

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭКСПЛУАТАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ ЗЕРНОУБОРОЧНЫХ КОМБАЙНОВ

*Александр Быстрый, Иван Rogovskii*

*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины  
Украина, г. Киев, ул. Героев Обороны, 15*

*Aleksandr Bystryi, Ivan Rogovskii*

*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine  
Heroiv Oborony Str., 15, Kiev, Ukraine*

**Аннотация.** Предложен комплекс методов точной и приближенной стабилизации распределений, которые возможно использовать как на модельных задачах, так и на реальных системах эксплуатационно-технологической безотказности зерноуборочных комбайнов.

**Ключевые слова:** техническая эксплуатация, безотказность, зерноуборочный комбайн.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Ныне наблюдается повышенный интерес к теории динамических систем, в частности к системам с хаотичным или случайным поведением. Среди стохастических систем интересными и важными с точки зрения практических применений есть системы марковского типа, свойствам которых отвечают разнообразнейшие технические, физические, химические, биологические и экономические процессы. Следует отметить, что теория марковских процессов традиционно развивалась в двух направлениях: во-первых, как абстрактная математическая теория [1–3] и, во-вторых, как прикладная теория, в частности, теория массового обслуживания [4–7].

Актуальной задачей является исследование разных предельных свойств неоднородных марковских систем, в частности, представляют интерес задачи их стабилизации. Под стабилизацией системы понимают локализацию ее параметров близ некоторых заданно заданных значений. В случае однородных систем такое свойство системы называют эргодичностью. Стабильность есть одной из наиболее важных характеристик любых систем независимо от них функционального назначения. Методы стабилизации марковских систем и их практическая реализация непременно связаны с проблемой вы-

бора необходимых стабилизирующих влияний.

### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Согласно анализу существующих научных работ в этом направлении показано, что исследование эргодичных свойств цепей Маркова есть прежде всего связанным с анализом скорости сходимости к стационарному распределению (для однородных цепей). При этом очевидно, что скорость сходимости зависит как от характеристик матрицы переходных вероятностей, так и от вида начального распределения процесса. Было установлено, что для некоторых однородных цепей Маркова, при наложении некоторых ограничений на собственные числа переходной матрицы и на начальное распределение вероятности цепи позволяет обеспечить сходимость к стационарному распределению за конечное время [8–14].

Следует отметить, что предположение эргодичности, которая есть характерным для большинства существующих публикаций по вопросам моделирования систем марковского типа часто не выполняется, вместе с тем на необходимость изучения моделей с неоднородными по времени параметрами как одну из самых важных проблем теории массового обслуживания. Сравнительно небольшая численность результатов в этом направлении объясняется, прежде всего, непригодностью имеющихся методов для решения подобного типа задач [15–18]. Попытки изучения моделей, которые учитывают временную неоднородность входных потоков, делались неоднократно [19–23].

Во время рассмотрения прикладных моделей марковского типа перед исследовате-

лем возникает целый ряд проблем. Выбор модели, которая исследуется, как правило, осуществляется эвристически, без необходимого обоснования корректности, хотя он и определяет ход дальнейшего исследования. Для достижения адекватности модели процесса, который изучается, необходимо решить ряд задач, которые касаются исследования динамики систем и, в частности, стойкости модели системы. Согласно проанализированным литературным источникам можно сделать вывод, который во время рассмотрения стохастических систем марковского типа, оценивание параметров, исследование стойкости и связанные с ней задачи анализу исходных характеристик модели относительно возмущения входных данных большой интерес и практическую пользу представляет исследование эргодичных свойств начальной модели. При этом под эргодичностью понимается приближения исходных характеристик к некоторым постоянным значениям или локализация в достаточно малых окрестностях. Термин “эргодичность” в теории марковских процессов применяется только для однородного случая, поэтому во время соответствующего исследования неоднородных марковских систем мы будем использовать термин “стабилизация”.

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы состоит в развитии методов стабилизации неоднородных марковских систем, параметры которых подлежат влияниям разного типа; использовании полученных результатов во время исследования предельных режимов работы систем и их применении при оценке безотказности зерноуборочных комбайнов.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Необходимость исследования обусловлена тем, что много условий эргодичности марковских систем могут быть сформулированы на основе анализа спектра соответствующей матрицы, которая определяет динамику марковской системы. В частности, к ним принадлежат условия простоты и отделенности собственного числа (1 – для стоха-

стических матриц и 0 – для квазистохастических), важную роль играет также область распределения собственных чисел на комплексной плоскости и свойстве соответствующих собственных и присоединенных векторов.

Пусть  $P_1 = \left\| p_{ij}^{(1)} \right\|_{i,j=1}^n$  и  $P_2 = \left\| p_{ij}^{(2)} \right\|_{i,j=1}^n$ ,

– стохастические матрицы с наборами собственных и присоединенных векторов, которые совпадают. Тогда при любом  $0 \leq \lambda \leq 1$  матрица будет  $P = \lambda P_1 + (1 - \lambda) P_2$  иметь тот самый набор собственных и присоединенных векторов.

Пусть  $P_1 = \left\| p_{ij}^{(1)} \right\|_{i,j=1}^n$  и  $P_2 = \left\| p_{ij}^{(2)} \right\|_{i,j=1}^n$ ,

– стохастические матрицы с наборами собственных и присоединенных векторов, которые совпадают. Пусть также:  $A_1 \in Q_\lambda(P_1)$  и

$A_2 \in Q_\lambda(P_2)$  ( $A_k = \left\| a_{ij}^{(k)} \right\|_{i,j=1}^n$ ,  $k=1, 2$ ). Тогда для любых  $\alpha_1 > 0$  и  $\alpha_2 > 0$  матрица

$$P = \frac{1}{\max_{1 \leq i \leq n} \left| \alpha_1 a_{ii}^{(1)} + \alpha_2 a_{ii}^{(2)} \right|} (\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2) + E,$$

будет иметь тот самый, с точностью до скалярного множителя, набор собственных и присоединенных векторов, что и матрицы  $P_1$  и  $P_2$ . Если же хотя бы при одном  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) выполняется  $p_{ii}^{(1)} = p_{ii}^{(2)} = 0$ , то в этом случае эти наборы будут сходиться в точности.

Эти утверждения позволяют сделать вывод относительно того, что среди всего множества неоднородных цепей Маркова действительно могут существовать такие, которые практически за всеми своими свойствами сходятся с однородными, отличаясь от последних лишь тем, что собственные и присоединенные векторы матриц переходных вероятностей за единицу времени на каждом шагу отвечают разным собственным значениям. Это последнее обстоятельство означает, что в таких цепях происходит замедления или ускорение сходимости к финальным вероятностям сравнительно с соответствующей однородной цепью. Кроме того, очевидно, что подобная сходимость может (за некото-

рых дополнительных условий) иметь место и в случае, когда наборы собственных и присоединенных векторов матриц переходных вероятностей сходятся не полностью, а лишь частично. В связи с этим представляет интерес рассмотрение множества матриц, подобных за своими спектральными характеристиками, то есть таких, в которых полностью или частично сходятся нормальные формы, или наборы собственных и присоединенных векторов.

Матрицы с равняющимися единицы строчными суммами, без требования неотъемлемости всех элементов будем называть псевдостохастическими.

Псевдостохастичная действительная матрица  $P$  размерности  $n$  при фиксированной нормальной форме имеет  $n(n-1)$  степеней свободы, то есть все возможные преобразования, которые сохраняют свойства действительности и псевдостохастичности, сводятся к изменению  $n(n-1)$  параметров.

Пусть нормальная форма  $J$  псевдостохастической матрицы  $P$  определена с точностью до  $m$  (кратных) собственных значений, которые могут меняться в кильке  $0 < |\lambda| < 1$ . Тогда матрица  $P$  имеет  $n(n-1) + m$  степеней свободы.

Обозначим множество характеристических корней всех матриц  $n$ -го порядка с максимальным за модулем элементом  $\rho$  через  $K_n^\rho$ . Итак, для матриц  $n$ -го порядка с максимальным за модулем элементом  $\rho$  справедливы такие утверждения.

$K_2^\rho$  представляет собой отрезок действительной оси  $[-2|\rho|, 0]$ .  $K_3^\rho$  представляет объединение треугольника с вершинами в точках  $(0, 0)$ ,  $|\rho|\exp(2\pi i/3) - |\rho|$ ,  $|\rho|\exp(4\pi i/3) - |\rho|$  с отрезком действительной оси  $[-2|\rho|, 0]$ .

Для  $n > 3$  фигура  $K_n^\rho$  содержится в круге  $|z + |\rho| \leq |\rho|$  и имеет с колом  $|z + |\rho| = |\rho|$  общие точки  $|\rho|\exp(2\pi ia/b) - |\rho|$ , где  $0 \leq a < b \leq n$ . Граница  $K_n^\rho$  составляется из

этих точек и криволинейных дуг, которые совмещают их в круговом порядке.

Отрезки границы множества  $K_n^\rho$ , которые проходят через точку комплексной плоскости  $(0, 0)$ , представляют собой отрезки прямых, которые совмещают точки  $|\rho|\exp(2\pi i(n-1)/n) - |\rho|$  и  $(0, 0)$ ,  $(0, 0)$  и  $|\rho|\exp(2\pi i/n) - |\rho|$  соответственно.

Рассмотрим процесс, поведение которого полностью определяется задачам начального распределения и последовательности:

$$\{P^{(k)}\}_{k=1}^\infty, \quad P^{(k)} = \left\| p_{ij}^{(k)} \right\|_{i,j=1}^s \quad \text{стохастических}$$

матриц, каждая с которых является матрицей переходных вероятностей, что отвечает промежутку:  $[t_{k-1}, t_k)$  ( $P^{(k)} = P(t_{k-1}, t_k)$ ). Такой процесс можно рассматривать как цепь Маркова с изменяемой продолжительностью “единичного” шага  $[t_{k-1}, t_k)$ . Если  $t^* < \infty$ , то интервалы между двумя последовательными переходами  $|t_k - t_{k-1}|$  будут спадать к нулю при  $k \rightarrow \infty$  через сходимость последовательности  $\{t_k\}_{k=1}^\infty$  к  $t^*$ . Во время исследования таких процессов представляет интерес вопроса относительно существования для распределения процесса:

$$p(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_s(t)),$$

где:  $s$  – количество станов процесса, границы:

$$p^* = \lim_{t \rightarrow \infty} p(t), \quad (1)$$

что не зависит от начального распределения. Ответ на этот вопрос дает такое утверждение.

Пусть выполнены условия:

1) все матрицы  $P^{(k)}$  имеют общий левый собственный вектор  $p^*$ , который отвечает их простому собственному значению 1:

$$p^* P^{(k)} = p^*, \quad \forall k > 0, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^s p_j^* = 1, \quad p_j^* \geq 0, \quad 1 \leq j \leq s;$$

2) предположим:

$$\delta^{(k)} = \max_{1 \leq j \leq s} \min_{1 \leq j \leq s} p_{ij}^{(k)}.$$

Поставим условие, чтобы:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \delta^{(k)} = \infty, \delta^{(k)} > 0, \forall k > 0. \quad (3)$$

Тогда при любом начальном распределении вероятностей  $p^0 = p(0)$  распределение процесса  $p(t)$  при  $t \rightarrow t^*$  совпадает к  $p^*$  равномерно за всеми станам.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда условие 2) не выполняется, то есть теперь

$$\sum_{k=1}^{\infty} \delta^{(k)} < \infty, \text{ а условие 1) остается действую-}$$

ющей. Тогда различие  $R_j(t_0, t) - r_j(t_0, t)$  при  $t \rightarrow t^* - 0$  к нулю, в сущности говоря, не совпадает. Однако, если сумма ряда

$$S = \sum_{k=1}^{\infty} \delta^{(k)}$$

достаточно большая, то распределение процесса  $p(t)$  при  $t \rightarrow t^* - 0$  попадается в некоторую  $\sigma$ -окрестность распределения  $p^*$ , где  $\sigma = e^{-S}$ . Это случай так называемого  $\sigma$ -фокусирования. Такая ситуация  $\sigma$ -фокусирования возникает, когда на интервале  $[0, t^*)$  происходит лишь конечное количество  $N$  переходов и сумма

$$S_N = \sum_{k=1}^N \delta^{(k)}$$

достаточно большая. Рассмотрим теперь явление “дрейфа” распределений  $p(t)$  при  $t \rightarrow t^* - 0$ . Пусть  $\{\tau_{k-1}, \tau_k\}_{k=1}^{\infty}$  – система интервалов, где  $\tau_k$  – моменты перехода процесса,  $\tau_k$  монотонно приближается к  $t^*$  при  $k \rightarrow \infty$ . На каждом из интервалов  $[\tau_{k-1}, \tau_k)$  происходит конечное количество переходов и имеет место  $\sigma$ -фокусирование ( $\sigma$  – одно и то самое для всех интервалов). При этом для непарных  $k$   $\sigma$ -фокусирования проводится на распределении  $p_1^*$ , а для парных  $k$  – на распределении  $p_2^*$ . Пусть  $\|p_1^* - p_2^*\| = \delta$ . Будем считать, что величина  $\sigma$ , которая определяет точность  $\sigma$ -фокусирования, удовлетворяет уму  $\sigma < \frac{\delta}{2}$ . В этом случае при  $t \rightarrow t^* - 0$  граница

$\lim_{t \rightarrow t^* - 0} p(t)$  не будем существовать, хотя условие 2) выполняется.

Пусть все матрицы переходных вероятностей на  $k$ -м единичном интервале времени  $P_k$  ( $k=1, 2, \dots, \infty$ ) цепи Маркова, что рассматривается, с конечным количеством станов  $n$  имеют неизменную нормальную форму, общий левый собственный вектор  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  и общий, с точностью до скалярных множителей, набор левых собственных и присоединенных векторов, которые отвечают собственному числу 0 парности  $m$  ( $m < n$ ) обозначенных матриц, которые образуют левое нулевое инвариантное подпространство  $R_0$ . Если при этом начальное распределение  $p^0 = (p_1^0, p_2^0, \dots, p_n^0)$  принадлежит к линейному многовиду  $L = \pi + R_0$ , то распределение процесса  $p(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t))$  на момент времени  $t = m$ , будет  $m = \dim(R_0)$  совпадать из  $\pi$ .

Марковским процессом в широком понимании будем называть такой случайный процесс  $\xi(t)$ , для которого множество элементарных следствий  $\Omega \subset R^n$ , а множество событий составляется со всех множеств  $\{B\}$ ,  $B \subset \Omega$ . Предполагается, что на множестве  $\{B\}$  заданная вероятностная мера  $P$  и условная вероятность удовлетворяет соотношению:

$$P(\xi(t) \in A / \xi(s) \in B, \xi(s_1) \in B_1, \dots, \xi(s_n) \in B_n) = P(\xi(t) \in A / \xi(s) \in B), \quad s_n < \dots < s_1 < s < t.$$

Итак, процесс, который нами рассматривается, является обобщением неоднородного марковского процесса на случай континуального множества станов. Для марковского процесса в широком смысле прибегнуло свети анализ процесса с континуальным множеством станов к изучению марковского процесса с количеством станов. Показано, что путем влияния на стохастичную матрицу  $\|P_{st}(B_i, B_j)\|$  процесса  $\xi(t)$  можно достичь того, что распределение вероятностей такого процесса будет сходиться к заведомо задан-

ному распределению за как угодно малое время.

На практике часто имеют место такие ситуации, когда система функционирует под влиянием сильных, быстро изменяемых внешних возмущений. В этом случае коэффициенты системы дифференциальных уравнений возмущаются на заданном интервале элементами матрицы  $\tilde{\Lambda}(t)$ . Эта матрица имеет такое свойство: сумма элементов каждого ее строки равняется нулю, однако, в отличие от матрицы  $A(t)$ , в матрице  $\tilde{\Lambda}(t)$  все элементы, размещенные на главной диагонали, должны быть отрицательными. Влияние возмущений задается таким образом, которая возмущена матрица может быть представлена в виде:

$$\Lambda(t) = A(t) + \tilde{\Lambda}(t). \quad (4)$$

Матрица будет  $\Lambda(t)$  сохранять свойство равенства нулю суммы элементов каждой своей строки за счет выполнения этого свойства у каждой из матриц  $A(t)$  и  $\tilde{\Lambda}(t)$ . Для таких систем, которые имеют свойство хранения сумм, распространенное понятие стабилизации и полученные условия сходимости к заведомо заданной точке пространства станом за как угодно малое время.

Предположим, что вероятность нахождения процесса в одном из станом в начальный момент времени равняется единице, во всех других станом равняется нулю. В момент времени  $t = 0$  считаем, что  $\lambda_i(t) = 0$  ( $1 \leq i \leq n$ ), кроме  $\lambda_v$  ( $v$  – номер станом, в котором начальная вероятность  $P_v^0$  не равняется нулю). Будем менять значение  $\lambda_i$ . На каждом шагу метода вероятность нахождения процесса достигает стационарного значения в одном или нескольких станом. С каждым шагом, согласно предложенному методу, количество станом, вероятности нахождения процесса в которых достигли стационарных значений, увеличивается. В момент достижения стационарных значений в новых (на этом шагу) станом, параметры  $\lambda_i$  сменяются таким образом, чтобы, начиная с этого момента времени, значение вероятностей нахождения процесса в этих станом не менялись, то есть в любой момент времени после момента достижения равнялись ста-

онарным вероятностям. Параметры  $\lambda_i$  для станом, в которых стационарные значения еще не достигнутые, равняются нулю. Параметр  $\lambda_v$  остается неизменным в любой момент времени.

Пусть завершился  $k$ -и шаг метода. Перенумеруем станом согласно порядку достижения в них стационарных вероятностей номерами с 1 по  $(n-1)$ ; нулевой номер назначим станом  $v$ . Вероятности нахождения процесса в станом с 1-го по  $k$ -и удовлетворяют системе дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$P_i'(t) = \lambda_0 \pi_{0i} P_0(t) + \sum_{j=1}^k \lambda_j \pi_{ji} P_j(t), \quad 1 \leq i \leq k. \quad (5)$$

За выполнения условия сохранения стационарных значений вероятностей  $P_j(t)$ , ( $1 \leq i \leq k$ ), имеем:

$$\lambda_0 \pi_{0i} P_0(t) + \sum_{j=1}^k \lambda_j \pi_{ji} P_j^* = 0, \quad 1 \leq i \leq k,$$

$$P_0(t) > 0 \quad \forall t \geq 0 \Rightarrow \lambda_0 \pi_{0i} + \sum_{j=1}^k (\lambda_j / P_0(t)) \pi_{ji} P_j^* = 0,$$

$$1 \leq i \leq k.$$

Пусть  $\lambda_i = z_i P_0(t)$ , где  $z_i$  – неизвестный коэффициент, который подлежит определению:

$$\lambda_0 \pi_{0i} + \sum_{j=1}^k z_j \pi_{ji} P_j^* = 0, \quad 1 \leq i \leq k.$$

$$\sum_{j=1}^k z_j \pi_{ji} P_j^* = -\lambda_0 \pi_{0i}.$$

После решения системы уравнений определяем коэффициенты  $z_j$ , ( $1 \leq i \leq k$ ) и вычисляем значение  $\lambda_i = z_i P_0(t)$ . Полученная такая оценка времени достижения стационарного распределения:

$$t_0^* = \frac{\ln P_0^*}{\lambda_0 (P_0^* - 1)}. \quad (6)$$

Исследованные системы, которые в некоторый момент времени распадаются на не взаимодействующие фрагменты, каждый с которых стабилизируется.

Пусть инфинитезимальная матрица  $\Lambda(s)$  исследуемого процесса с конечным количеством станом  $n$ , что есть непрерывной на не-

которому  $\Omega=(s_0, t_0)$  и имеет во всех его точках ранг  $n-1$ , удовлетворяет таким условиям:

1. Среди элементов  $\Lambda(s)$  существуют элементы, которые есть при  $s \rightarrow t_0, s \in \Omega$  бесконечно большими величинами одинакового порядка, причем порядок роста этих элементов самый большой сравнительно с другими элементами  $\Lambda(s)$ . Обозначим множество всех таких элементов через условия:

$$\left| \int_{s_0}^{t_0} \sigma(s) ds \right| = \infty. \quad (7)$$

Обозначим  $\Lambda_1(s), \Lambda_2(s)$  левый верхний и правый нижний диагональные блоки матрицы  $\Lambda(s)$ . Пусть эти блоки имеют порядки  $m \times m$  и  $(n-m) \times (n-m)$ . Предположим, что блоки  $\Lambda_\alpha(s)$  ( $\alpha=1,2$ ) содержат столбцы  $j_\alpha$ , элементы которых монотонно возрастают при  $s \rightarrow t_0-0$  и имеют в  $t_0$  особенности, которые не интегрируются.

2. Существуют границы:

$$\bar{P}_\alpha^* = \lim_{s \rightarrow t_0-0} \bar{P}_\alpha(s) \quad (\alpha = 1,2), \quad (8)$$

где:  $\bar{P}_\alpha(s)$  – нулевые векторы матриц  $\Lambda^\tau \alpha(s)$ :

$$\Lambda^\tau \alpha(s) \quad \bar{P}_\alpha(s) = 0 \text{ на } \Omega;$$

$$\Lambda^\tau(s) \quad P(s) = 0.$$

Нормы  $\|\bar{P}_\alpha(s)\|$  сохраняют на  $\Omega$  постоянные значения (нормой вектора будем  $\|\bar{P}\|$  называть число  $\sum_k |P_k|$ ). Если  $\sigma(s) \in \Sigma$ , то для любого элемента  $\lambda_{ij}(s)$  матрицы  $\Lambda$ :

$$\lim_{s \rightarrow t_0-0} \lambda_{ij}(s) \sigma^{-1}(s), \quad (9)$$

существует и отличный от нуля лишь в случае  $\lambda_{ij}(s) \in \Sigma$ . Обозначим через  $\delta(s) \in \Sigma$  элемент, который удовлетворяет для любого  $\lambda_{ij}(s)$ :

$$\lim_{s \rightarrow t_0} \left| \sigma(s) \delta^{-1}(s) \right| \leq 1. \quad (10)$$

3. Элементы блоков  $\Lambda_{12}(s), \Lambda_{21}(s)$  при  $s \rightarrow t_0$  спадают к нулю достаточно быстро – насколько быстро, будет разъяснено дальше:

$$\lim_{s \rightarrow t_0-0} \delta^{-1}(s) \quad \Lambda(s) = \Lambda^\infty.$$

Рядом с матрицей будем  $P$  рассматривать последовательность  $P^{(n)} = (p_{i,j}^{(n)})$  редуцированных матриц, элементы которых возможно определить так:

$$p_{i,j}^{(n)} = \begin{cases} p_{i,j} + \sum_{k=n+1}^{\infty} p_{i,k} & 1 \leq i \leq n, j = 1, \\ p_{i,j} & 1 < i, j \leq n. \end{cases} \quad (11)$$

Отсюда видно, что  $p_{i,j}^{(n)}$  совпадают с ростом  $n$  к  $p_{ij}$ , причем с последовательностью конечных цепей (заметим, что все редуцированные матрицы  $P^{(n)}$  являются стохастическими).

Если известно, что существует стационарное распределение цепи  $p^*$ , то есть вектор, который удовлетворяет матричному уравнению  $p^* = p^* P$ , то нахождение данного вектора можно осуществлять согласно такому утверждению.

Определим редуцированную матрицу  $\Lambda^{(n)} = (\lambda_{ij}^{(n)})$  таким образом:

$$\Lambda^{(n)} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 & \lambda_{12} + \sum_{j=n+1}^{\infty} \lambda_{1j} & \dots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} + \sum_{j=n+1}^{\infty} \lambda_{2j} & -\lambda_2 & \dots & \lambda_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{n1} + \sum_{j=n+1}^{\infty} \lambda_{nj} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Последовательность матриц  $\{\Lambda^{(n)}\}_{n=1}^{\infty}$  совпадает поэлементно к матрице  $\Lambda$ , и с небольшими изменениями возможно перенести на доведение такого факта.

## ВЫВОДЫ

Обоснована целесообразность применения нового подхода к управлению неоднородными марковскими процессами, которое базируется на стабилизации распределений этих процессов.

Этот подход есть достаточно универсальным в теоретическом аспекте и конструктивным с прикладной точки зрения, как аналитические модели эксплуатационно-

технологической безотказности зерноуборочных комбайнов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Boyko A.I. 2013: Variovanie izmeneniy pokazately nadyozhnosti passivno rezerviruemoy sistemyi pri povrezhdennom osnovnom i ispravnom dubliruyuschem elementah / A.I. Boyko, O.V. Bondarenko, V.M. Savchenko // Motrol, motoryzacia i energetyka rolnictwa motorization and power industry in agriculture. – Lublin. – Vol. 15, No 2. – 35 – 39.
2. Boyko A.I. 2013: Grafoanaliticheskiy analiz sostoyaniy i perehodov v vozmozhnyie sostoyaniya aktivno rezerviruemoy tehnicheckoy sistemyi / A.I. Boyko, O.V. Bondarenko, V.M. Savchenko // Motrol, motoryzacia i energetyka rolnictwa motorization and power industry in agriculture. – Lublin. – Vol. 15, No 4, – 231–235.
3. Boyko A.I. 2010: Ustanovlenie funktsii vosstanovleniya podsistem zernouborochnykh kombaynov v usloviyah razvitiya sferyi tehnicheckogo obsluzhivaniya / A.I. Boyko, K.N. Dumenko // Vestnik LNAU. Agroinzhenernyye issledovaniya – Lvov. – T.1, № 14. – 12–20.
4. Boyko A.I. 2013: Matematichne modelyuvannya sistemi «lyudina-mashina» pri nakopichenni vidmov / A.I. Boyko, A.V. Novitskiy // Visnik HNTUSG Im. Petra Vasilenka. – Harkiv, HNTUSG. – Vip. 134. – 75–80.
5. Bronshteyn I.N. 1981: Spravochnik po matematiki / I.N. Bronshteyn, K.A. Semendyaev // M.: Nauka. – 720.
6. Byikov V.V. 2005: Metodologicheskie i tehnologicheskie osnovyi sistemyi tehnicheckogo servisa lesnykh mashin: avtoref. dis. na soiskanie nauchn. stepeni doktora tehn. nauk: 05.21.01 / Byikov Vladimir Vasilevich. – Moskva / – 43.
7. Dzherald Sandler. 1966: Tehnika nadezhnosti sistem / S. Dzherald; per. s angl. A.L. Raykina. Seriya «Teoreticheskie osnovyi tehnicheckoy kibernetiki». – M., «Mir». – 300.
8. Doroshenko T.M. 2009: Stimulyuvannya profesiynogo rozvitku pratsivnikov v sistemI strategichnogo rozvitku pidpriEmstva. / T.M. Doroshenko // Zbirnik naukovih prats Kirovogradskogo natsionalnogo tehnicheckogo universitetu. seriya: ekonomichni nauki. – Kirovograd. – №15. – 258–264.
9. Druzhinin G.V. 1977: Nadyozhnost avtomatizirovannykh sistem / G.V. Druzhinin. Izd. 3-e pererab. i dop. – M., «Energiya». – 536.
10. Ena T.A. 2010. ProfesIyno vazhlyvi yakosti dispatcherIv energosistem / T.A. Ena, V.V. Kalnish / UkraYinskiy zhurnal z problem meditsini pratsI.– № 4 (24). – 11 – 20.
11. Kozachenko O.V. 2010: Perspektivi rozvitku tehnicheckogo obslugovuvannya I remontu mashin / O.V. Kozachenko // Visnik HNTUSG Im. Petra Vasilenka. – Harkiv, HNTUSG. – Vip. 94. – 3 – 8.
12. Kostikov V.A. 2008: Nadezhnost tehnicheckikh sistem i tehnogennoho riski / V.A. Kostikov. – M., MGTUGA. – 136.
13. Lehman S.D. 2011: Metodologiya doslidzhennya nebezpechnih protsesiv pri funktsionuvanni ergativnih sistem agrarnogo virobnitstva / S.D. Lehman, M.V. Panflova // Tehnika ta energetika APK: zbirnik naukovih prats NUBIPU. – K.: NUBIPU. – Vip. 166, ch. 1. – 294–301.
14. Makrinova E.I. 2012: Metodika kompleksnoy otsenki upravlencheskogo personala v organizatsiyah potrebitelskoy kooperatsii / E.I. Makrinova, M.G. Muhina / Ekonomicheskie nauki. Fundamentalnyie issledovaniya. – № 3. – 696 – 701.
15. Nechiporenko V.I. 1977: Strukturnyy analiz sistem (effektivnosti i nadezhnosti) / V.I. Nechiporenko. – M.: «Sovetskoe radio». – 211.
16. Novitskiy A.V. 2013: Metodichni pidhodi otsInki nadIynostiI lyudini-operatora, yak skladovoyi sistem «lyudina – mashina – seredovishe» / A.V. Novitskiy, Z.V. Ruzhilo, O.A. Novitska // Visnik HNTUSG Im. Petra Vasilenka. – Harkiv, HNTUSG. – Vip. 133. – 243 – 248.
17. Ostreykovskiy V.A. 2003: Teoriya nadyozhnosti: uchebnoe posobie / V.A. Ostreykovskiy. – M.: Vyssh. shk. – 463.
18. Pozdnyakov V.D. 2006. Povyishenie nadezhnosti i effektivnosti funktsionirovaniya operatorov mehanizirovannykh protsessov zhivotnovodstva: avtoref. dis. na soiskanie nauchn. stepeni doktora tehn. nauk: 05.20.01/ Pozdnyakov Vasilij Dmitrievich. – Orenburg. – 35.

19. Poshivalov V.P. 2010: Vznachennya kompleksnih pokaznikov nadlynosti ergatichnih sistem / V.P. Poshivalov, Yu.F. Daniev, O.V. Poshivalova // Visnik Akademiyi mitnoyi sluzhbi UkraYini. Seriya: "Tehnichni nauki". – # 1 (43). – 111 – 119.
20. Rogovskiy I.L. 2011: Vpliv pokaznikov nadiynosti na perIodichnIst tehničnogo obslugovuvannya silskogospodarskih mashin / I.L. Rogovskiy // Motrol, motoryzacia i energetyka rolnictwa motorization and power industry in agriculture. – Lublin. – Vol. 13B. – 92 – 97.
21. Rogovskiy I.L. 2013: Metodologiya tehničnogo obslugovuvannya silskogospodarskih mashin / I.L. Rogovskiy, O.V. Dubrovina // Tehnika ta energetika APK: zbirnik naukovih prats NUBIPU. – K.: NUBIPU. – Vip. 185, ch. 2. – 372–379.
22. Filippov A. 2005: Dinamika dizelnogo DRTS (Dvigatelya s regulirovaniem moschnosti otklyucheniem ot delnykh rabochikh tsiklov) / A. Filippov, A. Beshun, Y. Gerasimchuk, O. Gluhovska, L. Evchenko // MOTROL: Motoryzacja i Energetyka Rolnictwa. – Lublin. – T.7. – C. 83–91.
23. Strashnov S.V. 2012: Regulirovanie dizelya 6CH11/12,5 izmeneniem chisla robotayuschikh tsilindrov ili tsiklov: Avtoref. dis... kand. tekhn. nauk: 05.04.02. – M. – 18.

**ANALYTICAL MODELS  
OF OPERATIONAL-TECHNOLOGICAL  
RELIABILITY GRAINHARVESTER  
COMBINE**

**Summary.** The set of methods of exact and approximate stabilization distributions which may use the model problems both on and on of real systems, operational and technological reliability grainharvester combine.

**Key words:** technical operation, reliability, grainharvester combine.