

JAROSŁAW SOCHA, STANISŁAW ORZEŁ

Dynamiczne krzywe bonitacyjne dla sosny zwyczajnej (*Pinus sylvestris* L.) z południowej Polski*

Dynamic site index curves for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in southern Poland

ABSTRACT

Socha J., Orzeł S. 2013. Dynamiczne krzywe bonitacyjne dla sosny zwyczajnej (*Pinus sylvestris* L.) z południowej Polski. Sylwan 157 (1): 26-38.

The aim of the study was to develop a site index model for Scots pine stands in southern Poland describing changes in height growth of stand's upper storey over time. The research material contained the height growth data obtained from an analysis of 189 tree stems. The collected material was used to develop the parameters of six dynamic growth equations which allowed to determine site productivity and predict changes in height growth of stands with age. Statistical criteria for assessing the accuracy of mapping empirical data and biological reasonableness were the basis of selection of the equation that best fits changes in height growth of the examined pine stands with age. The developed model can be used to predict the growth rate and determine the site index for Scots pine stands in southern Poland.

KEY WORDS

site index model, base-age invariant dynamic equation, height growth, site productivity

ADDRESSES

Jarosław Socha – e-mail: rlsocha@cyf-kr.edu.pl

Stanisław Orzeł – e-mail: rlorzel@cyf-kr.edu.pl

Katedra Dendrometrii; Uniwersytet Rolniczy w Krakowie; Al. 29-listopada 46; 31-425 Kraków

Wstęp

Problem oceny potencjalnych możliwości produkcyjnych siedlisk jest nadal aktualny i dyskutowany. Dzieje się tak zarówno z uwagi na istniejące możliwości coraz dokładniejszego rozpoznania ich żyzności, jak i kluczowe znaczenie w lasach gospodarczych, w których stanowi podstawowe kryterium podejmowania decyzji dotyczących planowania składu gatunkowego, zabiegów hodowlanych, wielkości etatu czy też ustalania wieku rębności [Kayahara i in. 1998; Splechtina 2001; Bośeła i in. 2011]. Powszechnie stosowanym i akceptowanym miernikiem potencjalnej produktywności siedlisk jest wskaźnik bonitacji [Hägglund, Lundmark 1977; Skovsgaard, Vanclay 2008; Socha 2008; Sharma i in. 2012], ustalany na ogół na podstawie wysokości drzewostanu w przyjętym wieku bazowym. Określa się go za pomocą modeli bonitacyjnych opracowanych dla poszczególnych gatunków i siedlisk, stanowiących równocześnie podstawowy moduł w modelach wzrostu drzew i drzewostanów [Bruchwald 1985, 1988; Sharma i in. 2011]. Z tego też względu budowa modeli krzywych bonitacyjnych ma zasadnicze znaczenie w badaniach nad zróżnicowaniem jakości siedlisk [Palahí i in. 2004] i produktywności lasu [Elfving, Kiviste 1997].

* Badania finansowane z tematu DS-3418/KD/12.

Dokładność określenia wskaźnika bonitacji zależy od stopnia dopasowania modelu bonitacyjnego do opisu zmian wysokości drzewostanu z wiekiem. Zastosowanie do tego funkcji polimorficznych pozwala na uzyskanie różnego, zależnego od siedliska, kształtu krzywej wzrostu. W badaniach nad wzrostem drzewostanów wykazano jednak znaczne różnice w przebiegu wzrostu wysokości tych samych gatunków nawet w obrębie jednej klasy bonitacji [Monserud 1984]. Wprowadzenie do modeli polimorficznych zmiennych siedliskowych czyni je specyficznymi dla siedlisk [Monserud 1984]. Tak opracowane modele są dokładniejsze od konwencjonalnych modeli polimorficznych [Splechna 2001]. Ich praktyczne stosowanie nie zawsze jest jednak możliwe z uwagi na konieczność posiadania szczegółowych informacji o warunkach siedliskowych.

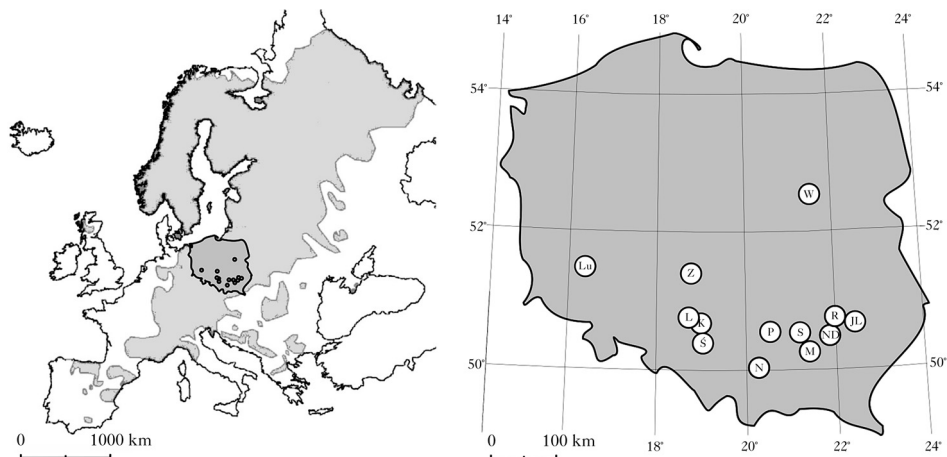
Do modelowania zależności wysokości od wieku można zastosować równania statyczne (zależne od wieku bazowego) bądź dynamiczne (niezmiennie z wiekiem) [Cieszewski, Zasada 2002; Dieguez-Aranda i in. 2006; Socha 2010, 2011]. Ostateczny kształt opracowywanego modelu bonitacyjnego dla określonego gatunku drzewa zależy nie tylko od posiadanego materiału pomiarowego i postaci wybranej funkcji, ale i sposobu szacowania jej parametrów. Równania bonitacyjne powinny spełniać ogólne założenia, którymi są: (1) równość wartości bonitacji z wysokością w wieku bazowym oraz miejsce zerowe dla wieku $W=0$, (2) rosnący przebieg funkcji wzrostu w całym zakresie wieku oraz występowanie punktu przegięcia w wieku kulminacji przyrostu wysokości, (3) zmienne asymptoty dla różnych bonitacji, (4) różny kształt krzywej wzrostu wysokości dla różnych bonitacji – polimorfizm, (5) parsymonia oraz (6) niezmiennosc od wieku bazowego i możliwość teoretycznej interpretacji parametrów [Peschel 1938; Elfving, Kiviste 1997; Cieszewski, Bailey 2000; Cieszewski 2002; Barrio Anta, Dieguez-Aranda 2005].

Do opisu wzrostu wysokości drzewostanów stosowano szereg mniej lub bardziej trafnych funkcji matematycznych. Kiviste i in. [2002] udokumentowali 74 przykłady modeli matematycznych wykorzystywanych do tego celu. Sporo propozycji dotyczy modeli bonitacyjnych dla drzewostanów sosnowych. Opracowano je między innymi w Szwecji [Elfving, Kiviste 1997], Finlandii [Karlson 2000], Hiszpanii [Bravo, Montero 2001; Palahí i in. 2004; Dieguez-Aranda i in. 2006], Norwegii [Sharma i in. 2011] i Polsce [Bruchwald 1977; Bruchwald i in. 2000a]. Mimo tego, w praktyce, bonitację sosny określa się nadal na podstawie krzywych wzrostu wysokości opracowanych przez Schwappacha [1943], rozszerzonych na drodze ekstrapolacji o Ia klasę bonitacji przez Szymkiewicza [1949]. Krzywe te, opisujące zmianę z wiekiem przeciętnej wysokości drzewostanów, zależnej od intensywności prowadzonych zabiegów hodowlanych, nie są dobrym miernikiem produktywności [Assmann 1968]. W latach 70. XX wieku Bruchwald [1977] opracował model bonitacyjny dla sosny, w którym przyjęto jednakowe tempo wzrostu wysokości dla wszystkich siedlisk. Model ten nie uwzględnia różnego, zależnego od żyzności siedliska przebiegu wzrostu wysokości, a funkcja zastosowana do opisu przebiegu wzrostu jest w zasadzie jednoparametrowa [Cieszewski i in. 2007]. Przyjęcie takiego rozwiązania sprawia, że w przypadku drzewostanów młodszych klas wieku uzyskuje się niekiedy nieprawdopodobnie wysokie bonitacje [Orzeł 1995; Orzeł i in. 2006; Socha, Orzeł 2011; Socha 2012].

Powyższe argumenty stanowiły dla autorów inspirację do podjęcia badań, których celem było opracowanie modelu bonitacyjnego dla sosny zwyczajnej, spełniającego przyjmowane obecnie standardy. Opracowany model, z uwagi na pochodzenie materiału pomiarowego, opisuje wzrost drzewostanów sosnowych Polski południowej.

Materiał i metody

Materiał badawczy stanowią dane o wzroście wysokości sosen z warstwy górującej (I klasa Krafta) i panującej (II klasa Krafta) wybranych z litych drzewostanów sosnowych położonych w wiek-



Ryc. 1.

Położenie nadleśnictw, z których pochodzi materiał badawczy na tle geograficznego występowania sosny zwyczajnej w Europie (na podstawie Cieszewski i in. [2007])

Localisation of forest districts, from which comes empirical material on the background of the geographical range of Scots pine in Europe (based on Cieszewski et al. [2007])

JL – Janów Lubelski; K – Koszęcin; L – Lubliniec; Lu – Lubin; M – Mielec; N – Niepołomice; ND – Nowa Dęba; P – Pińczów; R – Rozwadów; S – Staszów; Ś – Świerklaniec; W – Wyszkiw; Z – Złoczew

szości w nadleśnictwach południowej Polski (ryc. 1). W każdym nadleśnictwie wybrano co najmniej 3 drzewostany sosnowe, w których założono powierzchnie próbne. Wybrane drzewostany występowały w szerokim zakresie warunków siedliskowych – od boru świeżego po las wilgotny. Po przeprowadzeniu pomiaru pierśnic i wysokości, z powierzchni próbnych lub z ich bezpośredniego sąsiedztwa ścięto przeważnie jedno lub dwa drzewa należące do warstwy drzew górujących lub panujących, na których wykonano analizy strzał. Przebieg wzrostu wysokości poszczególnych drzew odtworzono na podstawie wysokości położenia krążków i policzonej na nich liczby słoików rocznych. Opracowane na tej podstawie krzywe wzrostu poddano wstępnej analizie, mającej na celu wyeliminowanie drzew o zakłóconym rytmie wzrostu, wynikającym zarówno z konkurencji międzyosobniczej, jak i innych nieznanych czynników. W tym celu wzrost poszczególnych osobników porównano z przebiegiem wzrostu pozostałych drzew z siedlisk o zbliżonej bonitacji. W dalszych analizach nie uwzględniono tych drzew, dla których krzywa wzrostu gwałtownie przecinała przebieg krzywych wzrostu pozostałych. Po przeprowadzonej weryfikacji materiał badawczy stanowiły dane o wzroście 189 sosen w wieku od 50 do 141 lat pochodzących z siedlisk charakteryzujących się wskaźnikiem bonitacji (dla wieku bazowego 100 lat) z zakresu od 17,8 m do 33,0 m. Średnia wysokość analizowanych drzew wynosiła od 15,6 m do 31,8 m, natomiast średnia pierśnica od 11,4 cm do 47,4 cm.

Z uwagi na dużą liczbę dostępnych w literaturze postaci funkcji bonitacyjnych [Peschel 1938; Elfving, Kiviste 1997; Cieszewski, Bailey 2000; Cieszewski 2002; Kiviste i in. 2002; Barrio Anta, Dieguez-Aranda 2005], w przeprowadzonych badaniach nie wypracowano nowych równań różnicowych, lecz analizy prowadzono w kierunku wyłonienia spośród istniejących rozwiązań najbardziej przydatnego do budowy modelu bonitacyjnego dla sosny z rejonu Polski południowej. Przy wyborze funkcji bazowych przyjęto założenie, że system bonitacyjny powinien się charakteryzować następującymi właściwościami:

- dobrym dopasowaniem krzywych modelowych do danych empirycznych,

- polimorfizmem, który pozwoli na uwzględnienie ewentualnych różnic w przebiegu wzrostu, wynikających ze zmienności warunków siedliskowych,
- zmiennymi asymptotami dla różnych siedlisk,
- równością wartości wskaźnika bonitacji i wysokości w określonym wieku bazowym,
- możliwością stosowania tej samej funkcji jako modelu wzrostu wysokości i modelu bonitacji,
- możliwością biologicznej interpretacji parametrów równania.

Na podstawie studiów literatury do wstępnych analiz wybrano 6 funkcji (M1 do M6), spełniających większość założonych kryteriów. Wybrane funkcje były w ostatnich latach stosowane do modelowania bonitacji licznych gatunków lasotwórczych, w tym sosny zwyczajnej. Stosowane w nich oryginalne symbole zmiennych i parametrów zastąpiono następującymi, ujednoliconymi oznaczeniami: H_1 – wysokość w wieku T_1 , H_2 – wysokość w wieku T_2 , H_{100} – średnia wysokość 100 najgrubszych drzew na 1 ha, T_{SI} – wiek bazowy, SI – wskaźnik bonitacji siedliska (wysokość górna H_{SI} w wieku bazowym T_{SI}). Analizie poddano funkcje:

M1 – funkcja Elfvinga i Kiviste [1997]

$$H_2 = (H_1 + d + r) / ((4 \cdot \beta_1 / T_2^{\beta_2}) / (H_1 - d + r)) \quad [1]$$

gdzie:

$$d = \beta_1 / T_{SI}^{\beta_2} \quad [1.1]$$

$$r = \sqrt{(H_1 - d)^2 + 4 \cdot \beta_1 \cdot H_1 / T_1^{\beta_2}} \quad [1.2]$$

M2 – model wyprowadzony przez Cieszewskiego [2001] na bazie modelu Monseruda [1984]

$$H_2 = H_1 T^{\beta_1} (T_1^{\beta_1} R + \beta_2) / T_1^{\beta_1} (T^{\beta_1} R + \beta_2) \quad [2]$$

gdzie:

$$R = Z_0 + (Z_0^2 + 2\beta_2 H_1 / T_1^{\beta_1})^{0,5} \quad [2.1]$$

$$Z_0 = H_1 - \beta_3 \quad [2.2]$$

M3 – modyfikacja wzoru [2]

$$H_2 = H_1 \times (T_2^{\beta_1} (T_1^{\beta_1} R + e^{\beta_2})) / (T_1^{\beta_1} (T_2^{\beta_1} R + e^{\beta_2})) \quad [3]$$

gdzie:

$$R = \beta_3 + H_1 + \sqrt{(\beta_3 + H_1)^2 + 2 \cdot H_1 \cdot e^{\beta_2} / T_1^{\beta_1}} \quad [3.1]$$

M4 – równanie różnicowe wyprowadzone z funkcji Hossfelda [Palahí i in. 2004]

$$H_2 = T_2^2 / (\beta_1 + T_2 \times (T_1 / H_1 - \beta_3 \cdot T_1 - \beta_1 / T_1 + \beta_3 \cdot T_2)) \quad [4]$$

M5 – wzór wyprowadzony przez Cieszewskiego i in. [2007]

$$H_2 = ((T_2 / T_1)^{\beta_4} H_1 (\beta_2 + R) - T_2^{\beta_4}) / (H_1 \beta_1 (1 - (T_2 / T_1)^{\beta_4}) + B + R) \quad [5]$$

gdzie:

$$R = \sqrt{B^2 - 2\beta_1(\beta_3 + T_1^{\beta_4})} \quad [5.1]$$

$$B = \beta_2 - T_1^{\beta_4} / H_1 \quad [5.2]$$

M6 – model zbudowany na bazie funkcji wzrostu Korfa [Barrio Anta, Diéguez-Aranda 2005]

$$H_2 = \beta_1 \times (H_1 / \beta_1)^{(T_1/T_2)^{\beta_2}} \quad [6]$$

Parametry wybranych funkcji obliczono w oparciu o dane, jakimi były wysokości analizowanych drzew w poszczególnych latach ich życia. W celu uzyskania niezmienności od wieku bazowego [Strub, Cieszewski 2006] do oszacowania parametrów wykorzystano wszystkie możliwe pary wartości wiek-wysokość (T_2-H_2 , T_1-H_1). Parametr siedliskowy (H_1) obliczano na wstępie oddzielnie dla poszczególnych serii danych, zaś pozostałe (β_0, \dots, β_n) dla całości danych, wykorzystując do tego celu procedurę napisaną w języku STATISTICA Visual Basic (StatSoft, Inc.).

Przy danych będących kolejnymi obserwacjami w czasie często zachodzi zjawisko autokorelacji, które zakłóca prawidłowe oszacowanie parametrów modeli. Dzieje się tak z uwagi na brak niezależności pomiędzy obserwacjami przy szacowaniu parametrów modelu [Parresol, Vissage 1998]. Dla uniknięcia tego niekorzystnego zjawiska, wyliczanie parametrów modelu bonitacyjnego przebiegało dwustopniowo. W pierwszym etapie obliczono je bez uwzględnienia autokorelacji reszt, następnie zbudowano model autokorelacji, który wykorzystano przy wyliczaniu parametrów ostatecznej postaci modelu bonitacyjnego. W przypadku struktury danych wykorzystującej wszystkie możliwe pary wartości (T_i-H_i , T_j-H_j) błąd losowy e_{ij} był modelowany z wykorzystaniem funkcji autokorelacji pierwszego rzędu:

$$e_{ij} = \eta \cdot \rho \cdot \varepsilon_{i-1,j} + \mu \cdot \gamma \cdot \varepsilon_{i,j-1} + \varepsilon_{i,j} \quad [7]$$

gdzie:

η – zmienna sztuczna przyjmująca wartość 0, gdy i jest pierwszą obserwacją występującą w danej serii oraz 1 w pozostałych przypadkach,

μ – sztuczna przyjmująca wartość 0, gdy j jest pierwszą obserwacją w danej serii oraz 1 w pozostałych przypadkach,

ρ – autokorelacja pomiędzy bieżącą resztą a resztą z wyznaczenia H_{j-1} na podstawie H_j ($\varepsilon_{i-1,j}$),

γ – autokorelacja pomiędzy bieżącą resztą a resztą z wyznaczenia H_i na podstawie H_{j-1} ($\varepsilon_{i,j-1}$).

Wyboru najlepszego dynamicznego modelu wzrostu dokonano w oparciu o następujące kryteria statystyczne [Palahí i in. 2004, 2011]:

- błąd średni (ME),
- błąd standardowy (RMSE),
- kryterium informacyjne Akaike (AICd) [Kukier i in. 2008],
- rozkład wartości resztowych względem przewidywanych według modeli.

Opracowane modele poddano również analizie polegającej na ocenie wiarygodności opracowanych na ich podstawie krzywych bieżącego rocznego przyrostu wysokości. Spośród 6 opracowanych systemów krzywych wzrostu, na podstawie wymienionych kryteriów wybrano najlepszy model, który wykorzystano do budowy modelu bonitacyjnego dla sosny.

Wyniki

OCENA WYBRANYCH FUNKCJI. W wyniku oszacowania parametrów poszczególnych funkcji wzrostu uzyskano 6 dynamicznych modeli bonitacyjnych (tab.), które z uwagi na właściwości zastosowanych równań różnicowych są jednocześnie modelami zmiany z wiekiem wysokości. Uzyskane modele wykazują różnice w przebiegu wzrostu wysokości zależne zarówno od wieku drzewostanu, jak i siedliska (ryc. 2).

Tabela.

Parametry opracowanych modeli bonitacyjnych, dokładność ich oszacowania oraz statystyki charakteryzujące stopień dopasowania wartości modelowych do danych empirycznych

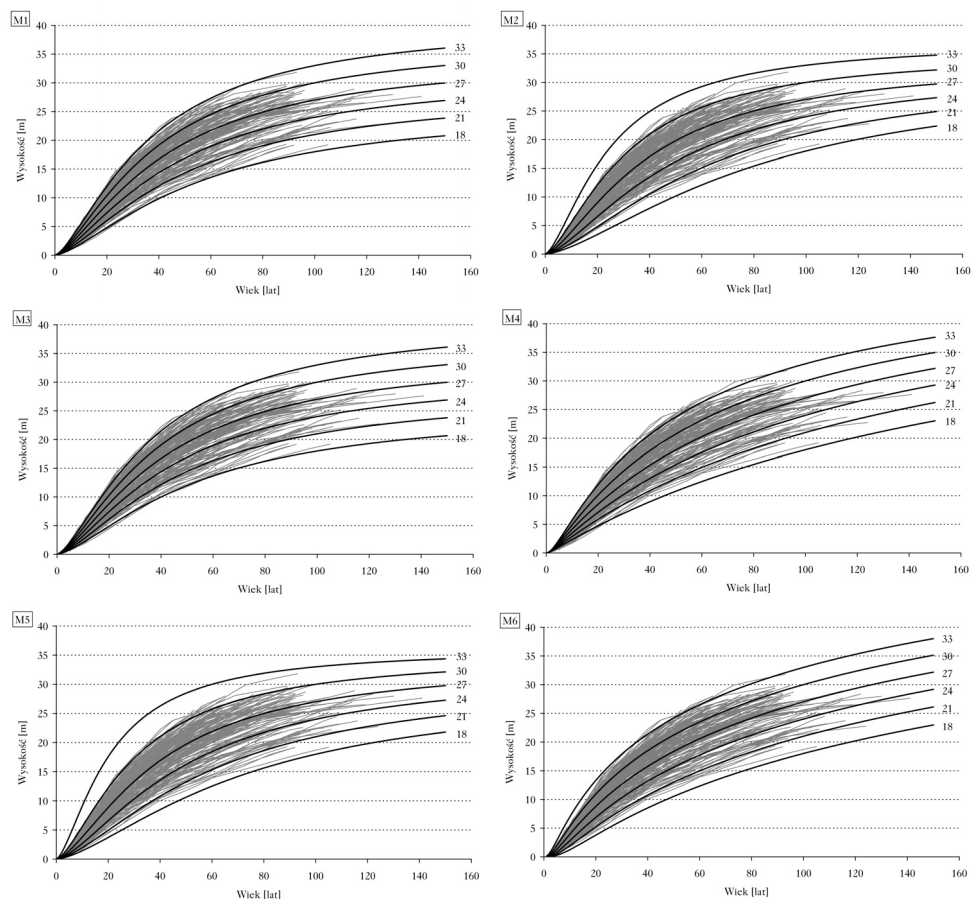
Parameters of the developed site index models, accuracy of their estimation and the statistics characterising the fit of the model values to empirical data

Model	Parametr	Ocena	Błąd standardowy	ME	RMSE	R ² _{adj}	AICd																																																																			
M1	β_1	5962,3	115,39	0,063285	1,0182	0,98146	1891																																																																			
	β_2	1,4421	0,0094					M2	β_1	1,4814	0,0100	0,057365	0,7689	0,98991	206	β_2	1547,7	345,10	M3	β_3	30,569	0,8018	0,013749	0,7430	0,99062	0	β_1	1,4409	0,0096	β_2	9,5524	0,0288	M4	β_3	3,0094	0,7419	0,433806	0,9218	0,98487	1293	β_1	4,9458	0,1553	M5	β_3	0,0194	0,0004	0,045083	0,7643	0,99037	170	β_1	1,3933	0,2360	β_2	-117,91	8,7749	β_3	3445,3	162,78	M6	β_4	1,4884	0,0039	0,412732	0,9619	0,98349	1549	β_0	76,444	2,4665		β_2	0,4549
M2	β_1	1,4814	0,0100	0,057365	0,7689	0,98991	206																																																																			
	β_2	1547,7	345,10																																																																							
M3	β_3	30,569	0,8018	0,013749	0,7430	0,99062	0																																																																			
	β_1	1,4409	0,0096																																																																							
	β_2	9,5524	0,0288																																																																							
M4	β_3	3,0094	0,7419	0,433806	0,9218	0,98487	1293																																																																			
	β_1	4,9458	0,1553																																																																							
M5	β_3	0,0194	0,0004	0,045083	0,7643	0,99037	170																																																																			
	β_1	1,3933	0,2360																																																																							
	β_2	-117,91	8,7749																																																																							
	β_3	3445,3	162,78																																																																							
M6	β_4	1,4884	0,0039	0,412732	0,9619	0,98349	1549																																																																			
	β_0	76,444	2,4665																																																																							
	β_2	0,4549	0,0082																																																																							

Pod względem przyjętych kryteriów oceny dopasowania krzywej do danych empirycznych najlepszymi właściwościami charakteryzuje się model M3. Dobre dopasowanie do danych rzeczywistych oraz zbliżone wartości poszczególnych kryteriów zastosowanych do oceny uzyskano również w przypadku modeli M2 i M5. Jakość odwzorowania przebiegu wzrostu obrazują wykresy modelowych krzywych bonitacyjnych na tle rzeczywistych serii wzrostowych (ryc. 2).

Poprawność opracowanych modeli oceniono również w oparciu o analizę możliwości ekstrapolowania wyników oraz przydatności opracowanych funkcji do określania bieżącego rocznego przyrostu wysokości. To kryterium uznać można za ocenę biologicznej poprawności opracowanych modeli. W pełni wykazują ją jedynie modele M1, M3 i M6 (ryc. 3). Tylko bowiem w ich przypadku, zgodnie ze znanymi prawidłowościami, wiek kulminacji przyrostu wysokości występuje tym wcześniej, im wyższa bonitacja siedliska, a przyrost na siedliskach uboższych jest niższy niż na siedliskach żyzniejszych. W przypadku modeli M2 i M5, wykazujących także bardzo dobre dopasowanie do danych empirycznych (tab.), przyrost wysokości w wieku powyżej 50 lat dla siedlisk uboższych jest większy niż dla siedlisk żyzniejszych. Ten niezgodny z prawidłowościami kształtowania się przebieg przyrostu wysokości, a także jego wielkość przekraczająca odpowiednio 0,9 oraz 1,0 m rok dla bonitacji 33, wskazują na ograniczoną przydatność funkcji opisanych wzorami [2] i [5] do budowy krzywych bonitacyjnych dla analizowanych drzewostanów sosnowych. Wątpliwości budzi również model M4. Obliczony według niego wiek kulminacji bieżącego przyrostu wysokości występuje tym później, im wyższa bonitacja siedliska.

OPRACOWANY MODEL. Biorąc pod uwagę najlepsze odwzorowanie danych empirycznych (tab.) oraz wiarygodność przebiegu modelowego przyrostu wysokości (ryc. 3), do opracowania ostatecznej wersji modelu bonitacyjnego dla sosny z południowej Polski wybrano model M3. Zgodnie z oczekiwaniem stwierdzono silną autokorelację reszt wybranego modelu ($R^2=0,81$; $\rho=0,572$;



Ryc. 2.

Modelowe krzywe bonitacyjne wykreślone według analizowanych równań różnicowych M1-M6 (linie czarne) i rzeczywiste serie wzrostowe 189 drzew (linie szare)

Model site index curves fitted according to analyzed difference equations M1-M6 (black lines) and true growth series of 189 trees (gray lines)

Liczby odnoszą się do wysokości w wieku bazowym 100 lat; numbers refer to height at the base age 100 years

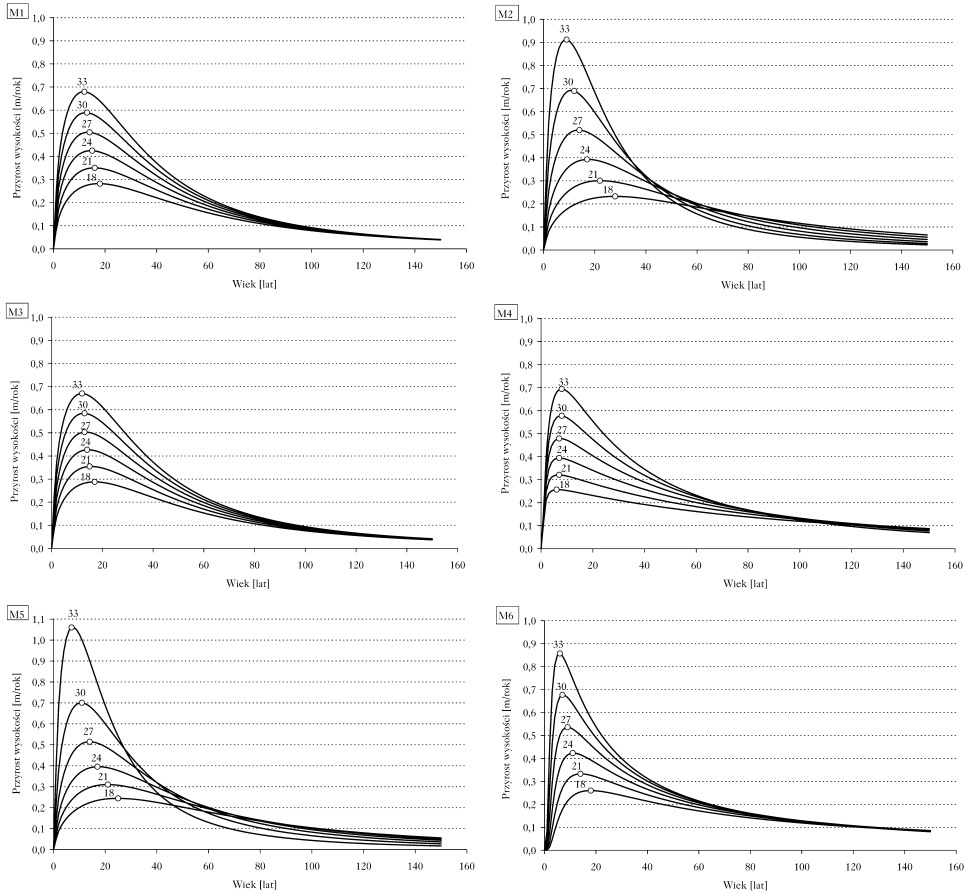
$t=81,07$; $p<0,0001$; $\gamma=0,296$; $t=77,23$; $p<0,0001$). Dlatego też w ostatecznym dopasowaniu wybranej funkcji (wzór [3]) i oszacowaniu jej parametrów uwzględniono strukturę błędów, zgodnie z modelem autokorelacji opisanym wzorem [7].

Nowe wartości parametrów modelu M3 wynoszą odpowiednio: $\beta_1=1,431589$; $\beta_2=9,569754$ i $\beta_3=2,293839$, natomiast $R^2_{adj}=0,9972$. Zastosowanie równania wyprowadzonego metodą różnic algebraicznych sprawia, że opracowany model jest funkcją trójwymiarową (ryc. 4), która w zależności od sformułowania może być stosowana jako model bonitacyjny (wzór [8]) lub jako model zmiany z wiekiem wysokości drzewostanu (wzór [9]).

$$SI = H_1 \frac{729,76 \times (T_1^{1,4316} \times R + 14325,1)}{T_1^{1,4316} \times (729,76 \times R + 14325,1)} \quad [8]$$

gdzie:

$$R = 2,2937 + H_1 + \sqrt{(2,2937 + H_1)^2 + 2H_1 \times 14325,1 / T_1^{1,4316}} \quad [8.1]$$



Ryc. 3.

Przyrost wysokości sosny na różnych siedliskach obliczony według analizowanych modeli M1-M6
 Height increment of Scots pine on different sites calculated according analyzed models M1-M6
 Liczby odnoszą się do wysokości w wieku bazowym 100 lat (wskaźnik bonitacji)
 Numbers refer to height at the base age 100 years (site index)

$$H_2 = SI \frac{T_2^{1,4316} \times (729,76 \times R + 14325,1)}{729,76 \times (T_2^{1,4316} \times R + 14325,1)} \quad [9]$$

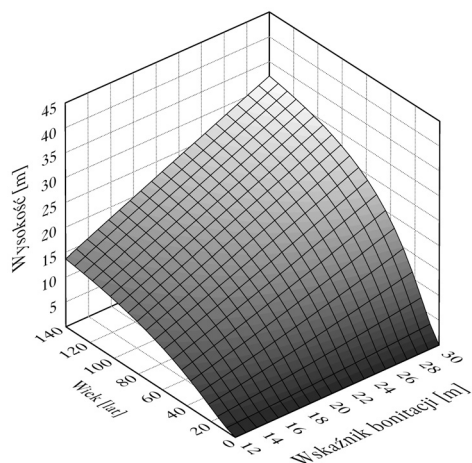
gdzie:

$$R = 2,2937 + SI + \sqrt{(2,2937 + SI)^2 + 2 \times SI \times 19,62997} \quad [9.1]$$

Obliczony na podstawie wzoru [9] bieżący roczny przyrost wysokości osiąga w całym zakresie wieku wartości tym większe, im wyższa bonitacja. Zarówno wiek kulminacji przyrostu wysokości, jak i jego wielkość w wieku kulminacji zależą od żyzności siedliska (ryc. 3).

Dyskusja

Do budowy modeli bonitacyjnych można wykorzystać dane pochodzące z czasowych powierzchni próbnych, stałych powierzchni próbnych oraz analiz strzał [Raulier i in. 2003; García 2005]. Dane z czasowych powierzchni próbnej pochodzące z inwentaryzacji są względnie łatwe do po-



Ryc. 4.

Trójwymiarowe zobrazowanie opracowanego dynamicznego modelu bonitacyjnego
3-D visualization of developed dynamic site index model

zyskania. Przez wykreślenie i ekstrapolację krzywej wiodącej można na ich podstawie opracować tylko modele anamorficzne nieuwzględniające różnic w dynamice wzrostu wysokości związanych z jakością siedliska [Mathiasen i in. 2006]. Zastosowanie tego typu modeli bonitacyjnych może być przyczyną zaniżenia bonitacji dla drzewostanów młodszych od przyjętego wieku bazowego oraz jej zawyżenia dla drzewostanów starszych [Biging 1985; Walters i in. 1989; Nanang, Nunifu 1999]. Niewątpliwie najlepszym źródłem danych o wzroście wysokości drzewostanów są pomiary wykonywane okresowo na stałych powierzchniach próbnych. Wymaga to jednak długo-okresowych, zaplanowanych obserwacji na powierzchniach próbnych reprezentujących szeroki zakres warunków siedliskowych oraz zróżnicowanie przestrzenne. Względnie łatwo dostępnym i jednocześnie najczęściej wykorzystywanym źródłem danych o wzroście wysokości drzew są informacje uzyskane na podstawie analiz strzał. Liczba słoi przyrostu rocznego z różnych wysokości pnia stanowi ciągły zapis zmian wysokości wraz z wiekiem drzewa, który można odtworzyć tą metodą. Dane z analiz strzał pozwalają na budowę polimorficznych krzywych bonitacyjnych [Monserud 1984]. Stwierdzone różnice w przebiegu wzrostu wysokości drzew i drzewostanu [Raulier i in. 2003; García 2005] wskazują jednak na konieczność zachowania ostrożności przy interpretacji wyników uzyskanych na podstawie tak zebranego materiału empirycznego [García 2011]. Nie wszystkie drzewa, należące w momencie ścięcia do górnej warstwy drzewostanu, przez cały czas swojego życia do niej należały. Szczególną uwagę należy zwrócić na odpowiednią selekcję drzew. Konieczne jest prześledzenie przebiegu wzrostu każdego drzewa i porównanie go ze wzrostem wysokości innych drzew rosnących w zbliżonych warunkach siedliskowych. W prezentowanych badaniach nie uwzględniono tych drzew, których krzywa wzrostu gwałtownie przecinała krzywe wzrostu innych drzew wzrastających na siedliskach o zbliżonej produktywności. W ten sposób starano się zmniejszyć prawdopodobieństwo zawyżenia przez opracowany model bonitacji drzewostanów młodych. Zjawisko takie obserwowane jest wówczas, gdy model bonitacyjny jest opracowany na podstawie drzew pochodzących w momencie ścięcia z górnej warstwy drzewostanu, ale które wcześniej zajmowały niższe stanowiska biosocjalne [Raulier i in. 2003].

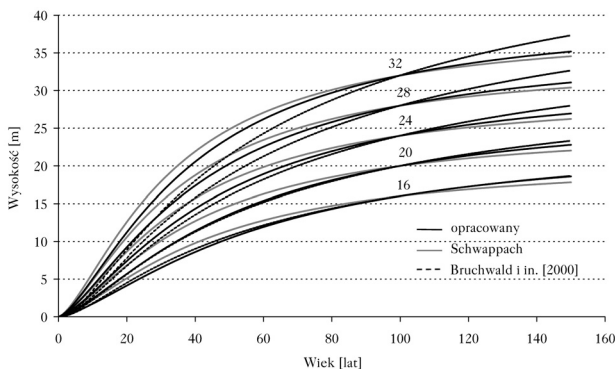
Z licznych przykładów funkcji stosowanych do budowy krzywych bonitacyjnych wybrano jedynie dynamiczne postaci modeli, których parametry oszacowano bez konieczności wyboru stałego wieku bazowego. Przy wyborze modelu opisującego bonitację, poza jakością dopasowania, która jak się wydaje jest przez licznych autorów przeceniana, oceniano także zgodność

uzyskanego przebiegu wzrostu wysokości ze znanymi powszechnie prawidłowościami. Równanie M3, które najlepiej opisywało przebieg wzrostu wysokości w materiale badawczym, okazało się jednocześnie wiarygodne z biologicznego punktu widzenia, ocenionego między innymi na podstawie wielkości i przebiegu bieżącego przyrostu wysokości. Określony na jego podstawie wiek kulminacji bieżącego przyrostu wysokości rośnie wraz z pogarszaniem się jakości siedliska, a wartość przyrostu w wieku kulminacji osiąga dla poszczególnych bonitacji realne w Polskich warunkach wielkości. Ponadto, dla całego zakresu wieku, przyrost bieżący osiąga tym wyższe wartości, im wyższa jest bonitacja drzewostanu. Opracowany model bonitacyjny charakteryzuje się zarówno polimorfizmem, jak i zmiennymi asymptotami, co miało kluczowy wpływ na jego dobre dopasowanie do danych empirycznych.

W porównaniu z nadal stosowanymi w Polsce krzywymi bonitacyjnymi dla sosny, pochodzącymi z tablic zasobności Schwappacha [1943], rozszerzonymi przez Szymkiewicza [1949] o klasę Ia, opracowany model bonitacyjny (wzór [8]) wykazuje, dla poszczególnych bonitacji, mniejsze tempo wzrostu wysokości w młodszym wieku i większe dla drzewostanów starszych (ryc. 5). Znacznie większe rozbieżności stwierdzono pomiędzy opracowanym modelem bonitacyjnym a modelem zmiany z wiekiem wysokości górnej opracowanym przez Bruchwalda i in. [2000a, b] (ryc. 5), który stanowi podstawowy moduł w modelu wzrostu dla drzewostanów sosnowych. Rozbieżności te można częściowo wytłumaczyć innym materiałem badawczym. Jednak zasadniczą przyczyną wydaje się być odmienny sposób budowy krzywych wzrostu wysokości górnej. Zastosowano w nim funkcję uśredniającą tempo zmiany wysokości z wiekiem dla wszystkich siedlisk, ekstrapolowanej w kierunku siedlisk żyzniejszych i w kierunku siedlisk uboższych proporcjonalnie do wysokości górnej osiągananej w wieku 100 lat. Wydaje się, że w związku z tym na siedliskach żyzniejszych od przeciętnych prognozowana wysokość w wieku niższym od wieku bazowego jest według wspomnianego modelu znacznie niższa, a w wieku wyższym od wieku bazowego znacznie wyższa niż wysokość określona na podstawie modelu opracowanego w ramach prezentowanych badań oraz tablic Schwappacha (ryc. 5).

Podsumowanie

Prowadzona przebudowa monokultur iglastych na drzewostany mieszane, często różnowiekowe, a także stwierdzany w ostatnich dekadach wzrost koncentracji w powietrzu atmosferycznym CO₂ i przypisywane mu ocieplenie oraz wahania warunków klimatycznych [Peichl i in. 2010] są niewątpliwie przyczynami obserwowanych zmian w trendach wzrostowych drzew leśnych. Stosowane deterministyczne modele wzrostu, opracowane dla drzewostanów równowiekowych jednogatunkowych, rosnących we względnie stabilnych warunkach, tracić więc będą na znacze-



Ryc. 5.

Krzywe wzrostu wysokości według różnych modeli
Height growth curves developed by different models

niu i nie mogą być stosowane bezkrytycznie. Przyjęte w sposobie prowadzenia gospodarki leśnej rozwiązania sprawiają jednak, że nadal istnieje zapotrzebowanie na modele tego typu. Do określania bonitacji siedlisk dla sosny w Polsce południowej może być stosowany model opracowany w ramach prezentowanych badań, który jest równocześnie modelem zmiany z wiekiem wysokości górnej drzewostanu. Istnieje jednak pilna potrzeba podjęcia badań nad modelami bonitacyjnymi uwzględniającymi zmienne siedliskowe opisujące warunki glebowe, fizjograficzne i klimatyczne oraz przestrzenne zróżnicowanie warunków wzrostu.

Literatura

- Assmann E. 1968. Nauka o produktywności lasu. PWRiL, Warszawa.
- Barrio Anta M., Diéguez-Aranda U. 2005. Site quality of pedunculate oak (*Quercus robur* L.) stands in Galicia (northwest Spain). Eur. J. For. Res. 124 (1): 19-28.
- Biging G. S. 1985. Improved estimates of site index curves using a varying-parameter model. For. Sci. 31 (1): 248-259.
- Bošela M., Petráš R., Šmelko Š. 2011. Site classification vs. wood production: a case study based on silver fir growth dynamics in the Western Carpathians. Journal of Forest Science 57 (10): 409-421.
- Bravo F., Montero G. 2001. Site index estimation in Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) stands in the High Ebro Basin (northern Spain) using soil attributes. Forestry 74 (4): 395-406.
- Bruchwald A. 1977. Change in top height of pine forest stands with age. Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Biol. 5: 335-342.
- Bruchwald A. 1985. Model wzrostowy MDI-1 dla sosny. Las Pol. 9: 10-15.
- Bruchwald A. 1988. Introductory program of the MDI-1 growth model for Scots pine. Ann. Warsaw Agric. Univ. SGGW-AR, For. Wood Technol. 36: 3-9.
- Bruchwald A., Michalak K., Wróblewski L., Zasada M. 2000a. Wzrost wysokości sosny w różnych regionach Polski. W: Bruchwald A. [red.]. Przestrzenne zróżnicowanie wzrostu sosny. Fundacja Rozwój SGGW. 77-83.
- Bruchwald A., Michalak K., Wróblewski L., Zasada M. 2000b. Analiza funkcji wzrostu wysokości dla różnych regionów Polski. W: Bruchwald A. [red.]. Przestrzenne zróżnicowanie wzrostu sosny. Fundacja Rozwój SGGW. 84-91.
- Cieszewski C. J. 2001. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. Can. J. For. Res. 31: 165-173.
- Cieszewski C. J. 2002. Comparing fixed- and variable-base-age polymorphic site equations having single versus multiple asymptotes. For. Sci. 48 (1): 7-23.
- Cieszewski C. J., Bailey R. L. 2000. Generalized algebraic difference approach: Theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. For. Sci. 46 (1): 116-126.
- Cieszewski C. J., Strub M., Zasada M. 2007. New dynamic site equation that fits best Schwappach data for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. For. Ecol. Manage. 243 (1): 83-89.
- Cieszewski C. J., Zasada M. 2002. Dynamiczna forma anamorficznego modelu bonitacyjnego dla sosny pospolitej w Polsce. Sylwan 146 (7): 17-24.
- Cieszewski C. J., Zasada M. 2003. Wyprowadzanie ogólnych dynamicznych równań bonitacyjnych za pomocą uniwersalnej metody różnic algebraicznych. Sylwan 147 (3): 40-46.
- Diéguez-Aranda U., Dorado F. C., González J. G. Á., Alboreca A. R. 2006. Dynamic growth model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in Galicia (north-west Spain). Ecological Modelling 191 (2): 225-242.
- Elfving B., Kiviste A. 1997. Construction of site index equations for *Pinus sylvestris* L. using permanent plot data in Sweden. For. Ecol. Manage. 98 (2): 125-134.
- García O. 2005. Comparing and combining stem analysis and permanent sample plot data in site index models. For. Sci. 51 (4): 277-283.
- García O. 2011. Dynamical implications of the variability representation in site-index modeling. Eur. J. For. Res. 130 (4): 671-675..
- Hägglund B., Lundmark J. E. 1977. Site index estimation by means of site properties of Scots pine and Norway spruce in Sweden. Stud. For. Suec. 138: 5-38.
- Karlsson K. 2000. Height growth patterns of Scots pine and Norway spruce in the coastal areas of western Finland. For. Ecol. Manage. 135 (1-3): 205-216.
- Kayahara G. J., Klinka K., Marshall P. L. 1998. Testing site index-site-factor relationships for predicting *Pinus contorta* and *Picea engelmannii* × *P. glauca* productivity in central British Columbia, Canada. For. Ecol. Manage. 110 (1-3): 141-150.
- Kiviste A. K., Álvarez González J. G., Rojo A., Ruiz A. D. 2002. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria, Madrid.
- Kukier Ł., Szydłowski M., Tambor P. 2008. Kryterium Akaike: prostota w języku statystyki. Maszynopis. Katedra Fizyki Teoretycznej, KUL.

- Mathiasen R. L., Olsen W. K., Edminster C. B. 2006. Site index curves for white fir in the southwestern United States developed using a guide curve method. *West. J. Appl. For.* 21 (2): 87-93.
- Monserud R. A. 1984. Height growth and site index curves for inland Douglas-fir based on stem analysis data and forest habitat type. *For. Sci.* 30 (4): 943-965.
- Nanang D. M., Nunifu T. K. 1999. Selecting a functional form for anamorphic site index curve estimation. *For. Ecol. Manag.* 118 (1-3): 211-221.
- Orzeł S. 1995. Dynamika wzrostu drzewostanów sosnowych w wybranych regionach przemysłowych Polski południowej. *Zeszyty Naukowe AR w Krakowie, Rozprawy* 204.
- Orzeł S., Forgiel M., Ochał W., Socha J. 2006. Nadziemna biomasa i roczna produkcja drzewostanów sosnowych Puszczy Niepołomickiej. *Sylvan* 150 (9): 16-32.
- Palahí M., Tomé M., Pukkala T., Trasobares A., Montero G. 2004. Site index model for *Pinus sylvestris* in north-east Spain. *For. Ecol. Manage.* 187 (1): 35-47.
- Parresol B. R., Vissage J. S. 1998. White pine site index for southern forest survey. Research paper. USDA Forest Service. Washington DC.
- Peichl M., Altaf Arain M., Brodeur J. J. 2010. Age effects on carbon fluxes in temperate pine forests. *Agricultural and Forest Meteorology* 150 (7-8): 1090-1101.
- Peschel W. 1938. Die mathematischen Methoden zur Herteitung der Wachstums-gesetze von Baum und Bestand und die Ergebnisse ihrer Anwendung. *Tharandter Forstl. Jahrbuch.* 89: 169-274.
- Raulier F., Lambert M., Pothier D., Ung Ch. 2003. Impact of dominant tree dynamics on site index curves. *For. Ecol. Manage.* 184 (1-3): 65-78.
- Schwappach A. 1943. Ertragsafeln der wichtigeren Holzarten. Druckerei Merkur, Praga.
- Sharma R. P., Brunner A., Eid T. 2012. Site index prediction from site and climate variables for Norway spruce and Scots pine in Norway. *Scand. J. For. Res.* 27 (7): 619-637.
- Sharma R. P., Brunner A., Eid T., Øyen B. H. 2011. Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *Forest Ecology and Management* 262 (12): 2162-2175.
- Skovsgaard J. P., Vanclay J. K. 2008. Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry* 81 (1): 13-31.
- Socha J. 2008. Effect of topography and geology on the site index of *Picea abies* in the West Carpathian, Poland. *Scandinavian Journal of Forest Research* 23 (3): 203-213.
- Socha J. 2010. Metoda modelowania potencjalnych zdolności produkcyjnych świerka w górach. *Zesz. Nauk. Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie, Rozprawy* 461.
- Socha J. 2011. Krzywe bonitacyjne świerka pospolitego na siedliskach górskich. *Sylvan* 155 (12): 816-826.
- Socha J. 2012. Long-term effect of wetland drainage on the productivity of Scots pine stands in Poland. *For. Ecol. Manage.* 274: 172-180.
- Socha J., Orzeł S. 2011. Dynamiczne krzywe bonitacyjne dla drzewostanów sosnowych Puszczy Niepołomickiej. *Sylvan* 155 (5): 301-312.
- Splechna B. E. 2001. Height growth and site index models for Pacific silver fir in southwestern British Columbia. *B. C. Journal of Ecosystems and Management.* 1 (1): 1-14.
- Strub M., Cieszewski C. J. 2006. Base-age invariance properties of two techniques for estimating the parameters of site index models. *For. Sci.* 52 (2): 182-186.
- Szymkiewicz B. 1949. Rozszerzenie tablic zasobności Schwappacha dla sosny o klasę Ia. *Sylvan* 93 (3-4): 76-93.
- Walters D. K., Gregoire T. G., Burkart H. E. 1989. Consistent estimation of site index curves fitted to temporary plot data. *Biometrics* 45 (1): 24-33.

SUMMARY

Dynamic site index curves for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in southern Poland

The aim of the study was to develop a site index model for Scots pine stands in southern Poland characterised by: polymorphism allowing to take into account differences in the height growth resulting from the variability in site conditions, variable asymptotes for different sites, equal site index and height values at a specified base age, possibility to use the same function as a height growth model and a site index model as well as the possibility of biological interpretation of equation parameters.

The research material contained the height growth data obtained from an analysis of 189 tree stems selected from the predominant and dominant storeys of pure pine stands mostly located in the territory of forest districts in southern Poland (fig. 1). At least three pine stands in which sample plots were located were selected in each forest district. The collected material was used to develop the parameters of six dynamic growth models (M1-M6), which allowed to determine site productivity and predict changes in the height of stands with age. Statistical criteria for assessing the accuracy of mapping empirical data and biological reasonableness were the basis of selection of the equation that best fits the height growth rate with age of the examined pine stands.

The developed model M3 using the function derived by Cieszewski et al. [2007] includes the best parameters in terms of the criteria adopted to evaluate the fit of the empirical data curve: scattering of the residual values compared to predicted values, mean error (ME), mean square error (RMSE), adjusted coefficient of determination (R_{adj}^2) and the information criterion Akaike (AICD) (tab.). The developed site index model is a three-dimensional function (fig. 4) which, depending on the formulation, can be used as a site index model (eq. [8]) or as an age-based stand height growth model (eq. [9]) and therefore can be used to determine the site index and predict changes in the height growth with age of pine stands in southern Poland.