

Niektóre zagadnienia dotyczące modelowania procesu konwekcyjnego suszenia warzyw i owoców

Agnieszka Kaleta, Krzysztof Górnicki

*Katedra Podstaw Inżynierii, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
ul. Nowoursynowska 166, 02-787 Warszawa*

Słowa kluczowe: matematyczny model, suszenie, warzywa, owoce, skurcz suszarniczy, współczynnik dyfuzji wody

Wprowadzenie

Suszenie jest najprostszym sposobem konserwowania produktów żywnościowych. Polega ono na usunięciu wody z produktu, co powoduje zahamowanie wzrostu i rozwoju mikroorganizmów oraz hamuje reakcje enzymatyczne, dzięki czemu okres przechowywania, przy zachowaniu odpowiednich warunków, może być znacznie przedłużony. Poza tym następuje znaczne zmniejszenie masy i objętości produktu, co obniża późniejsze koszty przechowywania i transportu.

Różnorodność produktów suszonych oferowanych na rynku jest możliwa dzięki stałemu rozwojowi technik dehydratacji, które pozwalają uzyskać produkt finalny o wysokiej jakości odżywczej i sensorycznej. Obecnie duży nacisk kładzie się na optymalizację procesu suszenia. Stąd niezbędne staje się opracowanie dobrze zweryfikowanych matematycznych modeli suszenia, które umożliwią wyznaczenie optymalnych parametrów prowadzenia tego procesu. W wypadku produktów żywnościowych konieczne jest zastosowanie optymalizacji dwukryterialnej, która umożliwi zarówno zmniejszenie zużycia energii, jak i uzyskanie suszu dobrej jakości. Optymalizowanie procesu suszenia przy użyciu symulacji komputerowej z wykorzystaniem matematycznego modelu procesu jest metodą o wiele tańszą i mniej czasochłonną niż eksperymenty naturalne. Matematyczny model suszenia umożliwia również sterowanie procesem, co często jest warunkiem usprawnienia jego przebiegu i polepszenia właściwości wysuszonego materiału.

Suszenie jest procesem, w którym występuje jednoczesny transport ciepła i masy. W zależności od złożonego mechanizmu ruchu masy i ciepła wewnątrz materiału oraz

od wymiany ciepła i masy między powierzchnią materiału a czynnikiem suszącym zmienia się zawartość wody w suszonym ciele i jego temperatura. Ruch ciepła i masy w materiale zależy od charakteru wiązania wody z ciałem poddawanym suszeniu. Stąd też kinetyka procesu suszenia określona jest w znacznym stopniu przez właściwości fizykochemiczne materiału. Jak dotąd nie powstała jeszcze kompleksowa teoria konwekcyjnego suszenia warzyw i owoców, choć wielu autorów podejmowało się tego zadania (np. [4]). Pomocna do opracowania teorii konwekcyjnego suszenia może być praca [53], w której autorzy sklasyfikowali i zanalizowali matematyczne modele suszenia ciał porowatych.

Matematyczne modele konwekcyjnego suszenia warzyw i owoców w cienkiej warstwie

Badaniem i modelowaniem suszenia warzyw i owoców zajęto się stosunkowo niedawno. Warzywa i owoce z punktu widzenia suszarnictwa stanowią odmienną grupę produktów rolniczych charakteryzujących się dużą zawartością wody (od kilku do kilkunastu kg wody na kg suchej masy), a podczas suszenia ulegających w większości wypadków dużemu skurczowi. Wyniki badań empirycznych prowadzą do stwierdzenia, że szybkość suszenia warzyw i owoców jest z reguły malejąca prawie od samego początku trwania procesu, dlatego też wielu badaczy (np. [8, 41, 50]) uznawało, że produkty te schną jedynie w drugim okresie suszenia. Na przykład Hawlader i in. [8] stwierdzili, że suszenie pomidorów przebiega tylko w drugim okresie suszenia, gdyż nie zaobserwowali okresu stałej szybkości suszenia. Jednocześnie, jak wynika z przeprowadzonych przez nich badań, szybkość suszenia zależy od prędkości przepływu czynnika suszącego, czyli od zewnętrznych warunków wymiany masy. Oznacza to, że pomidory jednak schną również w pierwszym okresie suszenia. Zbadanie, na przykład, przebiegu zmian temperatury suszonego produktu mogłoby potwierdzić lub wykluczyć istnienie pierwszego okresu suszenia.

Zmienna, malejąca w większości wypadków od samego początku trwania procesu, szybkość suszenia warzyw i owoców może być spowodowana dużym skurczem suszarniczym. Skurcz powoduje bowiem zmniejszanie się powierzchni wymiany ciepła i masy, doprowadzając do obniżenia intensywności tych wymian (jednocześnie jednak skurcz suszarniczy powoduje również zmniejszenie średnicy kapilar w materiale suszonym i zwiększa ssanie kapilarne).

W modelowaniu procesu suszenia warzyw i owoców przeważnie nie zajmowano się okresem nagrzewania się ciała stałego. Przyjmowano, że w czasie tego nagrzewania nie występuje wymiana masy. Jednak Murakowski i Kozłowski [31] zauważyli stosunkowo długi czas trwania wstępnego nagrzewania trzonów pieczarek. W fazie tej suszony produkt zmniejszał swą zawartość wody o wartość od około $2,5 \text{ kg wody} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s.m.}$

do około 7,7 kg wody $\cdot \text{kg}^{-1}\text{s.m}$. Autorzy przedstawili zweryfikowany dla trzonów pieczarek model nagrzewania się ciała w postaci układu równań:

$$t_A(\tau) = s \cdot \ln(p\tau + q),$$

$$\frac{\alpha A}{r_w M_s} (t_p - t_A) = (u + 1) \frac{c}{r_w} \frac{dt_A}{d\tau} - \frac{du}{d\tau} \quad (1)$$

z warunkiem początkowym $u(\tau = 0) = u_0$, gdzie s, p, q – współczynniki empiryczne.

Zaproponowany przez Pabisa [35] uogólniony model kinetyki suszenia warzyw i owoców w pierwszym okresie suszenia zakłada, iż przedstawienie szybkości suszenia tych produktów za pomocą matematycznego modelu pierwszego okresu [33]:

$$\frac{du}{d\tau} = -\frac{\alpha A_0}{M_s r_w} (t_p - t_A) = -k = \text{const} \quad (2)$$

może nie zawsze być do zaakceptowania ze względu na zmienność czynników, które w modelu (2) zakładane są jako stałe. W proponowanym [35] uogólnionym modelu głównym czynnikiem ograniczającym stosowanie równania (2) jest zmienność powierzchni A wymiany ciepła i masy w czasie trwania procesu suszenia. Powierzchnia ta zmienia się w wyniku zjawiska skurczu suszarniczego. Można przyjąć, że między stosunkiem powierzchni A/A_0 a stosunkiem objętości V/V_0 zachodzi związek [36]:

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{2/3} \quad (3)$$

Podczas suszenia materiałów kapilarno-porowatych (a takimi są warzywa i owoce) występują trzy rodzaje deformacji:

- 1) deformacja związana ze zmianą zawartości wody (zasadnicza),
- 2) deformacja związana ze zmianą temperatury,
- 3) deformacja mechaniczna spowodowana pojawieniem się napięć wewnętrznych [20].

Na wielkość skurczu wpływają warunki prowadzenia procesu suszenia, takie jak temperatura i prędkość przepływu powietrza [21, 40]. Początkowa struktura materiału, budowa morfologiczna tkanki roślinnej i jej skład chemiczny determinują zmiany wymiarów i kształtu [22, 32]. Duża zawartość nierozpuszczalnych składników w materiale ogranicza skurcz, a związki rozpuszczalne sprzyjają zmianom objętości i kształtu.

Matematyczny liniowy model opisujący zjawisko skurczu suszonego materiału przedstawiony został przez Kowalskiego [20]. Przy tworzeniu tego modelu wykorzystano pojęcia mechaniki ośrodków ciągłych i termodynamiki procesów nieodwracalnych.

W tabeli 1 zamieszczone zostały modele skurczu suszarniczego produktów rolniczych.

Tabela 1. Modele skurczu suszarniczego produktów rolniczych

Model	Uwagi
$\frac{V}{V_0} = \frac{u}{u_0}$	plastry selera [17]
$\frac{V}{V_0} = a \frac{u}{u_0} + 1 - a$ gdzie: a – współczynnik skurczu	różne części korzenia pietruszki [7]; trzony i kapelusze pieczarek [30]
$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{u}{u_0}\right)^n$ gdzie: n – współczynnik skurczu	różne części korzenia pietruszki [7]; seler [17]; trzony i kapelusze pieczarek [30]
$\frac{V}{V_0} = 1 + \beta u$ gdzie: β – współczynnik skurczu	[58]
$\frac{V}{V_0} = \frac{\frac{u}{u_0} + \frac{\rho_w}{\rho_s u_0}}{1 + \frac{\rho_w}{\rho_s u_0}}$	trzony i kapelusze pieczarek [30]; korzeń żeń-szenia [48]
$L = L_k (1 + \beta \bar{U})$ gdzie: β – współczynnik skurczu	plastry marchwi [19]
$x = x_0 (1 + \beta_x \Delta u)$ $y = y_0 (1 + \beta_y \Delta u)$ $z = z_0 (1 + \beta_z \Delta u)$ gdzie: $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ – współczynniki skurczu dla odpowiednich kierunków x, y, z	ziarno ryżu [56]
$\frac{L}{L_0} = \exp(-b\tau)$ gdzie: b – parametr skurczu	plastry marchwi [43]
$\frac{L}{L_0} = \exp(-\beta \Delta u)$ gdzie: β – parametr skurczu	nasiona soi [27]
$\frac{L}{L_0} = \frac{\rho_w - \rho_s \bar{u}}{\rho_w + \rho_s \bar{u}_0}$	[9]
$V = V_0 (a + bu)$ gdzie: a, b – stałe	marchew [25]; zielona fasola (cylinder) [42]; morela [51]
$L = L_0 (a + bu)$ gdzie: a, b – stałe	zielona fasola (cylinder) [42]

Model	Uwagi
$\dot{x} = u \frac{x}{L}$ $\dot{x} = u \frac{x^2}{L^2}$ gdzie: \dot{x} – szybkość skurczu w położeniu x , $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	[9]
$\frac{V}{V_0} = (1-b) \frac{u}{u_0} + b$ gdzie: b – współczynnik skurczu, szacowany: $b = \frac{V_s}{V_0} \approx \frac{0,85}{1+u_0}$ $s = 1-b$ [14]	burak ćwikłowy (graniastosłup), plastry cebuli, plastry czosnku, plastry marchwi, pieczarki (całe) [35, 36]
$R(u) = R_0 [1 - A(u_0 - u)]$ gdzie: A – stała	nasiona soi [27]

Po rozwiązaniu równania różniczkowego (2), przy założeniu, że wszystkie parametry po prawej stronie tego równania są stałe, otrzymujemy równanie:

$$u(\tau) = -k\tau + u_0 \tag{4}$$

Jest to model liniowy pierwszego okresu suszenia.

W pracy Pabisa [36] rozwiązano równanie (2) (w którym zastąpiono A_0 przez A , a więc założono występowanie zjawiska skurczu suszarniczego) uwzględniając w nim zależności (3), $t_A = t_M$ oraz znajdujące się w tabeli 1. Po przyjęciu warunku początkowego $u(\tau = 0) = u_0$ oraz po wprowadzeniu do zależności na zmianę powierzchni suszonego ciała podczas trwania suszenia dodatkowego współczynnika empirycznego n , autor uzyskał równanie będące uogólnionym modelem kinetyki suszenia warzyw i owoców w pierwszym okresie suszenia:

$$u(\tau) = u_0 \left[\frac{1}{1-b} \left(1 - \frac{1-b}{Nu_0} k\tau \right)^N - \frac{b}{1-b} \right] \tag{5}$$

gdzie:
$$N = \frac{3n}{3n-2}$$

Wartość współczynnika N zawiera się w przedziale $N \in \langle 1; 3 \rangle$. Gdy $N=1$ równanie (5) staje się równaniem (4) czyli liniowym modelem pierwszego okresu suszenia (bez uwzględnienia skurczu). Dobranie odpowiedniej wartości współczynnika N powoduje, że model (5) o wiele dłużej opisuje proces suszenia niż model (4) [5, 36, 47].

W pracy Jaros [14] przedstawiony został model kinetyki suszenia w okresie przejściowym ciała nie kurczącego się i model z uwzględnieniem skurczu suszarniczego. Autorka przyjęła, że w okresie tym dominujące są warunki zewnętrznej wymiany

masy, natomiast zmianę temperatury suszonego materiału opisała funkcją logistyczną:

$$t_c(\tau) = \frac{1}{ae^{m\tau} + b} + t_M \quad (6)$$

W wyniku przyjętych założeń uzyskała model zmian zawartości wody w ciele stałym w okresie przejściowym. Gdy produkt nie kurczy się podczas suszenia zmiany zawartości wody opisane są zależnością:

$$u(\tau) = u_0 + \frac{k_0}{(t - t_M)W} \cdot \ln \left(\left| ae^{m\tau} + b \right| \cdot |t_i - t_M| \right) + \frac{c}{r_w} (u_0 + 1) \cdot \left(\frac{1}{ae^{m\tau} + b} + t_M - t_i \right) \quad (7)$$

natomiast w wypadku uwzględnienia skurczu suszarniczego wyrażane są za pomocą równania:

$$u(\tau) = \frac{u_0}{s} \left\{ 1 - \frac{s}{3u_0} \left[\frac{c}{r_w} (u_0 + 1) \left(\frac{1}{ae^{m\tau} + b} - t_i + t_M \right) - \frac{k_0}{W(t - t_M)} \ln \left(\left| (ae^{m\tau} + b)(t_i - t_M) \right| \right) \right] \right\}^3 - u_0 \frac{1-s}{s} \quad (8)$$

gdzie: s – w tabeli 1, t_i i W wyznacza się na podstawie wyników pomiarów,

$$a = \frac{t - t_i}{(t - t_M)(t_i - t_M)}, \quad b = \frac{1}{t - t_M}, \quad m = -W(t - t_M) \quad (9)$$

Modele zostały pozytywnie zweryfikowane dla cząstek cebuli, dyni i buraka ćwikłowego.

Ogólny model drugiego okresu suszenia może być przedstawiony za pomocą zależności:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \nabla(D\nabla u) \quad (10)$$

W procesie konwekcyjnego suszenia produktów rolniczych można bowiem przyjąć, że ruch wody wewnątrz suszonego ciała jest jedynie ruchem dyfuzyjnym [34]. Dla stałej wartości współczynnika dyfuzji wody D równanie (10) przyjmuje postać:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = D\nabla^2 u \quad (11)$$

Równania te rozwiązuje się przy odpowiednich warunkach początkowych i brzegowych. Warunki brzegowe pierwszego rodzaju dotyczą temperatury i zawartości wody na powierzchni suszonego ciała w dowolnym momencie trwania procesu. Przyjmuje się tu, iż są to wartości stałe. W wypadku uwzględnienia oporu konwekcyj-

nego wnikania ciepła i masy w ośrodku zewnętrznym (powietrzu) przyjmuje się warunki brzegowe trzeciego rodzaju. Określają one zależności potencjałów wymiany na powierzchni ciała od temperatury otaczającego powietrza i równowagowej zawartości wody. Rozwiązania równań suszenia dla ciał o różnych kształtach przy różnych warunkach granicznych znaleźć można między innymi w pracach Carslawa i Jaegera [3], Łykowa [24] i Pabisa [34]. W procesie konwekcyjnego suszenia produktów rolniczych temperatura suszącego powietrza i zawartość w nim wody praktycznie nie ulegają zmianie, gdyż masa suszącego powietrza jest w nadmiarze w stosunku do masy wody dyfundującej przez powierzchnię suszonego ciała. Warunki brzegowe trzeciego rodzaju można więc zastąpić warunkami brzegowymi pierwszego rodzaju, co znacznie upraszcza rozwiązanie równania dyfuzji.

W równaniu tym występuje współczynnik dyfuzji wody D , który jest miarą wszystkich rodzajów ruchu wody (wśród których główną rolę odgrywa dyfuzja) w fazie ciekłej i gazowej, występujących w suszonych produktach rolniczych. Jest to więc w zasadzie efektywny (pozorny) współczynnik dyfuzji wody. Zależy on od temperatury suszonych produktów rolniczych i zawartości w nich wody. W przeglądzie literatury dotyczącej zagadnień suszenia produktów żywnościowych [2] autorzy stwierdzili, że dane dotyczące współczynników dyfuzji wody w tych produktach są rzadko spotykane. Sporządzony przez nich, na podstawie danych literaturowych, wykres uzależniający współczynnik dyfuzji wody w materiałach kapilarno-porowatych i koloidalno-kapilarno-porowatych od zawartości wody w tych produktach, pokazuje znaczne rozbieżności w wartościach liczbowych tych współczynników dla poszczególnych produktów. Różny jest też charakter zmian współczynników dyfuzji wody wraz ze zmianą zawartości wody.

Jak dotąd zależność współczynnika dyfuzji wody w produktach rolniczych w drugim okresie suszenia, jednocześnie od zawartości wody i od temperatury, nie jest wystarczająco poznana. Współczynnik ten wyznacza się najczęściej w sposób pośredni na podstawie uprzednio empirycznie zweryfikowanego teoretycznego matematycznego modelu procesu suszenia pojedynczego ciała stałego w drugim okresie suszenia. Ogólna postać tego modelu wyrażona jest równaniem (10). W literaturze mało jest badań dotyczących wyznaczania współczynnika dyfuzji wody w warzywach i owocach. Zagadnieniem wyznaczania współczynnika dyfuzji wody w produktach rolniczych zajęto się najpierw w odniesieniu do ziarna [m.in.: 1, 10, 13, 27, 34, 38, 44, 49, 52, 55]. Współczynnik dyfuzji wody w produktach żywnościowych wyznaczali m.in. Górnicki i Kaleta [6] (plasterki buraków ćwikłowych, marchwi, pietruszki), Górnicki [7] (różne cząstki korzenia pietruszki, współczynnik dyfuzji wody uzależniono nie tylko od zawartości wody i temperatury czynnika suszącego, ale również od średniej temperatury cząstki, a poprzez uwzględnienie skurczu suszarniczego także od jej zmiennego wymiaru), Kiranoudis i in. [18] (cząstki cebuli, marchwi, papryki i ziemniaków), Lewicki i in. [23] i Mazza i LeMaguer [26] (plasterki cebuli), Mulet i in. [28, 29] (sześciiany marchwi), Saravacos [45] (plasterki jabłek i ziemniaków), Sojak [46, 47] (sześciiany buraków ćwikłowych i plasterki dyni), Zhou i in. [57] (ziemniaki).

Tabela 2. Formuły do obliczania współczynnika dyfuzji wody produktów rolniczych

Formuła	Uwagi
$D = D_1 + D_2 u + D_3 T_F$ gdzie: D_1, D_2, D_3 – stałe	ciała w kształcie kuli [55]
$D = Au \exp\left(-\frac{B}{T_F + 460}\right)$ gdzie: A, B – stałe	ziarno kukurydzy [44]
$D = D_0 \exp(pu)$ gdzie: $D = g(T) \exp[f(T)u]$ $g(T) = D_0(T) = A \exp\left(\frac{B}{460 + T}\right)$ $f(T) = C(460 + T)^E$ A, B, C, D_0 , E, p – stałe	ziarno ryżu (ograniczony cylinder) [12]
$\ln\left(\frac{D}{R^2}\right) = \ln(A) + \frac{B}{T}$ gdzie: A, B – stałe	ziarno kukurydzy [52]
$D = a \cdot \exp(b/T)$ $D = \exp\left(a + \frac{b}{T} + cu\right)$ gdzie: a, b, c – stałe	sześciiany marchwi [28, 29]
$\frac{D}{R^2} = A \cdot \exp[-B/(273,15 + t)] \exp(C \cdot u)$ gdzie: A, B, C – stałe	różne cząstki korzenia pietruszki [7]; ziarno kukurydzy (kula) [38]
$D = A \cdot \exp(B/u) \exp(C/T)$ gdzie: A, B, C – stałe	plastry: cebuli, ziemniaków, marchwi [18]; pierścienie papryki [18]
$D = A \exp\left(-\frac{E}{BT}\right)$ gdzie: A – współczynnik Arrheniusa, $m^2 \cdot s^{-1}$, E – energia aktywacji dla dyfuzji wody, $\text{kJ} \cdot \text{kmol}^{-1}$, B – uniwersalna stała gazowa, $\text{kJ} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	ziarno kukurydzy [10]; plastry cebuli (bez uwzględnienia skurczu suszarniczego i z uwzględnieniem skurczu suszarniczego) [26]; nasiona soi [27]; zielona fasola [42]; plastry marchwi [43]; plastry buraków cukrowych [50];
$D = \frac{K_1 \cdot \exp(K_2 T^{-1})}{1 + \exp(K_3 + K_4 u)}$ gdzie: K_1, K_2, K_3, K_4 – stałe	ziarno pszenicy [11]
$D = \alpha \cdot \exp(\beta u)$ gdzie: α, β – współczynniki uzależnione od temperatury powietrza suszącego	ziarno pszenicy (kula) [1]
$D = A(t) \cdot u^{B(t)} \cdot \exp[C(t) \cdot u]$ gdzie: $A(t) = A_0 \exp(A_1 \cdot t)$; $B(t) = D \cdot C(t)$; $C(t) = C_0 + C_1 t$; A_0, A_1, C_0, C_1, D – stałe	ziarno pszenicy (kula) [13]

Oprócz Górnickiego i Kalety [6], Górnickiego [7] i Sojaka [46, 47] pozostali autorzy, wyznaczając współczynnik dyfuzji wody w produktach spożywczych, przyjmowali, że cały proces suszenia badanych produktów przebiega w drugim okresie suszenia, w którym o przebiegu procesu decydują wyłącznie wewnętrzne warunki wymiany ciepła i masy. Założenie to poddają w wątpliwość wyniki opublikowanych badań [m.in.36, 37, 39].

Autorzy zajmujący się zagadnieniami modelowania procesu suszenia zakładali najczęściej, że suszony produkt jest homogeniczny i izotropowy. Stąd też przyjmowali, jak wynika z przeglądu literatury, że współczynnik dyfuzji wody nie zależy od struktury materiałowej i od kierunku ruchu wody. Założenie to nie zawsze sprawdza się w wypadku żywności, która często jest produktem heterogenicznym i/lub anizotropowym. Dlatego też w celu doskonalenia modeli oraz uzyskania lepszych efektów symulacji komputerowej właściwa wydaje się próba poznania wpływu mikrostrukturalnych układów występujących w tkankach produktów rolniczych na proces suszenia. Właściwość ta uwzględniona była w niewielu pracach. Wpływ anizotropowości na przebieg suszenia badano dla następujących produktów: pietruszka [7], zielona fasola [42], marchew [43], burak cukrowy [50] (autorzy trzech ostatnich publikacji [42, 43, 50] zakładali, że cały proces suszenia przebiega w drugim okresie). Wyniki uzyskane dla zielonej fasoli i plasterków marchwi i pietruszki potwierdziły przypuszczenia o anizotropowości tych warzyw w odniesieniu do zjawiska wymiany masy, bowiem kierunek ruchu wody wpływał na wartość współczynnika dyfuzji wody. W pracach Górnickiego [7] i Ruiz-Cabrera i in. [43] w modelu procesu suszenia uwzględniono dodatkowo heterogeniczność plasterków odpowiednio pietruszki i marchwi (heterogeniczność produktów rolniczych uwzględniono po raz pierwszy w modelu suszenia pojedynczego ziarna kukurydzy [49, 52, 54]).

W tabeli 2 zamieszczone zostały formuły do obliczania współczynnika dyfuzji wody produktów rolniczych.

Do modelowania procesu suszenia, poza danymi dotyczącymi współczynnika dyfuzji wody, wymagana jest również znajomość właściwości cieplnych suszonego produktu, takich jak: ciepło właściwe, współczynnik przewodzenia ciepła, ciepło parowania wody, współczynnik wnikania ciepła, współczynnik dyfuzji cieplnej. Wartości poszczególnych współczynników oblicza się najczęściej przy użyciu odpowiednich, dostępnych w literaturze formuł empirycznych [m.in. 15, 16, 34].

Podsumowanie

Większość modeli suszenia, jak to wynika z przeglądu literatury, opiera się na założeniach upraszczających, takich jak: pominięcie skurczu, traktowanie parametrów transportu i właściwości fizycznych oraz cieplnych jako wartości stałych, rozpatrywanie produktu jako układu homogenicznego i/lub izotropowego. Założenia te powodują, że równania modelu stają się prostsze, a przez to łatwiejsze do rozwiązania.

Jednak założenia upraszczające oraz modele bazujące na nich nie zawsze są słuszne i nie można stosować ich dla wszystkich produktów żywnościowych oraz wszystkich zakresów zawartości wody i warunków suszenia. Reasumując, należy stwierdzić, że wiedza odnośnie fundamentalnych zasad suszenia żywności stale wzrasta, ale w wielu aspektach jest jeszcze ograniczona. Wiąże się to głównie z interakcjami między transportem ciepła i masy wewnątrz suszonego materiału oraz ich powiązania z chemicznymi, biochemicznymi i mikrobiologicznymi przemianami zachodzącymi w trakcie suszenia.

Wykaz oznaczeń

A	– powierzchnia suszonego ciała, m^2
c	– ciepło właściwe suszonego ciała, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
D	– współczynnik dyfuzji wody, $m^2 \cdot s^{-1}$
k	– szybkość suszenia, s^{-1}
L, L_k	– długość, długość końcowa, m
M_s	– masa suchej substancji, kg
R	– promień, m
r_w	– entalpia parowania wody $J \cdot kg^{-1}$
T	– temperatura, K
T_F	– temperatura, °F
t, t_c, t_M, t_p	– temperatura, temperatura: suszonej cząstki, mokrego termometru, powietrza, °C
U	– zredukowana zawartość wody
u	– zawartość wody, $kg H_2O \cdot kg^{-1} s.m.$
V	– objętość, m^3
x, y, z	– współrzędne ortokartezjańskie, m
α	– współczynnik wnikania ciepła, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
ρ, ρ_s, ρ_w	– gęstość, gęstość: suchej substancji, wody, $kg \cdot m^{-3}$
τ	– czas, s
∂	– różniczka
Δ	– przyrost
∇	– gradient
∇^2	– laplasjan

Indeksy dolne:

0	– wartość początkowa
A	– wielkość na powierzchni suszonego ciała

Indeksy górne:

\cdot	– pochodna
$\bar{\quad}$	– wartość średnia

Literatura

-
- [1] Bruce D.M. 1985. Exposed – layer barley drying: three models fitted to new data up to 150°C. *J. Agric. Engng. Res.* 32(4): 337–347.
- [2] Bruin S., Luyben K.Ch.A.M. 1979. Drying of food materials: a review of recent developments. W: *Advances in drying*. Vol. 1. A.S. Mujumdar (red.), Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C.: 155–215.
- [3] Carslaw H.S., Jaeger J.C. 1959. *Conduction of heat in solid*. Second Edition. Oxford Science Publications. Clarendon Press Oxford: 510 ss.
- [4] Fortes M., Okos M.R. 1980. Drying theories: their bases and limitations as applied to foods and grains. W: *Advances in drying*. Vol. 1. A.S. Mujumdar (red.), Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C.: 119–154.
- [5] Górnicki K., Kaleta A. 1999. Zastosowanie uogólnionego modelu kinetyki suszenia warzyw w pierwszym okresie do modelowania suszenia warzyw korzeniowych i cebuli. W: *Konwekcyjne suszenie warzyw. Teoria i praktyka*. S. Pabis (red.), Polskie Towarzystwo Inżynierii Rolniczej, Kraków: 129–135.
- [6] Górnicki K., Kaleta A. 2000. Współczynnik dyfuzji wody w warzywach korzeniowych. *Post. Techniki Przetw. Spoż.* 9, 1(17): 22–25.
- [7] Górnicki K. 2000. Modelowanie procesu konwekcyjnego suszenia korzeni pietruszki. Rozprawa doktorska. SGGW, Warszawa: 98 ss.
- [8] Hawlader M.N.A., Uddin M.S., Ho J.C., Teng A.B.W. 1991. Drying characteristics of tomatoes. *J. of Food Eng.* 14: 259–268.
- [9] Hawlader M.N.A., Ho J.C., Zhang Qing. 1999. A mathematical model for drying of shrinking materials. *Drying Technol.* 17(1–2): 27–47.
- [10] Henderson S.M., Pabis S. 1961. Grain drying theory. I. Temperature effect on drying coefficient. *J. Agric. Engng. Res.* 6(3): 169–174.
- [11] Hofacker W. 1986. Trockungsverhalten und Qualitätsveränderungen von Weizen. Forschungsbericht Agrotechnik 128. Dissertation, Universität Stuttgart.
- [12] Husain A., Chen C.S., Clayton J.T. 1973. Simultaneous heat and mass diffusion in biological materials. *J. Agric. Engng. Res.* 18: 343–354.
- [13] Jaros M. 1993. Matematyczny model konwekcyjnego suszenia pojedynczego ziarna pszenicy ze zmiennym współczynnikiem wewnętrznej dyfuzji wody. *Roczn. Nauk Rol.* 79-C-3: 119–127.
- [14] Jaros M. 1999. Kinetyka suszenia warzyw. Rozprawa habilitacyjna. Rozprawy naukowe Akademii Rolniczej w Lublinie (224). Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Lublinie: 71 ss.
- [15] Kaleta A. 1996. Modelowanie procesu konwekcyjnego suszenia ziarna w silosach. Fundacja Rozwój SGGW, Warszawa: 139 ss.
- [16] Kaleta A. 1999. *Thermal properties of plant materials*. Warsaw Agricultural University Press, Warsaw: 78 ss.
- [17] Karathanos V., Anglea S., Karel M. 1993. Collapse of structure during drying of celery. *Drying Technol.* 11(5): 1005–1023.
- [18] Kiranoudis C.T., Maroulis Z.B., Marinos-Kouris D. 1992. Model selection in air drying of foods. *Drying Technol.* 10(4): 1097–1106.

- [19] Kompany E., Benchimol K., Allaf K., Ainseba B., Bouvier J.M. 1993. Carrot dehydration for instant rehydration: dehydration kinetics and modelling. *Drying Technol.* 11(3): 451–470.
- [20] Kowalski S.J. 1994. Matematyczne modelowanie zjawiska skurczu materiału suszonego. Mat. konf. t. I VIII Sympozjum Suszarnictwa. Warszawa. 20–22 VI 1994: 121–136.
- [21] Lewicki P.P., Witrowa D. 1992. Heat and mass transfer in externally controlled drying of vegetables. W: *Drying '92. Part A.* A.S. Mujumdar (red.) Elsevier, Amsterdam: 884–891.
- [22] Lewicki P.P., Witrowa D., Pomaranska-Łazuka W. 1994. Changes of physical properties of drying materials. W: *Developments in food engineering.* T. Yano, R. Matsuno, K. Nakamura (red.), Blackie Academic & Professional, London: 137–139.
- [23] Lewicki P.P., Witrowa-Rajchert D., Nowak D. 1998. Effect of drying mode on drying kinetics of onion. *Drying Technol.* 16(1–2): 59–81.
- [24] Łykov A.W. 1952. *Teorija tieploprovodnosti.* Gosudarstviennoje Izdatjelstwo Tiechniko-Teorjetiheskoj Litieratury, Moskwa: 392 ss.
- [25] Madarro A., Pinaga F., Carbonell J.V., Pena J.L. 1981. Deshidratation de frutas y hortalizas con aire ambiente. I. Ensayos exploratorios con zanahorias. *Rev. Agroquim. Tecnol. Aliment.* 21(4): 525–533.
- [26] Mazza G., LeMaguer M. 1980. Dehydration of onions: some theoretical and practical considerations. *J. of Food Technol.* 15: 181–194.
- [27] Misra R.N., Young J.H. 1980. Numerical solution of simultaneous moisture diffusion and shrinkage during soybean drying. *Transaction of the ASAE* 23(5): 1277–1282.
- [28] Mulet A., Berna A., Rosselló C. 1989. Drying of carrots. I. Drying models. *Drying Technol.* 7(3): 537–557.
- [29] Mulet A., Berna A., Rosselló C., Pinaga F. 1989. Drying of carrots. II. Evaluation of drying models. *Drying Technol.* 7(4): 641–661.
- [30] Murakowski J. 1994. Suszenie pieczarek w warunkach konwekcji naturalnej – badanie skurczu suszonych obiektów. *Z. Probl. Post. Nauk Rol.* z. 417: 145–153.
- [31] Murakowski J., Kozłowski Z. 1999. Modelowanie procesu suszenia trzonów pieczarek w fazie wstępnego nagrzewania. W: *Konwekcyjne suszenie warzyw. Teoria i praktyka.* S. Pabis (red.) Polskie Towarzystwo Inżynierii Rolniczej. Kraków: 51–59.
- [32] Nowak D., Witrowa-Rajchert D., Lewicki P.P. 1998. Skurcz objętościowy i zmiana gęstości marchwi i ziemniaka podczas suszenia konwekcyjnego. *Z. Probl. Post. Nauk Rol.* z. 454: 461–468.
- [33] Pabis S. 1965. *Suszenie płodów rolnych.* PWRiL, Warszawa: 316 ss.
- [34] Pabis S. 1982. *Teoria konwekcyjnego suszenia produktów rolniczych.* PWRiL, Warszawa: 229 ss.
- [35] Pabis S. 1994. Uogólniony model kinetyki suszenia warzyw i owoców w pierwszym okresie. *Z. Probl. Post. Nauk Rol.* z. 417: 15–34.
- [36] Pabis S. 1999. The initial phase of convection drying of vegetables and mushrooms and the effect of shrinkage. *J. Agric. Engng. Res.* 72: 187–195.
- [37] Pabis S. (red.) 1999. *Konwekcyjne suszenie warzyw. Teoria i praktyka.* Polskie Towarzystwo Inżynierii Rolniczej, Kraków: 176 ss.
- [38] Parti M., Dugmanics I. 1990. Diffusion coefficient for corn drying. *Transactions of the ASAE* 33(5): 1652–1656.

- [39] Problemy suszarnictwa płodów rolnych. Komitet Techniki Rolniczej PAN 1994, Kraków, *Z. Probl. Post. Nauk Rol. Zeszyt* 417: 258 ss.
- [40] Ratti C. 1994. Shrinkage during drying of foodstuffs. *J. of Food Eng.* 23: 91–105.
- [41] Roman G.N., Rotstein E., Urbicain M.J. 1979. Kinetics of water desorption from apples. *J. of Food Sci.* 44: 193–197.
- [42] Rosselló C., Simal S., SanJuan N., Mulet A. 1997. Nonisotropic mass transfer model for green bean drying. *J. Agric. Food Chem.* 45(2): 337–342.
- [43] Ruiz-Cabrera M.A., Salgado-Cervantes M.A., Waliszewski-Kubiak K.N., Garcia-Alvarado M.A. 1997. The effect of path diffusion on the effective moisture diffusion in carrot slabs. *Drying Technol.* 15(1): 169–181.
- [44] Sabbah M.A., Foster G.M., Haugh C.G., Peart R.M. 1972. Effect of tempering after drying on cooling shelled corn. *Transactions of the ASAE* 15(4): 763–765.
- [45] Saravacos G.D. 1967. Effect of the drying method on the water sorption of dehydrated apple and potato. *J. of Food Sci.* 32: 81–84.
- [46] Sojak M. 1995. Wyznaczanie współczynnika dyfuzji masy w procesie suszenia buraka ćwikłowego. Praca magisterska. SGGW, Warszawa: 54 ss.
- [47] Sojak M. 2000. Matematyczny model konwekcyjnego suszenia dyni spożywczej. Rozprawa doktorska. SGGW, Warszawa: 79 ss.
- [48] Sokhansanj S., Bailey W.G., van Daltsen K.B. 1999. Drying of north american ginseng roots. *Drying Technol.* 17(10): 2293–2308.
- [49] Syarief A.M., Gustafson R.J., Morey R.V. 1987. Moisture diffusion coefficients for yellow-dent corn components. *Transactions of the ASAE* 30(2): 522–528.
- [50] Vaccarezza L.M., Lombardi J.L., Chirife J. 1974. Kinetics of moisture movement during air drying of sugar beet root. *J. of Food Technol.* 9: 317–327.
- [51] Vagenas G.K., Marinos-Kouris D., Saravacos G.D. 1990. An analysis of mass transfer in air drying foods. *Drying Technol.* 9(3): 323–342.
- [52] Walton L.R., White G.M., Ross I.J. 1988. A cellular diffusion-based drying model for corn. *Transaction of the ASAE* 31(1): 279 – 283.
- [53] Wanaanen K.M., Litchfield J.B., Okos M.R. 1993. Classification of drying models for porous solids. *Drying Technol.* 11(1): 1–40.
- [54] Weres J. 1991. Analiza wpływu materiałowych własności suszonego ośrodka na transport wody w procesach konwekcyjnego suszenia ziarna kukurydzy w cienkiej warstwie. Roczniki Akademii Rolniczej w Poznaniu, Rozprawy Naukowe, z. 217, Poznań: 74 ss.
- [55] Young J.H. 1969. Simultaneous heat and mass transfer in a porous, hygroscopic solid. *Transactions of the ASAE* 12(5): 720–725.
- [56] Zhang Tain-Yi, Bakshi A.S., Gustafson R.J, Lund D.B. 1984. Finite element analysis of nonlinear water diffusion during rice soaking. *J. of Food Sci.* 49: 246–277.
- [57] Zhou L., Puri V.M., Anantheswaran R.C. 1994. Measurement of coefficients for simultaneous heat and mass transfer in food products. *Drying Technol.* 12(3): 607–627.
- [58] Zogzaz N.P., Maroulis Z.B., Marinos-Kouris D. 1994. Densities, shrinkage and porosity of some vegetables during drying. *Drying Technol.* 12(7): 1653–1660.

Some problems relating the modelling of convection drying process of vegetables and fruits

Key words: mathematical model, drying, vegetables, fruits, shrinkage, diffusion coefficient

Summary

The great emphasis is put on the optimization of drying process now. Therefore, the development of well verified mathematical models of drying becomes a necessity. Some problems dealing with the modelling of convection drying process of vegetables and fruits are considered in the paper. The course of the process is discussed and some mathematical models of vegetable and fruit convection drying, developed on the basis of heat and mass transfer laws, are given. The problems relating to the phenomenon of shrinkage during drying and to determination of the diffusion coefficient are discussed.