ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ РЕАЛИЗАЦИИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ФИЛЬТРАЦИЕЙ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Igor Atamanyuk*, Yuriy Kondratenko**

*Mykolayiv State Agrarian University, Ukraine
Krylova Street 17, Mykolayiv 54040, Ukraine
e-mail: atamanyuk_igor@mail.ru
**Petro Mohyla Black Sea State University
68-th Desantnykiv Str.eet 10, Mykolaiv 54003, Ukraine
e-mail: y_kondratenko@rambler.ru

Аннотация. Получен полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции случайного процесса с фильтрацией погрешностей измерений. Алгоритм прогноза также как и каноническое разложение, положенное в его основу, не накладывает никаких существенных ограничений на класс исследуемых случайных процессов (линейность, марковость, стационарность, монотонность и т.д.).
Ключевые слова: случайная последовательность, каноническое разложение.

ВВЕДЕНИЕ

Решение многих актуальных научно-технических задач связано с применением экстраполирующих алгоритмов и устройств, которые по известной т.е. доступной наблюдению части процесса позволяют сделать оценки неизвестной недоступной его части. В частности экстраполирующие алгоритмы используются в системах автоматического управления инерционными объектами и в системах с запаздыванием. Исключительно широкое распространение получил алгоритм линейного прогнозирования, используемый в вокодерах современных систем цифровой связи, в системах сжатия аудио- и видеосигналов [1]. Также широко применяются прогнозирующие алгоритмы на основе нейронных сетей, фильтры Калмана-Бьюси, метод группового учета аргументов и ряд других [2-7]. Однако, несмотря на указанное разнообразие, потребность в быстродействующих, робастных и максимально точных алгоритмах и устройствах прогноза продолжает быть актуальной в настоящее время и в перспективе.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Наиболее универсальное решение задачи прогноза получено в [8] в предположении, что исследуемый случайный процесс $X(t)$ задан своим каноническим разложением [9] в дискретном ряде точек $t_i, i=\overline{1,I}$:

$$X(i)=\sum_{\nu=1}^{i} V_\nu \varphi_\nu(i),\ i=\overline{1,k}\,. \tag{1}$$

Универсальность полученного решения определяется тем, что каноническое разложение (1) существует и точно описывает в точках t_i любой случайный процесс с конечной дисперсией.

В (1) без ограничения общности положено $M[X(i)]=0, \mathrm{i}=\overline{1,I}$, а элементы канонического разложения определены стандартным образом:

$$V_1 = X(1), V_i = X(i) - \sum_{\nu=1}^{i-1} V_\nu \phi_\nu(i), i = \overline{2,I}, \tag{2}$$

$$D_1 = D_x(1), D_i = D_x(i) - \sum_{\nu=1}^{i-1} D_\nu \phi_\nu^2(i), i = \overline{2,I}, \tag{3}$$

$$\varphi_\mu(i) = \frac{1}{D_\mu}[R_x(\mu,i) - \sum_{\nu=1}^{\mu-1} D_\nu \varphi_\nu(\mu)\varphi_\nu(i)], \mu = \overline{1,I}, \mathrm{i} = \overline{\mu,I}. \tag{4}$$

В (3), (4) $D_x(i), i=\overline{1,I},$ - дискретизированная функция дисперсии, а $R_x(\mu,i), \mu=\overline{1,I}, i=\overline{\mu,I},$ - корреляционная матрица случайной последовательности $X(i), i=\overline{1,I}.$

На базе представления (1) алгоритм оптимальной в среднеквадратическом смысле линейной экстраполяции реализации случайного процесса $X(t)$ по k известным последовательным начальным значениям $X(\mu)=x(\mu), \mu=\overline{1,k}, k<I,$ может быть представлен в одной из двух эквивалентных форм.

Первая из них представляет собой рекуррентное соотношение:

$$m_x^{(\mu)}(i) = \begin{cases} 0, \mu=0, i=\overline{1,I}, \\ m_x^{(\mu-1)}(i) + [x(\mu) - m_x^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i), \mu=\overline{1,k}, i=\overline{\mu+1,I}. \end{cases} \tag{5}$$

Вторая явная форма записи имеет вид:

$$m_x^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^{k} x(\mu) f_\mu^{(k)}(i), i=\overline{k+1,I}, \tag{6}$$

где: $f_\mu^{(k)}(i)$ - весовые функции, которые определяются через координатные функции $\varphi_\nu(i)$ исходного канонического разложения (1) рекуррентным образом:

$$f_\mu^{(k)}(i) = \begin{cases} f_\mu^{(k-1)}(i) - f_\mu^{(k-1)}(k)\varphi_k(i), \mu \le k-1 \\ \varphi_k(i), \mu=k. \end{cases} \tag{7}$$

В предположении, что в процессе $X(t)$ имеют место только корреляционные связи выражения (5),(6) определяют условное математическое ожидание случайного процесса:

$$X^{(k)}(i) = m_x^{(k)}(i) + \sum_{\nu=k+1}^{i} V_\nu \varphi_\nu(i), i=\overline{k+1,I}, \tag{8}$$

возникающего из априорнёого при условии $X(\mu)=x(\mu), \mu=\overline{1,k}.$

Таким образом, оценки (5),(6) будущих значений экстраполируемой реализации процесса обеспечивают минимум среднего квадрата ошибки прогноза:

$$E_x^{(k)}(i) = M[\left|m_x^{(k)}(i) - X(i)\right|^2], i = \overline{k+1, I}, \tag{9}$$

равный дисперсии апостериорного процесса:

$$E_x^{(k)}(i) = D_x^{(k)}(i) = \sum_{\nu=k+1}^{i} D_\nu \varphi_\nu^2(i), i = \overline{k+1, I}. \tag{10}$$

Увеличение объема информации о случайном процессе используемой в алгоритме прогноза возможно на базе канонического разложения [10]:

$$X(i) = M[X(i)] + \sum_{\nu=1}^{i}\sum_{\lambda=1}^{N-1} W_\nu^{(\lambda)} \beta_{1\nu}^{(\lambda)}(i), i = \overline{1, I}. \tag{11}$$

Элементы разложения (11) определяются следующими рекуррентными соотношениями:

$$W_\nu^{(\lambda)} = X^\lambda(\nu) - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{j=1}^{N-1} W_\mu^{(j)} \beta_{\lambda\mu}^{(j)}(\nu) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} W_\nu^{(j)} \beta_{\lambda\nu}^{(j)}(\nu), \nu = \overline{1, I}, \tag{12}$$

$$\begin{gathered} D_\lambda(\nu) = M\left[\left\{W_\nu^{(\lambda)}\right\}^2\right] = M\left[X^2(\nu)\right] - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{j=1}^{N-1} D_j(\mu)\left\{\beta_{\lambda\mu}^{(j)}(\nu)\right\}^2 - \\ -\sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(\nu)\left\{\beta_{\lambda\nu}^{(j)}(\nu)\right\}^2, \nu = \overline{1, I}, \end{gathered} \tag{13}$$

$$\begin{gathered} \beta_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = \frac{M\left[W_\nu^{(\lambda)} X^h(i)\right]}{M\left[\left\{W_\nu^{(\lambda)}\right\}^2\right]} = \frac{1}{D_\lambda(\nu)}\{M\left[X^\lambda(\nu) X^h(i)\right] - \\ -\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{j=1}^{N-1} D_j(\mu)\beta_{\lambda\mu}^{(j)}(\nu)\beta_{h\mu}^{(j)}(i) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(\nu)\beta_{\lambda\nu}^{(j)}(\nu)\beta_{h\nu}^{(j)}(i)\}, \lambda = \overline{1, h}, \nu = \overline{1, i}. \end{gathered} \tag{14}$$

В каноническом разложении (11) случайный процесс $X(t)$ представлен в исследуемом ряде точек $t_i, i = \overline{1, I}$ с помощью $N-1$ массивов $\left\{W^{(\lambda)}\right\}, \lambda = \overline{1, N-1}$ некоррелированных центрированных случайных коэффициентов $W_i^{(\lambda)}, i = \overline{1, I}$. Данные коэффициенты содержат информацию о значениях $X^\lambda(i), \lambda = \overline{1, N-1}, i = \overline{1, I}$, а координатные функции $\beta_{h\nu}^{(\lambda)}(i), \lambda, h = \overline{1, N-1}, \nu, i = \overline{1, I}$ описывают вероятностные связи порядка $\lambda + h$ между сечениями t_ν и $t_i, \nu, i = \overline{1, I}$.

Алгоритм экстраполяции также как и в линейном случае (5),(6) имеет две формы записи [11]:

$$m_x^{(\mu,l)}(h,i) = \begin{cases} 0, \mu = 0; \\ m_x^{(\mu,l-1)}(h,i) + (x^h(\mu) - m_x^{(\mu,l-1)}(l,\mu))\phi_{h\mu}^{(l)}(i), l \neq 1, \\ m_x^{(\mu,N-1)}(h,i) + (x^h(\mu) - m_x^{(\mu-1,N-1)}(l,\mu))\phi_{h\mu}^{(1)}(i), l = 1, \end{cases} \tag{15}$$

Либо:

$$m_x^{(k,N-1)}(1,i) = \sum_{j=1}^{k}\sum_{\nu=1}^{N-1} x^\nu(j) S_{((j-1)(N-1)+\nu)}^{(k(N-1))}((i-1)(N-1)+1), \tag{16}$$

где:

$$S_{\lambda}^{(\alpha)}(\xi)=\begin{cases}S_{\lambda}^{(\alpha-1)}(\xi)-S_{\lambda}^{(\alpha-1)}(\alpha)\gamma_k(i), & \lambda\le\alpha\text{-}1,\\ \gamma_\alpha(\xi), & \lambda=\alpha,\end{cases} \tag{17}$$

$$\gamma_\alpha(\xi)=\begin{cases}\beta_{1,[\alpha/(N-1)]+1}^{(\mathrm{mod}_{N-1}(\alpha))}([\alpha/(N-1)]+1), \text{ для } \xi\le k(N-1),\\ \beta_{1,[\alpha/(N-1)]+1}^{(\mathrm{mod}_{N-1}(\alpha))}(i), \text{ если} \xi=(\mathrm{i}\text{-}1)(N\text{-}1)+1.\end{cases} \tag{18}$$

При этом средний квадрат погрешности экстраполяции определяется как

$$M[X(i/x^{\nu}(j),\nu=\overline{1,N-1},j=\overline{1,k})-m_x^{(k,N-1)}(1,i)]=M[X^2(i)]- \\ -\sum_{j=1}^{k}\sum_{\nu=1}^{N-1}M[(W_j^{(\nu)})^2](\beta_{1j}^{(\nu)}(i))^2, i=\overline{k+1,I}. \tag{19}$$

Выражение $m_x^{(\mu,l)}(h,i)=M[X^h(i)/x^{\nu}(j),j=\overline{1,\mu-1},\nu=\overline{1,N-1};x^{\nu}(\mu),\quad \nu=\overline{1,l}]$ для $h=1,l=N-1,\mu=k$ является несмещенной оптимальной оценкой $m_x^{(k,N-1)}(1,i)$ будущего значения $x(i),i=\overline{k+1,I}$, при условии, что для вычисления данной оценки используются значения $x^{\nu}(j),\nu=1,\overline{N-1},j=\overline{1,k}$ т.е. известны результаты измерений случайного процесса $X(t)$ в точках $t_j, j=\overline{1,k}$. Однако в реальных ситуациях предположение о том, что измеренные значения $x(j), j=\overline{1,k}$ известны абсолютно точно никогда не выполняется.

Положим, что в результате измерений наблюдается случайный процесс:

$$Z(i)=X(i)+Y(i), i=\overline{1,I}, \tag{20}$$

где: $Y(i),i=\overline{1,I},$ - случайная погрешность измерения, $X(i),i=\overline{1,I},$ - ненаблюдаемая составляющая. Без ограничения общности предполагается, что составляющие (20) некоррелированны $M[X(i),Y(j)]=0,i,j=\overline{1,I}$ и $M[X(i)]=M[Y(i)]=0,i=\overline{1,I}.$

В рамках такой постановки простейшее решение задачи предполагает использование для прогноза алгоритма (5),(6), подставляя в него результаты измерений:

$$m_{x/z}^{(\mu)}(i)=\begin{cases}0, \mu=0, i=\overline{1,I},\\ m_{x/z}^{(\mu-1)}(i)+[z(\mu)-m_{x/z}^{(\mu-1)}(\mu)]\phi_\mu(i), \mu=\overline{1,k}, i=\overline{\mu+1,I},\end{cases} \tag{21}$$

или

$$m_{x/z}^{(k)}(i)=\sum_{\mu=1}^{k}z(\mu)f_{\mu}^{k}(i), i=\overline{k+1,I}. \tag{22}$$

Условное математическое ожидание по-прежнему остается несмещенной оценкой будущих значений истинной экстраполируемой реализации. При этом ошибка одиночной экстраполяции запишется как:

$$\Delta_{x/z}^{(k)}(i)=m_{x/z}^{(k)}(i)-x^{(k)}(i), i=\overline{k+1,I},$$

где: $x^{(k)}(i),i=\overline{k+1,I}$ - истинные значения экстраполируемой реализации в области прогноза. Эти значения фактически неизвестны и в области прогноза реализация $x^{(k)}(i)$ развивается случайным образом, вследствие чего ошибка одиночной экстраполяции приобретает случайный характер:

$$\delta_{x/z}^{(k)}(i) = m_{x/z}^{(k)}(i) - m_x^{(k)}(i) - \sum_{\nu=k+1}^{i} V_\nu \varphi_\nu(i)\,. \tag{23}$$

Применение к последнему выражению операции математического ожидания

$$S^{(k)}(i) = M[\delta_{x/z}^{(k)}(i)] = m_{x/z}^{(k)}(i) - m_x^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^{k} y(\mu) f_\mu^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}, \tag{24}$$

показывает, что в данном случае в отличие от идеального, одиночная экстраполяция сопровождается условной систематической ошибкой.

Соответственно дисперсия погрешности одиночной экстраполяции из (23),(24) определяется как:

$$M[\left|\ \delta_z^{(k)}(i) - S^{(k)}(i)\ \right|^2] = \sum_{\nu=k+1}^{i} D_\nu \varphi_\nu^2(i) = D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}. \tag{25}$$

С использованием (23), (24) средний квадрат погрешности одиночной экстраполяции запишется в виде:

$$E_{z/z}^{(k)}(i / z(\mu), \mu = \overline{1,k}) = \left\{\ S^{(k)}(i)\ \right\}^2 + D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}. \tag{26}$$

Поскольку погрешность (26) является условной, для полной характеристики точности алгоритма (21),(22) необходимо усреднение (26) по условию, в предположении, что значения $z(\mu), \mu = \overline{1,k}$ случайны, что дает окончательное выражение для среднего квадрата ошибки прогноза:

$$E_{x/z}^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^{k}\sum_{\nu=1}^{k} R_y(\mu,\nu) f_\mu^{(k)}(i) f_\nu^{(k)}(i) + D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}. \tag{27}$$

Повышение качества экстраполяции случайного процесса $X(t)$, наблюдаемого с шумами, возможно за счет перехода от результатов измерения $z(\mu), \mu = \overline{1,k}, k < I$ к оценке [12]:

$$x(\mu) = (1 - B^{(\mu)}) m_x^{(\mu-1)}(\mu) + B^{(\mu)} z(\mu), \mu = \overline{1,k}. \tag{28}$$

Алгоритм оптимальной линейной экстраполяции с предварительной фильтрацией погрешностей измерения приобретает вид:

$$m_x^{(\mu)}(i) = \begin{cases} 0, \mu = 0, i = \overline{1, I}, \\ m_x^{(\mu)}(i) + B^{(\mu)}[z(\mu) - m_x^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_\mu(i), \mu = \overline{1,k}, i = \overline{\mu+1, I}, \end{cases} \tag{29}$$

или

$$m_x^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^{k} z(\mu) L_\mu^{(k)}(i), k < I, i = \overline{k+1, I}, \tag{30}$$

где: $L_\mu^{(k)}(i)$ - аналогичные (7) весовые функции, определяемые как:

$$L_\mu^{(k)}(i) = \begin{cases} L_\mu^{(k-1)}(i) - L_\mu^{(k)}(k) B^{(k)} \varphi_k(i), \mu < k, \\ B^{(k)} \varphi_k(i), \mu = k, \end{cases} \tag{31}$$

Коэффициенты $B^{(\mu)}, \mu = \overline{1,k}$ определяются из условия минимума среднего квадрата погрешности фильтрации с помощью выражения

$$B^{(k)} = \frac{B_1^{(k)} + B_2^{(k)} - B_3^{(k)}}{B_1^{(k)} + B_2^{(k)} - 2B_3^{(k)} + D_y(k)}, \tag{32}$$

где:

$$B_1^{(k)} = D_x(k) - 2\sum_{\mu=1}^{k-1} R_x(\mu,k)L_\mu^{(k-1)}(k) + \sum_{\mu=1}^{k-1}\sum_{\nu=1}^{k-1} R_x(\mu,\nu)L_\mu^{(k-1)}(k)L_\nu^{(k-1)}(k),$$

$$B_2^{(k)} = \sum_{\mu=1}^{k-1}\sum_{\nu=1}^{k-1} R_y(\mu,\nu)L_\mu^{(k-1)}(k)L_\nu^{(k-1)}(k),$$

$$B_3^{(k)} = \sum_{\mu=1}^{k-1} R_y(\mu,k)L_\mu^{(k-1)}(k).$$

Средний квадрат погрешности экстраполяции с использованием алгоритма линейной фильтрации определяется как:

$$E_{x/x}^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^{k}\sum_{\nu=1}^{k} R_x(\mu,\nu)[L_\mu^{(k)}(i) - f_\mu^{(k)}(i)][L_\nu^{(k)}(i) - f_\nu^{(k)}(i)] + \tag{33}$$

$$+\sum_{\mu=1}^{k}\sum_{\nu=1}^{k} R_y(\mu,\nu)L_\mu^{(k)}(i)L_\nu^{(k)}(i) + D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}.$$

Дополнительное снижение погрешности прогноза возможно за счет использования в операции фильтрации полиномиального алгоритма экстраполяции (15),(16), в котором учтены нелинейные свойства исследуемого случайного процесса. Несмещенная оценка неизвестной величины $x(\mu)$, рассматриваемая как взвешенное среднее результата прогноза на μ-й шаг $m_x^{(k,N-1)}(1,\mu)$ и результата μ-того измерения $z(\mu)$,

запишется как:

$$x(\mu) = (1 - F^{(\mu)})m_x^{(k,N-1)}(1,\mu) + F^{(\mu)}z(\mu), \mu = \overline{1,k}. \tag{34}$$

Путем последовательной подстановки с использованием оценки (34) алгоритм экстраполяции (15) приводится к виду:

$$m_{\hat{x}}^{(\mu,l)}(h,i) = \begin{cases} 0, \mu = 0, \\ m_{\hat{x}}^{(\mu,l-1)}(h,i) + F^{(\mu)}(z^h(\mu) - m_{\hat{x}}^{(\mu,l-1)}(l,\mu))\varphi_{h\mu}^{(l)}(i), l \neq 1, \\ m_{\hat{x}}^{(\mu,N-1)}(h,i) + F^{(\mu)}(z^h(\mu) - m_{\hat{x}}^{(\mu-1,N-1)}(l,\mu))\varphi_{h\mu}^{(1)}(i), l = 1. \end{cases} \tag{35}$$

Алгоритм (35) имеет эквивалентную явную форму записи:

$$m_x^{(k,N-1)}(1,i) = \sum_{j=1}^{k}\sum_{\nu=1}^{N-1} z^\nu(j)G_{((j-1)(N-1)+\nu)}^{(k(N-1))}((i-1)(N-1)+1), \tag{36}$$

где:

$$G_\lambda^{(\alpha)}(\xi) = \begin{cases} G_\lambda^{(\alpha-1)}(\xi) - G_\lambda^{(\alpha-1)}(\alpha)\gamma_k(i), & \lambda \leq \alpha\text{-}1, \\ \gamma_\alpha(\xi), & \lambda = \alpha, \end{cases} \tag{37}$$

$$\gamma_\alpha(\xi) = \begin{cases} F^{([\alpha/(N-1)]+1)}\beta_{1,[\alpha/(N-1)]+1}^{(\mathrm{mod}_{N-1}(\alpha))}([\alpha/(N-1)]+1), \text{ для } \xi \leq k(N-1), \\ F^{([\alpha/(N-1)]+1)}\beta_{1,[\alpha/(N-1)]+1}^{(\mathrm{mod}_{N-1}(\alpha))}(i), \text{ если} \xi = (i\text{-}1)(N\text{-}1) + 1. \end{cases} \tag{38}$$

Оптимальные значения весовых коэффициентов определяются из условия минимума среднего квадрата погрешности фильтрации:

$$E_{\phi}(k) = M[\left|X(k) - X(k)\right|^2] = M[\left|(1 - F^{(k)}) \times \right.$$
$$\left. \times \sum_{j=1}^{k} \sum_{\nu=1}^{N-1} z^{\nu}(j) G^{(k(N-1))}_{((j-1)(N-1)+\nu)}((k-1)(N-1)+1) + F^{(k)} Z(k) - X(k)\right|^2]. \qquad (39)$$

После дифференцирования этого выражения по $F^{(k)}$ и решения соответствующего уравнения получаем выражение для расчета оптимального значения коэффициента:

$$F^{(k)} = \frac{F_1^{(k)} + F_2^{(k)} - F_3^{(k)}}{F_1^{(k)} + F_2^{(k)} - 2F_3^{(k)} + D_y(k)}, \qquad (40)$$

где

$$F_1^{(k)} = D_x(k) - 2\sum_{j=1}^{k-1} \sum_{\nu=1}^{N-1} M[x^{\nu}(j)x(k)] G^{((k-1)(N-1))}_{((j-1)(N-1)+\nu)}((k-1)(N-1)+1) +$$
$$+ \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{\nu=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{\mu=1}^{N-1} M[x^{\nu}(j)x^{\mu}(l)] G^{((k-1)(N-1))}_{((j-1)(N-1)+\nu)}((k-1)(N-1)+1) \times$$
$$\times G^{((k-1)(N-1))}_{((l-1)(N-1)+\mu)}((k-1)(N-1)+1),$$
$$F_2^{(k)} = \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{\nu=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{\mu=1}^{N-1} M[y^{\nu}(j)y^{\mu}(l)] G^{((k-1)(N-1))}_{((j-1)(N-1)+\nu)}((k-1)(N-1)+1) \times$$
$$\times G^{((k-1)(N-1))}_{((l-1)(N-1)+\mu)}((k-1)(N-1)+1),$$
$$F_3^{(k)} = \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{\nu=1}^{N-1} M[y^{\nu}(j)y(k)] G^{((k-1)(N-1))}_{((j-1)(N-1)+\nu)}((k-1)(N-1)+1).$$

Каждый элемент формулы (40) имеет очевидный физический смысл. В частности, слагаемое $F_1^{(k)}$ определяет вклад в результирующую погрешность, вносимый стохастической природой процесса $X(t)$, слагаемые $F_2^{(k)}$ и $F_3^{(k)}$ связаны с погрешностями прошлых измерений, а слагаемое $D_y(k)$ есть дисперсия последнего измерения.

Следует отметить, что несмотря на относительную громоздкость выражений алгоритм (36),(37) является достаточно простым в вычислительном отношении так как все параметры могут быть определены предварительно до решения задачи прогноза.

ВЫВОДЫ

Таким образом, получен полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции случайного процесса с фильтрацией погрешностей измерений, не накладывающий существенных ограничений на класс исследуемых случайных процессов (линейность, марковость, стационарность, монотонность и т.д.).

ЛИТЕРАТУРА

1. Оппенгейм Э. Цифровая обработка речевых сигналов. //Применение цифровой обработки сигналов. /Под. ред. Э.Оппенгейма.-М.:Мир, 1980.-550 с.
2. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей. //Известия АН СССР. Сер. Мат.-1941.-№5-С. 3-14.

3. Wiener N. The interpolation, extrapolation and smoothing of stationary time series.-N.Y.J. Wiley, 1949.-169 p.
4. Kalman R.E. and Busi R.S. A new results in leaner filtering and prediction theory. // Trans. ASME, J.Basic End., 1961.
5. Ивахнеко А.Г. Начала индуктивной теории нечетного распознавания и прогнозирования случайных процессов и событий. – Киев, 1991. – 48 с. – (Преп./АН УССР. Ин-т кибернебтики АН Украины; 91-32).
6. Ивахнеко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными. – Киев: Техніка, 1975, - 312 с.
7. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Вып. 1:Пер.с анг. /Под ред. В.Ф. Писаренко.-М.:Мир, 1974. - 406 с.
8. Кудрицкий В.Д. Прогнозирующий контроль радиоэлектронных устройств.- К.: Техника, 1982.-168 с.
9. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение. -М.:Физматгиз, 1962.-720 с.
10. Атаманюк І.П. Поліноміальний канонічний розклад скалярного випадкового процесу зміни параметрів радіоелектроних пристроїв.//Вісник ЖІТІ ,2000.-№13/Технічні науки.-С.99-101.
11. Атаманюк И.П. Полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции параметров стохастических систем. //Управляющие системы и машины. – 2002. - №1. - с.16-19.
12. Кудрицкий В.Д., Атаманюк И.П., Иващенко Е.Н. Оптимальная линейная экстраполяция реализации случайного процесса с фильтрацией погрешностей коррелированных измерений. //Кибернетика и системный анализ.- 1995.- №1.- с. 99-107.

INFORMATION TECHNOLOGY OF OPTIMUM POLYNOMIAL EXTRAPOLATION OF REALIZATION OF RANDOM PROCESS WITH A FILTRATION OF ERRORS OF MEASUREMENTS

Summary. It is received polynomial algorithm of optimum extrapolation of random process with a filtration of errors of measurements. The algorithm of the forecast also as the canonical decomposition put in its basis, does not impose any essential restrictions on a class of investigated random processes (linearity, condition of markov, stationary, monotony, etc.).

Key words: casual sequence, canonical decomposition.