

ARKADIUSZ BRUCHWALD, TERESA RYMER-DUDZIŃSKA

Wzory empiryczne do określania pierśnicowej liczby kształtu strzał sosen w korze z uwzględnieniem krain przyrodniczo-leśnych

Empirical Formulae for Defining the Pine over Bark d.b.h. Form Factor
with Account on Natural Forest Regions

Wstęp

W 1973 r. została opublikowana praca, w której przedstawiono założenia metodyczne budowy tablic miąższości [1]. Założenia te dotyczyły również opracowywania wzorów empirycznych na pierśnicową liczbę kształtu oraz miąższość drzew i drzewostanów. Sądono już wówczas, że w przypadku upowszechnienia się techniki komputerowej, wzory empiryczne mogą zastąpić tradycyjne tablice liczb kształtu i tablice miąższości.

Począwszy od 1978 r. opublikowano szereg prac przedstawiających wzory empiryczne na różne rodzaje liczb kształtu i różne rodzaje miąższości, początkowo dla sosny [2, 3, 6, 7, 8], a następnie dla świerka [10-14], jodły [4] i dębu [16]. Niektóre z tych wzorów zostały skorygowane [5, 15, 17], a podstawą korekty był bardziej liczny materiał empiryczny i możliwość zastosowania precyzyjniejszych metod badawczych wykorzystujących technikę komputerową.

W niniejszej pracy przeprowadzona zostanie analiza wzoru na pierśnicową liczbę kształtu strzały w korze dla sosny [5]:

$$F_1 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D}{1,2895 + 0,90645 \cdot D} \right]^4} \quad (1)$$

gdzie:

- F_1 – drzewostanowa liczba kształtu strzał w korze,
 D – przeciętna pierśnica.

Dotyczyć ona będzie zmienności przestrzennej wielkości drzewostanowej liczby kształtu strzały sosny w korze i opracowania równań empirycznych dla tej cechy dla poszczególnych regionów Polski. Cel ten zostanie osiągnięty poprzez przeprowadzenie oceny dokładności wzoru I A. Bruchwalda dla drzewostanów sosnowych rosnących w poszczególnych krainach przyrodniczo-leśnych Polski. W zależności od wyniku tej oceny, wzór albo zostanie przyjęty w niezminionej formie, albo zostaną opracowane nowe wzory dla poszczególnych krain.

Materiał empiryczny

Badania oparto na materiale empirycznym pochodzącym z 2320 drzewostanów sosnowych, w większości tych samych na podstawie których opracowano ogólny wzór. Drzewostany wchodzące do próby położone są w różnych krainach przyrodniczo-leśnych Polski, a ich rozkład przedstawia się następująco:

I Kraina Bałtycka	– 285 powierzchni badawczych,
II Kraina Mazursko-Podlaska	– 199 powierzchni badawczych,
III Kraina Wielkopolsko-Pomorska	– 1043 powierzchni badawczych,
IV Kraina Mazowiecko-Podlaska	– 251 powierzchni badawczych,
V Kraina Śląska	– 119 powierzchni badawczych,
VI Kraina Wyżyn Środkowopolskich	– 416 powierzchni badawczych,
VII Kraina Sudecka	– 2 powierzchnie badawcze,
VIII Kraina Karpacka	– 5 powierzchni badawczych.

Ze względu na małą liczbę drzewostanów z krainy VII i VIII, nie będą one analizowane w dalszych rozważaniach.

Wiek badanych drzewostanów wahał się od 15 do 178 lat, przeciętna pierśnica od 3,4 do 58,8 cm, a przeciętna wysokość od 3,6 do 33,2 m. Drzewostany rosły zarówno na siedliskach borowych jak i lasowych. Najwięcej z nich znajdowało się na siedlisku Bśw (1124) i BMśw (500), odpowiednio mniej na siedliskach Bs (101), LMśw (91), Bw (63), BMw (42), Lśw (26), Bb (6), LMw (2). Niestety na części powierzchni badawczych (365) nie określono typu siedliskowego lasu.

Metodyka zbierania materiałów

Metodyka zbierania materiałów była na poszczególnych powierzchniach bardzo różna. W 12 drzewostanach założono zręby badawcze i na drzewach leżących przeprowadzano pomiary grubości zarówno w korze jak i bez kory w środkach 1-metrowych sekcji. W pozostałych drzewostanach pomiary przeprowadzono na ściętych drzewach próbnych, których liczba wahała się od 5 do 100 drzew. Pomiary grubości przeprowadzano zarówno w sekcjach o jednakowej długości (0,5, 1, 2 m) jak i o zmiennej długości, stosując krótsze sekcje w części odziomkowej pnia i dłuższe powyżej (0,5-1, 1-2 m). Grubości były mierzone na każdym przekroju w dwóch prostopadłych kierunkach z zaokrągleniem do 1

mm. Na niektórych drzewach stosowany był również pomiar obwodu. Długość strzał mierzono z zaokrągleniem do 1 cm lub 1 dcm.

Wyniki badań

Przeprowadzono ocenę dokładności wzoru 1 dla drzewostanów rosnących w poszczególnych regionach Polski. W tym celu w każdym drzewostanie obliczono przeciętną wartość pierśnicowej liczby kształtu wzorem empirycznym (1) i porównano ją z wielkością liczby kształtu określoną na podstawie drzew ściętych wyznaczając przy tym błąd procentowy wtórny.

Dla każdej krainy przyrodniczo-leśnej obliczono średnie arytmetyczne i odchylenia standardowe procentowych błędów wtórnych liczb kształtu (tab. 1). Z danych tych wynika, że przeciętne wielkości błędów liczb kształtu w poszczególnych krainach, z wyjątkiem krainy Mazursko-Podlaskiej i Wyżyn Środkowopolskich, nie są duże.

TABELA 1
Dokładność wzoru empirycznego (1) dla drzewostanów z poszczególnych krain przyrodniczo-leśnych

Kraina przyrodniczo-leśna	n	\bar{p}	δ
I	285	0,57	4,40
II	199	-0,83	4,92
III	1043	0,04	4,73
IV	251	0,66	4,29
V	119	0,49	5,42
VI	416	0,97	4,64
VII	2	-0,31	3,57
VIII	5	7,81	7,31
Razem	2320	0,30	4,72

n – liczba drzewostanów,
 \bar{p} – średnia arytmetyczna,
 δ – odchylenie standardowe

We wszystkich krainach z wyjątkiem II (Mazursko-Podlaskiej) błędy wzoru (1) są dodatnie i na ogół większe od błędu dla całości materiału.

W dalszych badaniach przeprowadzono analizę zależności wielkości błędu od przeciętnej pierśnicy drzewostanu – D (tab. 2). W tym celu cały materiał podzielono w zależności od D na cztery klasy. Pierwsza klasa objęła drzewostany o przeciętnej pierśnicy mniejszej od 10 cm, druga klasa o pierśnicy zawartej w granicach od 10 do 20 cm, trzecia – od 20 do 30 cm i czwarta o D powyżej 30 cm.

Oceniany wzór dał błąd ujemny dla drzewostanów o D poniżej 10 cm i powyżej 30 cm. Ten ostatni jest tak mały (-0,02%), że praktycznie można przyjąć, że jest równy zero. Dla

TABELA 2
Dokładność wzoru empirycznego dla drzewostanów w zależności od ich przeciętnej pierśnicy

Dg	n	\bar{p}	σ
Dg	243	-0,44	5,76
$10 < Dg < 20$	1150	0,57	4,75
$20 < Dg < 30$	634	0,26	4,01
$Dg > 30$	30 293	-0,02	5,01

TABELA 3
Kształtowanie się dokładności wzoru empirycznego dla drzewostanów w zależności od wielkości przeciętnej pierśnicy i położenia drzewostanu w krainie przyrodniczo-leśnej

Kraina	$D < 10$		$10 < D < 20$		$20 < D < 30$		$D > 30$	
	n	\bar{p}	n	\bar{p}	n	\bar{p}	n	\bar{p}
I	29	3,13	156	0,54	17	0,08	23	-0,61
II	21	-4,45	65	-2,46	60	1,41	53	0,05
III	151	-1,25	575	0,49	249	0,01	68	-0,81
IV	3	-2,15	95	0,16	84	1,61	69	0,29
V	6	3,23	81	1,59	24	-2,87	8	-2,60
VI	33	2,18	176	1,76	135	-0,28	72	0,83

drugiej i trzeciej klasy wystąpiły błędy dodatnie; dla drzewostanów o D w granicach 10 - 20 cm nieco większe niż dla całości materiału.

W tabeli 3 przedstawiono dokładność wzoru w zależności od przeciętnej pierśnicy drzewostanu w obrębie poszczególnych krain przyrodniczo-leśnych.

Przy tej samej wartości przeciętnej pierśnicy oceniany wzór jest dokładniejszy dla całości materiału niż dla poszczególnych krain.

We wszystkich krainach najmniej dokładny jest wzór dla drzewostanów o przeciętnej pierśnicy poniżej 10 cm. Bez względu na wielkość przeciętnej pierśnicy wzór jest najdokładniejszy dla drzewostanów z krainy trzeciej, a najmniej dokładny dla drzewostanów z krainy piątej.

W obrębie poszczególnych krain stwierdzono kierunkowe zmiany znaku i wielkości błędów w zależności od wartości przeciętnej pierśnicy. Na przykład: w krainie II błędy z dużych wartości ujemnych, dla drzewostanów o $D < 10$ cm, przechodzą w mniejsze, dla $10 < D < 20$ cm, a z dalszym wzrostem wielkości D zamieniają się w błędy dodatnie.

Stwierdzona zależność wielkości błędów od wartości przeciętnej pierśnicy w obrębie krain przyrodniczo-leśnych wymaga przeprowadzenia indywidualnej korekty wzoru dla wszystkich krain.

TABELA 4

Dokładność wzoru empirycznego dla drzewostanów w zależności od typu siedliskowego lasu

Typ siedliskowy	n	\bar{p}	δ
Bs	101	0,49	6,12
Bśw	1124	0,17	4,79
Bw	63	-0,04	4,26
Bb	6	-5,42	3,15
BMśw	500	0,49	4,12
BMw	42	1,15	5,01
LMśw	91	0,63	4,72
LMw	2	-1,96	5,43
Lśw	26	0,67	6,25

TABELA 5

Dokładność wzoru empirycznego dla drzewostanów w zależności od typu siedliskowego lasu i krainy przyrodniczo-leśnej w jakiej są położone

Typ siedliskowy	Kraina przyrodniczo-leśna											
	I		II		III		IV		V		VI	
	n	\bar{p}	n	\bar{p}	n	\bar{p}	n	\bar{p}	n	\bar{p}	n	\bar{p}
Bs	-		4	-6,20	96	0,71	-		-			
Bśw	100	0,79	97	-2,19	637	-0,03	97	0,78	39	2,56	154	1,11
Bw	-		-		-		-		16	4,11	46	-1,43
Bb	-		3	-3,36	-		-		-		3	-7,47
BMśw	118	0,26	47	1,17	191	0,21	69	-0,15	14	0,89	60	1,90
BMw	-		-		9	2,99	3	-0,93	9	1,99	20	0,15
LMśw	6	-4,61	11	0,53	41	1,78	14	-3,08	3	1,81	16	2,74
Lśw	2	-1,03	3	2,32	3	-5,72	9	0,22	3	-1,63		

Zbadano również jak kształtuje się średnia wielkość błędów wzoru w zależności od siedliska drzewostanu (tab. 4) oraz jednocześnie od siedliska i położenia drzewostanów w krainach przyrodniczo-leśnych (tab. 5).

Przy ocenie nie uwzględniono wyników otrzymanych dla drzewostanów rosnących na siedliskach Bb i LMw, ze względu na małą ich liczbę.

Ogólnie wzór jest dokładniejszy dla siedlisk borowych z wyjątkiem BMw, niż dla siedlisk lasowych. Jest to zrozumiałe, ponieważ większość danych, na podstawie których opracowano wzór pochodziła z drzewostanów rosnących na siedliskach borowych. Wzór dla drzewostanów rosnących na tym samym siedlisku, ale w różnych regionach kraju jest na ogół mniej dokładny niż przeciętnie dla danego siedliska, i odwrotnie wzór dla danej krainy jest bardziej dokładny niż w rozbiciu na poszczególne siedliska. Należy przypuszczać, że

wprowadzenie korekty wzoru dla poszczególnych krain ze względu na przeciętną pierśnicę drzewostanu, podnieście również dokładność wzorów dla poszczególnych siedlisk.

Dla poszczególnych krain przyrodniczo-leśnych przeprowadzono korektę wzoru 1 na pierśnicową liczbę kształtu. Polegała ona na przesunięciu funkcji w stosunku do osi odciętych tak, aby dla nowego wzoru średnia arytmetyczna błędów procentowych była bliska zeru. Dla poszczególnych krain wyprowadzono następujące wzory:

I. Kraina Bałtycka

$$F_1 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D - 0,85}{1,2895 + 0,90645 \cdot (D - 0,85)} \right]^4} \quad (2)$$

II. Kraina Mazursko-Podlaska

$$F_1 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D - 2,1}{1,2895 + 0,90645 \cdot (D - 2,1)} \right]^4} \quad (3)$$

III. Kraina Wielkopolsko-Pomorska

$$F_1 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D - 1}{1,2895 + 0,90645 \cdot (D - 1)} \right]^4} \quad (4)$$

IV. Kraina Mazowiecko-Podlaska

$$F_1 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D - 1,4}{1,2895 + 0,90645 \cdot (D - 1,4)} \right]^4} \quad (5)$$

V. Kraina Śląska

$$F_1 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D - 0,95}{1,2895 + 0,90645 \cdot (D - 0,95)} \right]^4} \quad (6)$$

VI. Kraina Wyżyn Środkowopolskich

$$F_1 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D - 0,65}{1,2895 + 0,90645 \cdot (D - 0,65)} \right]^4} \quad (7)$$

Podsumowanie i wnioski

- Dla badanych drzewostanów sosnowych wzór empiryczny (1) na drzewostanową liczbę kształtu strzały sosny w korze daje niewielki błąd dodatni ($\bar{p} = 0,30\%$; $\delta = \pm 4,72\%$).
- Oceniany wzór jest na ogół mniej dokładny dla drzewostanów rosnących w poszczególnych krainach przyrodniczo-leśnych Polski niż dla całości materiału. Dla wszystkich krain z wyjątkiem Krainy Mazursko-Podlaskiej średnia arytmetyczna błędów ma znak dodatni.
- Dokładność wzoru zależy od przeciętnej pierśnicy drzewostanu. Związek ten wyraźniej zaznacza się w obrębie poszczególnych krain niż dla całości materiału. Stwierdzona zależność wielkości błędów od wartości przeciętnej pierśnicy w obrębie krain przyrodniczo-leśnych wskazuje na możliwość opracowania dokładniejszych wzorów dla poszczególnych regionów Polski.
- Na podstawie przeprowadzonych badań nie stwierdzono konieczności opracowania wzorów uwzględniających typ siedliskowy lasu.
- Opracowano oddzielne równania empiryczne na drzewostanową liczbę kształtu strzały sosny w korze dla poszczególnych krain przyrodniczo-leśnych (2-7). Otrzymana średnia arytmetyczna błędów procentowych dla krain, nowymi wzorami, była praktycznie równa zeru.

Praca częściowo finansowana ze środków KBN.

Literatura

1. **Bruchwald A.:** Tablice liczb kształtu strzał bez kory dla drzewostanów sosnowych. Sylwan, 1973, 4: 9-27.
2. **Bruchwald A.:** Formulae for construction of tables of form factors for stems in pine stands. Bull. Acad. Pol. Sc., Ser. Biol., 1978, 2: 111-118.
3. **Bruchwald A.:** Tablice liczb kształtu strzał w korze i bez kory dla sosny. ZN SGGW, Leś., 1978, 26: 7-19.
4. **Bruchwald A.:** Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów jodłowych. Sylwan, 1992, 7: 17-23.
5. **Bruchwald A.:** New Empirical Formulae for Determination of Volume of Scots Pine Stands. FFP, s. A, 1996, 38: 5-10.
6. **Bruchwald A., Dudek A.:** Tablice miąższości drewna okrągłego grubego drzewostanów sosnowych na pniu. ZN SGGW, Leś., 1978, 26: 85-92

7. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Tablice miąższości strzał w korze dla drzewostanów sosnowych. ZN SGGW, Leś., 1978, 26: 69-75.
8. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Tablice miąższości strzał bez kory dla drzewostanów sosnowych. ZN SGGW, Leś., 1978, 26: 77-83.
9. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Wzory empiryczne do określania pierśnicowej liczby kształtu strzały w korze dla świerka. Sylwan, 1981, 3: 11-15.
10. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Wzory empiryczne do określania miąższości strzał w korze dla świerka. Sylwan, 1981, 4: 19-22.
11. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Empirical formulae for determination of thick wood volume for spruce. Annals of Warsaw Agricultural University - SGGW-AR, Forestry and Wood Technology, 1984, 32: 53-55.
12. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Empirical equations for determining the b.h. form factors of stems without bark in spruce stands. Ann. Warsaw Agric. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood Technol. 1988, 37, 3-7
13. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Uniform lines of the b.h. form factors of stems without bark for spruce stands. Ann- Warsaw Agricult. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood Technol. 1988, 37, 9-13
14. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Volume tables of stems without bark for spruce stands. Ann. Warsaw Agricult. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood Technol. 1988, 37, 15-19.
15. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.:** Nowy wzór empiryczny do określania pierśnicowej liczby kształtu grubizny drzewa dla świerka. Sylwan, 1996, 12: 25-31.
16. **Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M.:** Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów dębowych. Sylwan, 1994, 2: 5-11
17. **Bruchwald A., Wróblewski L.:** Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów świerkowych. Sylwan, 1993, 9: 15-20.

Summary

Empirical formulae for defining the pine over bark d.b.h. form factor with account on natural forest regions

The research was based on an empirical material from 2320 pine tree stands located in various natural forest regions of Poland. The age of stands under study ranged from 15 to 178 years, the mean dbh from 3,4 to 58,8 cm, the mean height from 3,6 to 33,2 m. The stands grew on both coniferous and broadleaved sites. Most of them occurred on fresh-soil coniferous forest and fresh-soil mixed coniferous forest sites.

Experimental clearcuts had been established in 12 stands, where sectional measurement was carried out. In the remaining stands measurement was carried out. In the remaining stands measurements were carried out on 5–100 cut sample trees.

The research concerned the estimation of spatial variability of the pine over bark d. b. h. form factor and the elaboration of empirical formulae for this factor with account on natural forest regions of Poland.

The research allowed to draw out the following conclusions:

- The empirical formula (1) of tree stand form factor for pine over bark trunk gives a slight in plus error ($p=0,30\%$; $\bar{a}=\pm 4,72\%$) for the pine stands under study.
- The formula under appraisal is in general less precise for the stands growing in individual natural forest regions of Poland than for the entirety of the material. The arithmetic mean of errors has got a plus sign for all regions save the Kraina Mazursko-Podlaska region.
- The precision of the formula depends on the mean d.b.h. of the stand. This relationship is visible more clearly within individual regions than for the entirety of the material. The dependence of size of errors on the value of the mean d.b.h. found out within natural forest regions points out to a possibility of elaborating more accurate for individual regions of Poland.
- The research carried out gave no grounds for a necessity of elaborating formulae that take the forest site type into account.
- Separate empirical equations were worked out for the tree stand form factor for pine over bark trunk for individual natural forest regions (2–7). The arithmetic mean of percentage errors obtained with the new formulae for the regions was practically equal to zero.