

**RYSZARD POZNAŃSKI, LUCYLLA RUTKOWSKA**

## **Wskaźniki zróżnicowania struktury rozkładu pierśnic**

Indices of the Diversity of dbh Distribution Structure

### **Wstęp**

**C**echy złożonej postaci różnowiekowych lasów są na ogół dobrze poznane i były już wielokrotnie przedmiotem naukowych opracowań [1, 2, 3, 16]. Wyrazem złożoności postaci tych lasów jest rozkład pierśnic. W jego szerokiej zmienności od drzew najcieńszych do najgrubszych, znajduje swoje odzwierciedlenie zróżnicowana budowa lasu oraz jego różnowiekowe i wielogatunkowe złożenie, czyli zbiór tych elementów, które składają się na tę złożoność. W lasach o złożonych sposobach zagospodarowania: przerębowo-zrębowym z rębnią stopniową i w przerębowym, a często także w lasach pozostawionych swobodnemu oddziaływaniu sił przyrody, rozkład pierśnic bywa rozmaity [2, 8]. Tylko w niektórych, w nielicznych i w skrajnych przypadkach wykształca się normalny rozkład pierśnic według dwuramiennej krzywej Gaussa i jednopiętrowa budowa lasu, pomimo jego wielogeneracyjnego złożenia. Drzewa różnego wieku wykazują wtedy podobne wymiary pierśnic i wysokości, przedział zmienności jest szerszy niż w drzewostanach jednowiekowych, ale wymiary większości drzew są zgrupowane wokół średniej, a postać lasu upodabnia się wtedy do prostej postaci jednowiekowych drzewostanów. Drugą skrajność stanowi postać najbardziej zróżnicowana. Jej charakterystyczną cechą jest rozkład pierśnic według jednoramiennej krzywej Liocourta-Meyera, odpowiadającej rozkładowi wieku poszczególnych drzew [6]. Pomędzy tymi skrajnościami, w lasach o złożonej strukturze zdarza się najczęściej rozmaity, w różny sposób wykształcający się rozkład pierśnic, odmienny od rozkładu Gaussa oraz rozkładu Liocourta-Meyera.

Celem niniejszej pracy jest określenie wielkości wskaźników zróżnicowania dla "idealnych" rozkładów pierśnic oraz dla rozkładów zgodnych z krzywą Liocourta-Meyera w lasach południowej Polski, a także wyciągnięcie wniosków odnośnie ich znaczenia dla gospodarowania w lasach o zróżnicowanej strukturze.

## Wskaźniki zróżnicowania struktury rozkładu pierśnic według Liocourta-Meyera

Szczególnym przypadkiem rozkładu wykładniczego, obustronnie uciętego jest krzywa Liocourta-Meyera. W takim rozkładzie zmienna losowa - pierśnica drzew - przyjmuje wartości tylko z pewnego skończonego przedziału, określonego przez dolną granicę najniższego i górną granicę najwyższego stopnia grubości ( $x_{\min}$ ;  $x_{\max}$ ).

Funkcję gęstości rozkładu Liocourta-Meyera  $f(x)$  określa się za pomocą wzoru [6,13]:

$$f(x) = \begin{cases} ke^{ax} & ; \text{dla } x \in \langle x_{\min}, x_{\max} \rangle \\ 0 & ; \text{dla } x \text{ pozostałych} \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

- $x$  – pierśnicę drzewa,
- $e$  – podstawę logarytmu naturalnego,
- $k$  i  $a$  – parametry rozkładu pierśnic.

Parametr  $a$  można estymować według wzoru:

$$a = \frac{1}{x - x_{\min}} \quad (2)$$

Parametr  $k$  obliczyć można za pomocą wzoru:

$$k = \frac{a}{e^{-am_{\min}} - e^{-ax_{\max}}} \quad (3)$$

Parametr  $a$  krzywej Liocourta-Meyera traktuje się jako wskaźnik intensywności zmniejszania się liczby drzew w stopniach grubości, a parametr  $k$  – jako wskaźnik zagęszczenia drzew w stopniach grubości [6].

Dystrybuantę rozkładu Liocourta-Meyera  $F(x)$  można określić za pomocą wzoru:

$$F(x) = \frac{k}{a} \left( e^{-am_{\min}} - e^{-ax} \right) \quad (4)$$

Znajomość postaci funkcyjnej dystrybuanty tego rozkładu umożliwia obliczenie względnej liczby drzew  $n_i$  (frakcji) w każdym stopniu grubości:

$$n_i = k e^{-ax_i} \quad (5)$$

gdzie:

- $x_i$  – środkowa wartość stopnia grubości o numerze  $i$ ,
- oraz tzw. ilorazu  $q$  Liocourta:

$$q = e^{aw} \quad (6)$$

gdzie:

- $w$  – oznacza szerokość stopnia grubości (np. 4 cm).

Iloraz  $q$  wyraża wzajemną zależność liczby drzew w dwóch kolejnych stopniach grubości:

$$q = \frac{n_i - 1}{n_i} \quad (7)$$

gdzie:

$n_i$  i  $n_{i-1}$  – oznaczają w kolejności: liczba drzew w stopniu grubości o numerze  $i$  oraz liczbę drzew w stopniu grubości bezpośrednio niższym, o numerze  $i-1$

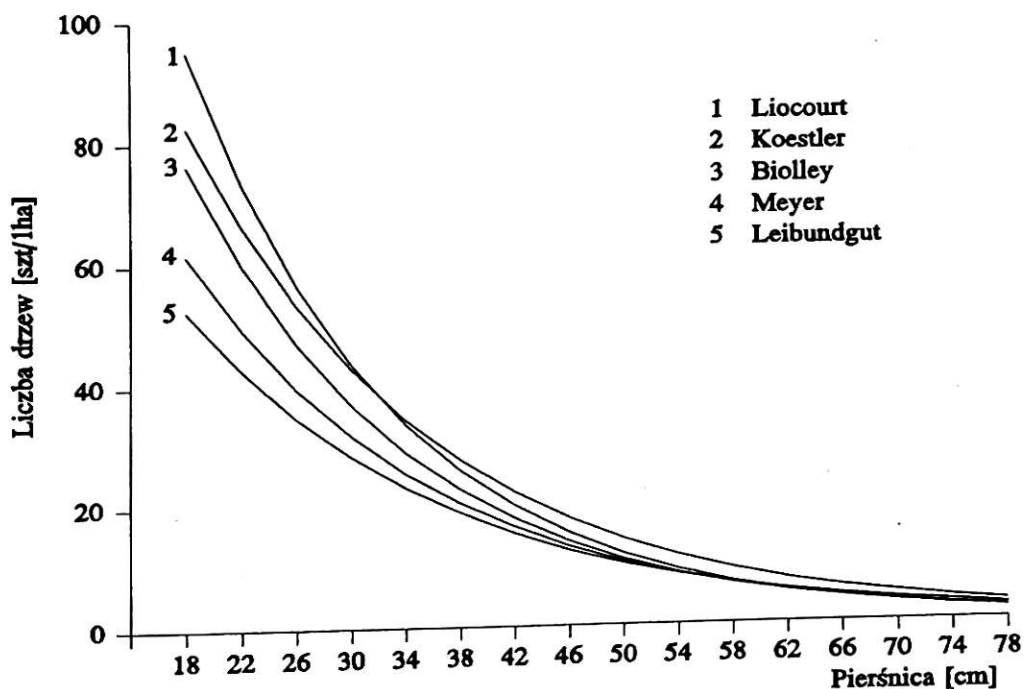
Iloraz – parametr  $q$  Liocourta traktuje się z kolei jako wskaźnik przeżycia drzew w stopniach grubości.

W rozkładzie Liocourta-Meyera znajduje swój wyraz znana i powszechnie występująca w przyrodzie prawidłowość biologiczna polegająca na tym, że nie każde drzewo dochodzi do kolejnego, następnego stopnia wiekowego (grubości), a pozostawanie drzew przy życiu jest zjawiskiem probabilistycznym. Przeżycie przez drzewo każdego, kolejnego stopnia wiekowego określone jest w tym rozkładzie z pewnym prawdopodobieństwem, wyrażonym przez wskaźnik  $q$  [9,14]. Zgodnie z teorią Liocourta, prawdopodobieństwo przeżycia drzew w stopniach grubości jest stałe dla określonego rozkładu pierśnic i charakterystyczne dla każdego poszczególnego typu lasu o zróżnicowanej strukturze.

## Wielkość wskaźników zróżnicowania "idealnych" rozkładów pierśnic

Według Meyera, strukturę lasów o zróżnicowanej strukturze całkowicie opisują trzy wskaźniki:  $a$ ,  $k$  i  $q$ , a ich wielkości są charakterystyczne dla każdego, poszczególnego rozkładu pierśnic i stanowią miernik ich "normalności" [6].

Wyróżnia się więc pięć "idealnych" rozkładów pierśnic w lasach o zróżnicowanej strukturze: Biolleya, Leibundguta, Liocourta, Köstlera i Meyera [1, 3, 4, 6, 7, 16] (ryc. 1). Dla



RYC. 1. "Idealne" krzywe rozkładu pierśnic

TABELA 1  
Parametry "idealnych" rozkładów pierśnic w lasach o zróżnicowanej strukturze

"Idealne" rozkłady pierśnic według	Parametry rozkładu pierśnic		
	$a$	$k$	$q$
Biolley	0,061	0,162	0,78
Leibundgut	0,051	0,119	0,78
Liocourt	0,065	0,186	0,77
Köstler	0,055	0,135	0,81
Meyer	0,063	0,176	0,78
-----	-----	-----	-----
Średnio (przedział zmienności)	0,059 (0,051;0,065)	0,156 (0,119;0,186)	0,78 (0,77;0,81)

"idealnych" rozkładów pierśnic obliczono wskaźniki ich zróżnicowania a wyniki zestawiono w tabeli 1. Z wielkości tam zestawionych wynika, że wskaźniki  $a$ ,  $k$  i  $q$  są różne dla każdego "idealnego" rozkładu pierśnic. W szczególności wskaźniki  $a$  intensywności zmniejszania się liczby drzew w stopniach grubości mieszczą się w przedziale od 0,051 do 0,065 i wynoszą średnio 0,059, wskaźniki  $k$  zagęszczenia liczby drzew w stopniach grubości odpowiednio w przedziale od 0,119 do 0,186 (średnio 0,156), natomiast wskaźniki  $q$  przeżywania drzew w czterocentymetrowych stopniach grubości mieszczą się w przedziale od 0,77 do 0,81 i wynoszą średnio 0,78.

Z uzyskanych rezultatów obliczeń wynika, że "idealne" rozkłady pierśnic różnią się między sobą, a ta swoistość ich zróżnicowania oznacza, że stanowią one różne mierniki na oznaczenie normalności struktury pierśnic.

### **Wielkość wskaźników zróżnicowania rozkładu pierśnic według Liocourta-Meyera dla lasów w południowej Polsce**

Lasy o zróżnicowanej strukturze pierśnic w Polsce występują najczęściej w Beskidach i Karpatach i zajmują kilkaset tysięcy hektarów. Badania naukowe w tego typu lasach prowadzi się w sposób ciągły od kilkudziesięciu lat w Katedrze Szczegółowej Hodowli i w Katedrze Urządzania Lasu Akademii Rolniczej im. H. Kołłątaja w Krakowie [2, 3, 8, 9].

Do określenia wielkości wskaźników zróżnicowania rozkładu pierśnic przyjęto tylko te lasy, w których rozkłady pierśnic są zgodne z krzywą Liocourta-Meyera. Zgodność tę ustalono za pomocą testu Kołmogorowa na poziomie istotności 0,05. Na tej podstawie stwierdzono, że rozkłady pierśnic zgodne z krzywą Liocourta-Meyera dotyczą: 3 lasów w Leśnym Zakładzie Doświadczalnym w Krynicy, 2 we wsi Czyrna w gminie Tylicz, 1 we wsi Łabowa w gminie Łabowa i 1 w Tatrzańskim Parku Narodowym w Zakopanem. Dla każdego z tych siedmiu lasów obliczono trzy wskaźniki zróżnicowania rozkładu pierśnic:  $a$ ,  $k$ ,  $q$ , a wyniki zestawiono w tabeli 2.

TABELA 2  
Parametry rozkładu pierśnic Liocourta-Meyera w lasach o zróżnicowanej strukturze pierśnic  
w południowej Polsce

Miejsce położenia lasu	Numer jednostki kontrolnej	Parametry rozkładu pierśnic		
		$a$	$k$	$q$
LZD Krynica	115	0,063	0,097	0,78
LZD Krynica	116	0,064	0,100	0,78
LZD Krynica	176	0,059	0,093	0,79
Lasy wsi i gminy Łabowa	–	0,060	0,094	0,79
Lasy wsi Czysta 1 w gminie Tylicz	–	0,055	0,083	0,80
Lasy wsi Czysta 2 w gminie Tylicz	–	0,056	0,084	0,80
TPN Zakopane	116	0,055	0,074	0,81
Średnio (przedział zmienności)		0,059 (0,055;0,064)	0,089 (0,074;0,100)	0,79 (0,78;0,81)

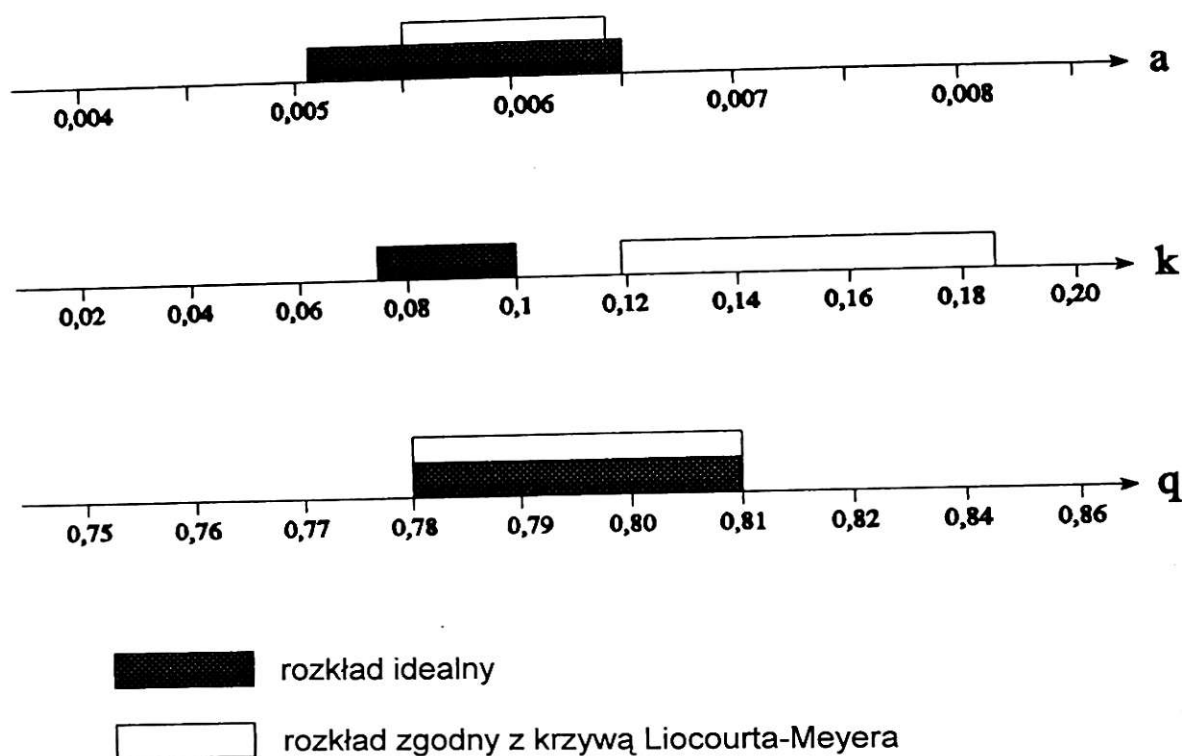
Z wielkości zestawionych w tej tabeli wynika, że wskaźniki intensywności zmniejszania się liczby drzew w stopniach grubości –  $a$  są zróżnicowane i mieszczą się w przedziale od 0,055 do 0,064, średnio 0,059, a wskaźniki zagęszczenia liczby drzew w stopniach grubości  $k$  odpowiednio wynoszą: od 0,074 do 0,100, średnio 0,089. Również zróżnicowane są wskaźniki przeżycia drzew w stopniach grubości  $q$  i wynoszą odpowiednio: od 0,78 do 0,81, średnio 0,79.

Z uzyskanych rezultatów obliczeń wynika, że rozkłady pierśnic zgodne z krzywą Liocourta-Meyera w lasach południowej Polski są zróżnicowane, a więc nie mają charakteru norm niezmiennych. Z porównania wskaźników zróżnicowania struktury pierśnic dla rozkładów "idealnych" i zgodnych z krzywą Liocourta-Meyera w południowej Polsce wynika natomiast, że wskaźniki  $a$ ,  $k$  i  $q$  są podobne, bowiem ich wielkości są zbliżone, a przedziały zmienności pokrywają się wzajemnie. Jedynie w przypadku wskaźnika  $k$  ich wielkości są różne, a przedziały zmienności nie pokrywają się, co oznacza, że zagęszczenie drzew w lasach o zróżnicowanej strukturze w południowej Polsce jest różne, a w szczególności niższe niż w lasach o "idealnych" rozkładach pierśnic (ryc. 2).

## Normatywy i normy porównawcze w leśnictwie

Istnieją dwie koncepcje i odpowiednie dwa typy wzorców porównawczych w leśnictwie: normatyw, czyli wzorzec idealny oraz biologiczna norma rozwojowa [10].

Idealny wzorzec porównawczy wywodzi się z XVIII wieku a jego filozoficzną podstawę stanowi koncepcja idealizmu transcendentnego Kanta. Normatyw definiuje się jako ideal-



RYC. 2. Przedziały zmienności wskaźników zróżnicowania struktury pierśnic  $a$ ,  $k$  i  $q$  dla rozkładów "idealnych" i zgodnych z krzywą Liocourta-Meyera

ny (maksymalny) wzorzec, ustalony w celu porównania i doprowadzenia do jego osiągnięcia przez określoną rzeczywistość. Takim idealnym wzorcem gospodarstwa w zrębowym sposobie zagospodarowania był opracowany na początku XIX wieku przez Heyera i Hundeshagena model lasu normalnego. Idea oraz normatywy lasu normalnego były odzwierciedleniem powszechnie panującej od XVII do XX wieku mechanistycznej koncepcji przyrody. Idea wzorca normatywnego znalazła współczesny wyraz w próbach tworzenia nowych modeli "lasu docelowego" [15].

Drugim typem wzorca porównawczego w leśnictwie jest tzw. biologiczna norma rozwojowa [5]. Norma rozwojowa jest współczesnym pojęciem w biologii i stanowi miarę przejawów zmienności organizmów żywych w konkretnych warunkach środowiska przyrodniczego. W ujęciu statystycznym, pod pojęciem biologicznej normy rozwojowej rozumie się wzorzec liczbowy określający przeciętny stan oraz przedział zmienności, w jakich zachowana jest zdolność organizmów żywych do funkcjonowania i rozwoju.

Biologiczna norma rozwojowa jest zmiennym wzorcem porównawczym, a jej stałe regulowane naruszenie jest warunkiem utrzymania żywych organizmów przy życiu, a więc trwałości ich istnienia.

Przeciwstawna idealnym wzorcom lasu normalnego i "lasu docelowego" – idea biologicznej normy rozwojowej znalazła już zastosowanie w leśnictwie do określenia norm rozwojowych dla gospodarstw w sposobach zagospodarowania zrębowym i przerębowo-zrębowym z rębnią częściową [10,11]. Ustalone empiryczne normy rozwojowe posłużyły do wyznaczania pożądanego kierunku rozwoju zasobów leśnych w tych dwóch sposobach zagospodarowania [10,11].

## **Znaczenie wskaźników zróżnicowania rozkładu pierśnic dla gospodarowania w lasach o złożonej strukturze**

Zmienność wielkości wskaźników zróżnicowania rozkładu pierśnic oznacza, że nie są one wzorcami idealnymi typu normatywnego, a mają charakter biologicznych norm rozwojowych. Normy te określają bowiem granice przedziału zmienności rozkładów pierśnic dla optymalnego stadium rozwoju lasów o złożonej postaci w sposobach zagospodarowania przerębowym i przerębowo-zrębowym z rębnią stopniową [12]. Ustalone normy rozwojowe wyznaczają w tym przypadku graniczne wielkości zmienności optymalnej struktury rozkładu pierśnic i mogą stanowić wzorce porównawcze dla lasów o niewykształconej strukturze.

Potrzeba prowadzenia działalności gospodarczej w lasach o zróżnicowanej strukturze wynika z tego, że wewnętrzna struktura takich lasów nie jest trwała i bez działalności człowieka nie jest możliwe jej utrzymanie lub odtworzenie [3]. Odkrycie istoty i ustalenie wielkości norm rozwojowych w postaci wskaźników zróżnicowania rozkładu pierśnic może mieć znaczenie dla gospodarczej działalności w lasach o zróżnicowanej strukturze. Może bowiem stanowić narzędzie w procesie utrzymania, restytucji lub rehabilitacji wewnętrznych struktur w tego typu lasach.

### **Podsumowanie i wnioski**

Poznawczym celem niniejszej pracy było określenie wielkości wskaźników zróżnicowania struktury rozkładu pierśnic dla rozkładów idealnych oraz dla rozkładów zgodnych z krzywą Liocourta-Meyera w lasach południowej Polski.

Według Meyera, strukturę lasów zróżnicowanych całkowicie opisują trzy wskaźniki: intensywności zmniejszania się liczby drzew w stopniach grubości –  $a$ , zagęszczenia liczby drzew w stopniach grubości –  $k$  oraz przeżywania drzew w stopniach grubości –  $q$ .

Stwierdzono, że "idealne" rozkłady pierśnic: Biolleya, Leibundguta, Liocourta, Köstlera i Meyera różnią się między sobą wielkością wszystkich trzech wskaźników zróżnicowania rozkładów pierśnic. Również różnią się między sobą wielkością tych wskaźników rozkłady pierśnic w lasach południowej Polski. Natomiast rozkłady: "idealne" według krzywej Liocourta-Meyera nie różnią się między sobą pod względem wskaźników  $a$  i  $q$ , a różnią się wielkością wskaźników  $k$ . Zróżnicowanie wskaźników  $a$ ,  $k$  i  $q$  oznacza, że nie można ich traktować jako zmienne noramtywy porównawcze. W rzeczywistości wskaźniki te mają charakter biologicznych norm rozwojowych, czyli zmiennych wzorców porównawczych. Ustalone normy rozwojowe wskaźników  $a$ ,  $k$  i  $q$  określają granice przedziałów zmienności rozkładów pierśnic dla optymalnego stadium rozwoju lasów o złożonej postaci w sposobach zagospodarowania: przerębowozrębowym z rębnią stopniową i w przerębowym.

Dla gospodarczej działalności w lasach o zróżnicowanej postaci ustalone normy rozwojowe mogą mieć duże znaczenie, stanowią bowiem wzorce porównawcze w procesie utrzymania, restytucji lub rehabilitacji wewnętrznych struktur w tego typu lasach.

*Z Katedry Urządzania Lasu i Zakładu Dendrometrii  
Akademii Rolniczej im. Hugona Kołłątaja w Krakowie*

## Literatura

1. **Ammon W.**, 1995: Das Plenterprinzip in der Waldwirtschaft. Verlag Paul Haupt. Bern-Stuttgart-Wien.
2. **Jaworski A.**, 1979: Charakterystyka hodowlana wybranych drzewostanów z udziałem jodły (*Abies alba* Mill.) w Karpatach i Sudetach. *Acta Agr. et Silv.*, s.Silv. z.18.
3. **Jaworski A.**, 1990: Hodowla lasu. Rębnie. Zasady projektowania upraw. AR Kraków.
4. **Köstler J.N.**, 1956: Allgäuer Plenterwaldtypen *Forstwiss. Cbl.* Jg.75.
5. **Malinowski A.**, 1982: O koncepcjach normy w biologii i w medycynie. *Filozofia i biologia. Inspiracje teoretyczne.* PWN Warszawa-Poznań.
6. **Meyer A.**, 1933: Eine mathematisch-statistische Untersuchungen über den Aufbau des Plenterwaldes. *Schwiez.Z.Forstw.* Jg.82, nr 2.
7. **Leibundgut H.**, 1972: Struktur eines Emmentaloer Plenterwaldes. *Forstw.Cbl.* Hamburg-Berlin.
8. **Poznański R., Rutkowski B., Żuchowski J.**, 1980: Rozkład pierśnicowej struktury różnowiekowych jedlin w Leśnym Zakładzie Doświadczalnym w Krynicy. *Acta Agr. et Silv. ser. Silv.* 19.
9. **Poznański R.**, 1986: Zastosowanie metody współczynników przeżycia i wyrębu do prognozowania rozwoju lasów jodłowych o zróżnicowanej strukturze. *Sylvan* nr. 4.
10. **Poznański R.**, 1990: Nowy system regulacji w zrębowym sposobie zagospodarowania lasu. *Skrypty dla Szkół Wyższych.* AR Kraków.
11. **Poznański R.**, 1996: Nowa metoda programowania rozwoju zasobów leśnych w przerębwozrębowym sposobie zagospodarowania z rębnią częściową. *Acta Agr. et Silv. Ser.Silv.* 34.
12. **Poznański R.**, 1997: Typy rozkładu pierśnic a stadia rozwojowe lasów o zróżnicowanej strukturze. *Sylvan* nr 3.
13. **Rutkowski B.**, 1967: Rozkład pierśnic według krzywej Liocourta-Meyera. *Zesz.Nauk. WSR w Krakowie*, nr 38. Leśn. z.3.
14. **Rutkowski B.**, 1989: Urządzanie Lasu. Cz.I. *Skrypty dla Szkół Wyższych.* AR Kraków.
15. **Schrötter H.**, 1986: Ekonomia zasobów a "las celowy". *Sylvan* nr 4: 15-20.
16. **Trepp W.**, 1974: Der Plenterwald. *HESPA. Mitteilungen* nr 66.



## Summary

### Indices of the Diversity of dbh Distribution Structure

Defining the size of dbh distribution structure diversity indices for ideal distributions and for the distributions matching the Liocourt-Meyer curve in the material from forests of southern Poland was the cognitive goal of the presented work.

According to Meyer, the structure of forests of a diversified form is described by three indices: "a" – index of the rate at which the number of trees lessens in diameter classes, "k" – index of numerical density of trees in diameter classes, and "q" – tree survival index by diameter classes.

It was found that "ideal" distributions of the dbh: those developed by Biolley, Leibundgut, Liocourt, Kostler, and Meyer differ from each other in the size of all the three indices of dbh distribution diversity. The dbh distributions in the forests of southern Poland also differ. However the "ideal" distributions following the Liocourt-Meyer curve do not differ from each other in respect to "a" and "q" indices, but they differ in the size of "k" indices. The diversity of "a", "k" and "q" indices means that they cannot be treated as varying comparative norms. In fact those indices are a kind of biological developmental standards, i.e. variable comparative standards. The defined developmental standards of "a", "k" and "q" indices determine the limits of variability intervals of dbh distributions for the optimum stage of the development of forests of a composed form managed according to two methods: selection cutting – clearcutting with gradual cuts, and selection cutting.

The defined developmental standards can be of a great importance for managerial activity in forests of a diversified form, because they are comparative standards in the process of maintenance, restoration or rehabilitation of internal structures in the forests of such a type.