

**Wojciech SAS¹, Andrzej GLUCHOWSKI², Jacek BĄKOWSKI¹,
Alojzy SZYMAŃSKI²**

¹Laboratorium – Centrum Wodne, ²Katedra Geoinżynierii SGGW w Warszawie

¹Water Center Laboratory, ²Department of Geotechnical Engineering WULS – SGGW

Wyznaczenie współczynnika sprężystego równomiernego ucisku (C_u) za pomocą badań cCBR dla posadowienia obciążanego cyklicznie

Estimation of coefficient of elastic uniform compression (C_u) from cCBR test for cyclic loaded footing

Słowa kluczowe: cCBR, cykliczny moduł sprężystości (M_R), fundamenty przemysłowe, obciążenia cykliczne, model shakedown, współczynnik sprężystego równomiernego ucisku (C_u)

Key words: cCBR, resilient modulus (M_R), industrial footings, cyclic loading, shakedown model, coefficient of elastic uniform compression

Wprowadzenie

Budynki przemysłowe oraz hale produkcyjne posadowione na fundamentach bezpośrednich przenoszą często obciążenia cykliczne, które wpływają na interakcję podłoża gruntowego ze stopą fundamentową. Grunt, będąc ośrodkiem porowatym, w przeciwieństwie do takich materiałów, jak beton czy stal, charakteryzuje się innymi wła-

ściwościami mechanicznymi, które są zależne od składu granulometrycznego, wilgotności bądź historii obciążenia. Obciążenia cykliczne gruntu wpływają ponadto na przyspieszanie osiadania fundamentu w wyniku stopniowego przyrostu odkształceń plastycznych wraz z każdym cyklem obciążenia gruntu.

Poddany takim obciążeniom grunt zachowuje się w sposób nieliniowo sprężysto-plastyczny. Odkształcenia plastyczne gruntu w wyniku obciążeń cyklicznych będą zmniejszały się niemal do zera w wyniku powtarzalności cykli obciążenia, jednak całkowita wielkość odkształceń będzie rosła (Sas i Gluchowski 2013).

Eurokod 7 (PN-EN 1997-2: 2009) nie zajmuje się tematyką obciążeń cyklicznych. Jednak to obciążenia cykliczne są w mechanice materiałów powodem

zmęczenia materiału, któremu grunt także podlega (Bond i Harris 2008, Sas i Głuchowski 2013).

Posadowienia bezpośrednio, które mają przenosić obciążenie zmienne, często spotyka się w obiektach przemysłowych. Innym przykładem budowli obciążonej cyklicznie jest konstrukcja drogowa. Obciążenia o zmiennej amplitudzie i częstotliwości kontrastują jednak z obciążeniami o małych częstotliwościach i stałej amplitudzie zadawanych naprężeń, pochodzących na przykład od poruszającej się suwnicy w budynku przemysłowym. Pomimo tego nie zauważa się różnic w odkształceniu gruntu, wynikających z różnic częstotliwości bądź częstości obciążenia (O'Reilly i Brown 1991).

Korzystając z doświadczenia zdobytego przez badaczy związanych z budownictwem drogowym, można zastosować część przyjętych tam zasad do lepszego zrozumienia zachowania się gruntów w wyniku obciążeń cyklicznych. W przypadku budownictwa drogowego istotne są przemieszczenia pionowe, które mogą powodować zniszczenie konstrukcji. W przypadku fundamentu pod maszynę istotne jest przemieszczenie gruntu i fundamentu w przestrzeni.

Celem artykułu jest przedstawienie metody badania cyklicznego CBR (cCBR) dla uzyskania parametrów niezbędnych do obliczenia przemieszczeń stopy fundamentowej obciążonej w sposób cykliczny za pomocą modelu Barkana.

Przeгляд literatury

Fundament bezpośredni jest najczęściej stosowanym rodzajem posadowienia. W wyniku rozwoju przemysłu

warunki, jakie powinny wypełniać posadowienia, również ulegają zaostrzeniu. W przypadku fundamentów, które będą obciążane maszynami wywołującymi drgania przenoszone na grunt, zachodzi często potrzeba dokładnego określenia wielkości przemieszczeń.

W ostatnich latach badano wpływ obciążeń cyklicznych na zachowanie się fundamentu i podłoża. Dzięki temu opisano efekty tego zjawiska na podstawie teorii „shakedown”, która określa, że grunt może zareagować zarówno w sposób sprężysty, jak i może doznać nadmiernych odkształceń plastycznych i ostatecznie ulec zniszczeniu. Granica między tymi dwoma zachowaniami się gruntu pod cyklicznym obciążeniem jest nazywana „shakedown load”. Wykonane badania (Werkmeister 2001, Tao i in. 2010) doprowadziły do następującej kategoryzacji zachowań gruntów:

- grunt odpowiada na obciążenia cykliczne skończoną wielkością odkształceń plastycznych i staje się sprężysty po zakończeniu wstępnego zagęszczenia,
- wielkość odkształceń plastycznych wraz z początkowymi cyklami obciążania zmniejsza się natychmiastowo w wyniku czego udział odkształceń plastycznych w kolejnym, pojedynczym cyklu jest minimalny,
- odkształcenia plastyczne zmniejszają się wraz z kolejnymi cyklami bardzo powoli, jednak nadal akumulują się, powodując ostatecznie zniszczenie struktury gruntu.

W celu prognozy możliwych odkształceń wynikających z obciążeń cyklicznych stosuje się różnego rodzaju modele obliczeniowe, które opierają się na teorii sprężystości i plastyczności.

Jedną z metod obliczenia przemieszczenia stopy fundamentu jest metoda zaproponowana przez Barkana (Srinivasulu i Vaidyanathan 1990). Grunt przyjmuje się jako klasyczną sprężynę poddaną drganiom pochodzącym z bloku betonowego. Na rysunku 1 przedstawiono model przemieszczenia stopy fundamentowej w wyniku obciążeń zadawanych cyklicznie.

Model zakłada, że stopa fundamentowa o masie m i powierzchni A_t jest poddana działaniu cyklicznych obciążeń $P_z(t)$, $P_x(t)$ oraz momentowi $M_y(t)$, gdzie t jest parametrem czasu. Osie układu współrzędnych przechodzą w punkcie środka ciężkości G . Punkt G znajduje się na wysokości S od powierzchni kontaktu stopy fundamentowej ze sprężystym ośrodkiem gruntowym. Aby wyznaczyć przemieszczenia, przyjmuje się K_z , K_x , i K_{θ_y} jako sztywność sprężystego podłoża w kierunkach odpowiednio: pionowego ściskania, poziomego odkształcenia postaciowego i opór przed obrotem wzglę-

dem osi y . Ponadto φ_v (niewidoczny na rysunku 1) jest momentem bezwładności stopy fundamentowej względem osi y . Wtedy x , z oraz θ_y są kolejno przemieszczeniami względem osi x , z oraz obrotem względem osi y .

Na podstawie powyższych założeń można obliczyć ruch stopy fundamentowej w kierunkach (Srinivasulu i Vaidyanathan 1990):

– pionowym

$$m\ddot{z} + K_z z = P_z(t) \quad (1)$$

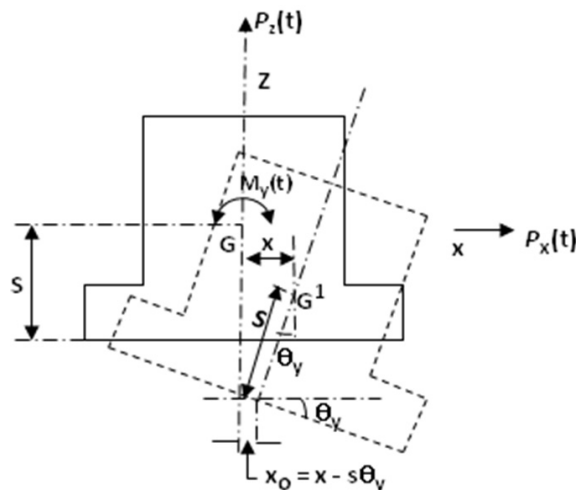
– poziomym

$$m\ddot{x} + K_x(x - S\theta_y) = P_x(t) \quad (2)$$

– obrotowym

$$\varphi_v \ddot{\theta} - K_x S x + (K_{\theta_y} - WS + K_x S^2)\theta_y = M_y(t) \quad (3)$$

Składowe sztywności w odpowiednich kierunkach (K_z , K_x , i K_{θ_y}) wyznacza się na podstawie następujących wzorów (Chowdhury i Dasgupta 2009):



RYSUNEK 1. Schemat modelu przemieszczenia stopy fundamentowej od obciążeń cyklicznych
 FIGURE 1. Schema of footing displacement model from cyclic loading

$$K_z = C_u A_t; \quad K_x = C_x A_t; \\ K_{\theta v} = C_{\theta v} I_x \text{ albo } y \quad (4)$$

gdzie: I_x albo y drugi moment o horyzontalnym położeniu, przechodzący przez środek układu, będący normalną do osi obrotu.

Wartości C_u , C_x , $C_{\theta v}$, (odpowiednio C_z , C_x , C_{ϕ} , według PN-80/B-03040) należy wyznaczyć laboratoryjnie. Ze względu na łatwość wykonania badania określającego wartość współczynnika sprężystego równomiernego ucisku (C_u) wyznaczono relacje między innymi stałymi (dla dużych fundamentów $> 50 \text{ m}^2$):

– współczynnik sprężystego nierównomiernego ucisku $C_{\theta v} = 2C_u$ (5)

– współczynnik sprężystego równomiernego ścinania $C_x = 0,5C_u$ (6)

Aby określić wartość stałej C_u należy przeprowadzić badanie ściskania gruntu, na przykład metodą trójosiowego ściskania. Stałą jednorodnego sprężystego ściskania opisuje się następującym wzorem:

$$C_u = 1,13 \frac{E}{(1 - \nu^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{A_f}} \quad (7)$$

gdzie:

E – moduł Younga,

ν – współczynnik Poissona, wyznaczoney za pomocą badań ściskania próbki gruntu.

Powyższa metoda obliczeń jest wykorzystywana w projektowaniu fundamentów przemysłowych, jednak badanie cyklicznego obciążania fundamentem, które pozwala na wyznaczenie tego parametru, nie jest do końca zoptymalizowane i znormalizowane. W artykule przedstawiono sposoby wyznaczenia wartości C_u za pomocą badań cyklicznego CBR.

Charakterystyka materiału badawczego

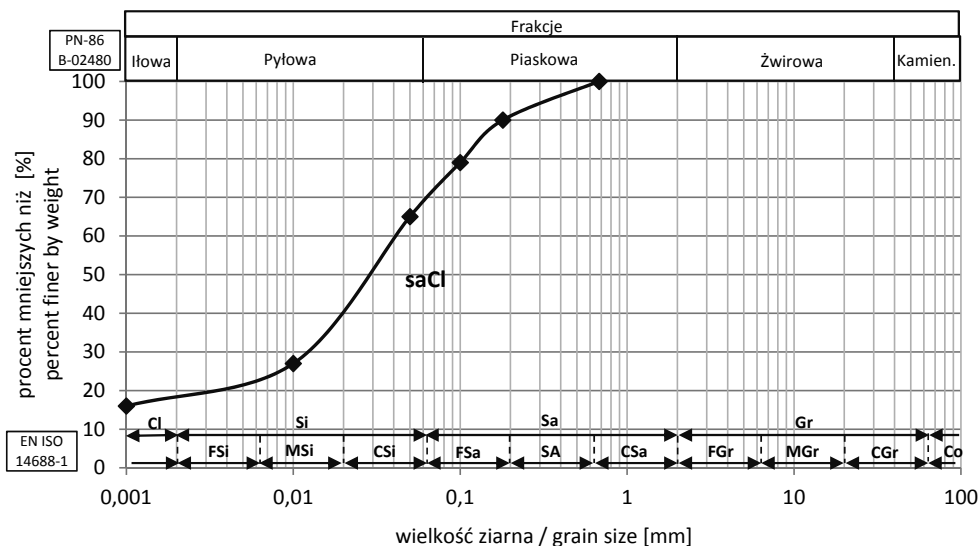
Grunt zastosowany do wyznaczenia parametru C_u został poddany badaniom laboratoryjnym w celu określenia jego składu granulometrycznego według PKN-CEN ISO/TS 17892-4 oraz parametrów zagęszczenia według PN-88/B-04481. Na podstawie wyników analizy uziarnienia (rys. 2) grunt ten można określić jako ilt piaszczysty o symbolu saCl (PN-EN ISO 14688-2).

Według standardowej próby Proctora wykonanej zgodnie z metodą I (PN-88/B-04481) uzyskano przy wilgotności optymalnej $w_{\text{opt}} = 10,3\%$, maksymalną gęstość objętościową szkieletu gruntowego $\rho_{ds} = 2,175 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Wyniki badań przedstawiono na rysunku 3.

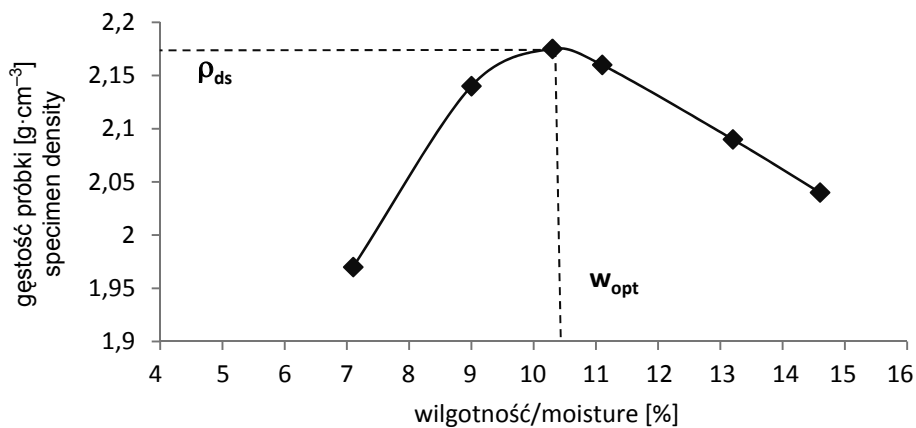
Badanie wyznaczenia współczynnika C_u iltu piaszczystego na próbkach odtwarzanych przy wilgotności optymalnej z próby Proctora przeprowadzono w standardowym cylindrze CBR z wykorzystaniem układu mechanicznego obciążania cyklicznego aparatu trójosiowego (cCBR). Badanie cCBR wykonano zgodnie z procedurą opisaną w pracach Sas i Głuchowskiego (2012) oraz Sas i in. (2012).

Analiza wyników badań

Wyniki badań cyklicznego CBR przedstawiono na rysunkach 4 i 5. W wyniku cyklicznego obciążania próbki gruntu stałą siłą wynoszącą 3,9 kN (maksymalna wartość uzyskana ze standardowego badania CBR przy zagłębieniu 2,54 mm – etap pierwszy cCBR), po 50 cyklach uzyskano przemieszczenie tłoka



RYSUNEK 2. Krzywa uziarnienia badanego gruntu
 FIGURE 2. Gradation curve of tested soil

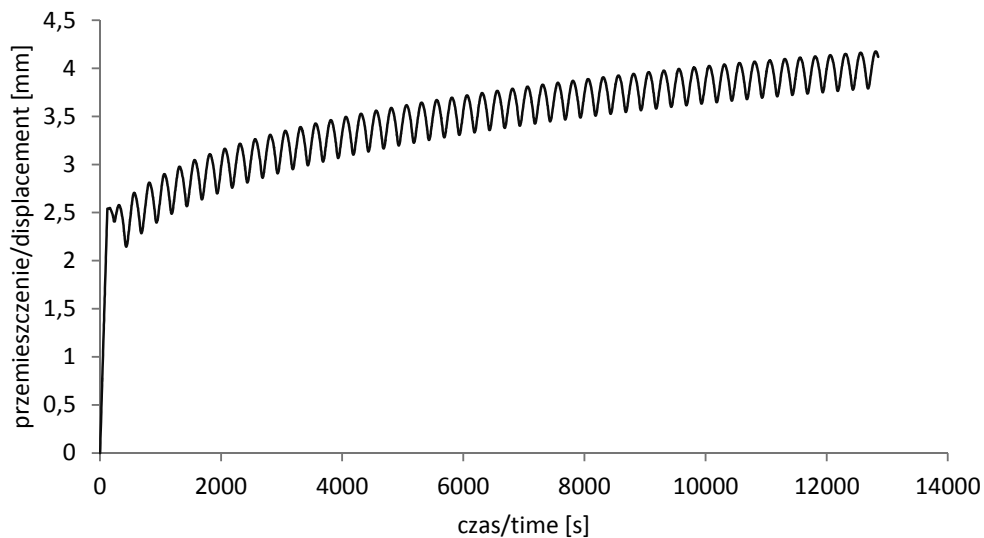


RYSUNEK 3. Wyniki badań wilgotności optymalnej gruntu metodą Proctora
 FIGURE 3. Results of Proctor test on tested soil

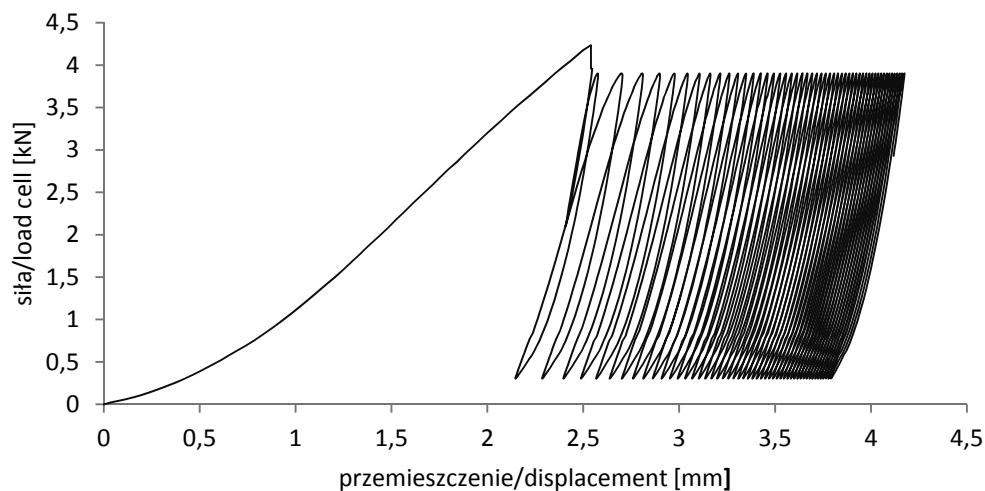
w próbce o 4,17 mm w stosunku do wartości początkowej. Pierwsze obciążenie próbki wykonane do głębokości 2,54 mm oznacza to, że powierzchnia gruntu w wyniku kolejnych 49 cykli zagłębiła się o 1,63 mm. Na rysunku 5 przedsta-

wiono wyniki badania cCBR w układzie siła-przemieszczenie.

Na rysunku 4 przedstawiono kolejne cykle przemieszczeń wynikające z cyklicznego obciążania. W pierwszych cyklach grunt poddaje się całkowicie zada-



RYСУNEK 4. Wykres zależności przemieszczenia w czasie z badania cCBR
 FIGURE 4. Plot of displacement against time from cCBR test



RYСУNEK 5. Wykres zależności siły od przemieszczenia z badania cCBR
 FIGURE 5. Plot of load against displacement from cCBR test

nej sile, a odkształcenia sprężyste mają niewielki udział. Wraz z kolejnymi seriami obciążania próbki udział odkształceń sprężystych zwiększa się. W celu obliczenia wartości C_u , zgodnie z literaturą, należy wyznaczyć moduł Younga.

Jednak dla gruntu przedstawionego na rysunkach 4 i 5 wartości E nie powinno się wyznaczać ze względu na nieliniową sprężystość gruntu. W metodzie Barkana, która przyjmuje grunt jako ośrodek sprężysty, moduł sprężystości powinien

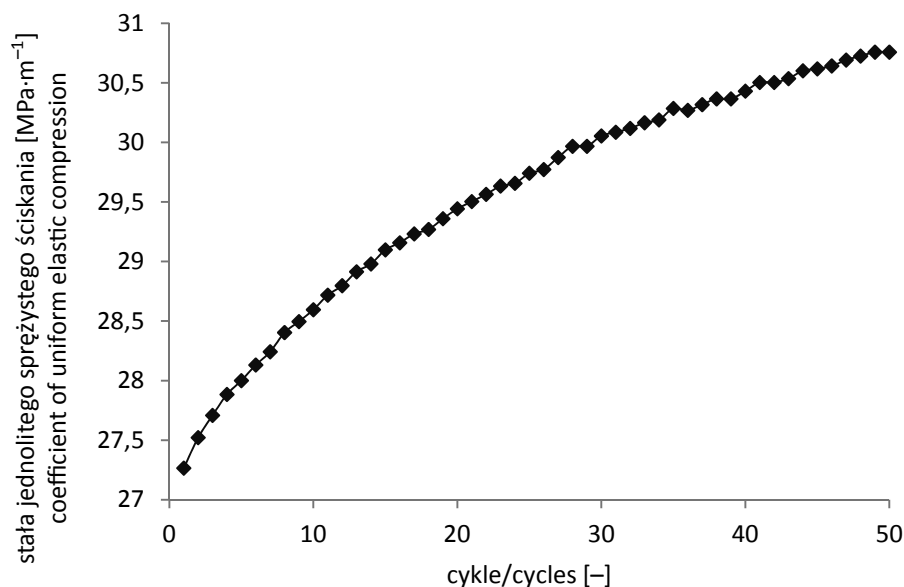
odpowiadać warunkom zbliżonym jak najbardziej do sprężystej odpowiedzi gruntu.

W budownictwie drogowym jako charakterystykę obciążeń cyklicznych wykorzystuje się cykliczny moduł sprężystości (M_R), który jest wartością obliczaną jako stosunek naprężenia (σ) do odkształcenia (ε) w chwili uzyskania pełnej sprężystej odpowiedzi gruntu na zadawane obciążenie. Jest to moduł sprężystości nieliniowej, gdzie materiał nie odkształca się w sposób liniowy, jednak odkształcenie po kilkudziesięciu cyklach ma charakter sprężysty. W rzeczywistości osiągnięcie takiego stanu jest trudne, a nawet zgodnie z teorią „shakedown” – w niektórych przypadkach niemożliwe. Dlatego praktycznie oblicza się wartość M_R dla odkształceń, w których odkształcenie plastyczne jest mniejsze niż 3%.

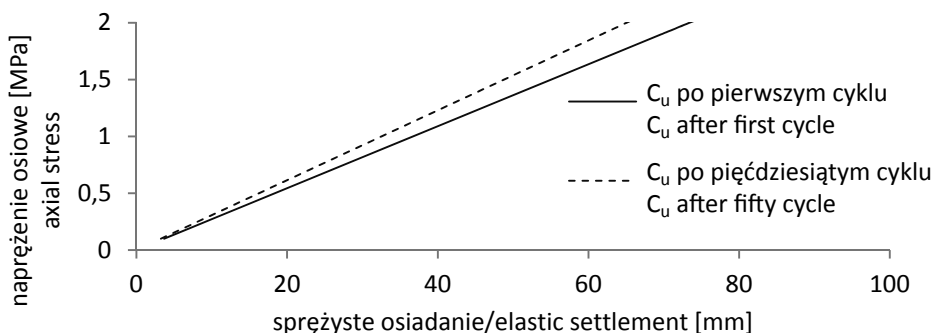
Wartości C_u obliczone na podstawie wzoru (7) przedstawiono na rysunku 6. Dla pierwszego i ostatniego cyklu wynosiły one kolejno 27,26 i 30,76 MPa·m⁻¹. Dla pierwszego cyklu do obliczenia wartości C_u przyjęto moduł Younga, który wynosił 852,67 MPa. Dla cyklu 50 przyjęto wartość M_R wynoszącą 961,67 MPa. Zgodnie z definicją współczynnika sprężystego równomiernego ucisku jest to stosunek naprężenia (σ) do sprężystego odprężenia (ε_e) po odjęciu przyłożonego naprężenia (Tafreshi i Mehrjardi 2011):

$$C_u = \frac{\sigma}{\varepsilon_e} \quad (8)$$

Na rysunku 7 przedstawiono zakładaną sprężystą odpowiedź podłoża na podstawie obliczonych wartości C_u z badania cCBR dla wyników z pierwszego (moduł Younga, E) i 50. cyklu (cyklicz-



RYSUNEK 6. Wykres stałej jednolitego sprężystego ściskania w kolejnych cyklach obciążania próbek
 FIGURE 6. Plot of coefficient of elastic uniform compression in followed load cycles



RYSUNEK 7. Wykres zmiany osiadania sprężystego od przyłożonego naprężenia dla różnych cykli obciążenia

FIGURE 7. Plot of axial stress against elastic settlement in various cycle

ny moduł sprężystości, M_R) na podstawie wzoru (8). W przypadku wystąpienia naprężenia osiowego o wielkości 0,1 MPa dla pierwszego cyklu obciążenia sprężysta odpowiedź wyniesie 3,67 mm, a dla pięćdziesiątego cyklu – 3,25 mm. Dla małych naprężeń różnica ta jest niewielka, jednak dla 1 MPa sprężysta odpowiedź wyniesie kolejno 36,7 i 32,5 mm. Oznacza to, że przyjmując moduł Younga jako wyjściowy do obliczeń wartości C_u , otrzyma się większe wartości sprężystej odpowiedzi gruntu. Przyjmując do dalszych obliczeń cykliczny moduł sprężystości (M_R), otrzymuje się wartości mniejsze. Jest to jednak błędne założenie. Moduł Younga zakłada stałą wartość sprężystej odpowiedzi gruntu na zadawane obciążenie, która w rzeczywistości będzie się zmniejszać do wartości obliczonej na podstawie M_R . Różnicę między tymi wartościami należy traktować jako odkształcenia plastyczne, które dla naprężenia o wielkości 1 MPa przyjmą wartość różnicy między pierwszym a 50. cyklem, czyli w tym przypadku wyniosić ona będzie 4,2 mm.

Wnioski

Obciążenia cykliczne są istotnym elementem zmiany właściwości mechanicznych gruntów. Początkowe wzmocnienie obserwowane w wyniku wzrostu wartości cyklicznego modułu sprężystości (M_R) może, zgodnie z teorią „shakedown”, doprowadzić do utraty tych właściwości.

W wyniku przeprowadzonych badań i analizy wyników można sformułować następujące wnioski:

1. Metodę Barkana można stosować dla gruntów wykazujących nieliniową sprężystość, w której wielkość odkształceń plastycznych nie przekracza 3% odkształceń całkowitych.

2. Teoria „shakedown” dla gruntów obciążanych cyklicznie potwierdza konieczność uwzględnienia tego rodzaju obciążeń w projektowaniu geotechnicznym.

3. Stała jednolitego sprężystego ściskania (C_u) jest parametrem łatwym do wyznaczenia, jednak sposób wyznaczenia musi zostać znormalizowany

w celu udostępnienia jej dla zastosowania inżynierskiego.

4. Badanie cCBR jest metodą, dzięki której można określić wielkość stałej jednolitego sprężystego ściskania (C_u).

5. Zastosowanie modułu Younga do wyznaczenia C_u jest nieadekwatne do rodzaju zachowania się gruntu w wyniku cyklicznego obciążenia.

6. Cykliczny moduł sprężystości (M_R) odpowiada warunkom sprężystej odpowiedzi gruntu na zadawane cyklicznie obciążenie, przez co jest bardziej wiarygodnym współczynnikiem mechanicznym niż wspomniany moduł Younga (E).

7. Dla projektowania fundamentów obciążonych cyklicznie zaleca się stosowanie wartości współczynników i modułów odpowiadających tego rodzaju obciążeniom, czyli w tym przypadku metody Barkana oraz cyklicznego modułu sprężystości (M_R).

Literatura

- BOND A., HARRIS A. 2008: Decoding Eurocode 7. Taylor and Francis, London.
- O'REILLY M.P., BROWN S.F. 1991: Cyclic loading of soils. Blackie and Son, London.
- PKN-CEN ISO/TS 17892-4: 2009. Badania geotechniczne. Badania laboratoryjne gruntów. Część 4: Oznaczenie składu granulometrycznego.
- PN-80/B-0304 Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny.
- PN-88/B-04481 Grunty budowlane. Badania próbek gruntu.
- PN-EN 1997-2:2009. Eurokod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 2: Rozpoznawanie i badanie podłoża gruntowego.
- PN-EN ISO 14688-2:2006. Badania geotechniczne. Oznaczanie i klasyfikowanie gruntów. Część 2: Zasady klasyfikowania.
- SAS W., GŁUCHOWSKI A. 2012: Metodyka wyznaczania modułów sprężystości (E i M_R)

na podstawie badania CBR pod obciążeniem cyklicznym. *Przegląd Naukowy – Inżynieria i Kształtowanie Środowiska* 57: 171–181.

- SAS W., GŁUCHOWSKI A. 2013: Application of cyclic CBR test to approximation of subgrade displacement in road pavement. *Acta Scientiarum Polonorum, Architectura* 12: 51–61.
- SAS W., GŁUCHOWSKI A., SZYMAŃSKI A. 2012: Determination of Resilient modulus M_R for the lime stabilized clay obtained from the repeated loading CBR test. *Annals of Warsaw University of Life Sciences* 44: 143–153.
- SRINIVASULU P., VAIDYANATHAN C.V. 1990: Handbook of Machine Foundations. Tata McGraw-Hill, New Delhi.
- TAFRESHI S.N.M., MEHRJARDI G.T. 2011: Experimental and numerical investigation on circular footing subjected to incremental cyclic loads. *International Journal of Civil Engineering* 9 (4): 265–274.
- TAO M., MOHAMMAD L.N., NAZZAL M.D., ZHANG Z., WU Z. 2010: Application of Shakedown Theory in characterizing traditional and recycled pavement base materials. *Journal of Transportation Engineering* 136 (3): 214–222.
- WERKMEISTER S. 2001: Permanent deformation behaviour of granular materials and the shakedown theory. *Journal of Transportation Research Board* 1757: 75–81.

Streszczenie

Wyznaczenie współczynnika równomiernego sprężystego ucisku (C_u) za pomocą badań cCBR dla posadowienia obciążanego cyklicznie. W artykule przedstawiono zagrożenia płynące z nieuwzględnienia przez autorów Eurokodu 7 obciążeń cyklicznych jako możliwego powodu osłabienia bądź utracenia właściwości mechanicznych, jakie posiadał pierwotnie grunt znajdujący się bezpośrednio pod stopą fundamentową. Ponadto zaprezentowano kilka istniejących modeli zachowania się gruntu obciążanego cyklicznie w tym model „shakedown” oraz zaproponowany przez Barka-

na model gruntu, za którego pomocą oblicza się ruch fundamentu w wyniku pracy maszyn. Model Barkana opiera się na stałych ściskania i ścinania, które można obliczyć na podstawie wartości stałej jednostajnego sprężystego ściskania (C_u). Aby otrzymać tę wartość, należy określić wielkość modułu Younga. Model Barkana przedstawia grunt jako sprężynę. Zgodnie z tym założeniem autorzy proponują zamianę wartości modułu E na wartość cyklicznego modułu sprężystości (M_R), który można otrzymać z badań cyklicznego CBR.

sented. “Shakedown” and Brakan’s models which describe behavior of soil under cyclic loading was presented as example of behavior which soils perform during numerous of load. Barkan’s model base on constants of compression and shear which can obtain by coefficient of elastic uniform compression (C_u). Way to define C_u constant based on Young modulus. Barkan’s model describe soil as spring and by this cause authors of this paper propose change of Young modulus E equivalent to resilient modulus M_R which can be obtain from cCBR test.

Summary

Estimation of coefficient of elastic uniform compression (C_u) from cCBR test for cyclic loaded footing. In this paper threats from negligence of cyclic loading on footings by authors of Eurocode 7 as cause of weakness or loss mechanical properties was pre-

Authors’ address:

Wojciech Sas
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska
Laboratorium – Centrum Wodne
ul. Nowoursynowska 159, 02-787 Warszawa
Poland
e-mail: wojciech_sas@sggw.pl