowacza:

$$E_p = \sum_{i=1}^j m_i g r_{Si} \quad (5)$$

Równania Lagrange'a drugiego rodzaju dla rozpatrywanego układu:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\Theta}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \Theta_i} + \frac{\partial E_p}{\partial \Theta_i} = M_{ui}, i = 1 \div 5 \quad (6)$$

Po wykonaniu odpowiednich działań, otrzymano układ pięciu równań różniczkowych ruchu ogniwo ładowacza. W celu wyznaczenia nieznanymi wartości przemieszczeń  $\Theta_4$  i  $\Theta_5$ , przyjmując  $M_{u4}(t) = 0$  i  $M_{u5}(t) = 0$  (brak napędu) po przekształceniu dwóch ostatnich równań otrzymano wyrażenia na przyspieszenia kątowe w parach "4" i "5":

$$\ddot{\Theta}_4 = [-\ddot{\Theta}_1 d_8 - \ddot{\Theta}_2 d_{11} - \ddot{\Theta}_3 d_{13} + 0,5(\dot{\Theta}_1^2 d_{21} + \dot{\Theta}_2^2 d_{31} + \dot{\Theta}_3^2 d_{22}) + 0,5\dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 d_{37} + \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 d_{22} - d_{25}(\dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_5 + \dot{\Theta}_3 \dot{\Theta}_5 + \dot{\Theta}_4 \dot{\Theta}_5) - G_4] / d_4 \quad (7)$$

$$\ddot{\Theta}_5 = [-\dot{\Theta}_1 d_9 - \dot{\Theta}_2 d_{12} - \dot{\Theta}_3 d_{14} + 0,5(\dot{\Theta}_1^2 d_{23} + \dot{\Theta}_2^2 d_{34} + \dot{\Theta}_3^2 d_{24} + \dot{\Theta}_4^2 d_{25}) + 0,5(\dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 d_{35} + \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 d_{36} + \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_4 d_{37}) + \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 d_{33} + \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_4 d_{25} - G_5] / d_5$$

W wyniku przejścia z opisem układu do współrzędnych stanu przez podstawienia:  $Y_1 = \dot{\Theta}_4$ ,  $Y_2 = \dot{\Theta}_5$ ,  $Y_3 = \Theta_4$ ,  $Y_4 = \Theta_5$ , oraz po dodaniu wyrażenia określającego tłumienie, otrzymano układ czterech równań różniczkowych pierwszego rzędu:

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{dt} &= [-\ddot{\Theta}_1 d_8 - \ddot{\Theta}_2 d_{11} - \ddot{\Theta}_3 d_{13} + 0,5(\dot{\Theta}_1^2 d_{21} + \dot{\Theta}_2^2 d_{31} + \dot{\Theta}_3^2 d_{22}) + \\ &+ 0,5\dot{\Theta}_1 Y_2 d_{37} + \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 d_{22} - d_{25} Y_2 (\dot{\Theta}_2 + \dot{\Theta}_3 + Y_1) - \tau_4 Y_1 - G_4] / d_4 \\ \frac{dY_2}{dt} &= [-\dot{\Theta}_1 d_9 - \dot{\Theta}_2 d_{12} - \dot{\Theta}_3 d_{14} + 0,5(\dot{\Theta}_1^2 d_{23} + \dot{\Theta}_2^2 d_{34} + \dot{\Theta}_3^2 d_{24} + Y_1^2 d_{25}) + \\ &+ 0,5(\dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 d_{35} + \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 d_{36} + \dot{\Theta}_1 Y_1 d_{37}) + \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 d_{33} + \dot{\Theta}_2 Y_1 d_{25} - \tau_5 Y_2 - G_5] / d_5 \end{aligned}$$

$$\frac{dY_3}{dt} = Y_1, \quad \frac{dY_4}{dt} = Y_2 \quad (8)$$

Warunki brzegowe powyższych równań są następujące:

$$Y_1(0) = 0, \quad Y_2(0) = 0, \quad Y_3(0) = \pi/2 - \Theta_2 - \Theta_3, \quad Y_4(0) = 0$$

### Przykład liczbowy

Dla ładowacza Troll-350 przeprowadzono symulację ruchu. Założono ruch szeregowy par w kolejności: "2", "3", "1", przyjmując dane:

$$x_p \div x_k = 1,5 \div 2,0 \text{ m}, \quad z_p \div z_k = 0,3 \div 2,3 \text{ m},$$

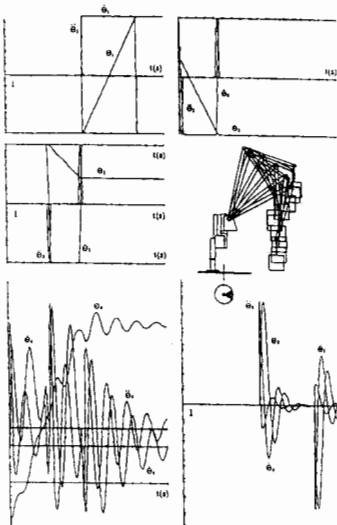
$$\Theta_{pl} \div \Theta_{kl} = -30^\circ \div 30^\circ, \quad \dot{\Theta}_{1\max} = 0,17 \text{ rad/s}, \quad \ddot{\Theta}_{1\max} = 2,00 \text{ rad/s}^2,$$

$$\dot{\Theta}_{2\max} = 0,21 \text{ rad/s}, \quad \ddot{\Theta}_{2\max} = 0,70 \text{ rad/s}^2,$$

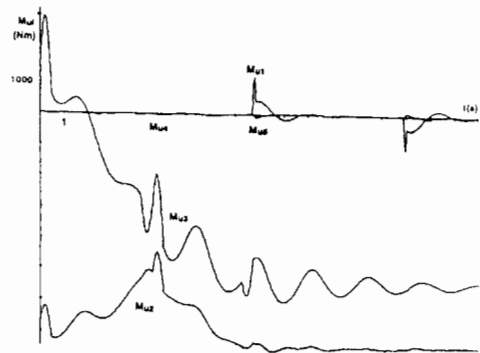
$$\dot{\Theta}_{3\max} = 0,19 \text{ rad/s}, \quad \ddot{\Theta}_{3\max} = 0,63 \text{ rad/s}^2,$$

$$\tau_4 = 100 \text{ kgm}^2/\text{s}^{-1}\text{rad}^{-1}, \quad \tau_5 = 300 \text{ kgm}^2/\text{s}^{-1}\text{rad}^{-1}$$

Wyniki obliczeń (sinusoidalne prawo ruchu) przedstawiono na rys. 2 i 3.



Rys. 2. Czasowe przebiegi kinematycznych parametrów ruchu  
Fig. 2. Time courses of kinematic motion parameters



Rys. 3. Czasowe przebiegi momentów uogólnionych w parach kinematycznych  
Fig. 3. Time courses of generated moments in kinematic pairs

Ekstremalne wartości obciążeń dynamicznych zamieszczono w tabl. 1.

Tabela 1

### Ekstremalne wartości obciążeń dynamicznych

trapezowe prawo prędkości

	1	2	3	4	5
$M_{ui\ min}$ [Nm]	-3167	-7616	-6089	-390	-742
$M_{ui\ max}$ [Nm]	3167	-4193	3321	297	742

sinusoidalne prawo prędkości

$M_{ui\ min}$ [Nm]	-3153	-7610	-6030	388	-729
$M_{ui\ max}$ [Nm]	3154	-4459	3064	286	739

### Wykaz ważniejszych oznaczeń

$A_i$  - macierz jednorodnych przekształceń współrzędnych

$D_i$  - operator przekształcenia wektora położenia punktu ogniwa "i" w prędkość tego punktu

$d_i$  - współczynniki bezwładności i symbole Christoffela

$E_{ki}$  - energia kinetyczna ogniwa "i"

$E_{ko}$  - energia kinetyczna chwytaka wraz z zawartością

$G_i$  - współczynniki grawitacji

$J_{Si}$  - tensor bezwładności ogniwa "i"

$m_i$  - masa ogniwa "i"

$r_{Si}$  - wektor położenia środka masy w układzie współrzędnych podstawy

$v_{Si}$  - prędkość środka masy ogniwa "i"

$\Theta_{imax}$  - maksymalna, względna prędkość kątowa w parze "i"

$\ddot{\Theta}_{imax}$  - maksymalne, względne przyspieszenie kątowe w parze "i"

$\tau_i$  - współczynnik tłumienia w parze "i"

$\omega_{ii}$  - wektor prędkości kątowej ogniwa "i" w układzie współrzędnych ogniwa

### Wnioski

1. Największy udział w obciążeniach par kinematycznych mają obciążenia statyczne. Obciążenia dynamiczne powodują zmiany wartości momentu obciążenia w parach dochodzące do  $\pm 3000$  Nm.

2. Widoczny jest znaczny wpływ procesów drganiowych zawieszenia chwytaka na wzrost obciążeń dynamicznych w pozostałych parach kinematycznych. Zmniejszenie obciążeń dynamicznych możliwe jest poprzez zastosowanie odpowiednich tłumików ruchu wahadłowego.

## Bibliografia

- Kakizaki, T., J. F. Deck, S. Dubowsky. 1993. Modeling the Spatial Dynamics of Robotic Manipulators with Flexible Links and Joint Clearances. *Journal of Mechanical Design*, vol. 115/839.
- Knapczyk, J., A. Stępniewski. 1993. Some Effects of the Joint's Drive Systems Torsional Compliances and the Velocity Profiles of the 5R Manipulator's Dynamic Accuracy. *Ro.man.sy 9*. Springer-Verlag London Limited, s. 75-84.
- Stępniewski, A. 1994. Symulacja ruchu oraz dobór parametrów jednostek napędowych manipulatora typu ASEA. *Zeszyt Naukowy Wydz. Mech. nr 17. WSIŃz., Koszalin*, s. 53-60.

A. Stępniewski

## MODELLING THE DYNAMICS AND SIMULATION OF MANIPULATING MACHINES MOTION

### Summary

This paper presents the kinematic and dynamic analysis of the spatial open kinematic chain on the example of the loader Troll-350. Kinematic analysis was based on a matrix method. Values of relative angular displacements in pairs of lower and higher rotating arms were found from the giving the point opposite. Time courses of the kinematic parameters in flexible links were obtained from the assumed law of motion, while the relative movement was described by velocity laws - trapezoid or sinusoidal. Kinematic parameters of catcher's swinging motion were obtained by solving dynamics equations. A model of dynamics was built on the basis of Lagrange equation of the II kind, in which the following were considered: geometry, construction limits, mass distribution, and damping of the free vibration movement. However, kinetic energy of servo-motors, drive flexibility, and bending flexibility. To integrate equations of motion, the Runge-Kutta method of the fourth order was used. The values of generated displacement angles of the catcher's swinging motion, obtained from integrals, were used to calculate dynamic loads. Function courses of kinematic and dynamic motion parameters were determined through computer simulation.