

RYSZARD POZNAŃSKI

Zmodyfikowane formuły matematyczne metod regulacji EBSA i PEREAL

Модифицированные формулы математических методов регуляции EBSA и PEREAL

Modified mathematical formulae for EBSA and PEREAL regulation
methods

1. WSTĘP

W piśmiennictwie leśnym Niemieckiej Republiki Demokratycznej opublikowano ostatnio dwie nowe metody regulacji rozmiaru użytkowania rębego zaszyfrowane pod kryptogramami EBSA i PEREAL (1, 4).

Kryptogramy te utworzono z początkowych liter lub sylab oryginalnych nazw. EBSA (Ertragsregelung auf der Basis einer Sukzessiven Approximation an das Optimum) oznacza metodę regulacji na bazie stopniowego zbliżenia do optimum, natomiast PEREAL (Periodische Regulierung der Alterstruktur) metodę okresowej regulacji struktury wiekowej.

Obydwie te metody są wdrażane do praktyki gospodarczej NRD z pełnym wykorzystaniem elektronicznej techniki obliczeniowej, co pod względem technicznym stawia je w rzędzie najbardziej nowoczesnych. Stanowi to zapewne dostatecznie ważny powód, aby zainteresować nimi szerzej polską naukę i praktykę gospodarczą.

Droga do poznania metod EBSA i PEREAL prowadzi przez znajomość formuł matematycznych i praktyczną umiejętność ich wykorzystania do regulacji rozmiaru użytkowania rębego w gospodarstwach lub obrębach zrębowego sposobu zagospodarowania. Wydaje się więc konieczne podjęcie prób przedstawienia tych metod w postaci takich wzorów matematycznych, które pozwoliłyby na łatwe i praktyczne ich zastosowanie w warunkach polskich.

Istnieją jednakże dość poważne przyczyny, które utrudniają zaadaptowanie oryginalnych wersji obu metod i wykorzystanie ich do celów badawczych i praktycznych. Zasadniczym powodem tych utrudnień jest to, że w cytowanych niemieckich artykułach przedstawiono przeważnie przykłady obliczenia etatów a dla metody EBSA nie podano syntetycznych wzorów. Formuły matematyczne dla metod PEREAL opracowano natomiast w matematycznie niejednolity sposób.

Istnieje zatem potrzeba opracowania syntetycznych formuł matematycznych dla obu metod, jak również dokonania przy tym pewnej modyfikacji użytej symboliki celem dostosowania jej do polskich opracowań z zakresu regulacji.

Zakłada się, że przy zestawianiu tabeli klas wieku przyjęte zostaną przedziały klas wieku: 1—10 lat, 11—20, ..., a więc inne niż w oryginalnych niemieckich opracowaniach, w których stosuje się przedziały: 0—9 lat, 10—19, 20—29 itd. Ponadto do obliczeń przyjęte zostaną frakcje klas wieku i średnie zasobności w klasach wieku a nie ich powierzchnie i zapas. Ma to tę zaletę, że przyjęcie do obliczeń wielkości względnych powoduje, iż etaty powierzchniowe i miąższościowe podaje się na 1 ha i 10 lat, a więc w wielkościach porównywalnych dla zbioru wielu obrębów bez względu na ich obszar i reprezentowany zapas.

Opracowanie syntetycznych formuł matematycznych dla metod regulacji EBSA i PEREAL oraz ich weryfikacja na przykładzie wybranego obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania jest celem niniejszej pracy.

2. ZAŁOŻENIA METODYCZNE ORAZ SPOSÓB ZESTAWIENIA TABELI KLAS WIEKU DO CELÓW REGULACJI ROZMIARU UŻYTKOWANIA RĘBNEGO METODAMI EBSA i PEREAL

Założenia metodyczne dla metod EBSA i PEREAL są wspólne, a ująć je można w trzy zasadnicze tezy.

1. Przedmiotem regulacji jest gospodarstwo (lub obręb) w zrębowym sposobie zagospodarowania.

2. Czasowy zakres regulacji obejmuje jedną do dwóch kolei rębności.

3. Podstawę obliczeń stanowi tabela klas wieku zestawiona w NRD przy pomocy elektronicznej maszyny cyfrowej.

Do zestawienia tabeli klas wieku trzeba w pierwszej kolejności ustalić prawidłową liczbę dziesięcioletnich klas wieku, a następnie przypisać każdej z nich odpowiednią powierzchnię i zapas.

Prawidłowa liczba dziesięcioletnich klas wieku zależy od kolei rębności, liczbę tę można obliczyć wzorem:

$$k = \frac{1}{m} r \quad 2.1.$$

gdzie k oznacza liczbę dziesięcioletnich klas wieku, m szerokość klasy wieku, r kolej rębności.

Z kolei z planu urządzania gospodarstwa leśnego należy wynotować powierzchnię i zapas dziesięcioletnich klas wieku oraz obliczyć odpowiednią frakcję każdej klasy wieku, dzieląc powierzchnię wszystkich drzewostanów tej klasy wieku przez całkowitą powierzchnię obrębu, oraz średnią zasobność każdej klasy wieku, dzieląc zapas wszystkich drzewostanów tej klasy wieku przez powierzchnię wszystkich drzewostanów tej klasy.

W ten sposób zestawiona tabela klas wieku zawiera materiał liczbowy wystarczający do obliczenia rozmiaru użytkowania rębne metodami EBSA i PEREAL (por. tab. 1) (2).

Tabela klas wieku dla obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania
ze 100-letnią kolejną rębności

Numer klasy wieku	Rozpiętość klasy wieku	Średni wiek klasy	Powierzchnia w ha	Zapaw w m ³	Frakcja	Średnia zasobność w m ³ /ha
j	m	a _j	P _j	V _j	p _j	v _j
1	1—10	5	156,64	70	0,050	0
2	11—20	15	252,31	1 565	0,081	6
3	21—30	25	450,21	47 515	0,145	106
4	31—40	35	689,45	125 285	0,223	182
5	41—50	45	280,61	68 360	0,091	244
6	51—60	55	225,25	59 165	0,073	263
7	61—70	65	348,49	121 525	0,113	349
8	71—80	75	422,59	149 680	0,137	354
9	81—90	85	108,11	41 410	0,035	383
10	91 i wyż.	95	160,28	60 765	0,052	379
Razem	—	—	3093,94	675 340	1,000	—

3. REGULACJA ROZMIARU UŻYTKOWANIA RĘBNEGO METODĄ EBSA

3.1. Sposób obliczania etatu powierzchniowego metodą EBSA

Powierzchniowy rozmiar użytkowania rębego metodą EBSA oblicza się na 10 lat wzorem:

$$E_p(\text{EBSA}) = \frac{1}{k} \sum_{s=1}^k \frac{1}{k-s+1} \sum_{j=1}^k p_j \quad 3.1.1$$

(w ha/1 ha i 10 lat)

gdzie j oznacza numer dziesięcioletniej klasy wieku, k numer ostatniej klasy wieku (a zatem j=1, 2, 3,..., k), p_j oznacza frakcję klasy wieku o numerze j, s numer wyróżnionej klasy wieku, uwarunkowany kolejnością obliczeń składowych etatu i zmieniający się od 1 do k (oczywiste jest, że 1 ≤ s ≤ k), ponadto czynnik ten wpływa na wyrównanie drzewostanów w klasach wieku.

Wzór 3.1.1. można także rozpisać w następujący sposób:

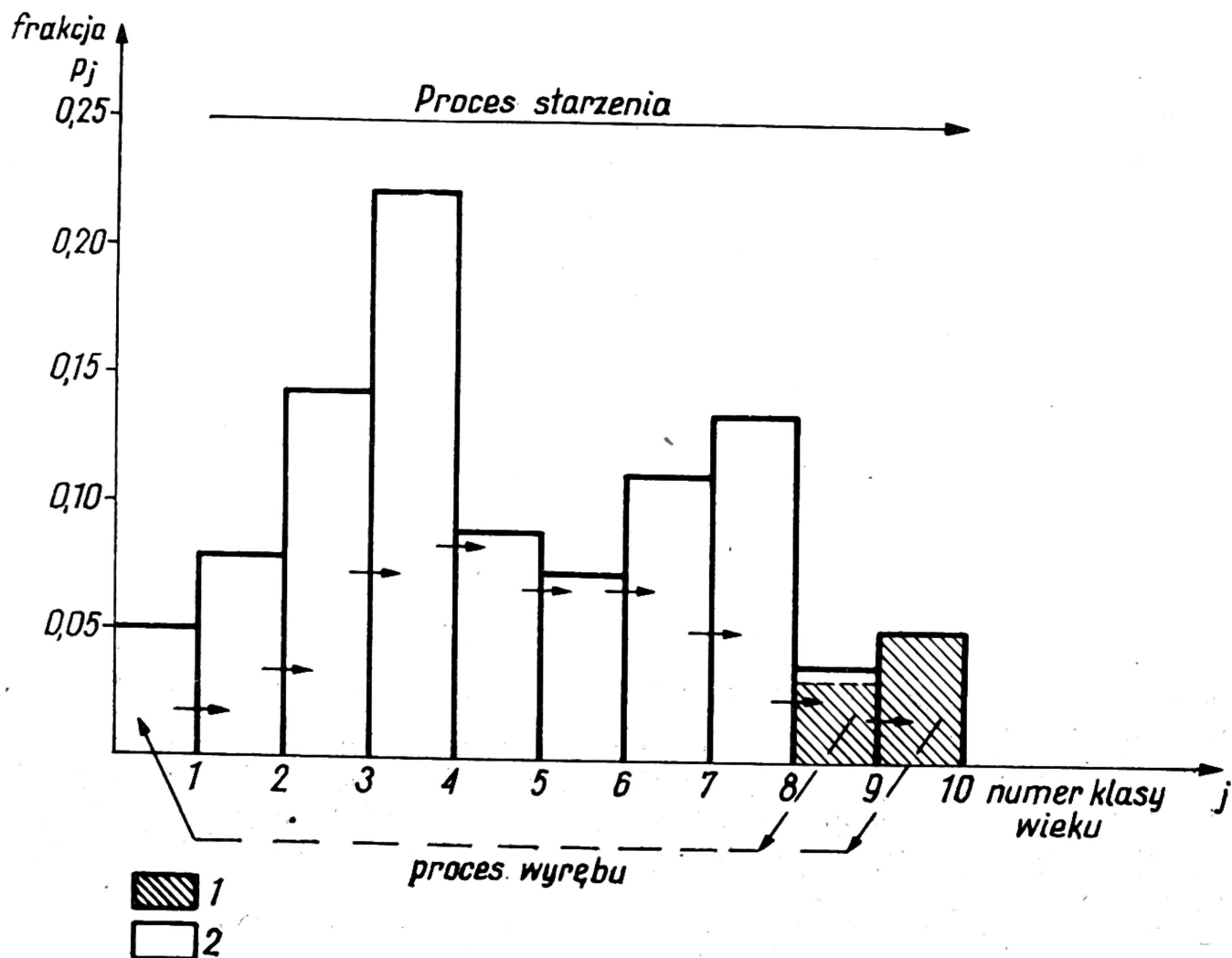
$$E_p(\text{EBSA}) = \frac{1}{k} \left[\frac{1}{k} (p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_k) + \frac{1}{k-1} (p_2 + p_3 + p_4 + \dots + p_k) + \frac{1}{k-2} (p_3 + p_4 + p_5 + \dots + p_k) + \dots + \frac{1}{2} (p_{k-1} + p_k) + p_k \right] \quad 3.1.2$$

(w ha/1 ha i 10 lat)

Jest to zatem podzielona przez liczbę klas wieku k suma średnich frakcji p_j kolejno wszystkich k klas wieku, ostatnich $k-1$ klas wieku, ostatnich $k-2$ klas wieku itd., wreszcie ostatnich dwu i ostatniej klasy wieku.

Obliczona w ten sposób wielkość powierzchniowego etatu dotyczy tylko pierwszego dziesięciolecia. Jednakże do istoty metody EBSA należy sporządzenie prognozy zmian w rozkładzie drzewostanów w klasach wieku do takiego momentu czasowego, w którym nastąpi unormalnienie tego rozkładu, tj. w którym frakcje wszystkich klas wieku będą jednakowe i równe $1/k$. Dopuszcza się przy tym odchyłkę frakcji w poszczególnych klasach wieku $\pm 0,005$.

W tym celu dla każdego następnego, kolejnego dziesięciolecia oblicza się ponownie etat powierzchniowy według wzoru 3.1.1., biorąc jednakże za każdym razem za punkt wyjścia inny niż na początku rozkład drzewostanów w klasach wieku, a mianowicie kolejno taki, jaki wynika z przesuniętej frakcji poszczególnych klas wieku do klasy następnej oraz z przesunięcia frakcji równej etatowi powierzchniowemu z najstarszych klas wieku zawsze do klasy pierwszej, czyli zgodnie ze zdefiniowanymi w pracy (3) procesami starzenia i wyrębu, którym podlega rozkład drzewostanów w klasach wieku (por. ryc. 1).



Ryc. 1. Przemieszczenie się drzewostanów w klasach wieku w wyniku realizacji etatu użytkowania rębego obliczonego dla pierwszego dziesięciolecia metodą EBSA: 1 — klasy wieku lub ich części objęte wyrębem; odpowiednie powierzchnie tych klas przemieszczą się do pierwszej klasy wieku, 2 — klasy wieku lub ich części, których powierzchnie podlegają dalszej hodowli; zgodnie z procesem starzenia przemieszczą się do klasy wieku następnej, starszej o 10 lat.

3.2. Sposób obliczania etatu miąższościowego metodą EBSA

Rozmiar użytkowania rębego w ujęciu miąższościowym oblicza się według metody EBSA wzorem:

$$E_v(\text{EBSA}) = \frac{1}{k} \left[\sum_{s=1}^k \frac{1}{k-s+1} \sum_{j=1}^k p_j v_j + \right. \\ \left. + Z \sum_{s=1}^k \frac{1}{k-s+1} \sum_{j=1}^k p_j \frac{v_j}{a_j} \right] \quad 3.2.1.$$

(w m³/1 ha i 10 lat)

gdzie a_j oznacza środkowy wiek klasy wieku o numerze j , v_j średnią zasobność na 1 ha w klasie wieku o numerze j , Z współczynnik korekcyjny ustalany na podstawie tabel zasobności opracowanych w NRD w zależności od gatunku, bonitacji, zadrzewienia i pięcioletniego przyrostu, pozostałe oznaczenia jak we wzorze 3.1.1.

Wzór 3.2.1. wyraża podzieloną przez liczbę klas wieku sumę średnich zasobności na 1 ha kolejno wszystkich klas wieku, ostatnich $k-1$ klas wieku itd., w końcu ostatnich dwu i ostatniej klasy wieku, oraz podobnie sumę średnich przeciętnych przyrostów średniej zasobności na 1 ha.

4. REGULACJA ROZMIARU UŻYTKOWANIA RĘBNEGO METODĄ PEREAL

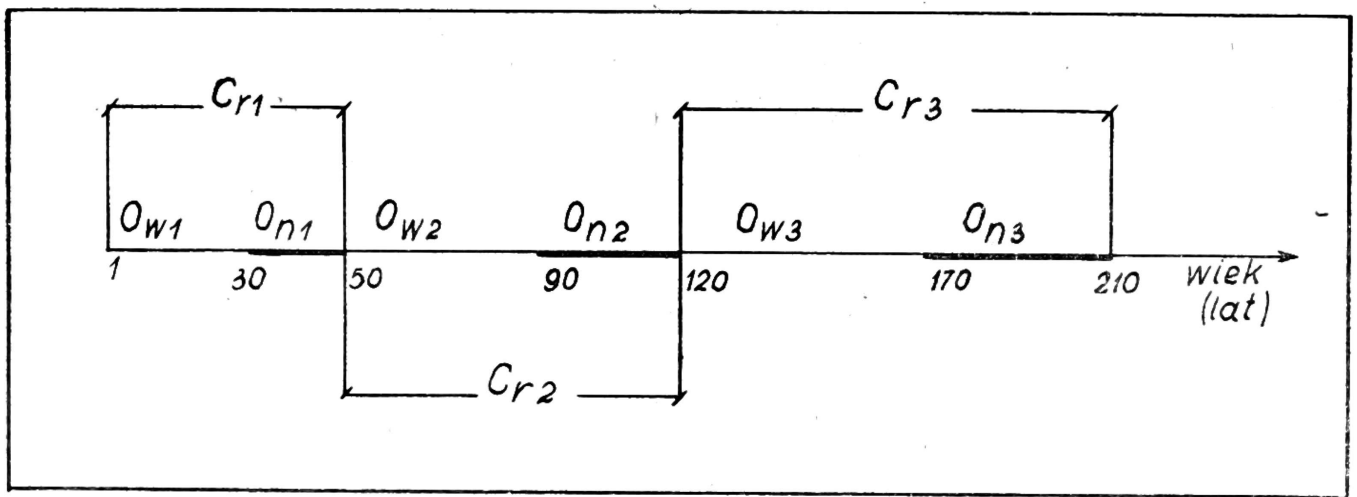
W metodzie PEREAL zakłada się unormalnienie klas wieku w trzech cyklach regulacyjnych. Pierwszy cykl regulacyjny obejmuje z reguły połowę kolei rębności. każdy następny jest dłuższy o 20 lat. W przypadku 100-letniej kolei rębności pierwszy cykl regulacyjny trwa 50 lat. a każdy następny odpowiednio 70 i 90 lat. W każdym cyklu regulacyjnym wyróżnia się okres wyrównawczy i jako dopełnienie okres unormalnienia.

W pierwszym cyklu regulacyjnym długość okresu unormalnienia wynosi 20 lat, reszta przypada na okres wyrównawczy. W następnych dwóch cyklach regulacyjnych okresy wyrównawcze i okresy unormalnienia są za każdym razem dłuższe o 10 lat (por. ryc. 2).

Długość cykli regulacyjnych, okresów wyrównawczych i okresów unormalnienia określa się w metodzie PEREAL odpowiednią liczbą dziesiątków lat. Wyrażając kolej rębności odpowiednią liczbą dziesiątków lat, można długość cykli i okresów określić tak, jak to przedstawiono w tabeli 2.

Metoda PEREAL została przedstawiona w dwóch wersjach PEREAL I i PEREAL II.

W wersji PEREAL I przyjmuje się założenie, że podczas trwania okresów wyrównawczych do użytkowania rębego przypadają takiej samej wielkości powierzchnie zrębowe, tj. obliczone określonym wzorem jednakowe etaty powierzchniowe. Podobnie w okresie unormalnienia do wyrębu przypadają takiej samej wielkości powierzchnie zrębowe, tj. jednakowe etaty powierzchniowe obliczone jednak inną formułą matematyczną.



Ryc. 2. Długość cykli regulacyjnych C_{r1} , C_{r2} , C_{r3} , okresów wyrównawczych O_{w1} , O_{w2} , O_{w3} i okresów unormalnienia O_{n1} , O_{n2} , O_{n3} dla obrębu ze 100-letnią kolejną rębnością. (Według W ü n s c h e g o (4))

Wersja PEREAL II zasadniczo nawiązuje do pierwszej, przy czym regulację rozmiaru użytkowania rębego opiera się tu wyłącznie na okresie wyrównawczym, który począwszy od pierwszego dziesięciolecia jest wielkością wiodącą przez cały cykl obliczeniowy.

4.1. Sposób obliczania etatu powierzchniowego metodą PEREAL I

Wzór do obliczania etatu powierzchniowego w wersji PEREAL I dla okresów wyrównawczych, poszczególnych cykli regulacyjnych może być zapisany w następujący sposób:

$$E_p(\text{PEREAL I}) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\frac{k}{2} - 2} \left(\sum_{j=k-\frac{k}{2}+1}^k p_j - \frac{2}{k} \right) \\ \text{dla I cyklu regulacyjnego,} \\ \frac{1}{\frac{k}{2} - 1} \left(\sum_{j=k-\frac{k}{2}-1}^k p_j - \frac{3}{k} \right) \\ \text{dla II cyklu regulacyjnego,} \\ \frac{1}{\frac{k}{2}} \left(\sum_{j=k-\frac{k}{2}-3}^k p_j - \frac{4}{k} \right) \\ \text{dla III cyklu regulacyjnego,} \\ \text{(w ha/1 ha i 10 lat)} \end{array} \right. \quad 4.1.1.$$

gdzie k oznacza numer ostatniej klasy wieku ($j = 1, 2, 3, \dots, k$), p_j oznacza frakcję klasy wieku o numerze j .

Natomiast dla okresów unormalnienia etat powierzchniowy oblicza się prostym wzorem:

$$E_p(\text{PEREAL II Iw okr. unorm.}) = \frac{1}{k} \quad 4.1.2.$$

(w ha/1 ha i 10 lat)

Tabela 2

Długość cykli regulacyjnych i okresów wyrównawczych w dziesiątkach lat

Numer cyklu regulacyjnego	1	2	3
Długość cyklu regulacyjnego w dziesiątkach lat	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{2} + 2$	$\frac{k}{2} + 4$
Długość okresu wyrównawczego w dziesiątkach lat	$\frac{k}{2} - 2$	$\frac{k}{2} - 1$	$\frac{k}{2}$
Długość okresu unormalnienia w dziesiątkach lat	2	3	4

4.2. Sposób obliczania etatu powierzchniowego metodą PEREAL II

Wielkość rozmiaru użytkowania rębnego w ujęciu powierzchniowym w wersji metody PEREAL II oblicza się dla każdego cyklu regulacyjnego wyłącznie za pomocą jednej formuły matematycznej, formalnie identycznej ze wzorem jaki stosuje się do obliczania etatu metodą PEREAL I dla okresów wyrównawczych.

$$E_p(\text{PEREAL II}) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\frac{k}{2} - 2} \left(\sum_{j = k - \frac{k}{2} + 1}^k p_j - \frac{2}{k} \right) \\ \text{dla I cyklu regulacyjnego,} \\ \frac{1}{\frac{k}{2} - 1} \left(\sum_{j = k - \frac{k}{2} - 1}^k p_j - \frac{3}{k} \right) \\ \text{dla II cyklu regulacyjnego,} \\ \frac{1}{2} \left(\sum_{j = k - \frac{k}{2} - 3}^k p_j - \frac{4}{k} \right) \\ \text{dla III cyklu regulacyjnego,} \\ \text{(w ha/1 ha i 10 lat)} \end{array} \right. \quad 4.2.1.$$

Oznaczenia identyczne jak we wzorze 4.1.1.

4.3. Sposób obliczania etatu miąższościowego metodą PEREAL

Etat miąższościowy metodą PEREAL oblicza się według klasycznej metody klas wieku w dwóch wersjach.

W pierwszej wersji z iloczynu odpowiedniego etatu powierzchniowego PEREAL I lub PEREAL II przez średnią zasobność na 1 ha dwóch ostatnich klas wieku wzorem:

$$E_v(\text{PEREAL})_I = E_p(\text{PEREAL I lub PEREAL II}) \cdot \bar{V}_{k-1, \dots} \quad 4.3.1.$$

(w m³/1 ha i 10 lat)

W drugiej wersji z iloczynu odpowiedniego etatu powierzchniowego PEREAL I lub PEREAL II przez średnią zasobność na 1 ha czterech ostatnich klas wieku wzorem:

$$E_v(\text{PEREAL})_{II} = E_p(\text{PEREAL I lub PEREAL II}) \cdot \bar{V}_{k-3, \dots} \quad 4.3.2.$$

Do obliczania średnich zasobności na 1 ha dwu ostatnich klas wieku $\bar{V}_{k-1, \dots}$ i czterech ostatnich klas wieku $\bar{V}_{k-3, \dots}$ stosować można następujące wzory:

$$\bar{V}_{k-1, \dots} = \frac{\sum_{j=k-1}^k p_j v_j}{\sum_{j=k-1}^k p_j} \quad (\text{m}^3/\text{1 ha}) \quad 4.3.3.$$

$$\bar{V}_{k-3, \dots} = \frac{\sum_{j=k-3}^k p_j v_j}{\sum_{j=k-3}^k p_j} \quad (\text{m}^3/\text{1 ha}) \quad 4.3.4.$$

Jest to w każdym przypadku średnia zasobność na 1 ha ważona frakcjami klas wieku, które brane są pod uwagę.

5. PRZYKŁADY OBLICZEŃ ETATÓW POWIERZCHNIOWYCH I MIĄŻSZOŚCIOWYCH METODAMI EBSA I PEREAL

Weryfikacji opracowanych wzorów dokonano na przykładzie tabeli klas wieku (tab. 1), zestawionej dla wybranego obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania.

W tabeli 3 przedstawiono szczegółowy tok postępowania oraz uzyskane wyniki obliczeń etatu powierzchniowego metodą EBSA dla pierwszego dziesięciolecia. Etat powierzchniowy obliczono przy zastosowaniu rozwiniętej formuły wzoru 3.1.2. Do celów prognozowania zmian w rozkładzie drzewostanów w klasach wieku, w tabeli 4 przedstawiono w syntetycznym ujęciu tok postępowania oraz wyniki obliczeń etatów powierzchniowych metodą EBSA dla pierwszego i dalszych dziesięcioleci, stosując w tym przypadku formułę wzoru 3.1.1.

**Przykład obliczenia etatu powierzchniowego metodą EBSA
dla obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania
ze 100-letnią kolejną rębności**

Numer klasy wieku	Numer wyróżnionej klasy wieku										Suma średnich razem
	s										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
j	frakcje										
	p _j	p _j	p _j	p _j	p _j	p _i	p _j	p _j	p _j	p _j	
1	0,050	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	0,081	0,081	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	0,145	0,145	0,145	—	—	—	—	—	—	—	—
4	0,223	0,223	0,223	0,223	—	—	—	—	—	—	—
5	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	—	—	—	—	—	—
6	0,073	0,073	0,073	0,073	0,073	0,073	—	—	—	—	—
7	0,113	0,113	0,113	0,113	0,113	0,113	0,113	—	—	—	—
8	0,137	0,137	0,137	0,137	0,137	0,137	0,137	0,137	—	—	—
9	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	—	—
10	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052	—
Suma	1,000	0,950	0,869	0,724	0,501	0,410	0,337	0,224	0,087	0,052	—
Dzielnik	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	—
Średnie	0,100	0,105	0,108	0,103	0,084	0,082	0,084	0,075	0,044	0,052	0,837

$$E_p(\text{EBSA}) = \frac{1}{10} \cdot 0,837 = 0,084 \text{ ha/1ha i 10 lat}$$

Sposób obliczania etatu miąższościowego metodą EBSA oraz uzyskane wyniki dla pierwszego dziesięciolecia przedstawiono w tabeli 5. Do obliczeń zastosowano wzór 3.2.1. oraz współczynnik $Z=23$ przyjęty wprost z pracy (1).

Obliczenia etatów powierzchniowych metodą PEREAL dokonano dla pierwszego cyklu regulacyjnego. Tok postępowania oraz uzyskane wyniki obliczeń etatów powierzchniowych dla pierwszej wersji metody PEREAL I przedstawiona w tabeli 6, a dla drugiej wersji metody PEREAL II w tabeli 7. Do obliczeń etatów powierzchniowych zastosowano formułę 4.1.1. dla metody PEREAL I oraz formułę 4.2.1. dla metody PEREAL II.

Obliczeń etatów miąższościowych metodą PEREAL dokonano w dwóch kolejnych etapach.

Przyjmując dane liczbowe z tabeli klas wieku (tab. 1), w pierwszej kolejności obliczono średnią zasobność dwóch i czterech ostatnich klas wieku.

Średnią zasobność dwóch ostatnich klas wieku obliczono wzorem 4.3.3.:

$$\bar{V}_{k-1,\dots} = \frac{19,708 + 13,405}{0,052 + 0,035} = 380,6 \text{ m}^3/\text{1 ha}$$

Skrócony sposób obliczania etatu powierzchniowego metodą EBSA
dla celów prognozowania zmian w rozkładzie drzewostanów w klasach wieku
na przykładzie obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania
ze 100-letnią koleją rębności

I dziesięciolecie			II dziesięciolecie			III dziesięciolecie			IV dziesięciolecie	
numer klasy	rozkład	średnie	numer klasy	rozkład	średnie	numer klasy	rozkład	średnie	numer klasy	rozkład
j	pj	—	j	pj	—	j	pj	—	j	pj
1	0,050	0,100	1	0,084	0,100	1	0,085	0,100	1	0,095
2	0,081	0,105	2	0,050	0,102	2	0,084	0,102	2	0,085
3	0,145	0,108	3	0,081	0,108	3	0,050	0,104	3	0,084
4	0,223	0,103	4	0,145	0,112	4	0,081	0,112	4	0,050
5	0,091	0,084	5	0,223	0,107	5	0,145	0,117	5	.
6	0,073	0,082	6	0,091	0,084	6	0,223	0,111	6	.
7	0,113	0,084	7	0,073	0,082	7	0,091	0,083	7	.
8	0,137	0,075	8	0,113	0,085	8	0,073	0,080	8	.
9	0,035	0,044	9	0,137	0,071	9	0,113	0,084	9	.
10	0,052	0,052	10	0,003	0,003	10	0,055	0,055	10	7
Razem: 1,000		0,837	Razem: 1,000		0,854	Razem: 1,000		0,948	Razem: 1,000	

$$E_{p1}(\text{EBSA}) = \frac{1}{10} \cdot 0,837 = 0,084 \text{ ha/1 ha i 10 lat; dla I dziesięciolecia}$$

$$E_{p2}(\text{EBSA}) = \frac{1}{10} \cdot 0,854 = 0,085 \text{ ha/1 ha i 10 lat; dla II dziesięciolecia}$$

$$E_{p3}(\text{EBSA}) = \frac{1}{10} \cdot 0,948 = 0,095 \text{ ha/1 ha i 10 lat; dla III dziesięciolecia, itd. ...}$$

Średnia zasobność czterech ostatnich klas wieku obliczona wzorem 4.4.4. wynosi:

$$\bar{V}_{k-3, \dots} = \frac{33,113 + 48,498 + 39,437}{0,087 + 0,137 + 0,113} = 359,2 \text{ m}^3/\text{1 ha}$$

Przyjmując dla przykładu wielkość 0,070 ha/1 ha i 10 lat, to jest wyliczony etat powierzchniowy metodą PEREAL I lub PEREAL II dla pierwszego dziesięciolecia, oblicza się miąższościowy rozmiar użytkowania rębego metodą PEREAL w dwóch wersjach. W pierwszej wersji z dwóch ostatnich klas wieku wzorem 4.3.1.:

$$E_v(\text{PEREAL})_I = 0,070 \cdot 380,6 = 26,64 \text{ m}^3/\text{1 ha i 10 lat,}$$

w drugiej wersji z czterech ostatnich lat wieku wzorem 4.3.2.:

$$E_v(\text{PEREAL})_{II} = 0,070 \cdot 359,2 = 25,14 \text{ m}^3/\text{1 ha i 10 lat}$$

**Przykład obliczania etatu miąższościowego metodą EBSA
dla obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania
ze 100-letnią koleją rębności**

Numer klasy wieku	Środkowy wiek klasy	Frakcja	Średnia zasobność w m ³ /1 ha	Iloczyn	Skumulowana wartość średnich zasobności	Przeciętny przyrost w klasach wieku	Skumulowana wartość przeciętnego przyrostu
1	5	0,050	0	0,000	21,889	0,0000	0,4268
2	15	0,081	6	0,486	24,321	0,0324	0,4742
3	25	0,145	106	15,370	27,301	0,6148	0,5294
4	35	0,223	182	40,586	29,005	1,1596	0,5172
5	45	0,091	244	22,204	27,075	0,4934	0,4102
6	55	0,073	263	19,199	28,049	0,3491	0,3935
7	65	0,113	349	39,437	30,262	0,6067	0,4046
8	75	0,137	354	48,498	27,204	0,6466	0,3372
9	85	0,035	383	13,405	16,556	0,1577	0,1826
10	95	0,052	379	19,708	19,708	0,2074	0,2074
Razem: —	1,000	—	—	—	251,370	—	3,8831

$$E_v \text{ (EBSA)} = \frac{1}{10} (251,370 + 23 \cdot 3,8831) = 0,1 (251,370 + 89,311) = 34,07 \text{ m}^3/1 \text{ ha i 10 lat}$$

Tabela 6

**Przykład obliczania etatów powierzchniowych metodą PEREAL I
dla obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania
ze 100-letnią koleją rębności**

Numer klasy wieku	Frakcje w okresach dziesięcioletnich: p _j (I), p _j (II), p _j (III)					
	Pierwszy cykl regulacyjny					Drugi cykl regulacyjny
	Pierwszy okres wyrównawczy			Pierwszy okres unormowania		Drugi okres wyrównawczy
	j	p _j (I)	p _j (II)	p _j (III)	p _j (IV)	p _j (V)
1	0,050	0,070	0,070	0,070	0,100	0,100
2	0,081	0,050	0,070	0,070	0,070	0,100
3	0,145	0,081	0,050	0,070	0,070	0,070
4	0,223	0,145	0,081	0,050	0,070	0,070
5	0,091	0,223	0,145	0,081	0,050	0,070
6	0,073	0,091	0,223	0,145	0,081	0,050
7	0,113	0,073	0,091	0,223	0,145	0,081
8	0,137	0,113	0,073	0,091	0,223	0,145
9	0,035	0,137	0,113	0,073	0,091	0,223
10	0,052	0,017	0,084	0,127	0,100	0,091
Razem:	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

$\sum_{j=k-\frac{k}{2}+1}^k p_j = \sum_6^{10} 0,410;$	0,410	—	—	E_p (PEREAL I w okr unor.) = $= \frac{1}{k} = \frac{1}{10} =$ $= 0,100$ ha/ 1 ha i 10 lat	$\sum_{j=k-\frac{k}{2}-1}^k p_j =$ $= \sum_4^{10} 0,730;$	0,730
$\frac{2}{k} = \frac{2}{10} = 0,200;$	0,200	—	—		$\frac{3}{k} = \frac{3}{10} = 0,300;$	0,300
$\frac{1}{2-2} = \frac{1}{3};$	$\frac{1}{3}$	—	—		$\frac{1}{\frac{k}{2}-1} = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
E_p (PEREAL I w okr. wyr.) = $\frac{1}{3}$ (0,410 + 0,200) = 0,070 ha/1 ha i 10 lat;	0,070	0,070	0,070	0,100 / 0,100	E_p (PEREAL I w okr. wyr.) = $\frac{1}{4}$ (0,730—0,300) = $= 0,107$ ha/1 ha i 10 lat;	

Opierając się na etatach powierzchniowych wyliczonych metodą EBSA, PEREAL I i PEREAL II dla przyjętego w pracy obrębu, sporządzono wykresy rozkładu etatów w okresie od 1 do 3 kolei rębności, a wyliczenia doprowadzono do takiego momentu czasowego w którym nastąpiło unormalnienie rozkładu drzewostanów w klasach wieku. Ilustrację tak sporządzonej prognozy przedstawiono na ryc. 3.

Z ryciny tej wynika, że w początkowej fazie procesu unormalnienia, tj. w okresie obejmującym mniej więcej jedną kolej rębności, największe zróżnicowanie etatów uzyskano metodą PEREAL II, mniejsze metodą PEREAL I i najmniejsze metodą EBSA. Równocześnie czas osiągnięcia normalnego stanu obrębu najkrótszy jest w metodzie PEREAL II, dłuższy w metodzie PEREAL I i najdłuższy w metodzie EBSA.

Z Instytutu Ekonomiki Leśnictwa
i Organizacji Gospodarstwa Leśnego
Akademii Rolniczej w Krakowie

LITERATURA

1. Kurth H., Lucas G. — Das Ertragsregelungsverfahren EBSA. „Sozial. Forst-wirtschaft.” nr 12, 1971.
2. Plan zarządzania gospodarstwa leśnego dla nadleśnictwa Wierzchosławice na okres od 1.X.1964 do 30.IX.1974.
3. Rutkowski B. — Regulacja rozmiaru użytkowania rębego w zrębowym sposobie zagospodarowania w świetle teorii i badań. „Zeszyty Naukowe WSR w Krakowie”, Kraków 1969.
4. Wünsche H. E. — Ertragsregelung nach PEREAL — eine Alternative zur Methode EBSA? „Sozial. Forstwirtschaft.” nr 12, 1972.

Praca wpłynęła do Komitetu Redakcyjnego 21 stycznia 1976 r.

Przykład obliczania etatów powierzchniowych metodą PEREAL II
dla obrębu w zrębowym sposobie zagospodarowania
ze 100-letnią koleją rębności

Numer klasy wieku	Frakcje w okresach dziesięcioletnich: p_j (I), p_j (II), p_j (III)						
	Pierwszy cykl regulacyjny					Drugi cykl regulacyjny	
j	p_j (I)	p_j (II)	p_j (III)	p_j (IV)	p_j (V)	p_j (VI)	
1	0,050	0,070	0,077	0,126	0,132	0,115	
2	0,081	0,050	0,070	0,077	0,126	0,132	
3	0,145	0,081	0,050	0,070	0,077	0,126	
4	0,223	0,145	0,081	0,050	0,070	0,077	
5	0,091	0,223	0,145	0,081	0,050	0,070	
6	0,073	0,091	0,223	0,145	0,081	0,050	
7	0,113	0,073	0,091	0,223	0,145	0,081	
8	0,137	0,113	0,073	0,091	0,223	0,145	
9	0,035	0,137	0,113	0,073	0,091	0,204	
10	0,052	0,017	0,077	0,064	0,005	0,000	
Razem:	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	

$$\sum_{j=k-\frac{k}{2}+1}^k p_j = \sum_6^{10} 0,410; 0,410 \quad 0,431 \quad 0,577 \quad 0,596 \quad 0,545$$

$$\sum_{j=k-\frac{k}{2}-1}^k p_j =$$

$$= \sum_4^{10} 0,627; \quad 0,627$$

$$\frac{2}{k} = \frac{2}{10} = 0,200; \quad 0,200 \quad 0,200 \quad 0,200 \quad 0,200 \quad 0,200$$

$$\frac{3}{k} = \frac{3}{10} = 0,300 \quad 0,300$$

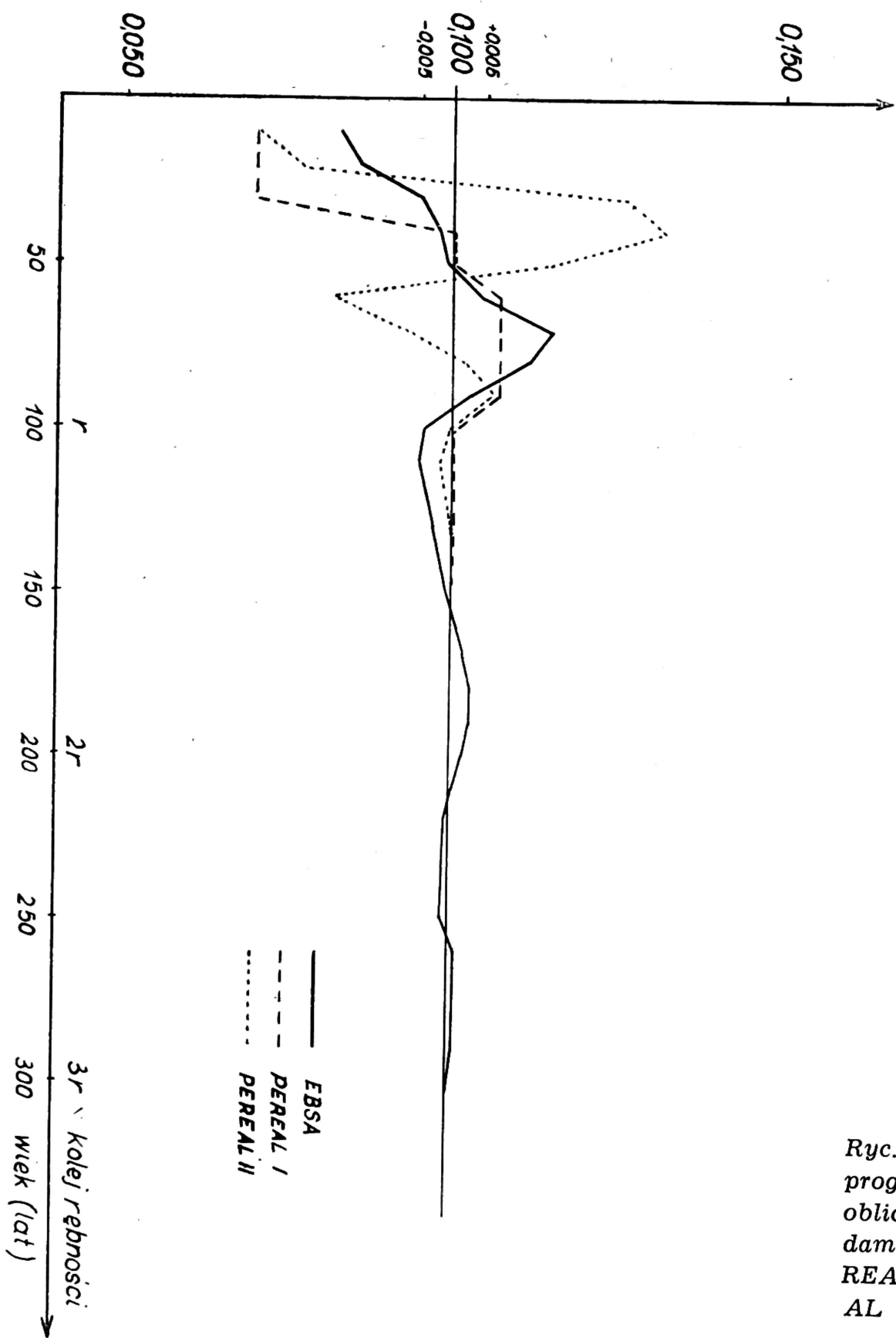
$$\frac{1}{k-\frac{k}{2}-2} = \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{k-\frac{k}{2}-1} = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$$

$$E_p \text{ (PEREAL II)} = \frac{1}{3} (0,410 - 0,200) = 0,070 \text{ ha/1 ha i 10 lat}$$

$$0,070 \quad 0,077 \quad 0,126 \quad 0,132 \quad 0,115$$

$$E_p \text{ PEREAL II)} = \frac{1}{4} (0,627 - 0,300) = 0,082 \text{ ha/1 ha i 10 lat}$$

dziesięcioletni etat powierzchniowy na 1ha



Ryc. 3. Krzywe prognozy etatów obliczonych metodami EBSA, PEREAL I i PEREAL II

Краткое содержание

В работе представлены два метода регуляции размера главного лесопользования в лесосечном способе ведения хозяйства, разработанные в ГДР и представленные под криптограммами EBSA и PEREAL.

Исходя из подлинных немецких формул, были разработаны новые синтетические формулы для определения годичной лесосеки по объему и по площади с применением метода EBSA, а также для двух вариантов метода PEREAL.

Математическая конструкция формул основана на единой символике, характерной для польских научных трудов. Разработанные формулы преспособлены для относительных величин, т.е. фракции и запаса в классах возраста.

Одновременно была проведена проверка разработанных формул. На примере выбранной хозяйственной части в лесосечном способе ведения хозяйства показан практический способ употребления новых формул.

Summary

The paper presents two methods of the regulation of harvest extent in the clearcutting management system, which were developed in German Democratic Republic and described under EBSA and PEREAL cryptograms.

Based on original German models new synthetic mathematical formulae were developed for areal and volume extent of cutting budgets for the EBSA method and for two versions of the PEREAL method.

The mathematical construction of formulae was based on uniform symbols characteristic for Polish scientific papers. The formulae were adapted to relative values, i.e. fractions and the standing crop in age-classes.

Formulae derived were at the same time verified. A practical way of the application of new formulae was described on an example of a selected management unit with a clearcut method of management.