

## RELAKSACJA NAPRĘŻEŃ W KORZENIACH BURAKÓW CUKROWYCH

*Małgorzata Bzowska-Bakalarz*

Instytut Mechanizacji Rolnictwa w Lublinie

**Synopsis:** Wykonano badania relaksacji naprężeń w korzeniu buraka cukrowego i określono wpływ prędkości obciążania i sposobu zamocowania próbek na parametry mechaniczne standardowego modelu reologicznego.

**Słowa kluczowe:** korzeń buraka cukrowego, właściwości mechaniczne, relaksacja.

### Wstęp

W materiałach biologicznych pod wpływem działania sił zewnętrznych (maszyn do zbioru i obróbki) występują złożone procesy odkształceń, które zależą od czasu trwania naprężenia i prędkości jego narastania. Część energii włożonej w proces odkształcania zostaje rozproszona (niedoskonałość sprężysta) [Bzowska-Bakalarz, 1986; Derski, Ziemia, 1968; Osiński, 1979]. Właściwości mechaniczne korzenia buraka dają się opisać jedynie przez złożone modele reologiczne uwzględniające takie cechy jak sprężystość, lepkość i plastyczność [Bzowska-Bakalarz, 1987, 1989; Haman i inni, 1978; Nowicki i inni, 1977]. Podstawowym testem zjawisk reologicznych są badania relaksacji naprężeń w zakresie odkształceń sprężystych [Derski, Ziemia, 1968; Osiński, 1979]. Wyniki badań relaksacji naprężeń są zależne od wielu czynników np: wartości i rodzaju naprężeń, wielkości odkształceń (nie tylko wzdłużnych ale i poprzecznych), kształtu i wymiaru próbek, także składu chemicznego a przede wszystkim istotny jest wpływ prędkości odkształcenia na materiał traktowany jako ośrodek lepko-sprężysty.

Przeprowadzony eksperyment miał na celu określenie wpływu prędkości

zadawania obciążenia na wartości stałych dobranego modelu reologicznego tkanki korzenia buraka cukrowego.

Przeanalizowano także wyniki relaksacji naprężeń dla próbek wolnych, mających możliwość poprzecznego rozszerzania się oraz dla próbek umieszczonych w cylindrach, gdzie istnieją warunki jednoosiowego stanu odkształcenia przy naprężeniach trójosiowych.

### Metodyka i warunki badań

Obiektem badań były korzenie odmiany PN Mono 1. Badania wykonano bezpośrednio po zbiorze (I termin - korzenie w pełnym turgorze, potencjał wodny: 23,2 bara) i po dwóch miesiącach przechowywania w przyzmię (II termin - potencjał wodny korzeni: 25,43 bara). Badania w I terminie miały na celu określenie właściwości mechanicznych wynikających z naturalnych cech odmiany uprawianej w danym środowisku, natomiast badania w II terminie służyły określeniu tych właściwości dla materiału przechowywanego ale jeszcze dopuszczonego do przerobu (stopień zwiędnięcia korzeni 18%). Próbki w kształcie walca o średnicy i wysokości 20 mm wycinano z najszerszej części korzenia, równolegle do jego osi podłużnej [1,2,3].

Badania relaksacji naprężeń tkanki korzenia wykonano na maszynie wytrzymałościowej Instron 1253 przy czterech prędkościach obciążania:  $V_1 = 0.5$  mm/min,  $V_2 = 2,0$  mm/min,  $V_3 = 10,0$  mm/min,  $V_4 = 200,0$  mm/min [1].

Eksperyment przeprowadzono na próbkach wolnych, które miały możliwość boczego rozszerzania się (próbki "b" - bez cylindra), oraz na próbkach umieszczonych w cylindrach (próbki oznaczone: "c" - w cylindrze). Próbki umieszczone w cylindrach (c) miały możliwość swobodnego odsączania nadmiaru wody, ponieważ znajdowały się między dwoma perforowanymi płytkami metalowymi. Próbki ściskano między dwoma równoległymi płytkami ze stałą prędkością deformacji. Po zatrzymaniu odkształcenia przy naprężeniu  $\sigma_0 = 1,248$  MPa (I termin), a w II terminie przy naprężeniu  $\sigma_0 = 0,312$  MPa, rejestrowano przebieg naprężenia przez około 120 sekund. Wartości początkowego naprężenia dla obu terminów badań dobrano tak aby było o około 50 % mniejsze od zmierzonej wcześniej granicy wytrzymałości biologicznej (wytrzymałość biologiczna tkanki w I terminie = 2,613 MPa, w II terminie = 0,707 MPa).

Pomiary wykonano w 5 powtórzeniach dla każdej kombinacji w I terminie i w jednym powtórzeniu dla II terminu badań. Badania korzeni przechowywanych miały charakter orientacyjny i służyły do określenia dolnej granicy stałych relaksacji. Nie było bowiem celowe dokonywanie szczegółowej analizy relaksacji naprężeń zachodzącej w materiale niepełnowartościowym biologicznie i

chemicznie, który przez okres 2 miesięcy poddany był odkształceniom wynikającym z nacisku górnych warstw przyzmy.

### Analiza wyników badań

W wyniku przeprowadzonych prób otrzymano wykresy relaksacji naprężeń. Proces relaksacji opisano równaniem stanu modelu standardowego [2,3,4,8]:

$$\sigma(t) = E_2 \cdot \epsilon_0 + (\sigma_0 - E_2 \cdot \epsilon_0) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (3)$$

gdzie:  $\sigma_0$  - wartość naprężenia w chwili  $t_0$ ,  $\epsilon_0$  - odkształcenie w chwili  $t_0$ ,  
 $E_2$  - moduł relaksacji sprężystej,  $t$  - czas,  $T$  - stała czasowa relaksacji sprężystej

Dopasowano funkcje teoretyczne (rys.1, 2) do danych eksperymentalnych minimalizując metodą najmniejszych kwadratów wartości błędu dopasowania. Niskie wartości błędu dopasowania (0,0023-0,0260 MPa) i wysokie wartości współczynników korelacji (0,9951-0,8400) między krzywymi świadczą o wysokiej zgodności wyników doświadczalnych i wyliczonych.

Na podstawie analizy wykresów (rys.1,2) stwierdzono, że przebieg funkcji  $\sigma = f(t)$  był charakterystyczny dla wszystkich przeprowadzonych prób w zależności od prędkości obciążania. W obu terminach badań przy wyższych prędkościach (10 i 200 mm/min) funkcja miała przebieg bardziej stromy (mniejsze wartości stałych czasowych -  $T$ ). Oczywiście naprężenia w II terminie badań osiągały dużo niższe wartości w związku z niższą wytrzymałością biologiczną materiału przechowywanego, a także przyjętą wartością naprężenia początkowego  $\sigma_0$ . Różnica przebiegu naprężeń w czasie dla próbek wolnych i umieszczonych w cylindrach wyraźniej zaznaczała się przy wyższych prędkościach obciążania.

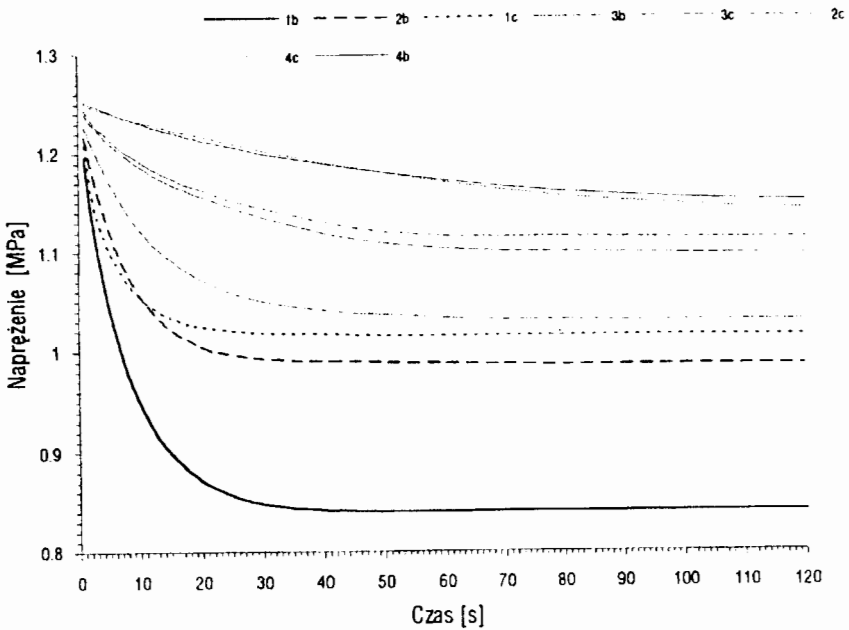
Obliczono stałe trójparametrowego modelu reologicznego tkanki korzenia: moduł sprężystości  $E_1$ , moduł relaksacji sprężystej  $E_2$ , współczynnik lepkości  $\eta$ , stałą czasową relaksacji naprężenia  $T$  oraz wskaźnik nazwany współczynnikiem  $w$ , gdzie :

$$E_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_\infty}{\epsilon_0} \quad (4)$$

$$T = \frac{\eta}{E_1} \quad (5)$$

$$E_2 = \frac{\sigma_\infty}{\varepsilon_0} \quad (6)$$

$$w = \frac{\sigma_\infty}{\sigma_0} \quad (7)$$

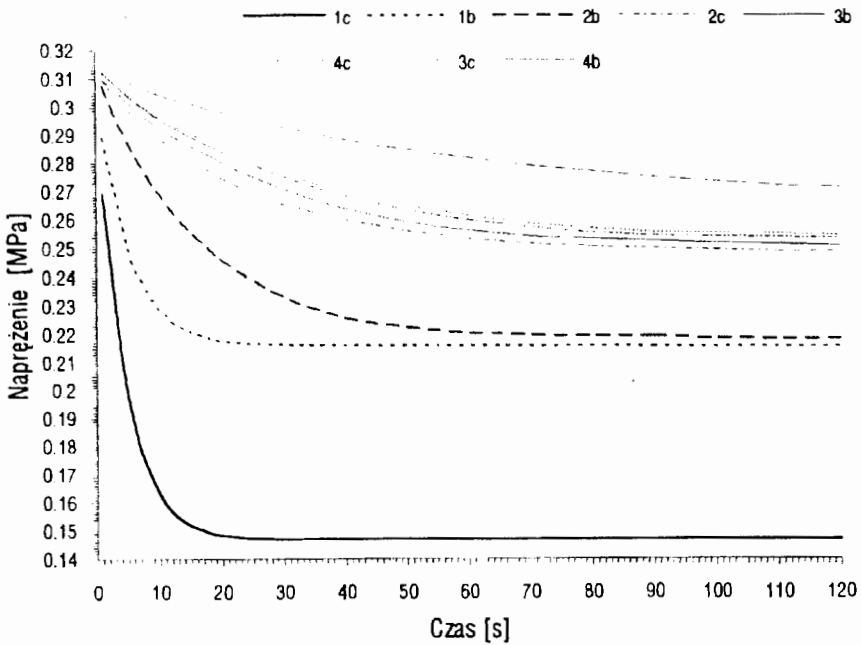


Rys.1 Krzywe relaksacji naprężenia korzeni buraków cukrowych (I termin badań - korzenie świeże)

Fig.1 Stress relaxation curves for sugar beet roots (I investigation date - fresh roots)

Przeprowadzona analiza wariancji dla podwójnej klasyfikacji krzyżowej wyników z I terminu badań pozwoliła ocenić istotność różnic między stałymi

lepkosprężystymi modelu, uzyskanych przy 4 prędkościach deformacji dla obu sposobów mocowania próbek. W tabeli I zestawiono wartości obliczonych stałych modelu standardowego dla tkanki korzenia.



Rys.2. Krzywe relaksacji naprężeń korzeni buraków cukrowych (II termin badań - korzenie przechowywane).

Fig.2. Stress relaxation curves for sugar beet roots (II testing term - fresh roots).

W I terminie badań zaobserwowano większy spadek naprężeń u próbek wolnych (b) niż umieszczonych w cylindrach ( $w_b = 0,8081$ ,  $w_c = 0,08497$ ), natomiast materiał przechowywany reagował odwrotnie ( $w_b = 0,7936$ ,  $w_c = 0,6195$ ) - w próbkach nie mających możliwości odkształceń poprzecznych (c) spadek naprężeń był większy. Przy niskich prędkościach obciążania krzywe  $\sigma = f(t)$  próbek wolnych i w cylindrach prawie pokrywały się ze sobą (rys. 1, krzywe 4b, 4c).

Tabela 1

Wartości stałych modelu standardowego dla korzeni buraka cukrowego (4 prędkości zadawania obciążeń i 2 sposoby mocowania próbki).

Table 1  
Constant values of standard rheological model for sugar beet roots (4 loading rates, 2 modes of sample fixing).

Obiekt badań	$E_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$\eta$ (M.s.m <sup>2</sup> .10 <sup>6</sup> )	T (s)	$\omega$
Predkość obciążania (mm/s)					
0,5	0,6880	7,6997	51,910	76,19	0,8940
2,0	1,9476	15,6186	39,678	20,93	0,8871
10,0	2,0997	8,2660	36,777	14,54	0,7967
200,0	2,7304	7,4043	21,995	7,48	0,7378
<b>NIR</b>	<b>0,7531</b>	<b>2,1538</b>	-	<b>18,95</b>	<b>0,0545</b>
Mocowanie próbki					
wolne (b)	1,7603	6,5333	29,186	28,37	0,8081
w cilindr. (c)	1,9726	12,9611	45,994	31,19	0,8497
<b>NIR</b>	-	<b>1,1281</b>	-	-	<b>0,0285</b>
Średnio					
I termin	1,8664	9,7472	37,590	29,79	0,8288
II termin	1,6557	3,3301	54,862	31,64	0,7065

**NIR** - najmniejsza istotna różnica przy  $\alpha = 0,05$

Jak wynika z tabeli 1 prędkość obciążania miała istotny wpływ przede wszystkim na wartość modułu sprężystości  $E_1$ , stałej czasowej T, współczynnika relaksacji  $\omega$  i modułu relaksacji sprężystej  $E_2$  (NIR). Wraz ze wzrostem prędkości obciążania wzrastał istotnie moduł sprężystości  $E_1$  oraz malała stała czasowa relaksacji T i wartość współczynnika  $\omega$ . W II terminie zaobserwowano podobną zależność między prędkościami obciążania a stałymi modelu standardowego.

Moduł relaksacji sprężystej  $E_2$  przy prędkości obciążania 2 mm/min był istotnie większy niż przy innych prędkościach, co jednak może mieć związek z wysokimi

wartościami tego modułu dla próbek umieszczonych w cylindrach. Jedynie dla modułu relaksacji sprężystej  $E_2$  stwierdzono istotny wpływ sposobu mocowania próbki, ale tylko przy niższych prędkościach obciążania (0,5 i 2,0 mm/s). Próbki umieszczone w cylindrach, czyli te, w których eliminowano możliwość odkształceń poprzecznych miały o ok. 50% wyższe wartości tego modułu. Przy wyższych prędkościach obciążania (10 i 200 mm/s) sposób zamocowania próbek nie wpływał na wartość tego modułu.

Podane w tabeli 1 wartości stałych modelu standardowego dla korzeni buraka cukrowego wykazują niższe wartości modułów i współczynnika relaksacji w dla korzeni przechowywanych w porównaniu do korzeni w pełnym turgorze. Natomiast współczynnik lepkości  $\eta$  i stała czasowa  $T$  korzeni przechowywanych są większe niż korzeni świeżych. Materiał z niższą zawartością wody ma większą lepkość, a co się z tym wiąże i większe tłumienie spadku naprężeń.

### Podsumowanie

Przeprowadzony eksperyment pozwolił określić właściwości reologiczne korzenia buraka cukrowego w teście relaksacji naprężenia (tab. 1). Ze względu na zmienność wyników w zależności od warunków doświadczenia przeprowadzona analiza umożliwiła wysnucie następujących wniosków metodycznych.

Należy doprowadzić do standaryzacji warunków technicznych badań relaksacji ustalając standardową prędkość zadawania obciążeń, która powinna być jak największa, ograniczona jedynie konstrukcją maszyn wytrzymałościowych (dla Instrona 1253 - 200 mm/min). Okazuje się bowiem, że wyniki badań prowadzonych przy różnych prędkościach są wzajemnie nieporównywalne [2,3-7].

W dotychczasowych badaniach relaksacji naprężeń przeprowadzano analizę tylko tzw. "krzywych technicznych" relaksacji w których nie uwzględnia się poprzecznych deformacji próbki. Jednak, jak stwierdzono w opracowaniu, odkształcenie poprzeczne ma istotny wpływ na moduł relaksacji sprężystej. Należałoby więc postulować prowadzenie badań relaksacji opartych na jednoczesnym pomiarze odkształceń wzdłużnych i poprzecznych w celu uwzględnienia ich w ogólnym równaniu konstytutywnym. Pomiar odkształceń poprzecznych pociągają jednak za sobą konieczność rozbudowy urządzeń pomiarowych, a to z kolei wiąże się z komplikacjami natury technicznej. Rozwiązaniem eliminującym te niedogodności mogłoby być prowadzenie prób relaksacji z zastosowaniem cylindrów uniemożliwiających odkształcenie poprzeczne. Trzeba jednak stwierdzić, że metoda ta obarczona jest pewnym, trudnym do oszacowania błędem związanym z tarciem między próbka a powierzchnią wewnętrzną cylindra.

Wydaje się celowe wprowadzenie kolejnego wskaźnika charakteryzującego przebieg procesu relaksacji naprężeń nazwanego w opracowaniu współczynnikiem relaksacji  $w$ . Jest to wskaźnik odpowiadający stosowanemu w technice współczynnikowi wzmocnienia, który wraz ze stałą czasową  $T$  jednoznacznie charakteryzuje krzywą

wykładniczą relaksacji naprężeń. Wprowadzenie tego wskaźnika umożliwia natychmiastową, przybliżoną interpretację wyników badań metodą graficzną w oparciu o zarejestrowane przebiegi naprężeń w czasie, bez konieczności ich obróbki matematycznej.

### **Literatura**

1. Bzowska-Bakalarz, M. 1986. Badania właściwości mechanicznych korzeni buraków cukrowych - statyczna próba ściskania. *Rocz. Nauk Rol.*, t. 76- C- 2: 33-46.
2. Bzowska-Bakalarz, M. 1987. Investigations of Stress Relaxation in Roots of Sugar Beets. *Materiały z konferencji Tagung Agrophysic.* 30.03. - 3.04.1987. Rostock: 114-118.
3. Bzowska-Bakalarz, M. 1989. Comparison of Rheological Models Determining the Physical Properties of Sugar Beet Roots. *Materiały: I.C.P.P.A.M.* 4 - 8.09.1989. Rostock: 109-112.
4. Derski, W., S. Ziemba. 1968. *Analiza modeli reologicznych.* PWN, Warszawa.
5. Haman, J., A. Marciniak, Z. Siarkowski. 1978. Probabilistic Aspects of Rheological Models. *Zesz. Probl. Post. Nauk Rol.*, 203: 161 - 190.
6. Nowicki, W. i inni. 1977. Właściwości mechaniczne korzeni buraków cukrowych. *Gazeta Cukrownicza*, 3: 61-62.
7. Osiński, Z. 1979. *Tłumienie drgań mechanicznych.* PWN Warszawa.

### **Stress relaxation in sugar beet roots**

*Małgorzata Bzowska-Bakalarz*

### **Summary**

To meet the construction requirements for sugar beet harvesting and processing machines the knowledge of sugar beet mechanical properties is essential. For that reason stress relaxation of sugar beet root tissue was investigated on the Instron 1253 strength tester. Standard 3-parameter rheological model was applied to quantitative description of uniaxial compression phenomena.

As a result of experiment an equation of stress relaxation curve was obtained and technical parameters, such as elastic relaxation modulus, modulus of elasticity, viscosity coefficient and time-constant, were calculated. For methodical reasons the effect of loading rate and sample fixing on mechanical parameters were also determined. Statistical analysis showed close agreement between experimental and theoretical results proved by low error of fitting the curves and high correlation coefficient.