

TERMODYNAMIKA STATYSTYCZNA A MODELE REOLOGICZNE GLEB

A. Pukos

Zakład Agrofizyki PAN w Lublinie

Rozwój mechanizacji rolnictwa spowodował duże zainteresowanie skutkami agrofizycznymi działania elementów maszyn rolniczych, które powodują odkształcenia objętościowe i postaciowe gleb, zmieniając w ten sposób ich właściwości fizyczne, a przede wszystkim wodno-powietrzne. Ponieważ uzyskanie większych plonów przy obecnym poziomie chemizacji możliwe jest głównie przez poprawienie właściwości fizycznych gleb, konieczne jest więc poznanie wpływu obciążeń i czasu ich działania na stan gleby wyrażony jej odkształceniami. Bez znajomości ogólnych, podstawowych związków fizycznych opisujących ten wpływ nie można uogólniać wyników empirycznych ani rozwiązywać poszczególnych zagadnień mechaniki gleb.

Mechanika nie posiada ogólnej teorii odkształceń tak skomplikowanego ośrodka trójfazowego, jakim jest gleba. Whitman [7] proponuje np. badać wytrzymałość mechaniczną gruntu, wyrażoną jako graniczne naprężenie styczne w funkcji następujących wielkości:

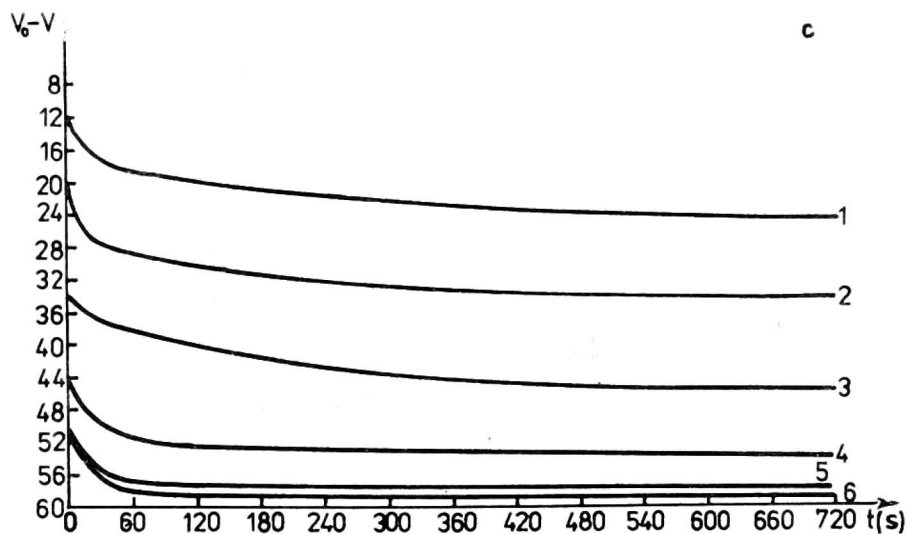
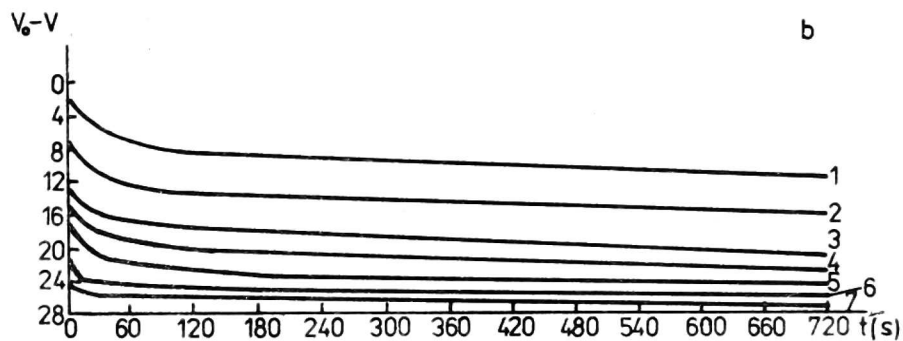
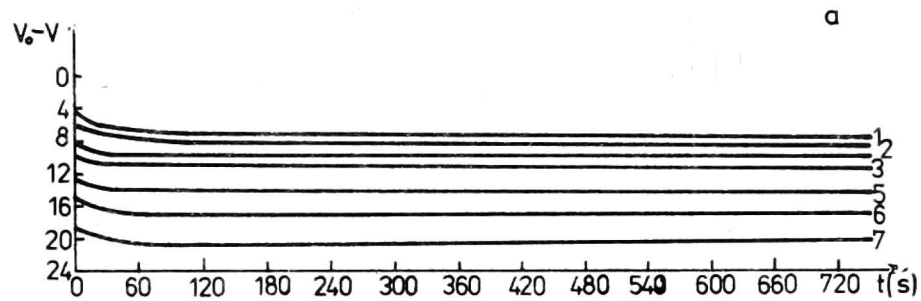
- efektywnego naprężenia w płaszczyźnie ścięcia,
- wskaźnika porowatości w momencie ścięcia,
- temperatury,

- historii stanu naprężenia,
- struktury gruntu,
- warunków otoczenia,
- stopnia nasycenia wodą,
- warunków tworzenia się gruntów,
- napięcia kapilarnego,
- naprężeń efektywnych normalnych do płaszczyzny największych odkształceń postaciowych.

Niestety na razie jest to tylko postawienie problemu. Tymczasem teoria Coulomba-Mohra słuszna jest tylko w stanie granicznym ośrodka (maksymalnych naprężeń stycznych), a prawa ścisłości i filtracji - odwrotnie, dla małych naprężeń i gradientów ciśnień w nasyconym wodą ośrodku glebowym.

BADANIA EMPIRYCZNE I WNIOSKI

Wyniki badania zmian objętości (zagęszczenia) walcowych próbek glebowych o objętości początkowej 140 cm^3 w funkcji czasu dla różnych naprężeń przedstawiono na rysunku 1. Cyfry od 1 do 7 oznaczają różne naprężenia (ciśnienie wody na próbkę umieszczoną w osłonce gumowej) równe odpowiednio: 1; 1,4; 2; 2,4; 3; 3,4; 4 atm. ($\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 10^5$), natomiast litery oznaczają: a - piasek, b - less, c - glina. Podobne wyniki dla zmiany wysokości próbek glebowych przy stałym ciśnieniu bocznym $2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ i różnych naprężeniach osiowych przedstawiono na rysunku 2 dla gleby wytworzonej z piasku, a na rysunku 3 - dla gleby lessowej. Odkształcenie rejestrowano tu z przeciwnym znakiem i dla lepszej dokładności nie uwzględniono

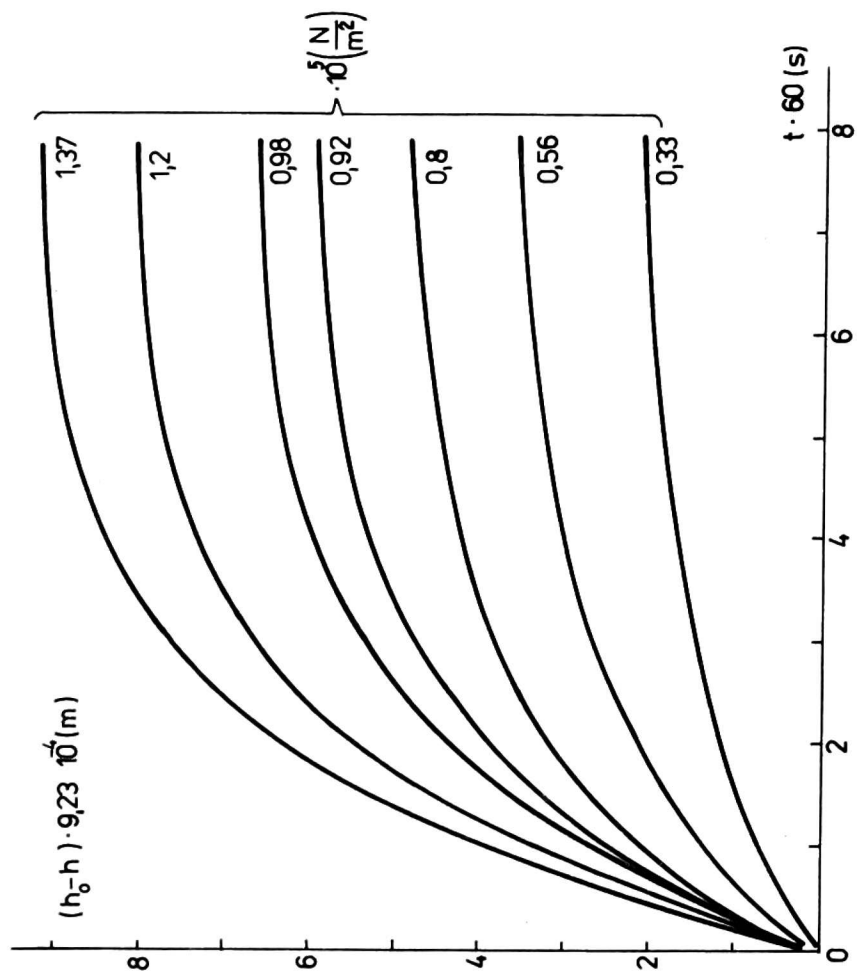


Rys. 1. Zmiany objętości próbek glebowych w funkcji czasu dla naprężeń wynoszących odpowiednio: 1; 1,4; 2; 2,4; 3; 3,4 i 4 atm.

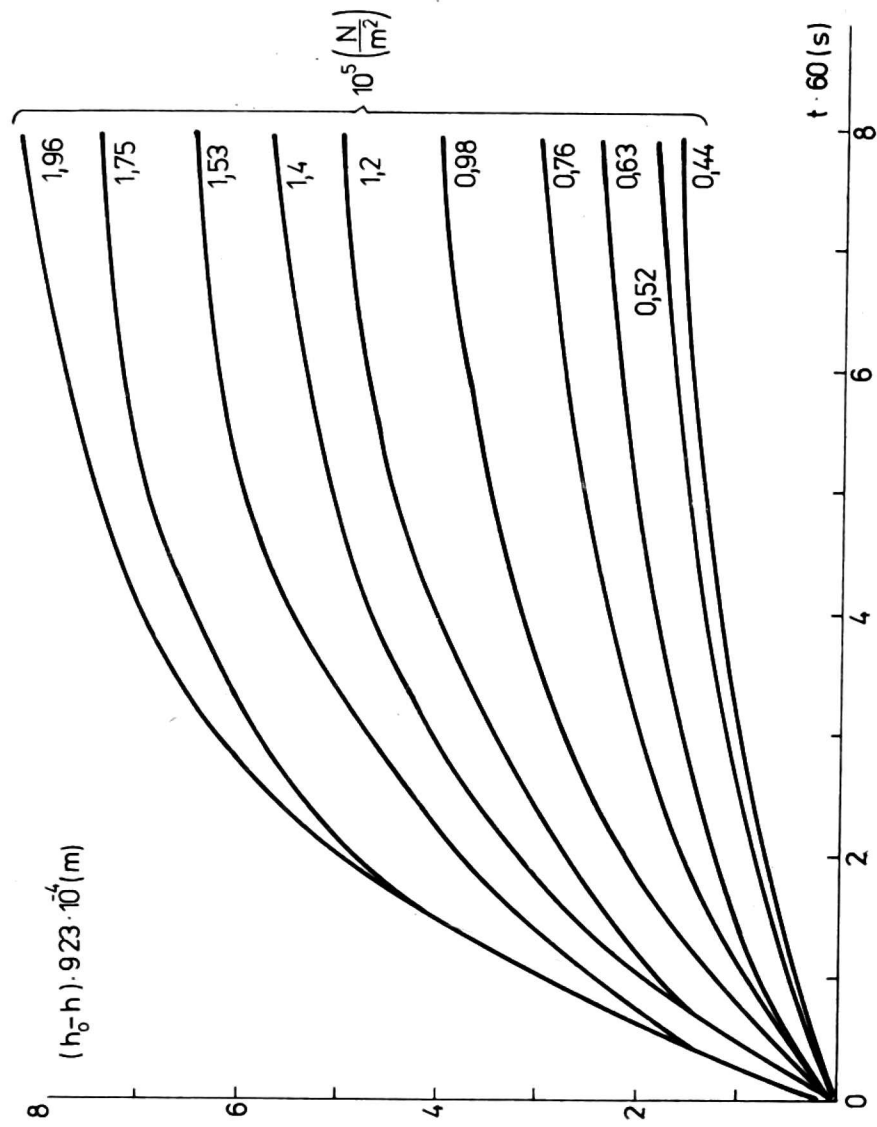
$$\frac{N}{m^2} \cdot 10^5; \text{ objętość początkowa } V_0 = 140 \text{ cm}^3$$

odkształcenia natychmiastowego - stąd pozorna różnica w przebiegu krzywych doświadczalnych.

W badaniach zależności wielkości odkształceń od czasu stosuje



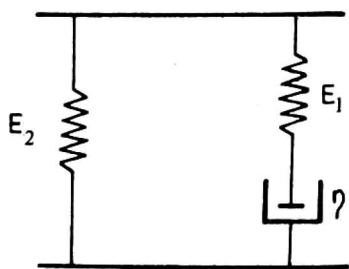
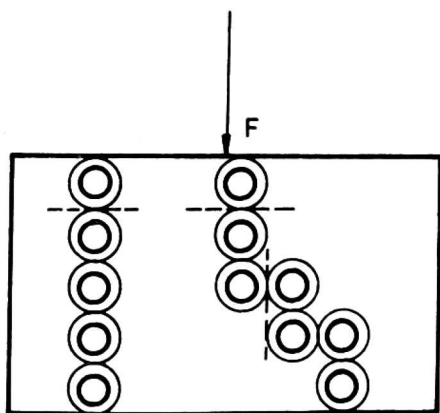
Rys. 2. Zmiany wysokości walcowych próbek gleby piaszczystej w funkcji czasu dla różnych naprężeń osiowych



Rys. 3. To samo co na rysunku 2 dla lessu

się w reologii teorię lepkosprężystości. Zakłada się, że do nieodwracalnych odkształceń (dyssypacje energii), przyczynia się proces lepki, a sprężystość jest odpowiednikiem natychmiastowej odwracalnej części deformacji [3].

Hipotetyczny, uproszczony mechanizm takiego procesu w glebie przedstawia rysunek 4. Ziarna fazy stałej pokryte są kilkoma, lub kilkudziesięcioma warstwami monomolekularnymi wody, które tworzą w stykach ziarn wiązania mechaniczne (siły elektryczne, kapilarne).



Rys. 4. Najprostszy mechanizm odkształceń lepkosprężystych

Elementami sprężystymi są te styki, w których powierzchnia styczności ziarn jest prostopadła do siły wypadkowej, a w stykach odkształcających się w sposób lepki powierzchnia styczności jest równoległa do tej siły. Wewnątrz próbki można wyróżnić pewną sieć elementów sprężystych, które dają efektywny moduł sprężystości E_2 , a pozostałe elementy sprężyste, łącznie z lepkimi, dają efektywny moduł sprężystości E_1 oraz lepkość. Model odpowiadający takiemu

mechanizmowi nazywa się modelem Poyntinga-Thomsona lub standardowym i odpowiadające mu fizyczne równanie stanu ma postać:

$$E_1 E_2 \mathcal{E} + (E_1 + E_2) \eta \frac{d\mathcal{E}}{dt} = E_1 \mathcal{G} + \eta \frac{d\mathcal{G}}{dt}, \quad (1)$$

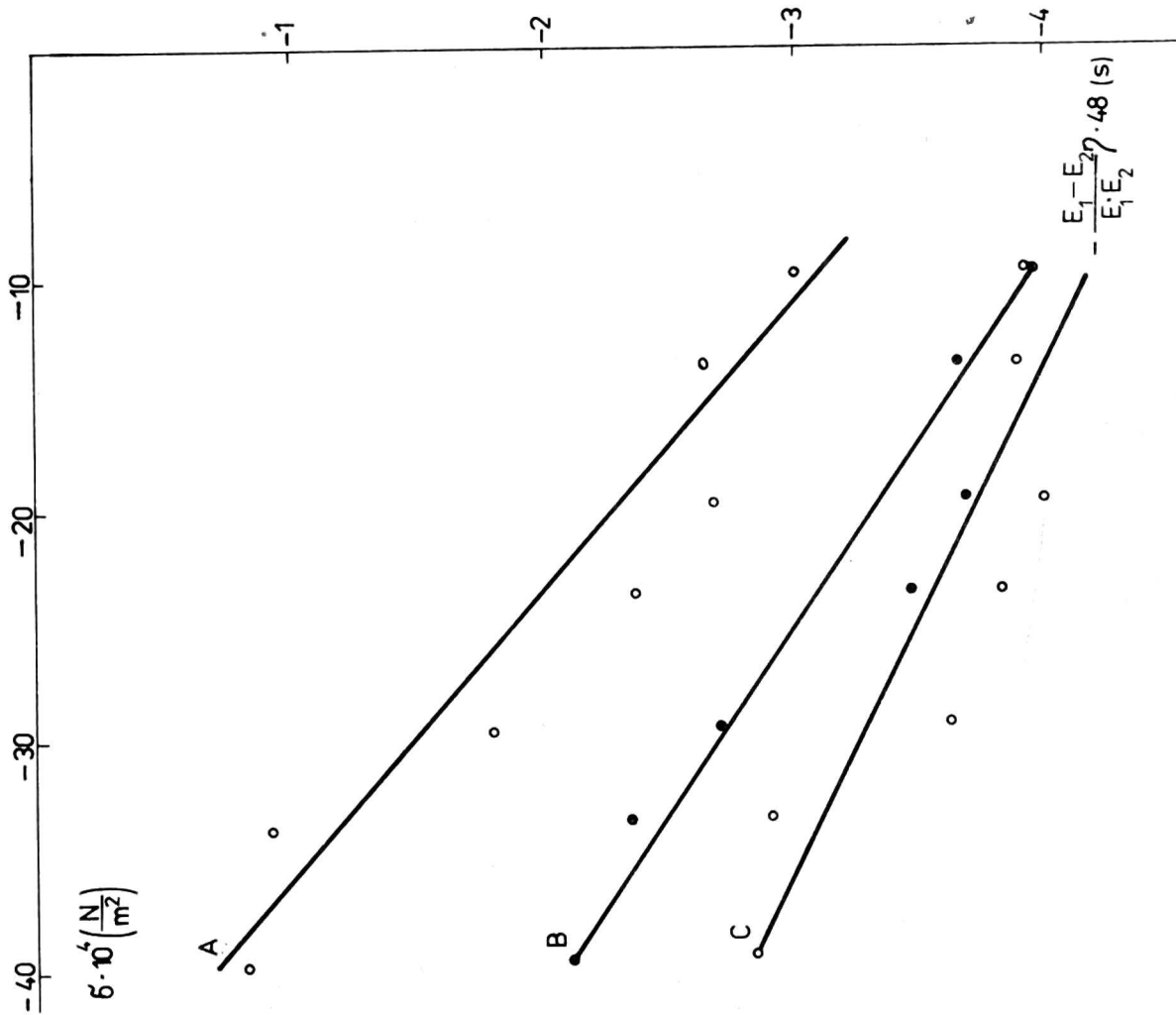
gdzie \mathcal{E} jest odkształceniem, a \mathcal{G} - naprężeniem. Proponowany model może opisywać gleby różne pod względem mechanicznego zachowania się. Zdolność do natychmiastowego odkształcenia reprezentują moduły sprężystości E_1 i E_2 . Jeżeli odkształcenie natychmiastowe jest małe (zwarte gleby piaszczyste, gliniaste), to suma $E_1 + E_2$ jest duża. W luźnych piaskach, słabych glebach gliniastych, torfach, gdzie odkształcenie natychmiastowe jest znaczne - wyniki doświadczeń dają sumę $E_1 + E_2$.

Jeżeli prędkość narastania odkształceń w czasie jest znaczna (gleby piaszczyste, pylaste), wówczas lepkość η jest mała, odwrotnie - dla gleb ilastych η jest duża. Daje to możliwość stworzenia jednej mechaniki dla różnych gleb. Różnice w wartościach liczbowych poszczególnych parametrów mogą być podstawą do klasyfikacji gleb pod względem mechanicznego zachowania się.

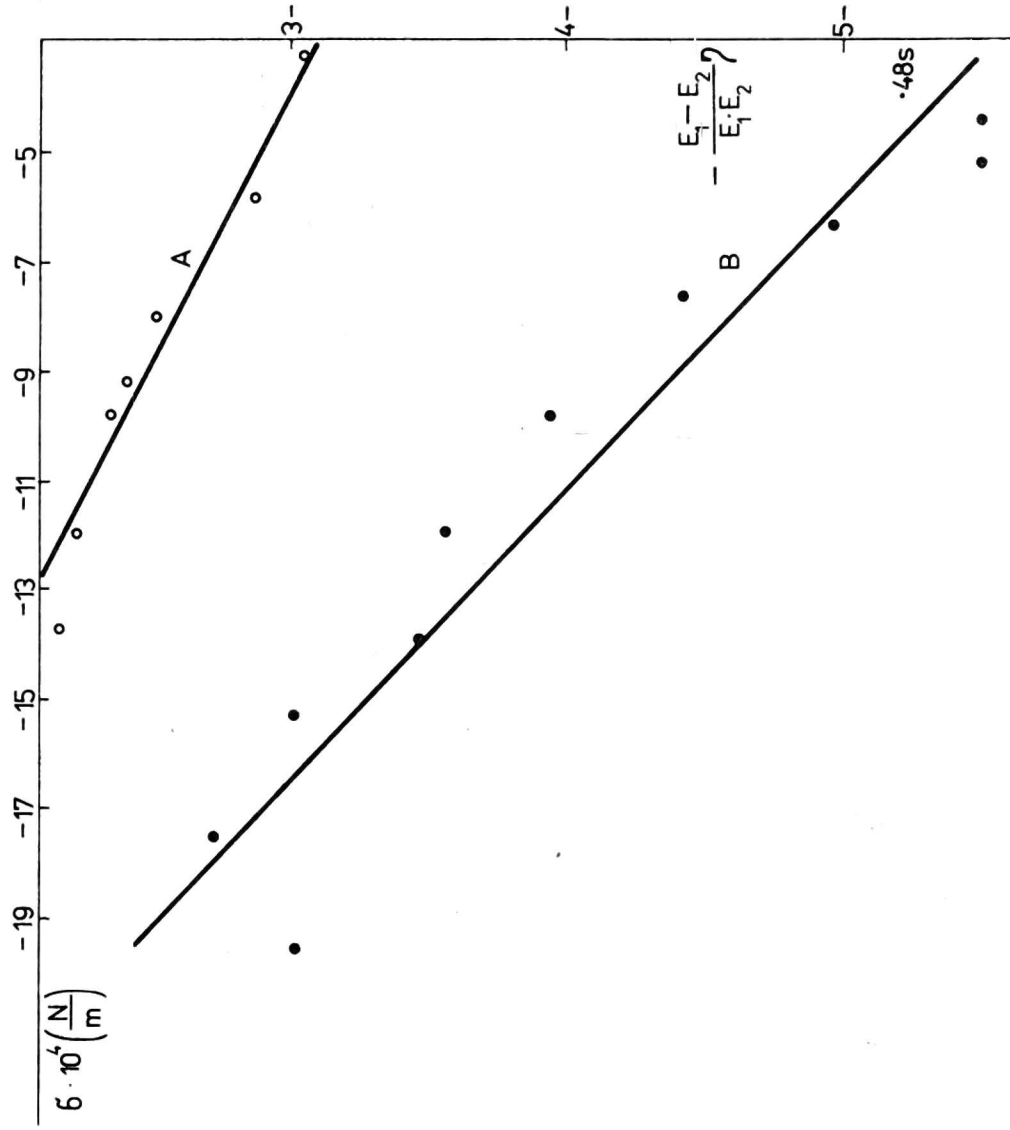
Rejestrowane charakterystyki mechaniczne porównano z rozwiązaniami teoretycznymi modelu [3, 5]. Rysunek 5 odpowiada krzywym z rysunku 1, a rysunek 6 - danym eksperymentalnym z rysunku 2. Według hipotezy Poyntinga-Thomsona równanie 1) wielkość:

$$A = \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2} \eta, \quad (2)$$

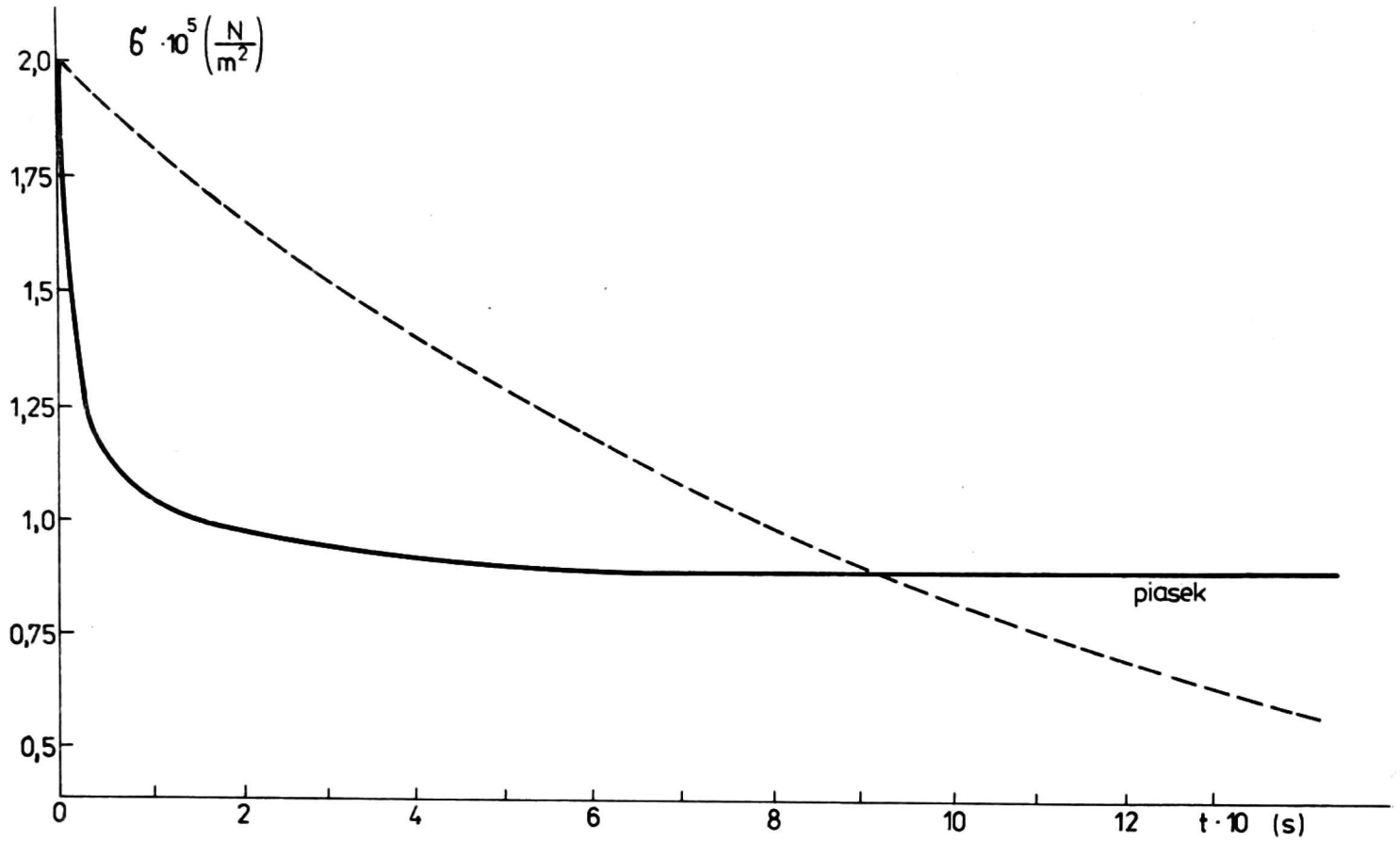
jako kombinacja stałych parametrów powinna być wielkością stałą w funkcji naprężenia, a więc punkty doświadczalne na rysunkach 5 i 6 powinny układać się równolegle do osi \mathcal{G} . Tymczasem A wyraźnie ma-



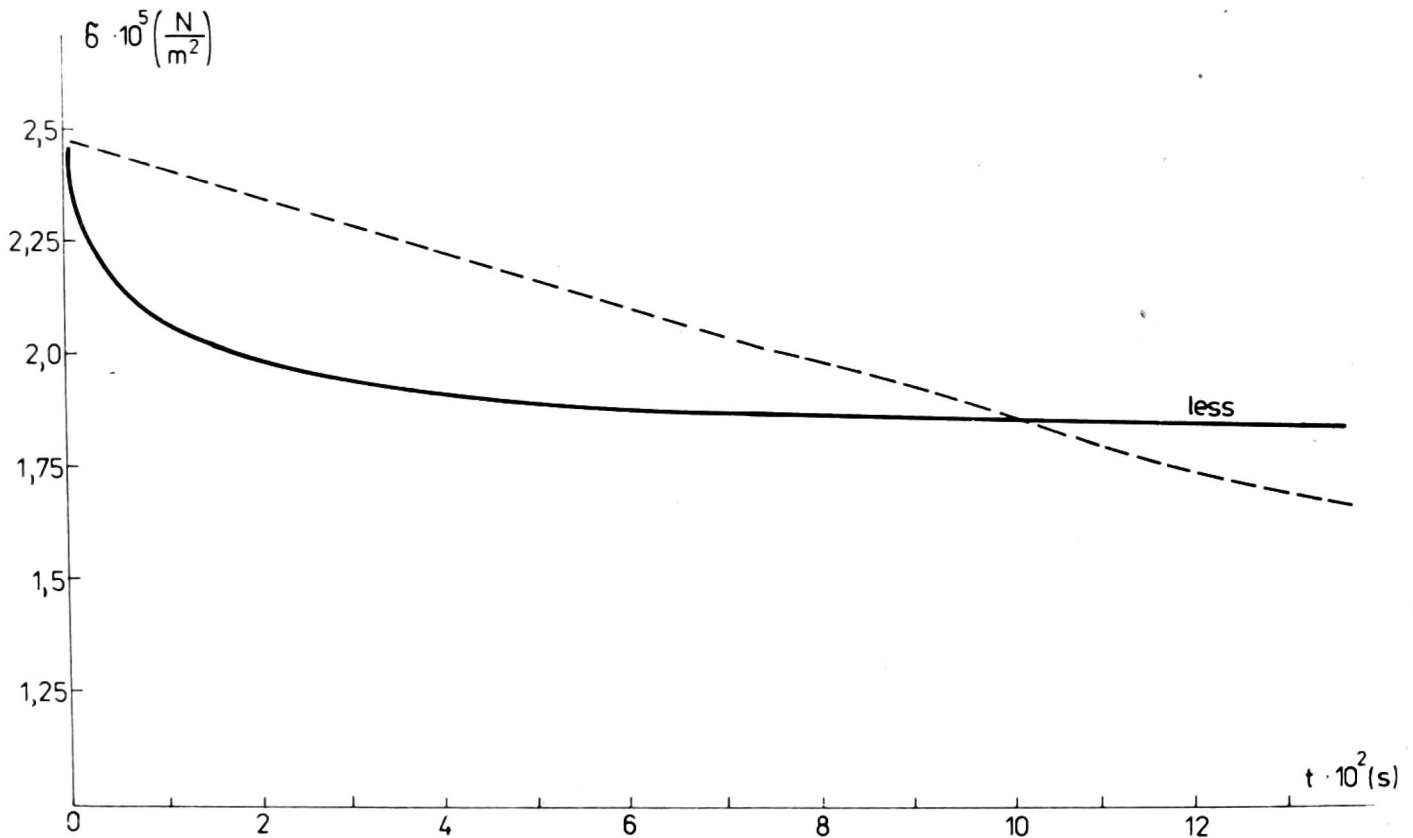
Rys. 5. Zależność eksperymentalna współczynnika reologicznego od naprężenia dla odkształceń objętościowych; A - piasek, B - less, C - glina



Rys. 6. To samo co na rysunku 5 dla odkształceń osiowych



Rys. 7. Relaksacja naprężeń dla piasku (linia przerywana oznacza przybliżenie liniowe)



Rys. 8. To samo co na rysunku 7 dla lessu

leje wraz ze wzrostem naprężenia. Podobne wyniki dla krzywych relaksacji naprężeń uzyskał autor [4], jak również w Japonii Oida, Yoshimura i Tanaka [2].

Próbowano również dla gruntów aproksymacji przez bardziej złożone równania i hipotezy lepkościowości liniowej (o stałych współczynnikach sprężystości i lepkości), ale dawały one poprawę tylko dla pojedynczych przypadków. Dopasowanie do doświadczeń zilustrowanych na rysunkach 5 i 6 poprawia się przez szeregowo łączenie modeli standardowych, a lepszą aproksymację doświadczeń z rysunków 7 i 8 daje równoległe łączenie tych modeli.

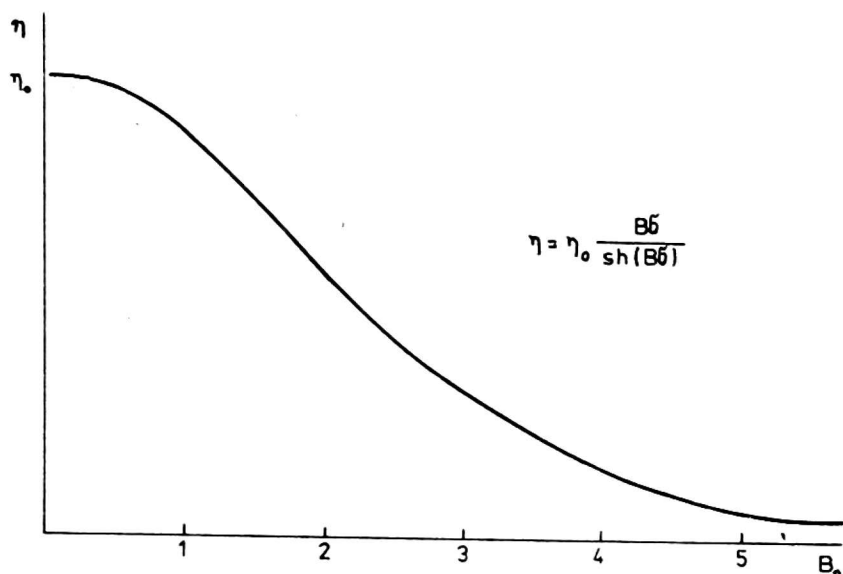
HIPOTEZA STATYSTYCZNA

Prędkość wielu procesów fizycznych wykazuje charakterystyczną wykładniczą zależność od temperatury:

$$V = C \exp \frac{-\alpha}{T}, \quad (3)$$

gdzie C jest stałą, α - pewną funkcją energii (potencjału), a T - temperaturą. Przykłady - szybkość reakcji chemicznych, płynięcia lepkiego, plastycznego, dyfuzji, pełzanie metali, materiałów bitumicznych, polimerów, koloidów, gruntów [3]. Dla reakcji chemicznych Eyring [1] sformułował teorię wychodząc z termodynamiki statystycznej. Autor zaadaptował tę teorię do lepkiego płynięcia gleby [3].

Jeżeli mamy układ (ciało, ośrodek) w równowadze termodynamicznej [2], to znajdując prawdopodobieństwo przemieszczania się warstw cieczy pod działaniem naprężenia σ można znaleźć funkcyjną zależność na lepkość [3]:



Rys. 9. Proponowana zależność teoretyczna dla lepkości

$$\eta(\zeta T) = \frac{\zeta l_1 h \exp \frac{\Delta F}{kT}}{2 lk \operatorname{sh} \frac{\zeta l_2 l_3 l}{2 kT}}, \quad (4)$$

gdzie: h i k - stałe Plancka i Boltzmana; l, l_1, l_2, l_3 - odległości molekuł cieczy w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach, T - temperatura, F - energia swobodna, sh - sinus hiperboliczny. Rachunki są bardzo zawiłe (1, 3) i muszą spełniać 4 założenia

1. Równowaga termodynamiczna - rozpatrywany obszar gleby jest albo termodynamicznie quazi zamknięty, lub jest względnie małą częścią większego obszaru, a ośrodek jest opisany termodynamicznym rozkładem Gibbsa; w przeciwnym przypadku należałoby stosować termodynamikę procesów nieodwracalnych;

2. Za efektywną lepka część deformacji odpowiedzialny jest jeden rodzaj elementów i jeden za sprężystą. Mogą to być warstwy monomolekularne wody, ziarna gleby, zespoły ziarn lub agregatów gle-

bowych. Jest to tylko założenie upraszczające i można sformułować bardziej ogólną teorię ze skończoną lub nieskończoną liczbą różnych procesów lepkich i sprężystych przez uogólnienie równań (4 i 7). Jednak wobec faktu, że sytuacja fizyczna we wszystkich stykach ziarn fazy stałej jest jednakowa (jednakowe potencjały i równowaga termodynamiczna) wystarczającym uogólnieniem winna być dyskusja rozkładu rozmiarów ziarn (agregatów).

3. Deformacja traktowana jest jako laminarna, tzn. pomija się drgania i obroty elementów. Jest to założenie (podobnie jak założenie poprzednie) potrzebne tylko dla prostoty formuł matematycznych.

4. Stan mechaniczny gleby opisany jest rodziną funkcji zmiennych ciągłych.

Równanie (4) dla stałej temperatury ma postać:

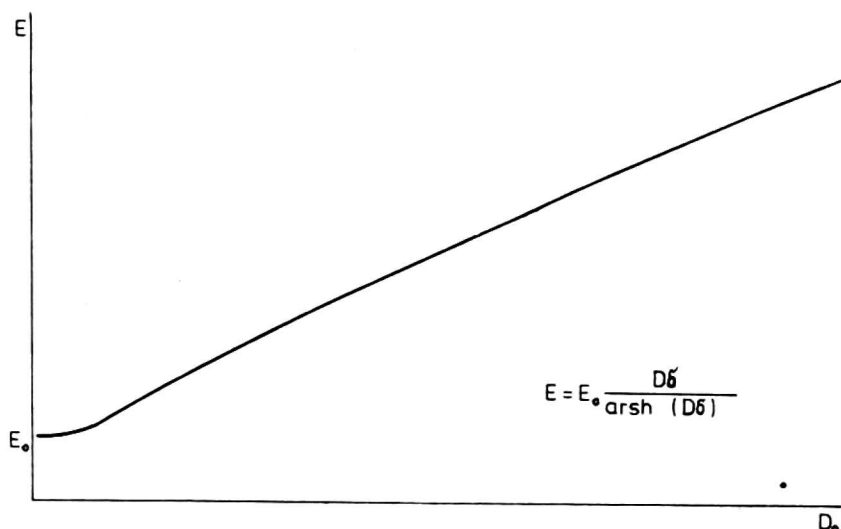
$$\eta = \eta_0 \frac{B\sigma}{\text{sh}(B\sigma)}, \quad (5)$$

gdzie: B jest stałą, podobnie jak η_0 . Wykres tej zależności przedstawiono na rysunku 9. Jak widać kształt funkcji jest podobny do uzyskanych eksperymentalnie na rysunkach 5 i 6, opisuje też wyniki przedstawione na rysunkach 7 i 8. W celu ilościowego sprawdzenia hipotezy równość (5) można zapisać:

$$\eta = A \frac{\sigma}{\text{sh}\left(\frac{\sigma}{kT} \nu\right)}, \quad (6)$$

gdzie A jest stałą, a ν - objętością elementu lepkiego. Porównując zależność (6) z danymi doświadczalnymi otrzymano dla badanych gleb wielkość elementarnych obszarów decydujących o odkształceniach

lepkich rzędu 10^{-9} , tzn. kilka do kilkudziesięciu monomolekularnych warstw wody. Taka właśnie ilość wody znajdowała się w stykach ziarn fazy stałej badanych gleb o badanych wilgotnościach. Jest to bardzo obiecujący wynik. Następnie autor potraktował odkształcenia sprężyste w podobny sposób jak lepkie (3, 6). Pomijając żmudne (6) rachunki przy założeniach (1-4) i przy założeniu, że potencjał



Rys. 10. Proponowana zależność teoretyczna dla sprężystości

w funkcji odległości od ziarna gleby zmienia się wykładniczo (3, 6), otrzymuje się zależność funkcyjną na moduł sprężystości:

$$E = \frac{\zeta \alpha l \exp \frac{\Delta F}{k T}}{k T \text{ arsh} \frac{l_1 l_2 \zeta}{M \alpha}}, \quad (7)$$

gdzie M i α są parametrami potencjału; $l_1 l_2$ jest powierzchnią warstwy gleby przypadającą na jeden styk sprężysty, arsh jest funkcją odwrotną sinusa hiperbolicznego. Dla stałej temperatury można napisać (rys. 10):

$$E(\sigma) = E_0 \frac{D\sigma}{\text{arsh}(D\sigma)}, \quad (8)$$

gdzie E_0 i D są wielkościami stałymi.

PODSUMOWANIE

Dotychczas w lepkosprężystości (reologii) łączono liniowy model ciała sprężystego Hooke'a i liniowy model lepkiej cieczy Newtona w celu opisu właściwości ośrodków mających cechy pośrednie między tymi dwoma modelami idealnymi. Przez wprowadzenie bardziej realistycznego potencjału oddziaływań ziarn gleby metodami termodynamiki statystycznej uzyskuje się modele oddziaływań lepkich i sprężystych, które lepiej opisują fakty doświadczalne. Nowa hipoteza pozwala badać strukturę gleby; znajomość empirycznych charakterystyk gleb począwszy od temperatury i wilgotności umożliwi wyznaczenie energii wiązania ziarn gleby (równania 4 i 7).

Dotychczasowe wyniki wykazują, że zaproponowana metoda powinna opisać niuanse mechanicznego zachowania się gleb. Szczegółowe i obszerne badania eksperymentalne rozstrzygną, czy będzie potrzeba dalszej kompilacji równań matematycznych.

LITERATURA

1. Glasstone S., Laidler K., Eyring H.: The theory of rate processes. MC Graw Hill, New York 1941.
2. Oida A., Yoshimura K., Tanaka T.: Analysis of viscoelastic behaviour of soil. Proc. 2th Intern. Conf. Phys. Prop. Agr. Mat., Gödöllő, 4, 1980.
3. Pukos A.: Thermodynamical interpretation of soil medium deformation. Zesz. Probl. Post. Nauk Roln., 1983, 220, 367.
4. Pukos A.: The influence of stress and time on the volumetric deformation of soil. Polish J. Soil Sci., 1979, 12, 2, 81.

5. Pukos A.: On the physical model of soil medium deformation. Zesz. Probl. Post. Nauk Roln., 245
6. Pukos A.: On the applicability of viscoelastic models in soil mechanics. Proc. 2th Inter. Conf. Phys. Prop. Agr. Mat., Gödöllő, 1980, 3.
7. Whitman R.V.: Some considerations and data regarding the shear strength of clays. Colorado University, 1960.

А. Пукос

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА И РЕОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОЧВ

Р е з ю м е

Представлено результаты собственных экспериментов и других авторов, касающихся механических характеристик почв. Сравнено их с теорией линейной реологии и с собственным теоретическим подходом, опирающимся на статистическую термодинамику. Получено лучшее приспособление записываемых кривых к теоретическим прогнозам во втором случае. Продискутировано предпосылки и возможности улучшения статистического метода.

A. Pukos

STATISTICAL THERMODYNAMICS AND RHEOLOGICAL MODELS OF SOIL

S u m m a r y

Results of own experiments as well as that of other authors concerned with the mechanical characteristics of soil have been presented. The empirical data have been compared with the theory of linear rheology and a new theoretical approach based on the statistical thermodynamics. The recorded experimental curves appeared to fit better in the latter case. Assumptions and possibilities of improvement of the statistical method have been discussed.