ПЕРИОДИЧНОСТЬ В СИСТЕМЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ КОРМОУБОРОЧНЫХ КОМБАЙНОВ

Валерий Дубровин[1], Евгениуш Красовски[2], Константин Держан[1], Иван Роговский[1]
[1]Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины
Украина, г. Киев, ул. Героев Обороны, 15
[2]Польская академия наук
Польша, г. Люблин, ул. Велкопольская, 62
Valeriy Dubrovin[1], Eugeniusz Krasowski[2], Konstantin Derzan[1], Ivan Rogovskii[1]
[1]National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
Str. Heroiv Oborony, 15, Kiev, Ukraine
[2]Polish Academy of Sciences
Str. Wielkopolska, 62, 20-725 Lublin, Poland

Аннотация. В работе рассмотрены системы массового обслуживания с переменными во времени характеристиками. Исследована многолинейного система массового обслуживания типа с наличием у комбайнов времени восстановления. Для указанной системы найдены переходные и предельные вероятности, математическое ожидание интервалов времени между событиями потока требований, наблюдается, и на его основании предложена оценка пропускной способности системы по методу моментов.

Ключевые слова: система массового обслуживания, Марковский процесс, распределение, факторы.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Для исследования многих процессов, происходящих в природе (процессы рождения и гибели, процессы распада и регенерации), технике (технологические процессы, различные виды конвейеров), организации производства (потоки транспорта, техническое обслуживание, ремонт) широко используются результаты теории массового обслуживания. Поэтому изучение указанных процессов, в частности, построение такой модели системы массового обслуживания (СМО), которая достаточно точно описывала реальную систему, является важной задачей с точки зрения приложений.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Общая теория массового обслуживания была разработана в научных трудах [1-10].

В работе исследуются системы массового обслуживания с переменными во времени характеристиками, соответствует прикладным задачам.

Подчеркнем, что к настоящему времени в этом направлении были получены отдельные разрозненные результаты. В этой связи можно упомянуть работы [11-20].

Многие задачи, возникающие при исследовании технических, экономических, биологических и других процессов, связанных с изучением потоков событий различной природы.

Такие задачи возникают при исследовании потоков информации, циркулирующей в технических системах. В реальных системах эти потоки, как правило, является нестационарными, потому что их интенсивность меняется со временем. Часто бывает так, что некоторое событие потока может вызвать ситуацию, когда последующие события становятся недоступными для наблюдения. К таким случаям можно отнести наличие отказов при эксплуатации сельскохозяйственных машин. То есть когда полезная информация не фиксируется, поскольку оказывается недоступной для наблюдения. С такими явлениями приходится иметь при исследовании кормоуборочных комбайнов, як сложных технических систем, например, через нейронные сети.

Из изложенного следует, что эффективное функционирование систем массового обслуживания и управления ею (подключение, резервирование, изменение программы получения данных об отказах, изменение интенсивности входного потока информации об отказах) требует знания интенсивностей потоков отказов, поступающих на вход этих систем, и их колебания во времени. Поэтому оценка текущей интенсивности потока требований является актуальной технической проблемой.

Изменение параметров системы может происходить вследствие многих причин (изменение характеристик среды, в которой функционирует система, износ работающих механизмов, изменение интенсивности потока отказов). Факторы, действующие на СМО, в ряде случаев могут существенно влиять на работу таких систем, а иногда приводить к их разбалансировке и вывода из ошибочного результата.

Поэтому актуальным является исследование поведения СМО, находящихся под действием таких факторов. Задачи, связанные со случайными возмущениями стохастических систем, рассматривались в работах А.Д. Вентцеля, И.И. Ежова, В.С. Королюка, А.Ф. Турбина.

Иногда приходится иметь дело с такими СМО, в которых изменение их основных характеристик может приводить к адекватному результату.

Важнейшей задачей теории случайных процессов и ее применений является нахождение условий, при выполнении которых наблюдается стабилизация изучаемого процесса.

В связи с этим возникает задача о выборе такой модели процесса, которая достаточно точно описывала реальную систему периодичности технического обслуживания кормоуборочных комбайнов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является разработка методов для исследования динамики поведения технических систем массового обслуживания в случае, когда характеристики этих систем изменяются во времени.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Объектом исследования являются системы массового обслуживания с переменными во времени характеристиками, анализ которых проводится с помощью дифференциальных уравнений Колмогорова. Предметом исследования являются математические модели систем массового обслуживания с параметрами, изменяющимися во времени, и условия их стабилизации.

СМО, с которыми приходится иметь дело на практике, подвергаются внешним воздействиям, что, как правило, меняются со временем. В работе основное внимание уделено исследованию указанных СМО. Построение математических моделей, которые бы достаточно точно описывали указанные реальные процессы, и их анализ является одной из основных целей диссертации.

Нахождение условий, при выполнении которых имеет место стабилизация процесса, также является основной задачей исследования конкретной технической системы, наделенного Марковским свойством. Поэтому одной из задач проведенных в данной работе исследований является построение математической модели процесса с характеристиками, изменяющихся во времени, и нахождение условий его стабилизации .

Исследуется многоканальная система массового обслуживания с отказами типа $M/M/n/0$, то есть система массового обслуживания с n однотипными обслуживающими комбайнами и отсутствующим очередь. В систему поступает пуассоновский поток заявок интенсивности λ, обслуживание на каждом комбайне экспоненциальное с параметром μ. Если хотя бы один комбайн свободен, то заявка, поступившая сразу же начинает обслуживаться этим исполнителем. Если же все исполнители заняты θ, то она покидает систему без обслуживания. Считается, что после каждого поступления заявки входящего потока на комбайн обслуживания возникает некоторое время восстановления комбайна, в течение которого заявки входящего потока не наблюдаются. Рассматривается случай, когда время восстановления комбайна – величина постоянная для каждого комбайна, и предполагается, что заявки, которые поступают в систему в течение этого времени, не вызывают его продолжение. Под состоянием исследуемой системы в момент времени t понимать число работающих в данный момент комбайнов. Состояния исследуемой системы рассматриваются сразу после поступления заявок на обслуживающие комбайны $t_1, t_2, \ldots, t_N$, то есть только в моменты времени. Через i обозначено число работающих комбайнов в момент t_i. Величины i образуют цепь Маркова. В работе были найдены переходные вероятности для состояний $1 \le i \le n$:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } j > i+1, \\ \dfrac{\rho}{\rho+1}, & \text{якщо } j = i+1, \\ \dfrac{\rho}{j-1+\upsilon} \cdot \left(\prod\limits_{k=j}^{i} \dfrac{k}{k+\rho} \right), & \text{якщо } 1 \le j \le i, \\ p_{n-1,j}, & \text{якщо } i = n, \end{cases}$$

где: $\rho = \lambda / \mu$ – пропускная способность системы .

Доказано, что предельные вероятности состояний системы выражаются формулами Эрланга:

$$p_i^* = \frac{\rho^{i-1}}{(i-1)!} \bigg/ \sum_{s=0}^{n-1} \frac{\rho^s}{s!}.$$

Построено оценку пропускной способности ρ системы. Эту оценку получено с помощью метода моментов. Для этого найдена асимптотическая дисперсия этой оценки:

$$N \cdot D\{\tilde{\rho}\} = N \cdot M\{\Delta\rho^2\} = \frac{N \cdot \mu^2 D\{B\}}{[f_n'(\rho)]^2}.$$

здесь

$$f_n'(\rho) = \frac{p_{n-1}^* - p_n^*(1-p_n^*)}{n} - \frac{1}{\rho^2},$$

$$N \cdot \mu^2 D\{B\} \sim \frac{1}{\rho^2} + \frac{p_n^*(2-p_n^*)}{n^2} + \frac{p_n^*}{n^2}(q_{nn} - 1).$$

Знание $N \cdot D\{\tilde{\rho}\}$ позволяет находить доверительные интервалы для $\tilde{\rho}$ - пропускной способности системы. Если $\tilde{\rho}$ есть асимптотически нормальной , то верное равенство:

$$\rho = \tilde{\rho} \pm g_\alpha \frac{\sqrt{N \cdot D\{\tilde{\rho}\}}}{\sqrt{N}}.$$

Описанный выше метод построения оценки входящего потока требований обобщен на случай входного потока с параметром $\lambda(t)$, зависящим от времени, и интенсивностью обработки требований μ, одинаковой для всех n каналов, при обслуживании требований в порядке поступления.

Часто имеет место случай, когда интенсивность входного потока испытывает быстрых изменений (осцилляций) во времени. При этом возникают ситуации, когда при приближении к некоторого фиксированного момента времени t_0 элементы инфинитезимального матрицы, описывающей процесс, испытывают быстрых осцилляций во времени. В этом случае при выполнении некоторых условий имеют место фокусировки или σ – фокусировки процесса. В первом из этих случаев за конечный промежуток времени, независимо от начального распределения, вероятности состояний процесса приобретают заданных значений, во втором случае вероятности состояний локализуются вблизи некоторых значений.

Изучен характер изменений вероятностей состояний СМО под влиянием быстро меняющихся во времени факторов. Попрежнему под состоянием СМО понимается число комбайнов.

Пусть n – число всех состояний СМО; $p_{ij}(s,t)$ – вероятности перехода с i в j за промежуток $[s,t)$; $p_j(s,t)$ – вероятность того, что система находится в момент времени t в состоянии j, в предположении, что ее эволюция началась в момент s .

Обозначим через $\Lambda(t) = \left\| \lambda_{ij}(t) \right\|$ инфинитезимального матрицу, определяет процесс, который происходит в СМО. Система дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова), описывающая эволюцию вероятностей состояний СМО, имеет вид:

$$p_j'(s,t) = \sum_{k=1}^{n} p_k(s,t)\lambda_{kj}(t), (j = \overline{1,n}),$$

или в векторной форме:

$$\overrightarrow{p'}(s,t) = \vec{p}(s,t)\Lambda(t).$$

Здесь $\vec{p}(s,t) = (p_1(s,t), \ldots, p_n(s,t))$, $p_i(s,t)\ (i = \overline{1,n})$ – вероятность того, что процесс, который начался в момент s, в момент времени t находиться в состоянии i.

Подчеркнем, что результаты численных экспериментов могут быть строго обоснованы. Было установлено, что каковы бы ни были начальное распределение вероятностей $\vec{p}(s_0)$, заданный в момент $t = s_0$, и числа

(ε_i, $\varepsilon_i > 0$, $i = \overline{1, n}$), вариации элементов $\lambda_{ij}(t)$ матрицы $\Lambda(t)$ на $[s_0, t_0)$ можно выбрать так, что при всех $t \in [s_0 + \delta, t_0]$ выполнены условия:

$$|\varphi_i(t) - p_i(t)| < \varepsilon_i, i = \overline{1, n}. \qquad (1)$$

Для СМО типа $M/M/n/0$ было исследовано поведение вектора распределения вероятностей $\vec{p}(s_0, t)$ при изменении t на $[0,1]$. Проведен следующий вычислительный эксперимент.

На $[0,1]$ было взято n точек t_i ($i = 1, 2, ..., n$). В моменты времени t_i элементы инфинитезимального матрицы процесса подвергались возмущений. Число n точек, в которых матрица подвергалась возмущений, было выбрано настолько большим, чтобы влиянием фоновой матрицы на процесс можно было пренебречь.

Численный эксперимент показал, что при соответствующем выборе возмущений в точках t_i на $[s_0 + \delta, t_0]$ будет иметь место (1). Были рассмотрены различные случаи расположения точек t_i на $[0,1]$. На рис. 1-3 показано поведение одной из компонент вектора распределения вероятностей на $[0,1]$.

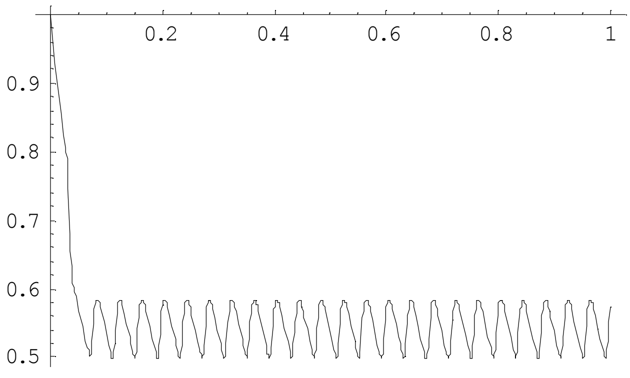

Рис. 1. График первой компоненты вектора распределения (количество возмущений $n = 25$)

Fig. 1. Schedule the first component of distribution (number of disturbances $n = 25$)

На рис. 1 приведен график изменения одной из компонент вектора $\vec{p}(s_0, t)$ при равномерном распределении точек t_i на $[0,1]$; на рис. 2 изображен график одной из компонент вектора распределения для случая, когда точки t_i сгущаются соответствии вблизи точек $t = 0.3$, $t = 0.6$, $t = 0.9$; на рис. 3 показаны результаты численного анализа для одной из компонент в случае, когда элементы инфинитезимального матрицы испытывают возмущений в моменты времени, расположены на $[0,1]$ случайным образом: предполагалось, что возмущения с номером i распределена на отрезке $\left[\frac{i}{n}, 1\right]$ равномерно.

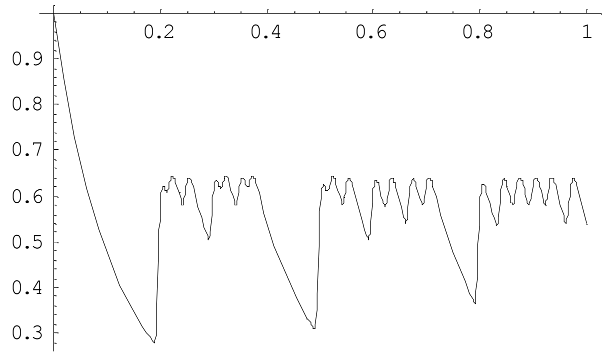

Рис. 2. График первой компоненты вектора распределения (количество возмущений и три точки сгущения $t = 0{,}3$, $t = 0{,}6$ и $t = 1$)

Fig. 2. Schedule the first component of distribution (number of disturbances and three cluster points $t = 0{,}3$, $t = 0{,}6$, and $t = 1$)

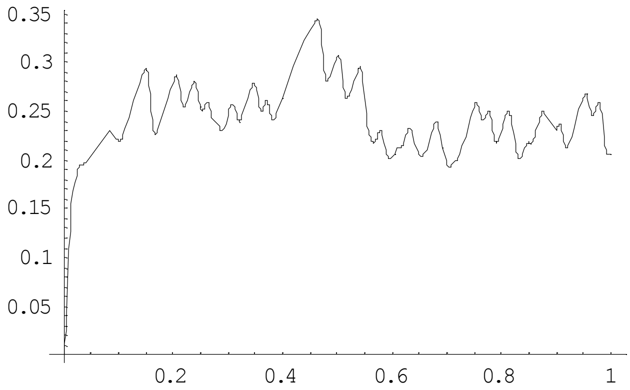

Рис. 3. График второй компоненты вектора распределения (количество возмущений $n = 40$)

Fig. 3. Schedule second components of distribution (number of disturbances n=40)

Проведен численный анализ для случая, когда параметры системы (количество комбайнов, их производительность, число заявок, циркулирующих в системе) изменяются во времени.

Для указанной СМО проведены исследования для таких случаев:

1. Характеристики всех комбайнов одинаковые, но в течение промежутка времени, исследуется, их число изменяется (увеличивается или уменьшается). Динамика поведения такой системы показана на графике (рис. 4). Из него видно, что перед изменением числа комбайнов в момент $t=7$ процесс стабилизируется. Изменение числа комбайнов при $t=7$ увеличила стабильность работы системы. Если работа СМО до какого-то момента τ стабилизировалась, то после изменения числа комбайнов в момент τ эта стабилизация будет нарушена. При этом, если при $t>\tau$ на систему влияют стабилизирующие факторы и изменение числа комбайнов время не происходит, то система через некоторое время попадает в зону стабильного режима. Стабильный режим будет действовать до тех пор, пока на СМО не начнут действовать какие-либо дестабилизирующие факторы. К ним, в частности, относится изменение числа комбайнов.

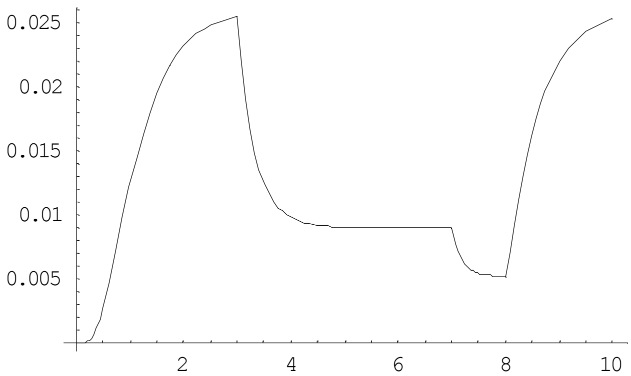

Рис. 4. График первой компоненты вектора распределения вероятностей

Fig. 4. Graph the first component of probability distribution

2. Интенсивности обработки требований μ_i $(i=1,...,n)$, входящих в СМО, разные. Построена математическая модель для этой системы в предположении, что ТО работает в определенном порядке (в порядке их нумерации): если заявка, поступившая в систему, застает k исполнителя занятыми (работают 1-й, 2-й, ... , $k-$й исполнители), то она будет обслуживаться $(k+1)-$им исполнителем. Для случая, когда в системе находятся n исполнителей, обслуживающих m заявок, инфинитезимального матрица процесса имеет вид:

$$[-m\lambda]_{1,1}, [m\lambda]_{1,2};$$

$$[\mu_1]_{2,1}, [-((m-1)\lambda+\mu_1)]_{2,2}, [(m-1)\lambda]_{2,3};$$

$$\left[\sum_{i=1}^{2}\mu_i\right]_{3,2}, \left[-((m-2)\lambda+\sum_{i=1}^{2}\mu_i)\right]_{3,3}, ;$$

$$[(m-2)\lambda]_{3,4}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\mu_i\right]_{n+1,n}, \left[-((m-n)\lambda+\sum_{i=1}^{n}\mu_i)\right]_{n+1,n+1}, ;$$

$$[(m-n)\lambda]_{n+1,n+2}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\mu_i\right]_{n+m,n+m-1}, \left[-\sum_{i=1}^{n}\mu_i\right]_{n+m,n+m}.$$

Поскольку указанная матрица сильно разрежена, для ее записи использована сокращенная форма: да запись $[(m-1)\lambda]_{2,3}$ означает, что элемент матрицы a_{23} равен $(m-1)\lambda$. Не выписаны элементы матрицы равны нулю.

Рассмотрен случай, когда часть исполнителей, входящих в СМО, обрабатывают заявки значительно быстрее, чем другие ее исполнители. Сделан численный анализ такой СМО. Из полученных данных следует: чем выше производительность исполнителей, которые вводятся в эксплуатацию, скорости обработки заявок которым значительно превосходят скорости обработки требований другими исполнителями, тем быстрее происходит стабилизация процесса.

3. Рассмотрен случай, когда характеристики всех комбайнов одинаковые, но интенсивность потока заявок, поступающих в систему, быстро меняется во времени. Проведен численный анализ, с помощью которого установлена связь между числом работающих исполнителей и характером изменения во времени интенсивности входного потока требований. Установлено, что стабилизация исследуемой СМО зависит от числа осцилляций интенсивности потока требований в единицу времени.

4. Число требований, циркулирующие в системе, меняется с течением времени. Эта задача решается с помощью дифференциальных уравнений Колмогорова, описывающих работу СМО с числом уравнений, меняется. На рис. 5,а и рис. 5,б изображены графики поведения системы для частных интер-

валов, на которых число требований в системе изменяется, соответственно $[t_i, t_{i+1}] = 0{,}1$ и $[t_i, t_{i+1}] = 2$.

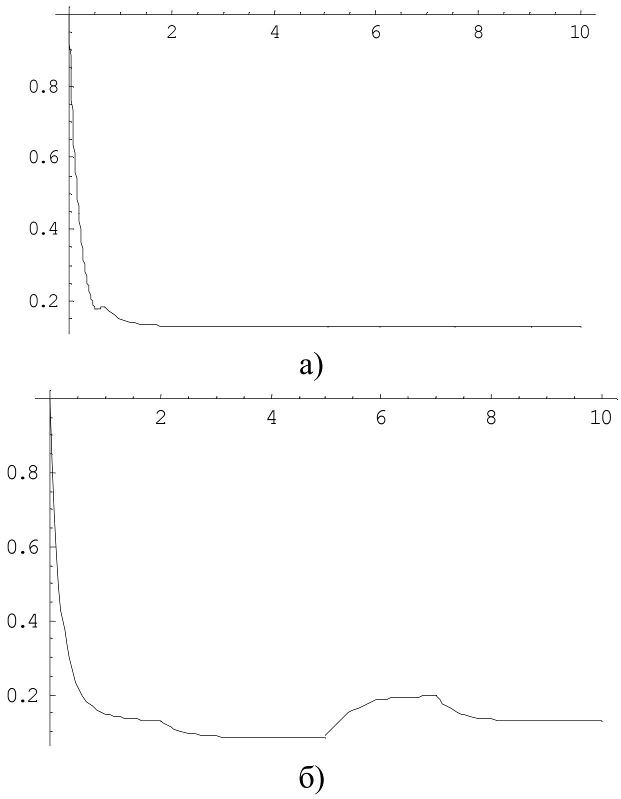

Рис. 5. Графики первой компоненты вектора распределения вероятностей

Fig. 5. Graphs first component of probability distribution

Результаты вычислительного эксперимента показали, что чем меньше промежутки времени, на которых происходят изменения числа требований, которые циркулируют в системе, тем стабильнее ее работа.

В таких СМО вероятности состояний системы можно вычислить, решая систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = -\lambda(t) p_0(t) + \mu(t) \sum\limits_{k=1}^{n} p_k(t), \\ \dfrac{dp_k}{dt} = -[\lambda(t) + \mu(t)] p_k(t) + \lambda(t) p_{k-1}(t),\ 1 \le k \le n-1, \\ \dfrac{dp_n}{dt} = -\mu(t) p_n(t) + \lambda(t) p_{n-1}(t). \end{cases} \quad (2)$$

где: $\lambda(t)$ – интенсивность входного потока, $\mu(t)$ – интенсивность обслуживания требований.

Инфинитезимальных матрица системы (2) содержит столбец, все элементы которого отличны от нуля. Предполагается, что на исследуемом промежутке времени $[s_0, t_0)$ все или часть элементов системы (2) под влиянием определенных внешних факторов быстро изменяются во времени. Проведен численный анализ такой СМО. Установлено, что для любого $t \in [s_0 + \delta, t_0]$ найдется возмущения $\delta\Lambda(t)$ такое, что в некоторой окрестности $o(t)$ точки t вектор решений возмущенной системы $\vec{p}(s,t) + \delta\vec{p}(s,t)$ будет удовлетворять (1). Из рис. 6 видно, что при большом количестве осцилляций входного потока требований, распределенных на малых промежутках времени с $[s_0, t_0)$, распределение исследуемой СМО стабилизируется (попадает ε-окрестность некоторой векторной кривой) за малый промежуток времени.

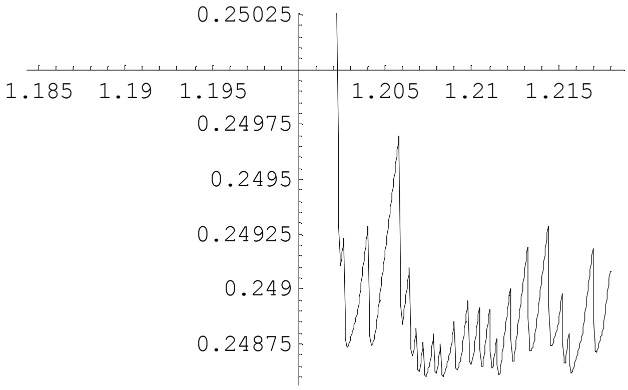

Рис. 6. График первой компоненты вектора распределения вероятностей

Fig. 6. Schedule the first component of probability distribution

Подчеркнем, что указанные осцилляции можно выбрать так, чтобы стабилизация СМО была реализована как угодно малый промежуток времени.

Построена математическая модель СМО с накопителями требований: проведены расчеты для случаев, когда объемы накопителей меняются с течением времени. Предполагается, что в начальный момент времени накопители имели разные объемы. Указанный случай исследован с помощью уравнений Колмогорова с переменным числом уравнений. Стабилизация процесса наблюдается только на частичных промежутках времени $[t_i, t_{i+1}]$, на которых количество уравнений не изменяется. Построена модель СМО, содержащий несколько накопителей различного объема. Предполагалось, что исполнитель обращается по заявкам к N накопителям. Интенсивность обращения к накопителю с номером i $(i = 1, 2, \ldots, N)$ равна λ_i. Длительность обслуживания исполнителем заявок из $i-$го накопителя – величина случайная, распределенная по показательному закону с параметром $\mu_i = \dfrac{1}{t_i}$, где t_i – среднее время обслуживания заявок из $i-$го накопителя. При этом в системе вводится приоритет для заявок каждого накопителя, по которому предоставляется право первоочередного обслуживания заявкам с накопителя, имеет меньший номер. То есть, если в момент поступления заявок из накопителя исполнитель обслуживает заявки из $j-$го накопителя, причем $j < i$, то требования по $i-$го накопителя замещаются поступившими заявками.

Нужно так организовать работу системы и выбрать последовательность приоритетов (пронумеровать накопители), чтобы в установившемся режиме максимизировать суммарную ценность всех полностью выполненных заявок в единицу времени, то есть максимизировать выражение:

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i \pi_i ,$$

где: π_i – вероятность полного обслуживания информации с $i-$го накопителя.

Поскольку заявки с каждого накопителя имеют одинаковую ценность, поэтому безразлично, из какого накопителя будут обслуживаться заявки, главное, чтобы вероятность полного обслуживания была максимальной. Система дифференциальных уравнений Колмогорова, описывающих вероятности состояний системы, запишется в виде:

$$\begin{cases} p_0^{'} = -\sum\limits_{i=1}^{N} \lambda_i p_0(t) + \sum\limits_{i=1}^{N} \mu_i p_i(t), \\ p_k^{'} = -(\lambda_k + \mu_k) p_k(t) + \lambda_k p_0(t) + \lambda_k \sum\limits_{i=k+1}^{N} p_i(t), \\ p_N^{'} = -(\lambda_N + \mu_N) p_N(t) + \lambda_N p_0(t), \end{cases}$$

где: $p_0(t)$ – вероятность того, что исполнитель свободен от обслуживания в момент времени t; $p_i(t)$ – вероятность того, что исполнитель в момент времени t занят обслуживанием заявок из $i-$го накопителя.

Задачи, подобные описанной, возникающих при обработке информации, когда управляющая программа осуществляет выбор порядка обслуживания информации.

Установлено, что независимо от интенсивностей обращения к накопителям право первоочередного обслуживания должна предоставляться заявкам с того накопителя, время обслуживания которых меньше (или интенсивность обслуживания больше). В этом случае количество выполненных требований за определенный промежуток времени будет максимальной.

Рассмотрен случай, когда на исследуемом отрезке интенсивность обращений к накопителю с первым номером испытывает быстрых изменений во времени. В этом случае инфинитезимального матрица, описывающая процесс, содержит столбец типа j_0. Численные расчеты показали, что при достаточно быстрых осцилляции интенсивности обращений к накопителю с первым номером стабильность работы системы не нарушается.

ВЫВОД

Работы, касающиеся идентификации систем массового обслуживания (оценки интенсивности входящего потока заявок по наблюдениям над функционированием СМО), в основном посвящены оценке параметров СМО по наблюдениям над исходным потоком заявок. Поэтому предложенный в работе метод идентификации СМО типа $M/M/n/0$, в котором есть время восстановления, по наблюдениям за моментами поступления требований на обслуживающие комбайны является новым. Кроме того, для данной системы найдены переходные и предельные вероятности количества работающих комбайнов, математическое ожидания продолжительности частичных интервалов между событиями потока требований, наблюдается, оценка пропускной способности системы и асимптотическая дисперсия этой оценки. Разработанный метод может использоваться для построения оценки интенсивности входящего потока по наблюдениям за моментами поступления требований на техническое обслуживание кормоуборочных комбайнов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Anatoliy Boyko. 2011: Teoreticheskiye issledovaniya nadezhnosti kukuruzouborochnoy tekhniki pri ispolzovanii rezervirovaniya / Anatoliy Boyko, Oleksandr Bondarenko, Kostyantyn Dumenko // Motoryzacia i energetyka rolnictwa. – Lublin. – Vol. 13A. – 131–138.
2. Boyko A.I. 2011: Issledovaniye nadezhno-sti kukuruzouborochnykh mashin pri ikh sta-renii, neizmennoy baze tekhnicheskogo obsluzhivaniya i ispolzovaniya passivnogo rezervirovaniya / A.I. Boyko, A.V. Bondarenko // Obshchegosudarstvennyy mezhvedomstvennyy nauchno-tekhnicheskiy sbornik KNTU, – Kirovograd. - Vypusk 41, chast 1. – 154–161.
3. Boyko A.I. 2013: Matematichne modelyuvannya sistemi «lyudina-mashina» pri nakopichenni vidmov/ A.I. Boyko, A.V. Novitskiy // Visnik KhNTUSG im. Petra Vasilenka. – Kharkiv, KhNTUSG. – Vip. 134. – 75–79.
4. Boyko A.I. 2011: Stokhasticheskoye modelirovaniye raboty pnevmomekhanicheskaya vysevayushchego apparata / A.I. Boyko, A.A. Bannyy // Nauchnyy vestnik NAU, seriya «Tekhnika i energetika APK» – K. – Vypusk 166, chast 1. – 112–118.
5. Boyko A.I. 2010: Ustanovleniye funktsii vosstanovleniya podsistem zernouborochnykh kombaynov v usloviyakh razvitiya sfery tekhnicheskogo obsluzhivaniya / A.I. Boyko, K.N. Dumenko // Vestnik LNAU. Agroinzhenernogo issledovaniya – Lvov. – T.1, № 14. – 12–20.
6. Boyko A.I. 2011: Vpliv operatora na nadiynist sistem «lyudina-mashina-seredovishche» (na prikladi zasobiv dlya prigotuvannya i rozdavannya kormiv) / A.I. Boyko, A.V. Novitskiy, Z.V. Ruzhilo, A.Z. Ruzhilo // KhNTUSG im. Petra Vasilenka. – Kharkiv, KhNTUSG. – Vip. 114. – 103–108.
7. Boyko A.I. 2012: Problemi zabezpechennya nadiynosti suchasnoi skladnoi silskogospodarskoi tekhniki / A.I. Boyko, O.V. Bondarenko // Visnik Vinnitskogo natsionalnogo agrarnogo universitetu. Seriya: Tekhnichni nauki. – Vinnitsya. – Vipusk 11 (66). – 307–311.
8. Venttsel Ye.S. 1972: Issledovaniye operatsiy / Ye.S. Venttsel. – M.: Sovetskoye radio. – 552.
9. Golinkevich T.A. 1976: Prikladnaya teoriya nadezhnosti / T.A. Golinkevich. – M. Vysshaya shkola. – 160.
10. Gumenyuk V.M. 2010: Nadezhnost i diagnostika elektrotekhnicheskikh sistem: Ucheb. posobiye dlya vuzov / V.M. Gumenyuk. – Vladivostok: Izd-vo Dalnevost. gos. tekhn. un-ta. – 218.
11. Dzherald Sandler. 1966: Tekhnika nadezhnosti sistem / S. Dzherald; per. s angl. A.L. Raykina // Seriya «Teoreticheskiye osnovy tekhnicheskoy kibernetiki». – M., «Mir». – 300.
12. Druzhinin G.V. 1977: Nadezhnost avtomatizirovannykh sistem / G.V. Druzhinin. Izd. 3-e pererab. i dop. - M., «Energiya». – 536.
13. Lekhman S.D. 2011: Metodologiya doslidzhennya nebezpechnikh protsesiv pri funktsionuvanni yergativnikh sistem agrarnogo virobnitstva / S.D. Lekhman, M.V. Panfilova // Tekhnika ta yenergetika APK: zbirnik naukovikh prats NUBiPU. – K.: NUBiPU. – Vip. 166, ch. 1. – S. 294–301.
14. Nadezhnost tekhnicheskikh sistem: Spravochnik. 1985: / Yu.K. Belyayev, V.A. Bogatirev, V.V. Bolotin i dr.; pod red. I.A. Ushakova. – M.: radio i svyaz. – 608.
15. Nechiporenko V.I. 1977: Strukturnyy analiz sistem (effektivnosti i nadezhnosti) / V.I. Nechiporenko. – M.: «Sovetskoye radio». – 211.
16. Raynshke K. 1979: Modeli nadezhnosti i chuvstvitelnosti sistem / K. Raynshke; per. s nem. B.A. Kozlova. – M., «Mir». – 454.
17. Rogovskiy I. 2012: Metodika prognozirovaniya ostatochnogo resursa mekhanizmov selskokhozyaystvennykh mashin \ I. Rogovskiy, O. Dubrovina // Motoryzacia i energetyka rolnictwa. – Lublin – Rzeszuw, Vol. 14 – No 3, 200-205.
18. Rogovskiy I.L. 2011: Vpliv pokaznikiv nadiynosti na periodichnist tekhnichnogo obslugovuvannya silskogospodarskikh mashin / I.L. Rogovskiy // Motrol, motoryzacia i energetyka rolnictwa motorization and power industry in agriculture. – Lublin. – Vol. 13B. – 92–97.
19. Ushakov A.I. 2008: Kurs teorii nadezhnosti sistem / A.I. Ushakov // M., DROFA. – 239.

20. Gennadiy Golub, Oleg Marus. 2011: Optimizatsiya parametriv mashin ta obladnannya // Motrol Motoryzacja i energetyka rolnictwa – Tom 13 B – Lublin. – 15–17.

FREQUENCY SYSTEM MAINTENANCE FORAGEHARVESTING COMBINES

Summary. The paper is devoted to mass service systems with fast variable in time characteristics. The $M/M/n/0$ many linear mass service system with renewal time of devices was investigated. Transition and limiting probabilities, average of distribution of times intervals between events of the observed stream of demands are founded for mentioned system. The estimation of capacity of system by method of moments is proposed.

Key words: system of mass of service, Markowski process, distribution, factors.