

WOJCIECH OCHAŁ, STANISŁAW ORZEŁ, KATARZYNA SIUDAK,
MONIKA ZAMYŚLEWSKA

Dokładność stałych krzywych wysokości dla drzewostanów olszy czarnej (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.)

Accuracy of the uniform height curves for black alder (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) stands

ABSTRACT

Ochał W., Orzeł S., Siudak K., Zamyślewska M. 2016. Dokładność stałych krzywych wysokości dla drzewostanów olszy czarnej (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.). Sylwan 160 (8): 635-646.

The study presents the assessment of the accuracy of two generalized height-diameter models, such as *skwB* [Bruchwald et al. 2001] and *skwO* [Orzeł et al. 2014], developed in Poland for black alder (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) stands. Verification of these models was conducted on empirical material that was collected in 127 alder stands located in the western part of Sandomierz Basin (southern Poland). Selected alder stands aged 6-89 years, while average breast height diameter ranged from 4.5 to 43.0 cm and average height from 6.3 to 32.7 m. The stand density varied from 222 to 4360 trees/ha. The accuracy assessment for uniform height-diameter curves was based on the analysis of single tree absolute error distributions. Synthetic indicators of goodness-of-fit, such as: average and standard errors, coefficients of variation and determination were calculated based on absolute errors. The final evaluation of the compared uniform height-diameter models results from the structure of the goodness-of-fit measures that was observed within all analyzed stands and within age classes of 20 years. The efficiency of uniform height-diameter models was also compared with stand height-diameter curve, which was developed based on the Näslund function. General height-diameter models overestimated height in alder stands on average from 0.26 (1.67) to 0.19 m (1.39%), based on *skwB* and *skwO* models, respectively. Bias depended on the age of stand and decreases from almost 3% in I age class to nearly 0.5% in IV and V age class. For both analyzed models, a positive systematic error was observed for the standardized breast height diameter. Bias in estimating the height of single stand depended on the accuracy of stand height estimations. In case of estimation based on the measurements of three trees height, bias in single stand can range from -13% to +14%. Due to the range and nature of observed systematic errors, uniform height curves should be applied to groups of stands that have different age and breast height diameter structure, as it allows for partial reduction of the error.

KEY WORDS

h-d relationship, uniform height curve, forest inventory, black alder

ADDRESSES

Wojciech Ochał ⁽¹⁾ – e-mail: rlochal@cyf-kr.edu.pl

Stanisław Orzeł ⁽¹⁾ – e-mail: rlorzel@cyf-kr.edu.pl

Katarzyna Siudak ^(1, 2) – e-mail: katarzyna.siudak@radom.lasy.gov.pl

Monika Zamyślewska ⁽¹⁾ – e-mail: m.zamyslewska@ur.krakow.pl

⁽¹⁾ Zakład Biometrii i Produkcyjności Lasu, Uniwersytet Rolniczy w Krakowie; al. 29 Listopada 46, 31-425 Kraków

⁽²⁾ Nadleśnictwo Staszów; ul. Ogłędowska 4, 28-200 Staszów

Wstęp

Wysokość drzewa jest podstawową cechą mierzoną podczas inwentaryzacji leśnych i prac gospodarczych mających na celu ocenę wielkości zasobów drzewnych. Jest ona niezbędna do określania miąższości [Arabatzis, Burkhart 1992], wielkości i alokacji biomasy drzew [Peng i in. 2001; Bijak i in. 2013; Ochał i in. 2014; Neumann i in. 2016] oraz do wyznaczania potencjalnej zdolności produkcyjnej drzewostanów [Socha 2011; Socha, Orzeł 2013]. Umożliwia także ocenę pozycji drzewa w strukturze pionowej drzewostanu [Larsen, Hann 1987]. Pomiar wysokości, pomimo postępu technicznego oraz wdrożenia do praktyki elektronicznych wysokościomierzy, nadal jest czynnością względnie złożoną, pracochłonną i kosztowną [Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1986; Sharma, Parton 2007; Huang i in. 2009]. Mierzona jest ona na ograniczonej liczbie drzew, a na podstawie pomiarów wykreśla się krzywą wysokości opisującą zależność pomiędzy wysokością drzew i ich grubością. Tak opracowany model umożliwia wyznaczenie średniej wysokości dla grup drzew o dowolnej pierśnicy. Kształt i położenie krzywej wysokości zależą od gatunku i warunków wzrostu drzew [Larsen, Hann 1987; Wang, Hann 1988] oraz fazy rozwojowej drzewostanu [Curtis 1967 za Schmidt i in. 2010]. Z badań Bruchwalda [1970] nad zmiennością wysokości drzew w drzewostanach sosny wynika, że do sporządzenia krzywej wysokości, charakteryzującej się zadowalającą praktyczną dokładnością, konieczny jest pomiar wysokości około 20-30 drzew. Pomimo znacznie ograniczonej liczby pomiarów wyznaczanie krzywej wysokości jest czynnością pracochłonną, a w przypadku niewielkich powierzchni próbnych stosowanych w statystyczno-matematycznych systemach inwentaryzacji jest na ogół równoznaczne z pomiarem wysokości wszystkich drzew na zakładanych powierzchniach kołowych.

W latach 30. XX wieku powstała w Niemczech idea stałych krzywych wysokości [Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1986; van Laar, Akça 2007; Schmidt i in. 2010]. Polega ona na przedstawieniu krzywych wysokości, pochodzących z różnych drzewostanów, w postaci jednego modelowego systemu krzywych wyrażonego równaniem matematycznym lub zestawieniem wartości w postaci tablic. Budowa stałych krzywych wysokości polega na uwzględnieniu w modelu regresyjnym cech drzewostanu mających największy wpływ na kształt i położenie krzywej wysokości [van Laar, Akça 2007]. W modelach stałych krzywych wysokości za zmienne wyjaśniające przyjmuje się najczęściej takie cechy drzewostanu jak: wiek [Sadiq i in. 1983 za van Laar, Akça 2007], powierzchnię przekroju, przeciętną pierśnicę lub przeciętną wysokość [Larsen, Hann 1987; Temesgen, von Gadov 2004] czy wskaźnik bonitacji [Ek i in. 1984; Larsen, Hann 1987]. Zaletą opisywanego rozwiązania jest możliwość rezygnacji z prac pomiarowych i obliczeniowych związanych z opracowywaniem indywidualnej krzywej wysokości drzewostanu. Stałe krzywe wysokości znajdują zastosowanie nie tylko podczas inwentaryzacji miąższości lub biomasy drzewostanu, ale są nieodzownym elementem matematycznych modeli wzrostu drzewostanów [Bruchwald 1986; Peng i in. 2001; Sharma, Parton 2007; Huang i in. 2009]. W Polsce pierwsze stałe krzywe wysokości zostały opracowane przez Trampler [1974] i wykorzystane do budowy tablic miąższości. Późniejsze prace Bruchwalda [1970] i Rymer-Dudzińskiej [1978] nad zmiennością i zależnością wysokości od pierśnicy w drzewostanach sosnowych pozwoliły na opracowanie metodyki budowy stałych krzywych wysokości, którą wykorzystano przy opracowywaniu tych zależności dla innych gatunków drzew. Dotychczas opracowano wzory na stałe krzywe wysokości sosny [Rymer-Dudzińska 1978, 1982, 1994], świerka [Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1981;

Bruchwald, Wróblewski 1993], jodły [Bruchwald 1993], buka [Bruchwald, Witkowska 1993], grabu [Bruchwald, Wirowski 1993], brzozy [Zasada 2000], dębu [Bruchwald i in. 1994] oraz olszy czarnej [Bruchwald i in. 2001; Orzeł i in. 2014]. Zastosowanie stałych krzywych wysokości posiada niewątpliwą zaletę, jaką jest ograniczenie pracochłonności związanej z pomiarem wysokości drzew. Użycie modelowego rozwiązania może być jednak obciążone znacznie większymi błędami w porównaniu do lokalnej krzywej wysokości.

Celem niniejszej pracy jest ocena wielkości błędów oszacowania wysokości, które mogą występować w związku z zastosowaniem stałych krzywych wysokości w drzewostanach olszy czarnej.

Materiał i metody

Do badań wybrano lite drzewostany olszowe lub z niewielką domieszką innych gatunków, położone w zachodniej części Kotliny Sandomierskiej, na terenie nadleśnictw: Kolbuszowa, Głogów Małopolski, Mielec, Tuszyna, Leżajsk (RDLP Krosno) oraz Niepołomice (RDLP Kraków) i Nowa Dęba (RDLP Lublin). Materiał empiryczny zebrano w 127 drzewostanach w wieku od 6 do 89 lat (tab. 1), rosnących na siedliskach BMw (15%), LMśw (1%), LMw (10%), Lśw (1%), Lw (10%), LŁ (3%), Oi (42%) i OIj (14%). Dominowały drzewostany, w których udział olszy w polu przekroju wynosił ponad 90% (120 drzewostanów). W pozostałych 7 drzewostanach udział olszy w pierśnicowym polu przekroju wynosił od 60 do 90%. Przeciętne zagęszczenie drzew na jednostkę powierzchni wynosiło od 2658 szt./ha w drzewostanach I klasy wieku do 428 szt./ha w drzewostanach IV klasy wieku, przy czym w poszczególnych obiektach wahało się od 222 do 4360 szt./ha. Pierśnicowe pole przekroju analizowanych drzewostanów przyjmowało wartości z zakresu od 5,5 do 50,1 m²/ha. Przeciętna pierśnica wahała się od 4,5 do 43,0 cm, a przeciętna wysokość od 6,3 do 32,7 m.

Pomiarem objęto 15 198 drzew, z czego 14 664 stanowiła olsza czarna. Liczba pomierzonych olch w poszczególnych drzewostanach wyniosła od 48 do 218 sztuk, średnio 115. Liczba pomierzonych wysokości wahała się od 38 do 218 (średnio 97 w jednym drzewostanie). Zmienność pierśnic olch w poszczególnych drzewostanach wahała się od 13,3 do 35,7%, zmniejszając się w kolejnych klasach wieku od 26,2% (I klasa wieku) do 19,5% (IV i V klasa wieku). Zmienność wysokości była nieznacznie mniejsza i w poszczególnych drzewostanach przyjmowała wartości od 5,0 do 26,3%, zmniejszając się przeciętnie w kolejnych klasach wieku od 15,8 do 8,3% (tab. 2).

Tabela 1.

Liczba (n) badanych drzewostanów olszowych w klasach wieku (I-V) oraz średnia (m) i zakres (min-max) obserwowanych wartości wieku (W [lata]), zagęszczenia (N [szt./ha]), pierśnicowego pola przekroju (G [m²/ha]), udziału olszy (%G [%]), przeciętnej pierśnicy (Dg [cm]) i wysokości (HL [m])

Number (n) of the investigated black alder stands in the age classes (I-V) as well as mean (m) and range (min-max) of observed values of age (W [years]), density (N [trees/ha]), basal area (G [m²/ha]), alder fraction (%G [%]), average diameter (Dg [cm]) and average height (HL [m])

	n		W	N	G	%G	Dg	HL
I	26	m	12	2658	14,1	99,5	8,9	11,0
		min-max	6-18	756-4360	5,5-25,4	94,4-100	4,5-20,7	6,3-21,4
II	35	m	29	1122	23,5	98,2	16,7	17,9
		min-max	21-40	590-1783	12,5-36,7	60,2-100	10,6-27,4	12,5-25,5
III	36	m	50	603	28,7	97,2	25,4	23,3
		min-max	42-60	272-1150	19,4-44,8	73,8-100	17,9-37,0	18,0-29,5
IV+V	30	m	74	428	35,9	96,9	34,0	27,9
		min-max	64-89	222-884	26,0-50,1	73,8-100	26,8-43,0	22,8-32,7

W wybranych do badań drzewostanach założono od 3 do 5 powierzchni kołowych rozmieszczonych w sposób losowy w obrębie wydzieleń. Ich wielkość wynosiła od 0,01 do 0,1 ha i w każdym drzewostanie dobierana była tak, aby na powierzchni znajdowało się co najmniej 25 drzew. Na każdej powierzchni zmierzono w dwóch prostopadłych kierunkach pierśnice wszystkich drzew z dokładnością 0,1 cm, a średnią z tych pomiarów przyjęto za rzeczywistą grubość drzewa. Wysokość drzew zmierzono za pomocą wysokościomierza Vertex IV z dokładnością odczytu wynoszącą 0,1 m. W 93 drzewostanach pomiar wysokości wykonano na wszystkich drzewach znajdujących się na założonych powierzchniach próbnych, zaś w 34 na co drugim drzewie. Nie mierzono wysokości na drzewach złamanych lub silnie pochylonych.

Na podstawie pomiarów wykonanych na powierzchniach próbnych obliczono przeciętną pierśnicę i wysokość poszczególnych drzewostanów.

Dla każdego drzewostanu wyznaczono przebieg krzywych wysokości, korzystając ze wzorów na stałe krzywe wysokości opracowane przez Bruchwalda i in. [2001]:

$$\hat{h}_{skwB} = \frac{d^2 \cdot (H - 1,3)}{[D - 0,7399 \cdot H^{-0,4328} \cdot \sqrt{H - 1,3} \cdot (D - d)]^2} + 1,3 \tag{1}$$

oraz Orła i in. [2014]:

$$\hat{h}_{skwO} = \frac{d^2 \cdot (H - 1,3)}{[D - (0,13511 + 3,71429 \cdot H^{-1,41636}) \cdot \sqrt{H - 1,3} \cdot (D - d)]^2} + 1,3 \tag{2}$$

gdzie:

- d* – pierśnica drzewa,
- D* – przeciętna pierśnica drzewostanu,
- H* – przeciętna wysokość drzewostanu.

Przebieg krzywych wyznaczono dwukrotnie, podstawiając do wzorów 1 i 2 wysokość przeciętną: a) obliczoną na podstawie wszystkich pomiarów wysokości, którymi dysponowano i b) wyznaczoną

Tabela 2.

Średnia (m) i zakres (min-max) przeciętnej pierśnicy (M_D [cm]) i wysokości (M_H [m]) drzew oraz współczynnika zmienności tych cech (odpowiednio CV_D i CV_H [%]) w badanych drzewostanach olszowych według klas wieku (I-V)

Mean (m) and range (min-max) of average breast height diameter (M_D [cm]) and height (M_H [m]) of trees as well as coefficient of variation for these parameters (CV_D i CV_H [%], respectively) for analysed alder stands with respect of the age classes (I-V)

		M_D	CV_D	M_H	CV_H
I	m	8,1	26,2	9,9	15,8
	min-max	4,3-20,3	18,2-35,7	5,8-21,1	6,6-26,3
II	m	16,5	23,7	17,6	11,7
	min-max	10,3-26,9	16,5-31,9	11,7-25,2	5,7-21,3
III	m	24,7	21,1	23,0	8,9
	min-max	17,5-36,4	15,4-31,4	17,3-28,7	5,1-15,8
IV+V	m	33,1	19,5	26,8	8,3
	min-max	26,2-42,6	13,3-24,8	22,4-32,3	5,0-12,2

jako średnia arytmetyczna z wysokości trzech drzew o pierśnicy zbliżonej do przeciętnej. W przypadku krzywych wysokości wyznaczonych w pierwszy sposób (oznaczono je skrótami: skwB – wzór 1 i skwO – wzór 2) starano się ograniczyć maksymalnie wpływ błędu wyznaczania przeciętnej wysokości drzewostanu na przebieg modeli. W drugim przypadku modele krzywych wysokości (oznaczenia: skwB3 – wzór 1 i skwO3 – wzór 2) miały za zadanie odzwierciedlać sposób ich wyznaczania w praktyce zarządzania lasu.

Modele wysokości porównano następnie z drzewostanową krzywą wysokości (kwN) wyznaczoną za pomocą funkcji Näslunda [Rymer-Dudzińska 1978, 1994; Bruchwald, Witkowska 1993]:

$$h = \left(\frac{d}{\alpha + \beta \cdot d} \right)^2 + 1,3 \quad [3]$$

gdzie:

h – wysokość drzewa,

d – pierśnica drzewa,

α, β – parametry równania.

Parametry równania krzywej drzewostanowej oszacowano metodą najmniejszych kwadratów po uprzedniej transformacji równania do postaci liniowej:

$$y' = \alpha \cdot x' + \beta \quad [4]$$

gdzie:

$$y' = \frac{1}{\sqrt{h-1,3}} \quad [5]$$

$$x' = \frac{1}{d} \quad [6]$$

Ocenę dokładności oparto na analizie wielkości i struktury wartości resztowych ($e_{i,k}$) obserwowanych dla porównywanych modeli:

$$e_{i,k} = \hat{h}_{i,k} - h_{i,k} \quad [7]$$

gdzie:

$\hat{h}_{i,k}$ – wysokość wyznaczona z modelu dla i -tego drzewa w k -tym drzewostanie,

$h_{i,k}$ – wysokość rzeczywista i -tego drzewa w k -tym drzewostanie,

$i=1, 2, \dots, n_k$ – numer drzewa w k -tym drzewostanie,

$k=1, 2, \dots, 127$.

Dla poszczególnych drzewostanów obliczono błąd średni [Arcangeli i in. 2014]:

$$e_k = \frac{1}{n_k} \cdot \sum_{i=1}^{n_k} e_{i,k} \quad [8]$$

oraz względną jego wartość:

$$e_{\%k} = \frac{e_k}{\hat{h}_k} \cdot 100 \quad [9]$$

Ponadto dla poszczególnych drzewostanów obliczono następujące statystyki dobroci dopasowania modeli do danych rzeczywistych [Parresol 1999; Case, Hall 2008]:

– współczynnik determinacji R^2 :

$$R_k^2 = 1 - \frac{RSS_k}{TSS_k} \quad [10]$$

gdzie:

$$TSS_k = \sum_{i=1}^{n_k} (h_{i,k} - \bar{h}_k)^2 \quad [11]$$

$$RSS_k = \sum_{i=1}^{n_k} e_{i,k}^2 \quad [12]$$

– błąd standardowy:

$$SE_k = \sqrt{\frac{RSS_k}{n_k}} \quad [13]$$

– współczynnik zmienności:

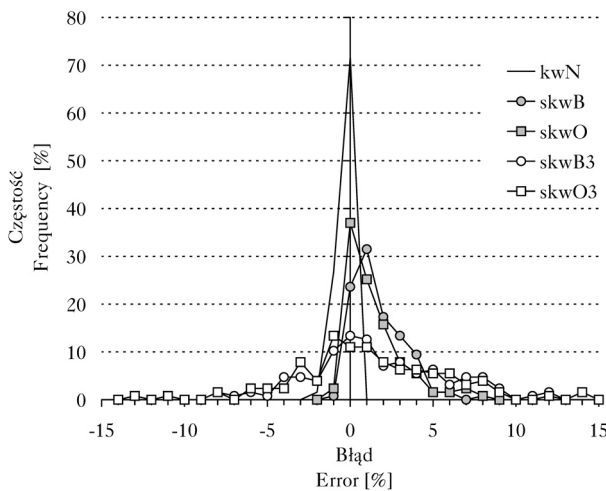
$$CV_k = \frac{SE_k}{\bar{h}_k} \cdot 100 \quad [14]$$

Ocena dokładności modeli krzywych wysokości polegała na analizie rozkładów wymienionych wyżej wskaźników zarówno w całym zbiorze drzewostanów, jak i w wyróżnionych grupach wiekowych. Występowanie błędu systematycznego w obrębie poszczególnych grup drzewostanów oceniono, weryfikując hipotezę zerową zakładającą równość średniej arytmetycznej błędów (\bar{e}_k) z wartością zero. Weryfikację założonej hipotezy przeprowadzono testem t na poziomie istotności $\alpha=0,05$. Zbadano także zależność błędów od pierśnicy drzew.

Wyniki

Błąd określania wysokości wahał się od $-1,72$ do $-0,10\%$ w przypadku lokalnej krzywej wysokości oraz od $-0,61$ do $8,43\%$ i od $-0,86$ do $8,19\%$ odpowiednio przy zastosowaniu modeli skwB i skwO (ryc. 1). W przypadku krzywych skwB3 i skwO3 zakres obserwowanych błędów był znacznie szerszy i wynosił odpowiednio od $-12,74$ do $12,09\%$ oraz od $-13,33$ do $13,96\%$ (ryc. 1). Dla wszystkich analizowanych modeli krzywych błąd oszacowania wysokości był statystycznie istotny (tab. 3). Lokalna krzywa wysokości nieznacznie zaniża oszacowanie wysokości, zastosowanie modeli stałych krzywych wysokości prowadziło zaś do zawyżania oszacowania wysokości w drzewostanach olszy (tab. 3).

Podobnie jak w całym analizowanym zbiorze drzewostanów, oszacowanie wysokości w poszczególnych klasach wieku było również obciążone błędami systematycznymi (tab. 4). Zasto-



Ryc. 1.

Rozkład błędów określania wysokości w analizowanych drzewostanach olszowych

Distribution of errors in estimating the height of the analysed black alder stands

sowanie lokalnej (drzewostanowej) krzywej zaniżało wysokość, natomiast użycie modeli stałych krzywych wysokości zawiązało wysokość we wszystkich wyróżnionych klasach wieku. Dokładność analizowanych modeli krzywych wysokości rosła wraz z wiekiem. Dla modelu skwB błąd zmniejszał się w kolejnych klasach wieku od 3,29 do 0,81%, zaś dla modelu skwO od 3,62 do 0,54%. W drzewostanach I klasy wieku dokładniejsze i precyzyjniejsze oszacowanie wysokości wiązało się z zastosowaniem modelu skwB, natomiast w drzewostanach starszych klas wieku przewagę pod względem dokładności i precyzji oszacowania wysokości wykazywał model skwO. W przypadku modeli wyznaczonych na podstawie średniej wysokości trzech drzew (skwB3 i skwO3) obserwowano także błędy dodatnie, jednak ich wartości nie różniły się istotnie od zera na poziomie $\alpha=0,05$ (test t, tab. 4).

Tabela 3.

Średni błąd (M [%]) i odchylenie standardowe (SD) oszacowania wysokości drzewostanu oraz wyniki testu t weryfikującego hipotezę o braku jego istotności dla analizowanych modeli krzywych wysokości (model)
Mean error (M [%]) and standard deviation (SD) in estimating the height and the results of the t-test for the analyzed height-diameter models (model)

Model	M	SD	t	df	p
kwN	-0,47	0,31	-16,81	126	0,0000
skwB	1,67	1,51	12,46	126	0,0000
skwO	1,39	1,77	8,88	126	0,0000
skwB3	1,44	4,38	3,71	126	0,0003
skwO3	1,17	4,46	2,96	126	0,0037

Tabela 4.

Średni błąd (M [%]) i odchylenie standardowe (SD) oszacowania wysokości w drzewostanach różnych klas wieku (I-V) oraz wyniki testu t weryfikującego hipotezę braku jego istotności dla analizowanych modeli krzywych wysokości (model)

Mean error (M [%]) and standard deviation (SD) in estimating the height in stands of different age classes (I-V) and the results of the t-test for the analyzed height-diameter models (model)

	Model	M	SD	t	df	p
I	kwN	-0,78	0,43	-9,26	25	0,0000
	skwB	3,29	1,80	9,34	25	0,0000
	skwO	3,62	2,26	8,16	25	0,0000
	skwB3	2,33	5,87	2,03	25	0,0535
	skwO3	2,67	6,05	2,25	25	0,0333
II	kwN	-0,49	0,28	-10,24	34	0,0000
	skwB	1,85	1,28	8,53	34	0,0000
	skwO	1,28	1,24	6,10	34	0,0000
	skwB3	1,82	3,95	2,73	34	0,0099
	skwO3	1,26	3,93	1,89	34	0,0670
III	kwN	-0,33	0,16	-12,23	35	0,0000
	skwB	1,03	0,93	6,66	35	0,0000
	skwO	0,61	0,90	4,06	35	0,0003
	skwB3	0,50	3,72	0,80	35	0,4268
	skwO3	0,07	3,74	0,12	35	0,9061
IV+V	kwN	-0,34	0,12	-15,50	29	0,0000
	skwB	0,81	0,67	6,58	29	0,0000
	skwO	0,54	0,65	4,55	29	0,0001
	skwB3	1,35	4,07	1,82	29	0,0797
	skwO3	1,08	4,05	1,46	29	0,1540

Oprócz określonych błędów średnich dla poszczególnych klas wieku zestawiono przeciętne wartości statystyk dobroci dopasowania analizowanych krzywych wysokości do danych empirycznych (tab. 5). Przeciętne wartości współczynników determinacji ocenianych krzywych wysokości zmniejszają się wraz z wiekiem drzewostanu. Najlepszym dopasowaniem charakteryzuje się drzewostanowa (lokalna) krzywa wysokości, w przypadku której wskaźnik R^2 przyjmuje wartości od 0,636 (I klasa wieku) do 0,376 (IV i V klasa wieku). Najniższe wartości wskaźnika R^2 obserwowano dla krzywych, których przebieg wyznaczono na podstawie średniej wysokości trzech drzew (modele skwB3 i skwO3). W przypadku tych modeli zdarzały się sytuacje, w których wskaźnik R^2 przybierał wartości ujemne, co świadczyło o błędnym odwzorowaniu zależności wysokości od pierśnicy drzew. Sytuacje takie dla modelu skwB3 stwierdzono w 16 drzewostanach (12%), zaś dla modelu skwO3 w 19 (15%). Wielkość błędu standardowego (SE) wysokości w poszczególnych drzewostanach wahała się, w zależności od analizowanego modelu, od 0,44 do 3,60 m. W przypadku wszystkich analizowanych modeli krzywych przeciętna wielkość błędu standardowego rosła wraz z wiekiem drzewostanu (tab. 5). Względne wartości błędu standardowego (SE) wskazują jednak na lepsze dopasowanie ocenianych modeli w drzewostanach III i IV klasy wieku w porównaniu do drzewostanów młodszych.

W I klasie wieku model skwB charakteryzuje się lepszym dopasowaniem do danych, natomiast w kolejnych klasach wieku przewagę uzyskuje model skwO (tab. 5).

W przypadku analizowanych modeli krzywych wysokości wielkość błędów zmienia się w zależności od względnego położenia drzewa w strukturze grubości (ryc. 2). Dla lokalnej krzywej

Tabela 5.

Średnia (m) oraz najmniejsza (min) i największa (max) wartość miar dobroci dopasowania analizowanych wariantów krzywych wysokości w klasach wieku (I-V)

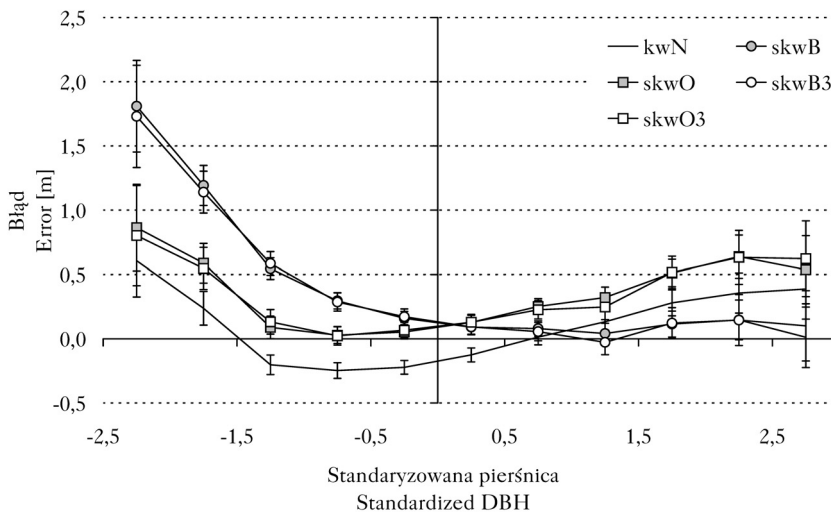
Mean (m) as well as the lowest (min) and the highest (max) value of goodness-of-fit statistics for the analyzed height-diameter models in age classes (I-V)

	Model	R^2			SE [m]			CV [%]		
		m	min	max	m	min	max	m	min	max
I	kwN	0,636	0,335	0,851	0,91	0,44	1,64	9,1	5,4	14,4
	skwB	0,558	0,329	0,746	1,02	0,46	2,17	10,3	5,4	20,4
	skwO	0,479	0,201	0,761	1,08	0,62	2,09	11,2	5,8	19,6
	skwB3	0,476	0,202	0,744	1,11	0,49	2,35	11,2	5,5	22,0
	skwO3	0,395	-0,076	0,686	1,16	0,64	2,39	12,1	5,8	22,4
II	kwN	0,553	0,210	0,798	1,27	0,86	2,33	7,5	4,1	12,7
	skwB	0,487	0,154	0,615	1,38	0,86	2,96	8,3	4,2	16,1
	skwO	0,491	-0,097	0,734	1,34	0,89	2,62	8,0	4,9	14,2
	skwB3	0,372	-0,080	0,671	1,51	0,89	2,88	9,0	4,3	15,7
	skwO3	0,377	-0,122	0,745	1,47	0,91	2,55	8,8	5,0	13,9
III	kwN	0,443	0,112	0,753	1,44	0,89	2,45	6,3	3,6	10,3
	skwB	0,399	0,013	0,643	1,52	0,90	2,55	6,7	3,6	10,7
	skwO	0,364	-0,249	0,745	1,52	0,99	2,43	6,7	4,0	10,2
	skwB3	0,271	-0,721	0,650	1,66	0,91	3,52	7,3	3,6	15,0
	skwO3	0,229	-0,804	0,717	1,67	0,99	3,60	7,4	4,0	15,4
IV+V	kwN	0,376	0,080	0,708	1,76	1,10	2,79	6,4	4,1	9,7
	skwB	0,338	0,010	0,606	1,83	1,17	2,99	6,7	4,1	10,4
	skwO	0,346	-0,100	0,686	1,80	1,12	2,90	6,6	4,1	10,1
	skwB3	0,073	-1,010	0,594	2,12	1,42	3,45	7,7	5,2	11,7
	skwO3	0,089	-1,080	0,676	2,09	1,41	3,52	7,6	5,1	11,5

wysokości systematyczne błędy dodatnie stwierdzono zarówno dla najcieńszych ($\leq 1,5s$), jak i najgrubszych ($> 1s$) drzew w drzewostanie, ujemne natomiast w przypadku drzew o grubościach zbliżonych do przeciętnych. Modele stałych krzywych wysokości zawiązują wysokość drzew w całym zakresie grubości. Analizując bezwzględne wartości błędów systematycznych, można wyróżnić trzy standaryzowane zakresy grubości, dla których obserwuje się różne dokładności porównywanych modeli. Dla drzew o standaryzowanej grubości poniżej $-1,5$ najdokładniejsze wyniki oszacowania wysokości zapewnia lokalna krzywa wysokości, najgorsze zaś model skwB. W zakresie standaryzowanych grubości od $-1,5$ do 0 najlepsze oszacowanie zapewnia krzywa skwO, zaś dla drzew grubszych od średniej pierśnicy najdokładniejszy jest model skwB, najmniej dokładny zaś skwO.

Dyskusja

Modele stałych krzywych wysokości powszechnie wykorzystywane są w wielkoobszarowej inwentaryzacji zasobów drzewnych w Polsce [Talarczyk 2014]. Są także elementem matematycznych modeli wzrostu, które coraz częściej znajdują zastosowanie jako narzędzia wspomagające podejmowanie decyzji na różnych poziomach organizacji gospodarki leśnej oraz instytucji zarządzających środowiskiem przyrodniczym. Zagadnieniem fundamentalnym w odniesieniu do wszystkich potencjalnych pól wykorzystania krzywych wysokości jest uzyskiwana na ich podstawie dokładność predykcji. Zdaniem Zhanga [1997] ocena predykcji w oparciu o materiał empiryczny, na podstawie którego opracowano dany model, jest niewystarczająca. Uważa on, że konieczna jest weryfikacja modeli krzywych wysokości na niezależnym materiale empirycznym reprezentującym możliwie szerokie spektrum warunków wzrostu, jak i wymiarów drzew. Uwzględniając tę sugestię, w niniejszej pracy przeprowadzono ocenę dwóch modeli stałych krzywych wysokości. Model opracowany przez Bruchwalda i in. [2001] powstał na materiale zebranym w 147 drzewostanach olszy czarnej położonych w centralnej, wschodniej i północno-wschodniej Polsce oraz 121 drzewostanach położonych we wschodnich Niemczech. Materiał ten obejmował



Ryc. 2.

Średnia i 95-procentowy przedział ufności błędów określania wysokości w zależności od względnego położenia drzewa w strukturze grubości

Mean with 95% confidence interval of errors depending on the relative position of the tree in the breast height diameter structure

drzewostany w wieku od 8 do 127 lat, w których wykonano średnio po 25 pomiarów wysokości. Krzywa przedstawiona w pracy Orła i in. [2014] zbudowana została na materiale empirycznym zebrany w 36 drzewostanach w wieku od 20 do 80 lat położonych w południowej Polsce na terenie nadleśnictw Niepołomice i Dąbrowa Tarnowska. Liczba pomierzonych wysokości wynosiła ponad 200 w każdym z drzewostanów. Oba przedstawione modele porównano, wykorzystując niezależny materiał empiryczny zebrany w 127 drzewostanach olszy czarnej położonych w południowo-wschodniej Polsce.

Wyniki przeprowadzonej oceny wskazują, że oba testowane modele obciążone są dodatnim błędem systematycznym. Błąd ten obserwowany był zarówno w całym zbiorze analizowanych drzewostanów, jak i w poszczególnych klasach wieku. Stała krzywa opracowana przez Bruchwalda i in. [2001] zawyża oszacowanie wysokości w drzewostanach przeciętnie o 0,26 m \pm 0,02 m (1,67% \pm 0,13%), zaś model opracowany przez Orła i in. [2014] o 0,19 m \pm 0,02 m (1,39% \pm 0,16%). Błąd systematyczny nieznacznie zmniejsza się wraz z wiekiem drzewostanu i odpowiednio dla modeli skwB i skwO przyjmuje wartości od 0,31 m \pm 0,03 m (3,29% \pm 0,35%) i 0,32 m \pm 0,03 m (3,62% \pm 0,44%) w I klasie wieku do 0,22 m \pm 0,03 m (0,81% \pm 0,12%) i 0,14 m \pm 0,03 m (0,54% \pm 0,12%) dla drzewostanów najstarszych. W porównaniu do drzewostanowej (lokalnej) krzywej wysokości, która obciążona jest niewielkim ujemnym błędem systematycznym (-0,08 m \pm 0,003 m; -0,47% \pm 0,03%), najistotniejszą różnicą jest zmienność obserwowanych wyników pomiędzy drzewostanami. W przypadku zastosowania lokalnej krzywej wysokości odchylenie standardowe błędów wyniosło 0,04 m, zaś dla obu porównywanych stałych krzywych wysokości (skwB i skwO) było wyższe i wynosiło 0,20 m. Przebieg stałych krzywych wysokości wyznacza się zazwyczaj na podstawie przybliżonego oszacowania przeciętnej wysokości z pomiarów kilku drzew o pierśnicy zbliżonej do przeciętnej. Wyniki dla modeli skwB3 i skwO3 wskazują, że postępowanie takie nie wpływa na wielkość przeciętnego błędu dla modelu, jednak znacząco zwiększa zakres błędów obserwowanych w drzewostanach. Odchylenie standardowe błędów w przypadku modeli skwB3 i skwO3 było czterokrotnie wyższe od określonego dla modeli skwB i skwO i wynosiło odpowiednio 0,81 i 0,82 m.

Zarówno wielkości błędów, jak i wartości statystyk charakteryzujących jakość dopasowania modeli do danych empirycznych wskazują na ich zależność od wieku drzewostanów. Model skwB pozwalał na lepszą predykcję w drzewostanach I klasy wieku, zaś model skwO okazał się dokładniejszy w drzewostanach starszych.

Modele krzywych wysokości służą do wyznaczania średniej wysokości dla drzew lub grup drzew o określonej pierśnicy. Wyznaczona na podstawie modelu wysokość używana jest następnie do oszacowania miąższości lub biomasy poszczególnych grup drzew, a w konsekwencji zapasu całego drzewostanu lub obiektu leśnego. Z tego punktu widzenia ważne jest, aby model dostarczał nieobciążonych oszacowań wysokości w całym zakresie grubości. Oceniane modele nie spełniają przedstawionego wyżej kryterium. Oba zawyżają wysokość w całym zakresie struktury pierśnic, różnią się jednak skalą błędów w poszczególnych jej interwałach. Obserwowane różnice w wielkości błędów predykcji wysokości będą miały istotny wpływ na dokładność oszacowania zapasu, co związane jest z jego rozkładem w strukturze grubości. Zasadniczą część zapasu zgromadzona jest w drzewach najgrubszych. Dokładność oszacowania średniej wysokości tych drzew będzie więc miała zasadniczy wpływ na dokładność oszacowania zapasu. Ze względu na to praktyczne kryterium lepszym rozwiązaniem wydaje się być krzywa opracowana przez Bruchwalda i in. [2001], która dla drzew grubszych od średniej pierśnicy daje dokładniejsze wyniki w porównaniu z modelem opracowanym przez Orła i in. [2014], a dla drzew najgrubszych (>1s) jest dokładniejsza nawet od drzewostanowej (lokalnej) krzywej wysokości. Przedstawione porównanie dokładności modeli odnosi się do standaryzowanych struktur grubości, natomiast w prak-

tycznych zestawieniach struktury grubości z różnych drzewostanów będą nakładać się na siebie, co w konsekwencji częściowo zredukuje błędy oszacowania wysokości. Wielkość redukcji błędów będzie jednak trudna do oszacowania, a w sytuacjach grup drzewostanów o identycznych lub zbliżonych zakresach pierśnic (dla warstw wiekowych) może nie wystąpić. Wada ta odnosi się nie tylko do ocenianych modeli stałych krzywych wysokości, ale dotyczy także drzewostanowej krzywej wysokości opracowanej na podstawie równania Näslunda. W różnych zakresach standaryzowanych grubości dostarcza ona również obciążonych oszacowań wysokości. Z analizy wielkości błędów i kształtu obserwowanej zależności wynika, że model Näslunda nie jest wystarczająco elastyczny, aby precyzyjnie i obiektywnie odzwierciedlać położenie średniej wysokości w całym zakresie pierśnic.

Z praktycznego punktu widzenia błędy obu analizowanych modeli stałych krzywych wysokości nie są duże, zwłaszcza w drzewostanach II i starszych klas wieku, których ocena zapasu ma istotne znaczenie gospodarcze. Modele stałych krzywych wysokości powinny być wykorzystywane przede wszystkim w inwentaryzacji wielkopowierzchniowej lub dla grup drzewostanów o zróżnicowanych strukturach grubości, co pozwoli na częściową redukcję błędów. Należy unikać stosowania stałych krzywych wysokości w pojedynczych drzewostanach, ponieważ dokładność predykcji będzie zależec w głównej mierze od wielkości błędu oszacowania przeciętnej wysokości drzewostanu, którego redukcja może wiązać się z koniecznością wykonania pomiarów wysokości na kilku lub kilkunastu drzewach o przeciętnej pierśnicy. W takiej sytuacji szybszym i dokładniejszym rozwiązaniem będzie wykreślenie krzywej drzewostanowej na podstawie pomiarów drzew z różnych stopni grubości.

Wnioski

- ✦ Opracowane w Polsce modele stałych krzywych wysokości dla drzewostanów olszy czarnej obciążone są systematycznymi błędami dodatkimi.
- ✦ Dokładność predykcji obu analizowanych modeli rośnie wraz z wiekiem drzewostanów, przy czym w drzewostanach I klasy wieku dokładniejszy jest model skwB, zaś w drzewostanach starszych skwO.
- ✦ Dokładność oszacowania wysokości na podstawie analizowanych modeli stałych krzywych wysokości zależy od położenia drzew w strukturze grubości.
- ✦ Stałe krzywe wysokości powinny być stosowane do grup drzewostanów różniących się strukturą grubości, co pozwoli na częściową redukcję błędów powstałych dla różnych zakresów pierśnic. Należy unikać stosowania stałych krzywych wysokości w pojedynczych drzewostanach oraz w grupach drzewostanów o zbliżonych strukturach pierśnic.
- ✦ Funkcja Näslunda, często stosowana do modelowania zależności między wysokością i pierśnicą drzew, jest mało elastyczna dla poprawnego odwzorowania położenia średniej wysokości w zależności od pierśnicy drzew w drzewostanach olszowych.

Literatura

- Arabatzis A. A., Burkhart H. E. 1992. An evaluation of sampling methods and model forms for estimating height-diameter relationships in loblolly pine plantations. *Forest Science* 38 (1): 192-198.
- Arcangeli C., Klopff M., Hale S. E., Jenkins T. A. R., Hasenauer H. 2014. The uniform height curve method for height-diameter modelling: an application to Sitka spruce in Britain. *Forestry* 87 (1): 177-186. DOI: 10.1093/forestry/cpt041.
- Bijak S., Zasada M., Bronisz A., Bronisz K., Czajkowski M., Ludwisiak Ł., Tomusiak R., Wojtan R. 2013. Estimating coarse roots biomass in young silver birch stands on post-agricultural lands in central Poland. *Silva Fennica* 47 (2): 1-14.
- Bruchwald A. 1970. Badanie zależności wysokości od pierśnicy w drzewostanach sosnowych. *Folia Forestalia Polonica* 16: 163-170.

- Bruchwald A. 1986. Simulation growth model MDI-1 for Scots pine. *Annals of Warsaw Agricultural University – SGGW-AR. Forestry and Wood Technology* 34: 47-52.
- Bruchwald A. 1993. Uniform height curves for Silver-fir stands. *Annals of Warsaw Agricultural University – SGGW-AR. Forestry and Wood Technology* 44: 3-5.
- Bruchwald A., Dmyterko E., Dudzińska M., Wirowski M. 2001. Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów olszy czarnej. *Sylvan* 145 (11): 15-19.
- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. 1994. Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów dębowych. *Sylvan* 138 (2): 5-11.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1981. Zastosowanie funkcji Näslunda do budowy stałych krzywych wysokości dla świerka. *Sylvan* 125 (6): 21-29.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1986. Probability method of determining the height of trees. *Annals of Warsaw Agricultural University – SGGW-AR. Forestry and Wood Technology* 34: 57-60.
- Bruchwald A., Wirowski M. 1993. Stałe krzywe wysokości dla grabu. *Sylvan* 137 (6): 45-47.
- Bruchwald A., Witkowska J. 1993. Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów bukowych. *Sylvan* 137 (4): 39-42.
- Bruchwald A., Wróblewski L. 1993. Uniform height curves for Norway-spruce stands. *Folia Forestalia Polonica* 36: 43-47.
- Case B. S., Hall R. J. 2008. Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of west-central Canada. *Canadian Journal of Forest Research* 38: 878-889. DOI: 10.1139/X07-212.
- Ek A. R., Birdsall E. T., Spears R. J. 1984. A simple model for estimating total and merchantable tree heights. *Research Note NC-309*.
- Huang S., Meng S. X., Yang Y. 2009. Using nonlinear mixed model technique to determine the optimal tree height prediction model for Black spruce. *Modern Applied Science* 3 (4): 3-18.
- van Laar A., Akça A. 2007. *Forest Mensuration*. Springer Netherlands. DOI: 10.1007/978-1-4020-5991-9.
- Larsen D. R., Hann D. W. 1987. Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Oregon State University, College of Forestry. Forest Research Lab. Research Paper 49.
- Neumann M., Moreno A., Mues V., Härkönen S., Mura M., Bouriaud O., Lang M., Achten W. M. J., Thivolle-Cazat A., Bronisz K., Merganič J., Decuyper M., Alberdi I., Astrup R., Mohren F., Hasenauer H. 2016. Comparison of carbon estimation methods for European forests. *Forest Ecology and Management* 361: 397-420. DOI: 10.1016/j.foreco.2015.11.016.
- Ochał W., Socha J., Grabezyński S. 2014. Dokładność wzorów empirycznych służących do określania biomasy nadziemnych komponentów drzew olszy czarnej (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.). *Sylvan* 158 (6): 431-442.
- Orzeł S., Pogoda P., Ochał W. 2014. Stała krzywa wysokości dla olszy czarnej (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) z zachodniej części Kotliny Sandomierskiej. *Sylvan* 158 (11): 840-849.
- Parresol B. R. 1999. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. *Forest Science* 45 (4): 573-593.
- Peng C., Zhang L., Huang S., Zhou X., Parton J., Murray W. 2001. Developing Ecoregion-Based Height-Diameter Models for Jack Pine and Black Spruce in Ontario. Ontario Forest Research Institute, Ministry of Natural Resources. Forest Research Report 159: 10.
- Rymer-Dudzińska T. 1978. Ocena równań regresji określających zależność wysokości od pierśnicy drzew w obrębie drzewostanu. *Zeszyty Naukowe SGGW-AR* 26: 21-34.
- Rymer-Dudzińska T. 1982. Investigations on the variation of tree height in pine stands of identical developmental category numbers. *Annals of Warsaw Agricultural University – SGGW-AR. Forestry and Wood Technology* 29: 7-12.
- Rymer-Dudzińska T. 1994. Nowe wzory empiryczne krzywej wysokości dla sosny. *Sylvan* 138 (11): 21-24.
- Schmidt M., Kiviste A., von Gadow K. 2010. A spatially explicit height-diameter model for Scots pine in Estonia. *European Journal of Forest Research* 130 (2): 303-315. DOI: 10.1007/s10342-010-0434-8.
- Sharma M., Parton J. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management* 249 (3): 187-198. DOI: 10.1016/j.foreco.2007.05.006.
- Socha J. 2011. Krzywe bonitacyjne świerka pospolitego na siedliskach górskich. *Sylvan* 155 (12): 816-826.
- Socha J., Orzeł S. 2013. Dynamiczne krzywe bonitacyjne dla sosny zwyczajnej (*Pinus sylvestris* L.) z południowej Polski. *Sylvan* 157 (1): 26-38.
- Talarczyk A. 2014. National Forest Inventory in Poland. *Baltic Forestry* 20 (2): 333-340.
- Temesgen H., von Gadow K. 2004. Generalized height-diameter models – an application for major tree species in complex stands of interior British Columbia. *European Journal of Forest Research* 123 (1): 45-51. DOI: 10.1007/s10342-004-0020-z.
- Trampler T. 1974. Drzewostanowe tablice miąższości dla sosny, świerka, jodły, buka i dębu. *Prace IBL* 451: 40-41.
- Wang C.-H., Hann D. W. 1988. Height-diameter equations for sixteen tree species in the Central Western Valley of Oregon. Research Paper 51.
- Zasada M. 2000. Stałe krzywe wysokości dla brzozy. *Sylvan* 144 (6): 27-31.
- Zhang L. 1997. Cross-validation of Non-linear Growth Functions for Modelling Tree Height-Diameter Relationships. *Annals of Botany* 79 (3): 251-257. DOI: 10.1006/anbo.1996.0334.