

Model matematyczny wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego

Wprowadzenie

W automatycznym obliczaniu wewnętrznych instalacji wodociągowych można wyróżnić przykładowo trzy typy zadań, które dotyczą:

- analizy hydraulicznej zadanego układu sieci,
- projektowania sieci,
- optymalnego projektowania sieci.

Przegląd badań w tym zakresie zawiera praca Tabernackiego (1990). Innym przykładem mającym zastosowanie w projektowaniu wewnętrznych instalacji wodociągowych jest program WSWO (Sidorski 1985) opracowany na Politechnice Wrocławskiej. Program ten automatyzuje czynności obliczeniowe projektanta wykonywane manualnie z uwzględnieniem właściwych norm i wytycznych.

Innym znaczącym dorobkiem w tym zakresie była praca Tabernackiego (1990). W pracy tej m.in. opisano proces służący do symulacji działania instalacji w zadanych przedziałach czasowych.

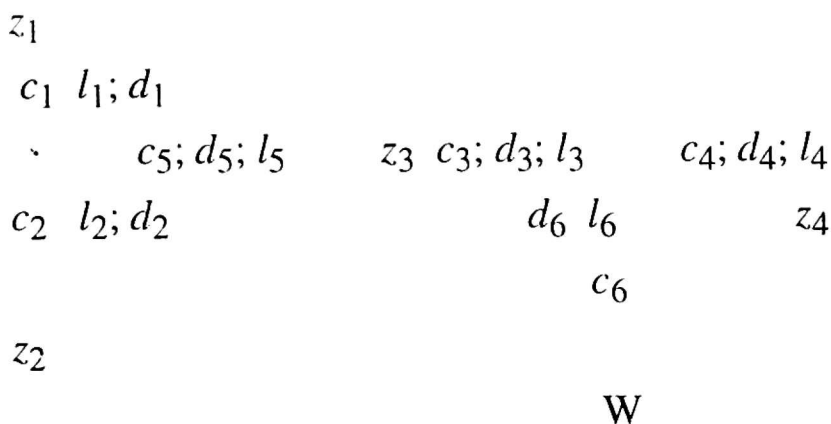
Program obejmuje 4 modele: użytkowanie instalacji, jej działania hydraulicznego, dynamiki źródła wody i powstawania strat wody.

Celem tej pracy jest przedstawienie modelu matematycznego (programu komputerowego) do badań charakterystyki hydraulicznej wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego (Ramadan 1996).

Model matematyczny wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego do badań charakterystyki hydraulicznej

Podstawy hydrauliczne modelu.

W celu wyjaśnienia dalszych opisów elementów modelu matematycznego wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego przedstawiono rozwiązanie wg schematu:



RYSUNEK 1. Przykładowy schemat instalacji

Danymi i -tej gałęzi są:

l_i – długość przewodu (m),

d_i – średnica wewnętrzna przewodu (mm),

k_i – chropowatość zastępcza przewodu (mm),

A_i – współczynnik zaworu (faktycznego lub zastępczego);

Wtórnymi danymi i -tej gałęzi są:

$\mu_i = \frac{8 l_i}{\pi^2 g d_i^5}$ – stały mnożnik dla określenia c_i ,

$\rho_i = \frac{4}{\Pi d_i^3}$ – stały mnożnik dla określenia Re_i .

Wyznaczeniu podlegają:

Q_i – natężenie przepływu (wydajność zaworu faktycznego bądź zastępczego) (dm^3/s);

$$Re_i = \rho_i Q_i;$$

λ_i – współczynnik oporów tarcia obliczony ze wzoru:

$$\frac{64}{Re_i} \quad \text{dla } Re_i \leq 2320$$

$$\lambda_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k_i}{3,71 d_i} \right]$$

$$\text{dla } Re_i > 2320 \quad (1)$$

$c_i = \mu_i \lambda_i$ – współczynnik liniowych strat ciśnienia;

$R_i = A_i + c_i$ – współczynnik całkowitych strat ciśnienia;

H_i – nadciśnienie na zaworze wylotowym, obliczone ze wzoru

$$H_i = H - c_i Q_i^2 = A_i Q_i^2 \quad (2)$$

gdzie: H oznacza nadciśnienie na wlocie gałęzi (bądź ciśnienie na piętrze).

Równanie charakterystyki hydraulicznej zaworu przedstawia wzór $\Delta h = A q^m$, gdzie: Δh – wysokość nadciśnienia wody przed zaworem (m); q – wydajność zaworu (dm^3/s); m, A – współczynniki dla jednostek jw.

W zadaniu tym poszukuje się sumarycznej wydajności odgałęzienia w punkcie „w” kolejno przy nadciśnieniach wody w tym punkcie, np. $H = 0, \dots, 50$ m, przy otwartych wszystkich zaworach, tzn. $Q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4$

Układ równań dla schematu z rysunku 1 ma postać:

$$q_1^{m_1} = \frac{1}{A_1} [H - c_1 q_1^2 - c_5 (q_1 + q_2)^2 - c_3 (q_1 + q_2 + q_3)^2 - c_6 (q_1 + q_2 + q_3 + q_4)^2],$$

$$q_2^{m_2} = \frac{1}{A_2} [H - c_2 q_2^2 - c_5 (q_1 + q_2)^2 - c_3 (q_1 + q_2 + q_3)^2 - c_6 (q_1 + q_2 + q_3 + q_4)^2],$$

$$q_3^{m_3} = \frac{1}{A_3} [H - c_3 (q_1 + q_2 + q_3)^2 - c_6 (q_1 + q_2 + q_3 + q_4)^2],$$

$$q_4^{m_4} = \frac{1}{A_4} [H - c_4 q_4^2 - c_6 (q_1 + q_2 + q_3 + q_4)^2]$$

Współczynnik liniowych strat ciśnienia, obliczony jest ze wzoru Darcy-Weisbacha:

$$\Delta h_1 = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (3)$$

gdzie:

Δh_1 – wysokość liniowych strat ciśnienia (m);

l – długość przewodu (m);

d – średnica wewnętrzna przewodu (mm);

v – średnia prędkość przepływu wody w przewodzie (m/s);

g – przyspieszenie ziemskie (m/s²);

λ – współczynnik oporów tarcia.

Wzór (3) po przekształceniach może być zapisany w postaci:

$$\Delta h_1 = c \cdot q^2 \quad (4)$$

$$\text{gdzie } c = \frac{8}{\pi^2 g} \lambda \frac{l}{d^5} = \mu \cdot \lambda$$

$$\text{przy czym } \mu = \frac{8}{\pi^2 g} \cdot \frac{l}{d^5}$$

Szkic modelu i algorytmu obliczania wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego

Szkic algorytmu przedstawiono z rysunku 2.

Zapis algorytmu ma postać:

1. Określić początkowe przybliżenie c_i dla $i = \overline{1,7}$ oraz przejść do punktu 3.
2. Obliczyć $\lambda_i = \lambda_i(Q_i)$ dla $i = \overline{1,7}$; następnie $c_i = \mu_i \lambda_i$ dla $i = \overline{1,7}$;
3. Obliczyć opory odcinkowe i współczynniki zaworów zastępczych, tzn.:

$$R_1 = A_1 + c_1;$$

$$R_2 = A_2 + c_2;$$

$$A_5 = \left(\frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} \right)^{-2};$$

$$R_5 = A_5 + c_6;$$

$$R_3 = A_3 + c_3;$$

$$A_6 = \left(\frac{1}{\sqrt{R_5}} + \frac{5}{\sqrt{R_3}} \right)^{-2};$$

$$R_6 = A_6 + c_6;$$

$$R_4 = A_4 + c_4;$$

$$A_7 = \left(\frac{1}{\sqrt{R_6}} + \frac{5}{\sqrt{R_4}} \right)^{-2}$$

$R_7 = A_7 + c_7$, tj. całkowity opór instalacji;

4. Obliczyć nowe natężenia przepływów Q_i i nadciśnienia H_i oraz liczby Reynoldsa Re_i dla $i = \overline{1,7}$, tzn.:

$$Q_7^2 = \frac{H}{R_7}; \quad H_7 = A_7 Q_7^2;$$

$$Q_4^2 = \frac{H_7}{R_4}; \quad H_4 = A_4 Q_4^2;$$

$$Q_6^2 = \frac{H_7}{R_6}; \quad H_6 = A_6 Q_6^2;$$

$$Q_3^2 = \frac{H_6}{R_3}; \quad H_3 = A_3 Q_3^2;$$

$$Q_5^2 = \frac{H_6}{R_5}; \quad H_5 = A_5 Q_5^2;$$

$$Q_2^2 = \frac{H_5}{R_2}; \quad H_2 = A_2 Q_2^2;$$

$$Q_1^2 = \frac{H_5}{R_1}; \quad H_1 = A_1 Q_1^2$$

przy czym $Re_i = \rho_i Q_i$ dla $i = \overline{1,7}$;

5. Sprawdzić kryterium końca i w przypadku jego niespełnienia wrócić do punktu 2

RYSUNEK 2. Przykładowy schemat do przedstawienia szkicu algorytmu

Z kolei na rysunku 3 przedstawiono schemat układu dla 3 pięter.

$$\begin{array}{l} H_1 \\ h_1 \\ H_2 \end{array} \quad Q_1$$

$$\begin{array}{l} h_2 \\ H_3 \\ h_3 \\ H \end{array} \quad \begin{array}{l} D_2 \\ \\ D_3 \\ \end{array}$$

Układ równań dla tego schematu ma postać:

$$H_1 = A_1 Q_1^2;$$

$$H_2 = A_2 Q_2^2;$$

$$H_3 = A_3 Q_3^2;$$

$$H_2 - H_1 = h_1 + D_1 Q_1^2;$$

$$H_3 - H_2 = h_2 + D_2 (Q_1 + Q_2)^2;$$

$$H - H_3 = h_3 + D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2;$$

czyli:

$$A_2 Q_2^2 - A_1 Q_1^2 = h_1 + D_1 Q_1^2;$$

$$A_3 Q_3^2 - A_2 Q_2^2 = h_2 + D_2 (Q_1 + Q_2)^2;$$

$$H - A_3 Q_3^2 = h_3 + D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2$$

W związku z powyższym, otrzymuje się:

się:

$$H - H_1 = h_1 + h_2 + h_3 + D_1 Q_1^2 + D_2 (Q_1 + Q_2)^2 + D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2,$$

$$H - H_2 = h_2 + h_3 + D_2 (Q_1 + Q_2)^2 + D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2,$$

$$H - H_3 = h_3 + D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2,$$

a w konsekwencji:

$$H_1 = H - (h_1 + h_2 + h_3) - D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2 - D_2 (Q_1 + Q_2)^2 - D_1 Q_1^2,$$

$$H_2 = H - (h_2 + h_3) - D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2 - D_2 (Q_1 + Q_2)^2,$$

$$H_3 = H - H_3 - D_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2$$

RYSUNEK 3. Schemat układu dla 3 pięter.

W związku z powyższymi rozważaniami szkic algorytmu piętrowego przedstawiono na rysunku 4:

Początek
 Ustalenie początkowego
 rozkładu ciśnień na
 piętrach H_i

$$n_{rp} = 1(1)l_p$$

Obliczenie piętra m.in.
 A_{nrp}

Obliczenie zmodyfikowanych
 wartości Q_i i nowego
 rozkładu ciśnień H_i

$$N \qquad T$$

$$\max |\Delta H_i| \leq \varepsilon$$

Wydruk wyników
 Koniec

RYSUNEK 4. Ogólny schemat blokowy tzw. al-
 gorytmu piętrowego

Ogólny schemat blokowy algorytmu
 segmentu głównego programu RAMA-
 DAN przedstawiono na rysunku 5.

Początek

Ustalenie trybu pracy z programem
 RAMADAN
 –procedura PR1 [8]

Wprowadzenie danych
 wejściowych – procedura
 PR2 [8]

$$LH1 = 0$$

$$NHZ = 1(1)LHZ$$

Zakończenie pracy
 programu RAMADAN
 $H_0 = HH(NHZ)$ Proc. PR13 [8]

Określenie wstępnych
 parametrów do potrzeb
 iteracyjnych
 procedura PR5 [8]

Obliczenie parametrów
 hydraulicznych instalacji
 procedura PR6 [8]

$$NW = 0$$

Drukowanie wyników
 obliczeń – procedura
 PR12 [8]

RYSUNEK 5. Schemat blokowy segmentu głów-
 nego programu RAMADAN

Algorytm programu RAMADAN jest
 złożonym procesem iteracyjnym w za-
 kresie: określania ciśnień zasilania pion-
 nów na podstawie ciśnienia zasilania in-
 stalacji; określania ciśnień zasilania kon-
 dygnacji na podstawie ciśnień zasilania
 pionów; określania ciśnień zasilania wę-
 złów w mieszkaniu na podstawie ciśnień
 zasilania kondygnacji; określania współ-
 czynnika oporów liniowych λ . Mają tu
 zastosowanie metody iteracyjne rozwią-
 zywania układów równań nieliniowych,
 jak metoda Newtona czy iteracji.

Na podstawie modelu matematycz-
 nego wewnętrznej instalacji wodociągo-
 wej wielorodzinnego budynku mieszkal-
 nego opracowano program komputerow-
 y RAMADAN na IBM PC.

Weryfikacji opracowanego progra-
 mu komputerowego dokonano metodą
 graficzną (Biedugnis 1976) konstruowa-
 nia charakterystyki hydraulicznej insta-
 lacji. Wynik weryfikacji był pozytywny
 (Ramadan 1996), ponieważ otrzymano

podobne wartości przepływów wody w punkcie zasilania instalacji.

Program RAMADAN służy m.in. do analizy charakterystyki hydraulicznej instalacji wodociągowej zasilanej z dołu lub z góry. Program dotyczy instalacji w budynkach mieszkalnych wody zimnej. Zawory czerpalne są dwupołożeniowe (całkowicie zamknięte lub całkowicie otwarte). Zawory czerpalne obsługujące takie same przybory mają identyczne charakterystyki hydrauliczne.

Przykład zastosowania modelu

W pracy (Ramadan 1996) przedstawiono opis użytkowania programu RAMADAN na IBMPC. W ramach tego przedstawiono również podstawowe zasady wykorzystania modelu matematycznego do badań charakterystyki hydraulicznej wodociągowej instalacji wewnętrznej. Poniżej przedstawiono skrótowo przykład wykorzystania modelu. Na rysunku 6 przedstawiono przykładowy schemat instalacji wodociągowej. Z kolei na rysunku 7 przedstawiono przykładowy schemat obliczeniowy (instalacji z rys. 6) wymagany przez program RAMADAN.

Przykład dotyczy 2 pionów i 3 kondygnacji. Liczba gałęzi w mieszkaniu wynosi 9, natomiast liczba zaworów wynosi 5. Współczynnik chropowatości k przyjęto wg wysokości 0,4 mm. Długości przewodów poziomych zasilających piony wynoszą odpowiednio 12 i 8 m. Średnice z kolei wynoszą odpowiednio 40 i 32 mm. Z kolei długości dolnych przewodów zasilania pierwszego pionu wy-

noszą odpowiednio 7 i 9 m. Średnica tych przewodów wynosi 32 mm. Długość przewodów zasilania drugiego pionu wynosi odpowiednio 9 m, 7 m, a średnica tych przewodów wynosi 32 mm. Długości przewodów zasilających kondygnacje wynoszą odpowiednio 3 m, 2,5 m oraz 2,5 m. Średnice przewodów pionu zasilających kondygnacje wynoszą odpowiednio 32 mm, 25 mm oraz 20 mm.

Długości przewodów instalacji w mieszkaniu wynoszą odpowiednio 2 m, 0,4 m, 0,3 m, 0 m, 0,5 m, 0,8 m, 0,7 m i 0,6 m. Średnice przewodów instalacji w mieszkaniu wynoszą odpowiednio: 20 mm, 15 mm, 15 mm, 0 mm, 15 mm, 15 mm, 15 mm, 15 mm oraz 20 mm. Instalacja w mieszkaniu obejmuje 2 wanny, umywalkę, płuczkę sedesową oraz zlewozmywak. Współczynniki charakterystyki wanny wynoszą odpowiednio $A_1 = A_2 = 31,7$; $m_1 = m_2 = 1,83$. Współczynniki charakterystyki umywalki wynoszą $A_3 = 84$ i $m_3 = 1,59$. Współczynniki charakterystyki płuczki wynoszą $A_4 = 806,6$ oraz $m_4 = 1,63$. Z kolei współczynniki charakterystyki zlewozmywaka wynoszą odpowiednio $A_5 = 75,5$ oraz $m_5 = 1,67$.

Wymagane dane i wyniki otrzymane przy użyciu programu RAMADAN przedstawiono w pracy Ramadan (1996).

Głównym parametrem do badania i analizy wyników uzyskanych przez program RAMADAN jest wydajność instalacji w punktach czerpalnych.

Wydajność armatury czerpalnej zależy od jej rodzaju przedstawiono w pracy Tabernackiego (1990). Granica wydajności baterii umywalkowej wynosi $0,06 - 0,2 \text{ dm}^3/\text{s}$. Granica wydajności za-

woru zbiornika splukującego miskę ustępową wynosi $0,05 - 0,16 \text{ dm}^3/\text{s}$, zlewozmywaka $0,06 - 0,2 \text{ dm}^3/\text{s}$, a baterii wanowej $0,15 - 0,5 \text{ dm}^3/\text{s}$. Z tych danych wynika, że granica wydajności zaworów jest w przedziale $0,05 - 0,5 \text{ dm}^3/\text{s}$ w zależności od rodzaju zaworu.

Do analizy tych danych brano pod uwagę różne parametry niezbędne do prawidłowej pracy instalacji wodociągowej, jak wysokość ciśnienia. Wymagana wysokość ciśnienia dla przykładów tej pracy wynosi $H = 17,5 \text{ m}$, a ciśnienie dyspozycyjne $H_{\text{dysp}} > H$.

Analizę tego oraz innych przykładów przedstawiono w pracy Ramadana (1996).

Podsumowanie i wnioski

Głównym problemem podjętym w pracy było przedstawienie podstaw modelu matematycznego wewnętrznej instalacji wodociągowej wody zimnej wielorodzinnego budynku mieszkalnego do badań charakterystyki hydraulicznej. Zrealizowanie tego zalecenia wymagało rozwiązania następujących zagadnień:

1. Wykonania ogólnej charakterystyki hydraulicznej wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego.

2. Sformułowania na podstawie ogólnej charakterystyki modelu matematycznego wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego.

Po sformułowaniu modelu matematycznego należało opracować na jego podstawie:

- ogólny opis algorytmu hydraulicznego obliczania wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego,
- program komputerowy wraz z zasadami jego użytkowania na IBM PC,
- zasady i przykłady wykorzystania modelu matematycznego do badań charakterystyki hydraulicznej.

Literatura

- SIDORSKI K., WARTALSKI A., WARTALSKI J. 1985: *Program WSWO do projektowania wewnętrznych sieci wodociągowych*. GWiTS nr 3.
- TABERNACKI I. 1990: *Metodyka analizy powstawania zjawisk przepływu i zużycia wody w instalacjach wodociągowych budynków mieszkalnych*. Prace nauk. Wydz. Inżynierii Sanitarnej i Wodnej, PW, z. 11.
- BIEDUGNIS S. 1976: *Model matematyczny sieci kanalizacji ciśnieniowej dla potrzeb projektowania i analizy jej działania* (dysertacja), PW.
- BIEDUGNIS S., WAYS M. 1975: *Obliczanie przewodów tłocznych zasilanych po drodze*. Zesz. Nauk. Inż. Sanit. i Wodnej, PW.
- MIELCARZEWICZ E. 1977: *Obliczanie systemów zaopatrzenia w wodę*. Arkady.
- WALDEN H. 1971: *Mechanika cieczy i gazów w inżynierii sanitarnej*. Arkady.
- GRABARCZYK Cz., SZYMECZEK E. 1973: *Podstawowe typy zadań hydraulicznego obliczania przewodów*. GWiTS nr 2 i nr 3.
- RAMADAN M. 1996: *Model matematyczny wewnętrznej instalacji wodociągowej wielorodzinnego budynku mieszkalnego dla potrzeb badań charakterystyki hydraulicznej* (dysertacja). PW.
- Poradnik Wodociągi i Kanalizacja. 1991 Arkady.
- Poradnik Instalacje Wodociągowe, Kanalizacyjne i Gazowe. 1976 Arkady.
- SIWOŃ Z. 1985: *Statystyczna metoda analizy obserwacji zużycia wody w budynkach i osiedlach mieszkaniowych*. GWiTS nr 7.

TABERNACKI I., SOSNOWSKI S., HEIDRICH Z. 1985: *Projektowanie instalacji wodociągowych i kanalizacyjnych*. Arkady.

Summary

Mathematical model of internal water supply system in a block of flats. The mathematical model of internal water supply system, fed downwards or upwards, in a block of flats for the purpose of studies of hydraulic characteristics was presented in this work. The mathematical model was elaborated, inter alia, on the basis of the hydraulic characteristics of internal water supply system, fed downwards or upwards, in a block of flats. The mathematical model was then used to elaborate the numerical algorithm

and a computer programme in order to calculate the internal water supply system, fed downwards or upwards, in a block of flats. The elaborated model shall allow to solve two basic tasks, namely to search for situations where the needs of the receivers are not satisfied while the characteristics of the source of water are known as well as to find open valves leading to extreme requirements for the source of water, enabling to satisfy the needs of the receivers.

Authors' address:

S. Biedugnis, M. Ramadan
Warsaw University of Technology
00-653 Warszawa
ul. Nowowiejska 20
Poland