

Przegląd Naukowy – Inżynieria i Kształtowanie Środowiska nr 56, 2012: 58–64
(Prz. Nauk. Inż. Kszt. Środ. 56, 2012)
Scientific Review – Engineering and Environmental Sciences No 56, 2012: 58–64
(Sci. Rev. Eng. Env. Sci. 56, 2012)

Jerzy WYSOCKI, Paweł ORŁOWSKI

Katedra Inżynierii Budowlanej – SGGW w Warszawie
Zakład Geodezji i Fotogrametrii
Department of Civil Engineering WULS – SGGW
Division of Geodesy and Photogrammetry

**Analiza wpływu dokładności numerycznego modelu
powierzchni terenu na obliczanie objętości mas ziemnych
przy projektowaniu obiektów inżynierskich**
**Analysis of influence the accuracy of the digital terrain model
to calculate the volume of ground masses in the design
of engineering structures**

Słowa kluczowe: numeryczne modele powierzchni terenu, obliczanie objętości mas ziemnych

Key words: digital terrain models, calculate the volume of ground masses

Wstęp

W pracach projektowych dotyczących inżynierskich obiektów powierzchniowych jednym z podstawowych zagadnień jest obliczanie objętości mas ziemnych. Szybki rozwój numerycznych modeli terenu pozwoli na usprawnienie takich prac. Możliwość korzystania

przez użytkowników (projektantów) z istniejących i nowo tworzonych zbiorów NMT pozyskiwanych różnymi metodami będzie zależała przede wszystkim od dokładności tych modeli. W pracy podjęto zagadnienie wpływu dokładności NMT na obliczanie objętości mas ziemnych metodą siatki kwadratów. Przeprowadzone analizy mogą być pomocne przy wyborze optymalnego dla określonych potrzeb zbioru NMT, na przykład ze zbiorów danych geodezyjnych gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym (PZGK).

Analiza wpływu dokładności numerycznego modelu powierzchni terenu na obliczanie objętości mas ziemnych przy projektowaniu obiektów inżynierskich

W pracach projektowych, dotyczących inżynierskich obiektów powierzchniowych, takich jak na przykład: zbiorniki retencyjne, wielkopowierzchniowe obiekty budowlane i tereny sportowe, czy też rekultywacji terenów zdegradowanych (Batrakow i Kaszirkin 2011), jednym z podstawowych zagadnień jest obliczanie objętości mas przemieszczanego gruntu. Jedną z głównych stosowanych do tych celów metod jest metoda siatki kwadratów (Grabowski 1995, Wysocki 2008, Batrakow i Kaszirkin 2011). Szybki rozwój numerycznych modeli terenu pozwoli na usprawnienie takich prac. Możliwość korzystania przez użytkowników (projektantów) z aktualnie tworzonych i gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym NMT, pozyskiwanych różnymi metodami (Wysocki 2008), będzie zależała przede wszystkim od dokładności tych modeli. Poniżej przeprowadzono analizę w zakresie wpływu dokładności numerycznego modelu powierzchni terenu na obliczanie objętości mas ziemnych metodą siatki kwadratów.

W celu uniknięcia w analizach oddziaływania błędów spowodowanych nieregularnością kształtu obiektu i w związku z tym niepełnym wymiarem oczek siatki kwadratów pokrywającej powierzchnię projektowanego obiektu przyjęto, że powierzchnię tę obejmuje siatka o pełnym wymiarze kwadratów,

z których każdy stanowi podstawę bryły o objętości V_0 obliczanej według formuły (Grabowski 1995, Wysocki 2008, Batrakow i Kaszirkin 2011):

$$V_0 = \frac{P_0}{4}(h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \quad (1)$$

gdzie:

P_0 – powierzchnia jednego kwadratu siatki o wymiarach $D \times D$,
 $h_1 \dots h_4$ – różnice wysokości punktów terenowych w wierzchołkach kwadratu siatki między rzędną projektowaną a rzędnymi (wysokościami) terenu w tych punktach.

Różniczkując formułę (1) względem h (których wartości zostały określone ze średnimi błędami m_h), otrzymamy wzór na średni błąd objętości bryły utworzonej na podstawie jednego kwadratu siatki:

$$\begin{aligned} m_{V_0} &= \pm \frac{P_0}{4}(m_{h1}^2 + \dots + m_{h4}^2)^{1/2} = \\ &= \pm \frac{P_0}{4}(4m_h^2)^{1/2} = \pm \frac{P_0}{2}m_h \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:

m_h – średni błąd wysokości terenu określonych w punktach narożników siatki.

Objętość mas ziemnych (V) dla bryły utworzonej na podstawie n kwadratów siatki wyniesie:

$$V = V_{01} + V_{02} + \dots + V_{0n} \quad (3)$$

Różniczkując wzór (3) względem V_0 , otrzymamy formułę na średni błąd obliczenia objętości mas ziemnych dla całej powierzchni obiektu (m_V):

$$\begin{aligned} m_V &= \pm(m_{V01}^2 + m_{V02}^2 + \dots + m_{V0n}^2)^{1/2} = \\ &= \pm m_{V0} \sqrt{n} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie n – liczba kwadratów siatki, pokrywających obszar obiektu $P = P_0 \times n$.

Podstawiając m_{r0} z wzoru (2), otrzymamy formułę na średni błąd objętości mas ziemnych dla całego obiektu o powierzchni P :

$$m_V = \pm \frac{P_0}{2} m_h \sqrt{n} \quad (5)$$

Przy czym m_h będziemy rozumieli jako błąd wynikający nie tylko z dokładności metody pomiaru wysokości w określonych punktach terenu (punktach NMT – punktach odniesienia), ale zawierający również wpływ warunków terenowych – nierówności terenu między punktami odniesienia, określane najczęściej jako chropowatość terenu (Wysocki 1979, 2008). Można to uwzględnić na przykład na podstawie wcześniej zaproponowanej (Wysocki 1998) metody oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu za pomocą siatki punktów NMT, która w postaci ogólnej została zapisana za pomocą formuły:

$$m_h^2 = p_1 A^2 + p_2 (D \operatorname{tg} \alpha)^2 + C^2 \quad (6)$$

gdzie:

m_h – średni błąd wysokości wyznaczonego (interpolowanego) punktu powierzchni terenu, określający również dokładność aproksymacji powierzchni terenu na podstawie punktów odniesienia (punktów NMT),

p_1 – współczynnik zależny od zastosowanej metody interpolacji,

A – parametr charakteryzujący za pomocą błędu średniego dokładność określenia (pomiaru) wysokości punktów odniesienia (punktów NMT),

p_2 – współczynnik wynikający z wpływu kąta α , występującego tutaj jako parametr związany z oddziaływaniem

warunków terenowych (chropowatość terenu),

D – przeciętna odległość punktów siatki odniesienia (NMT),

α – przeciętny kąt nachylenia terenu na opracowywanym obszarze,

$C = Dt$ – charakteryzuje za pomocą współczynnika t wpływ chropowatości terenu na dokładność aproksymacji jego powierzchni przy małych (bliskich zeru) wartościach kąta nachylenia terenu i różnych wielkościach D .

Wartości współczynników formuły (6) zostały wyznaczone na podstawie badań przeprowadzonych na obiektach naturalnych oraz badań eksperymentalnych na modelach powierzchni terenu generowanych za pomocą komputera z wykorzystaniem założeń teorii fraktali (Wysocki 2007, 2008, 2010). Wyznaczone wartości współczynników przedstawiono w formule:

$$m_h^2 = 0,55A^2 + 0,000015 (D^2 \operatorname{tg} \alpha)^2 + (D \cdot 0,0020)^2 \quad (7)$$

Do przeprowadzenia analiz ilustrujących omawiane zagadnienie przyjęto obiekt powierzchniowy o wymiarach 500×500 m i różnych wariantach przeciętnego kąta nachylenia terenu na obszarze obiektu ($\alpha = 1^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ$). Założono, że wymiary różnych wariantów siatek kwadratów wykorzystanych do obliczania objętości mas ziemnych na zadanym obiekcie wynoszą: $D = 5, 10, 25, 50, 75$ oraz 100 m, a wysokości punktów narożnych siatek zostały oszacowane z błędami średnimi (m_h) obliczonymi według formuły (7). Wpływ dokładności numerycznego modelu powierzchni terenu na obliczenie objętości mas ziemnych oszacowano za pomocą błędów średnich (m_V) obliczonych dla powyższych

różnych wariantów według formuły (5). Wyniki przeprowadzonych analiz zestawiono w tabelach 1 i 2 oraz przedstawiono na rysunkach 1 i 2.

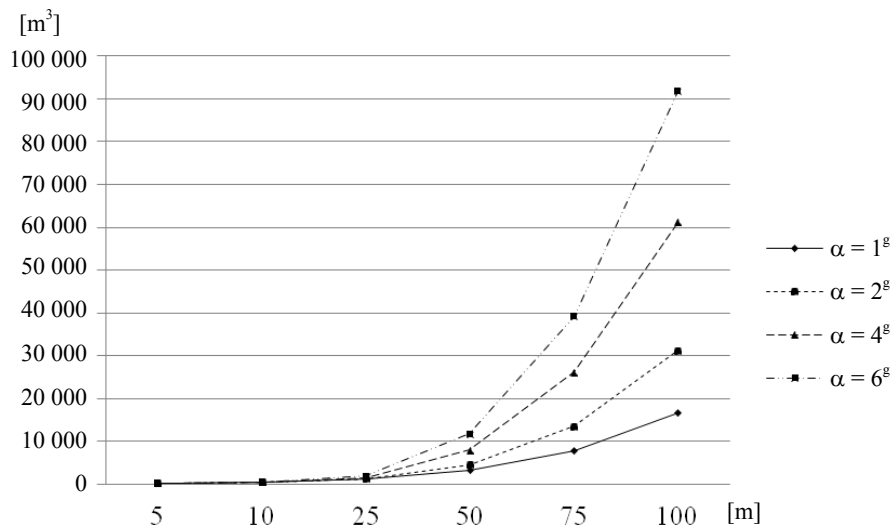
Do analiz zilustrowanych w tabeli 1 przyjęto, że dokładność pomiaru wysokości punktów odniesienia (punktów

NMT) wynosiła $A = \pm 0,25$ m, a wymiar siatek kwadratów wynosił: $D = 5, 10, 25, 50, 75, 100$ m. Obliczenia według formuły (5) wykonano dla przyjętych wariantów przeciętnego kąta nachylenia terenu na obszarze obiektu ($\alpha = 1^{\circ}, 2^{\circ}, 4^{\circ}, 6^{\circ}$). Jak wynika z tabeli 1 oraz rysunku 1,

TABELA 1. Wpływ dokładności NMT na obliczanie objętości mas ziemnych dla $P = 25$ ha oraz $A = \pm 0,25$ m

TABLE 1. Influence of DTM accuracy to calculate the volume of soil mass for $P = 25$ ha and $A = \pm 0.25$ m

Siatki Grids		$A = \pm 0,25$ m							
D	n	$\alpha = 1^{\circ}$		$\alpha = 2^{\circ}$		$\alpha = 4^{\circ}$		$\alpha = 6^{\circ}$	
		m_h	m_v	m_h	m_v	m_h	m_v	m_h	m_v
m	–	m	m ³	m	m ³	m	m ³	m	m ³
5	10000	0,18	230	0,19	240	0,19	240	0,19	240
10	2500	0,19	480	0,19	480	0,19	480	0,19	480
25	400	0,20	1 250	0,20	1 250	0,24	1 500	0,30	1 880
50	100	0,26	3 250	0,37	4 630	0,64	8 000	0,94	11 750
75	44	0,42	7 910	0,72	13 570	1,39	26 190	2,08	39 200
100	25	0,67	16 750	1,25	31 250	2,45	61 250	3,67	91 750

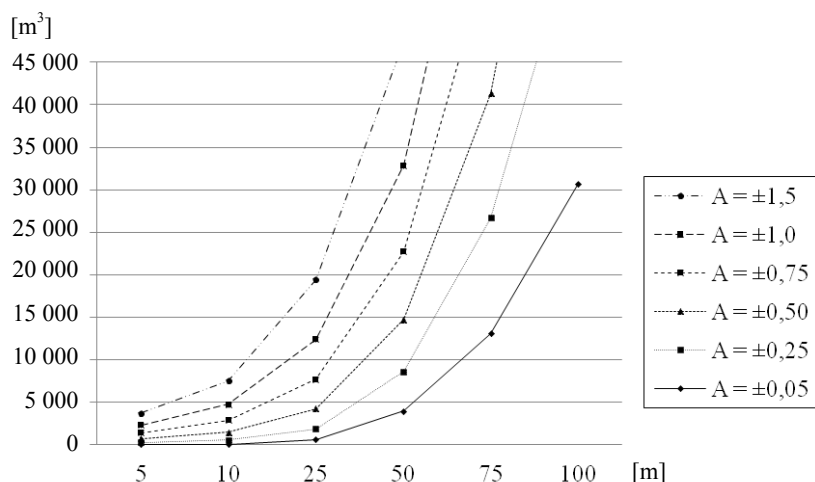


RYSUNEK 1. Wpływ NMT na obliczenie objętości mas ziemnych dla $P = 25$ ha oraz $A = \pm 0,25$ (na podstawie tab. 1)

FIGURE 1. Influence of the DTM to calculate the volume of ground masses, for $P = 25$ ha and $A = \pm 0.25$ (by Table 1)

TABELA 2. Wpływ dokładności NMT na obliczanie objętości mas ziemnych dla $P = 25$ ha oraz $\alpha = 2^{\text{g}}$
 TABLE 2. Influence of DTM accuracy to calculate the volume of mass for $P = 25$ ha

Siatki Grids		$\alpha = 2^{\text{g}}$											
D	n	$A = \pm 0,05$ m		$A = \pm 0,25$ m		$A = \pm 0,50$ m		$A = \pm 0,75$ m		$A = \pm 1,0$ m		$A = \pm 1,5$ m	
		m_h	m_v	m_h	m_v	m_h	m_v	m_h	m_v	m_h	m_v	m_h	m_v
m	–	m	m ³	m	m ³	m	m ³	m	m ³	m	m ³	m	m ³
5	10 000	0,04	50	0,19	240	0,37	460	0,55	690	0,74	920	1,11	1 390
10	2 500	0,04	100	0,19	480	0,37	920	0,56	1 400	0,74	1 850	1,11	2 780
25	400	0,10	620	0,20	1 250	0,38	2 380	0,56	3 500	0,75	4 690	1,12	7 000
50	100	0,32	4 000	0,37	4 630	0,49	6 120	0,64	8 000	0,81	10 120	1,16	14 500
75	44	0,70	13 130	0,72	13 570	0,79	14 630	0,90	16 880	1,02	19 130	1,32	24 760
100	25	1,23	30 750	1,25	31 250	1,29	32 250	1,35	33 750	1,44	36 000	1,66	41 500



RYСУNEK 2. Wpływ NMT na obliczenie objętości mas ziemnych dla $P = 25$ ha oraz $\alpha = 2^{\text{g}}$ (na podstawie tab. 2)

FIGURE 2. Influence of the DTM to calculate the volume of ground masses, for $P = 25$ ha and $\alpha = 2^{\text{g}}$ (by Table 2)

przy ustalonej dokładności pomiaru wysokości punktów odniesienia A oraz przy zwiększającym się przeciętnym kącie nachylenia terenu wymiar siatki powyżej $D = 25$ m ma istotny i szybko wzrastający wpływ na zwiększanie się średniego błędu obliczenia objętości mas ziemnych (m_v). Z tabeli 1 wynika również, że przy wzrastającym wymiarze siatki powyżej 25–50 m oraz wzrastającym przeciętnym

kącie nachylenia terenu powyżej $1-2^{\text{g}}$ wartości błędów m_h , uwzględniających wpływ warunków terenowych, przekraczają wartości błędów A , wynikających jedynie z dokładności metody pomiaru punktów NMT. W takich przypadkach w celu poprawnego oszacowania wartości m_v błędy wysokości A siatek uzyskanych na przykład ze zbioru danych pomiarowych NMT powinny być odpowiednio

zmodyfikowane w celu uwzględnienia wpływu warunków terenowych, na przykład według formuły (7).

Ponieważ użytkownicy (projektanci) mogą wykorzystywać NMT o różnej dokładności pomiaru wysokości punktów siatki, więc dla zilustrowania tego zagadnienia przeprowadzono odpowiednie analizy, których wyniki przedstawiono w tabeli 2 oraz na rysunku 2. Do analiz przyjęto przeciętny kąt nachylenia terenu na obszarze rozpatrywanego obiektu $\alpha = 2^{\text{g}}$ oraz siatki punktów o wymiarach $D = 5, 10, 25, 50, 75$ oraz 100 m i zostały pomierzone z dokładnością A równą: $\pm 0,05, \pm 0,25, \pm 0,50, \pm 0,75, \pm 1,0, \pm 1,5$ m. Z tabeli 2 i rysunku 2 wynika, że przy ustalonej przeciętnej wartości kąta nachylenia terenu $\alpha = 2^{\text{g}}$ wzrastający wymiar siatki powyżej $D = 25$ m oraz wzrastający błąd pomiaru wysokości punktów siatki A w sposób istotny wpływają na zwiększanie się średniego błędu obliczenia mas ziemnych (m_V).

Podsumowanie

Przeprowadzone analizy pozwoliły na oszacowanie wpływu dokładności numerycznego modelu powierzchni terenu na obliczenie objętości mas ziemnych metodą siatki kwadratów. Z przeprowadzonych analiz wynika, że przy przeciętnym kącie nachylenia terenu $\alpha = 2^{\text{g}}$ wzrastający wymiar siatki D powyżej 25 m oraz wzrastający błąd pomiaru wysokości punktów NMT w sposób istotny wpływają na zwiększanie się średniego błędu obliczania objętości mas ziemnych (m_V). Przy wzrastającym wymiarze siatki D powyżej 25 – 50 m oraz wzrastającym kącie nachylenia terenu α

powyżej 1 – 2^{g} w celu poprawnego oszacowania wartości m_V błędy wysokości A punktów siatek, uzyskanych na przykład ze zbioru danych pomiarowych NMT, powinny być odpowiednio zmodyfikowane, na przykład według formuły (7).

Przeprowadzone analizy mogą być pomocne użytkownikowi (projektantowi) przy wyborze optymalnego dla określonych potrzeb zbioru NMT, na przykład ze zbiorów danych geodezyjnych gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym (PZGK).

Literatura

- BATRAKOW Ju., KASZIRKIN Ju. 2011: Siomka naruszonych ziem i podszcztet obiemow ziemlanych rabot pri ich rekultywacji na bazie promienienia sowremiennych technicznych sredstw. *Geodezja i Kartografja* 8: 16–20.
- GRABOWSKI R.J. i inni 1995: Elementy geodezji w pomiarach inzynierskich. Wydawnictwo Politechniki Bialostockiej, Bialystok.
- WYSOCKI J. 1979: Analiza dokladnosci opracowan warstwicznych do projektowania drenowania uzytkow rolnych. *Zesz. Nauk. SGGW-AR, Melioracje Rolne* 18: 51–61.
- WYSOCKI J. 1998: Numeryczny model terenu (NMT) jako baza danych dla przestrzennego urzadzania zlewni i potrzeb konstrukcji inzynierskich. *Mat. Konf. SGGW, PAN „Problemy ksztaltowania srodowiska obszarow wiejskich”*, Warszawa.
- WYSOCKI J. 2007: Cyfrowy model terenu na potrzeby tworzenia katastru trojwymiarowego (3D). *Przegląd Geodezyjny* 11: 15–19.
- WYSOCKI J. 2008: Geodezja z fotogrametrią i geomatyką dla inżynierii i ochrony środowiska oraz budownictwa. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- WYSOCKI J. 2010: Podstawowa rola geodezji, fotogrametrii-teledetekcji oraz geomatyki w tworzeniu infrastruktury informacji przestrzennej w zakresie opisu ukształtowania powierzchni terenu. *Roczniki Geomatyki* VIII, 1 (37): 131–139.

Streszczenie

Analiza wpływu dokładności numerycznego modelu powierzchni terenu na obliczanie objętości mas ziemnych przy projektowaniu obiektów inżynierskich. Artykuł prezentuje zagadnienie wpływu dokładności NMT na obliczanie objętości mas ziemnych metodą siatki kwadratów. Analizy ilustrujące omawiane zagadnienie przeprowadzono w różnych wariantach, przyjmując różne wartości kąta nachylenia terenu ($\alpha = 1, 2, 4$ i 6°), różne wymiary siatek kwadratów ($D = 5, 10, 25, 50, 75$ i 100 m), a wysokości punktów narożnych siatek zostały oszacowane z różnymi błędami średnimi. Wyniki przeprowadzonych analiz mogą być pomocne użytkownikom przy wyborze optymalnego dla określonych potrzeb zbioru NMT, na przykład ze zbiorów danych geodezyjnych gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym.

of ground masses. The rapid development of digital terrain models can improve the site of such works. The possibility of using by the users (designers) the existing and newly created DTM obtained by different methods, will depend primarily on the accuracy of these models. The study subjects were taken effect accuracy of the DTM on the calculation of ground masses using a grid of squares. The conducted analysis can be helpful to users in selecting the optimum data of DTM for the specific purposes, from set of data collected in the state geodetic resources.

Authors' address:

Jerzy Wysocki, Paweł Orłowski
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska
Katedra Inżynierii Budowlanej
ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa
Poland
(e-mail: pawel_orlowski@sggw.pl)

Summary

Analysis of influence the accuracy of the digital terrain model to calculate the volume of ground masses in the design of engineering structures. The engineering design work on the objects of large areas one of the key issues is to calculate the volume