

## ТРИМАССНАЯ ВИБРАЦИОННАЯ МЕЛЬНИЦА С ЧЕТЫРЬМЯ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЯМИ

*Елена Солоняя, Владимир Любин*

*Винницкий национальный аграрный университет*

*г. Винница, ул. Солячна 3*

*Elena Solonaya, Vladimir Liubin*

*Vinnitsa National Agrarian University*

**Аннотация.** В работе рассмотрена задача самосинхронизации тримассной вибромельницы с четырьмя дебалансными вибровозбудителями, которые приводятся в действие от независимых асинхронных двигателей и имеют одинаковые угловые скорости. Два вибровозбудителя из представленных установлены на дополнительных телах [1].

**Ключевые слова:** вибровозбудитель, дебаланс, синхронизация, помольная камера.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Одним из основных параметров вибрационных мельниц является максимальная мощность, которая передается вибровозбудителями загрузке через помольную камеру при заданной величине возмущающей силы, которая развивается самими вибровозбудителями. При этом установлено, что максимальная мощность передается загрузке при движении камеры по круговой траектории, которую определяет расположение вибровозбудителей.

Создание мощных вибровозбудителей возможно путем агрегатирования простых универсальных (двухпорных) вибровозбудителей. Это позволяет существенно сократить строк и уменьшить стоимость проектирования и изготовления вибрационных мельниц, вместе с тем упростить их ремонт и обслуживание. В других случаях использование нескольких маломощных вибровозбудителей вместо одного, равного по мощности, обусловлено необходимостью разредоточить возмущающую силу по вибрирующему рабочему органу вибрационной мельницей больших размеров.

Синхронность и синфазность вращения вибровозбудителей необходима для создания поступательного перемещения рабочего органа (камеры) вибрационной мельницы по круговой траектории.

Наиболее оптимальным из способов синхронизации является самосинхронизация, при которой синхронность и синфазность вращения вибровозбудителей достигается за счет установления динамической связи между ними.

### АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Анализируя способы агрегатирования вибровозбудителей для создания поступательного движения рабочего органа вибромельницы по круговой траектории и необходимые при этом синхронность и синфазность можно сказать, что в настоящее время широко используется динамическая синхронизация (самосинхронизация) [2, 3, 4, 5, 6, 7, 17].

Решение конкретных прикладных задач по самосинхронизации вибровозбудителей наиболее эффективно может быть выполнено с использованием интегрального критерия устойчивых синхронных движений [6].

Достижение устойчивости необходимого режима синхронного вращения вибровозбудителей осуществляется совмещением во-первых присоединением к исходному несущему твердому телу с помощью упругих элементов некоторой дополнительной массы, во-вторых – изменением числа вибровозбудителей [8, 9, 10].

В работах [11, 12, 13, 14, 18] показана технологическая эффективность таких виброустановок.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАНИЯ

Цель работы – исследовать схему вибрационной мельницы с U-подобной рабочей камерой, агрегатированной параллельно расположенными простыми двухпорными вибровозбудителями и установить критерии их устойчивого движения.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО  
МАТЕРИАЛА

Целью статьи является теоретическое исследование устойчивого движения трехмассной четырехвибраторной мельницы и численный анализ при конкретных технологических и динамических параметрах. Рабочая камера (контейнер) массой  $M_1$  считается абсолютно жестким твердым телом, установленной на неподвижной основе с помощью достаточно мягких упругих элементов. На камере симметрично относительно вертикальной осис помощью упругих элементов с жесткостью  $c$  установлены два одинаковых дополнительных твердых тела, масса каждого равна  $M_2$ . Камера приводится в колебательное движение с помощью четырех дебалансных вибровозбудителей, каждый из которых оснащен индивидуальным приводом. За обобщенные координаты колебательной системы приняты:  $x, y$  и  $\varphi$  - координаты, которые отвечают горизонтальному, вертикальному и угловому перемещениям контейнера, а также  $x_1, y_1$  и  $x_2, y_2$  - координаты, которые отвечают горизонтальным и вертикальным перемещением первого и второго дополнительных тел.

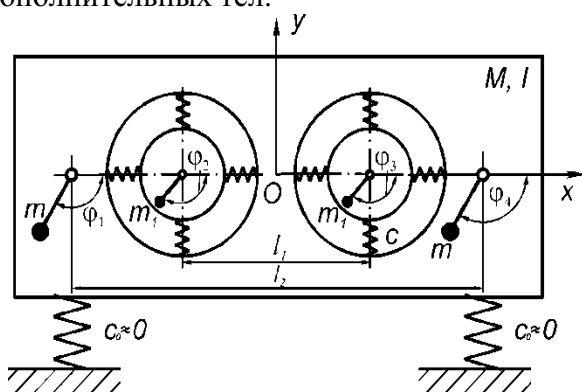


Рис. 1. Тримассная вибрационная мельница с четырьмя вибровозбудителями.

Fig. 1. Threemass of oscillation mill with four causative vibroagents.

Уравнения для кинетической и потенциальной энергии колебательной части системы имеют вид:

$$T = \frac{1}{2}M_1(\dot{y}^2 + \dot{x}^2) + \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}M_2(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2),$$

$$П = \frac{1}{2}c \left[ (x-x_1)^2 + (x-x_2)^2 + (y-l_1\varphi-y_1)^2 + (y+l_1\varphi-y_2)^2 \right] \quad (1)$$

Дифференциальные уравнения движения вибрационной установки при равномерном вращении вибровозбудителей будут иметь вид:

$$M_1\ddot{y} + c(y-y_1) + c(y-y_2) = -F \left[ \sin(\omega t + \alpha_1) + \sin(\omega t + \alpha_4) \right];$$

$$M_1\ddot{x} + c(x-x_1) + c(x-x_2) = F \left[ \cos(\omega t + \alpha_1) + \cos(\omega t + \alpha_4) \right];$$

$$I\ddot{\varphi} + cl_1(l_1\varphi + y_1) + cl_1(l_1\varphi - y_2) = Fl_2 \left[ \sin(\omega t + \alpha_1) - \sin(\omega t + \alpha_4) \right];$$

$$M_2\ddot{x}_1 - c(x-x_1) = F_1 \cos(\omega t + \alpha_2);$$

$$M_2\ddot{x}_2 - c(x-x_2) = F_1 \cos(\omega t + \alpha_3);$$

$$M_2\ddot{y}_1 - c(y-y_1) + cl_1\varphi = -F_1 \sin(\omega t + \alpha_2);$$

$$M_2\ddot{y}_2 - c(y-y_2) - cl_1\varphi = -F_1 \sin(\omega t + \alpha_3), \quad (2)$$

где:  $F = mr\omega^2, F_1 = m_1r_1\omega^2$  - амплитуды вынуждающей силы, которая развивается каждым вибровозбудителем  $mr$ ;  $m_1r_1$  - массы и эксцентриситеты вибровозбудителей, установленных соответственно на контейнере и дополнительных телах.

Определители для вычисления частот свободных колебаний, которые отвечают двум независимым группам однородных уравнений, которые отвечают системе (2), могут быть представлены в следующей форме [15]:

$$\begin{vmatrix} 2c - M_1p^2 & -c & -c \\ -c & c - M_2p^2 & 0 \\ -c & 0 & c - M_2p^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

$$\begin{vmatrix} 2c - M_1p^2 & -c & -c & 0 \\ -c & c - M_2p^2 & 0 & cl_1 \\ -c & 0 & c - M_2p^2 & -cl_1 \\ 0 & cl_1 & -cl_1 & 2cl_1^2 - Ip^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

Согласно (4) запишем частотное уравнение:

$$(c - M_2 p^2)(M_1 M_2 p^2 - 2cM_2 - cM_1)p^2 = 0$$

В итоге находим

$$p_1 \approx 0, p_2^2 = \frac{c}{M_2}, p_3^2 = \frac{c}{M^*},$$

$$\text{где: } M^* = \frac{M_1 M_2}{2M_2 + M_1}.$$

Учитывая высший порядок определителя (4) и, как следствие, очень большую трудоемкость вычислений, которые отвечают собственной частоте, определенной на ПК с помощью стандартного пакета компьютерных программ Maple V :

$$p_4 \approx 0, p_5 \approx 0, p_6^2 = \frac{c}{M^*},$$

$$p_7^2 = \frac{c(I + 2M_2 l_1^2)}{M_2 I}.$$

Решение дифференциальных уравнений (5), которое отвечает постоянным вынужденным колебанием, может быть записано в виде:

$$\begin{aligned} x &= A_1 [\cos(\omega t + \alpha_1) + \cos(\omega t + \alpha_4)] + \\ &+ A_3 [\cos(\omega t + \alpha_2) + \cos(\omega t + \alpha_3)], \\ x_1 &= A_2 [\cos(\omega t + \alpha_1) + \cos(\omega t + \alpha_4)] + \\ &+ A_4 \cos(\omega t + \alpha_2) + A_5 \cos(\omega t + \alpha_3), \\ x_2 &= A_2 [\cos(\omega t + \alpha_1) + \cos(\omega t + \alpha_4)] + \\ &+ A_5 \cos(\omega t + \alpha_2) + A_4 \cos(\omega t + \alpha_3), \\ \varphi &= -A_{10} [\sin(\omega t + \alpha_1) - \sin(\omega t + \alpha_4)] - \\ &- A_5 [\sin(\omega t + \alpha_2) - \sin(\omega t + \alpha_3)], \\ y &= -A_1 [\sin(\omega t + \alpha_1) + \sin(\omega t + \alpha_4)] - \\ &- A_3 [\sin(\omega t + \alpha_2) + \sin(\omega t + \alpha_3)], \\ y_1 &= A_6 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_7 \sin(\omega t + \alpha_4) + \\ &+ A_8 \sin(\omega t + \alpha_2) + A_9 \sin(\omega t + \alpha_3), \\ y_2 &= A_7 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_6 \sin(\omega t + \alpha_4) + \\ &+ A_9 \sin(\omega t + \alpha_2) + A_8 \sin(\omega t + \alpha_3). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь обозначено:

$$A_1 = \frac{bF}{ba - 2c^2}; A_2 = \frac{cF}{ba - 2c^2};$$

$$A_3 = \frac{cF_1}{ba - 2c^2}; A_4 = \frac{F_1(ba - c^2)}{b(ba - 2c^2)};$$

$$A_5 = \frac{F_1 c^2}{b(ba - 2c^2)};$$

$$A_6 = \frac{cF [(db - 2c^2 l_1^2) - l_1 l_2 (2c^2 - ab)]}{(db - 2c^2 l_1^2)(2c^2 - ab)};$$

$$A_7 = \frac{cF [(db - 2c^2 l_1^2) + l_1 l_2 (2c^2 - ab)]}{(db - 2c^2 l_1^2)(2c^2 - ab)};$$

$$A_8 = -\frac{F_1 [a(db - 2c^2 l_1^2) + c^2(2c^2 - ab)]}{(db - 2c^2 l_1^2)(2c^2 - ab)};$$

$$A_9 = -\frac{c^2 F_1 (a l_1^2 - d)}{(db - 2c^2 l_1^2)(2c^2 - ab)};$$

$$A_{10} = \frac{F l_2 b}{2c^2 l_1^2 - db}; A_{11} = \frac{F_1 c l_1}{2c^2 l_1^2 - db};$$

$$a = 2c - M_1 \omega^2; b = c - M_2 \omega^2;$$

$$d = 2c l_1^2 - I \omega^2.$$

Для решения задачи используем интегральный критерий стойкости, причем как потенциальную функцию можно принять среднее за период значение функции Лагранжа колебательной системы. Среднее за период значение функции Лагранжа при вычислении уравнений (1) для кинетической и потенциальной энергии и решений (5):

$$\begin{aligned} D &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} (T - \Pi) dt = D_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_4) + \\ &+ D_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + D_3 \cos(\alpha_1 - \alpha_3) + \\ &+ D_4 \cos(\alpha_2 - \alpha_3) + D_5 \cos(\alpha_2 - \alpha_4) + \\ &+ D_6 \cos(\alpha_3 - \alpha_4) + C_1, \end{aligned}$$

$$+D_4 \cos(\alpha_2 - \alpha_3) + D_3 \cos(\alpha_2 - \alpha_4) + D_2 \cos(\alpha_3 - \alpha_4) + C_1,$$

где:  $C_1$  - независимая от углов  $\alpha_s$  величина;

$$D_1 = m\varepsilon\omega^2 \left( A_1 + \frac{A_{10}l_2}{2} \right);$$

$$D_2 = m\varepsilon\omega^2 \left( A_3 - \frac{A_{11}l_2}{2} \right);$$

$$D_3 = m\varepsilon\omega^2 \left( A_3 + \frac{A_{11}l_2}{2} \right);$$

$$D_4 = \frac{m_1\varepsilon_1\omega^2}{2} (A_5 - A_9).$$

Приравнявая к нулю производные  $\frac{\partial D}{\partial \alpha_s}$ ,

получим уравнение для определения значений постоянных  $\alpha_s$  в возможных синхронных движениях.

При этом, поскольку рассматривается задача о самосинхронизации, одну из фаз (например  $\alpha_4$ ) приравняем к нулю.

$$\begin{aligned} &D_1 \sin \alpha_1 + D_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ &+ D_5 \sin(\alpha_1 - \alpha_3) = 0, \\ &D_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) - D_4 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) - \\ &- D_3 \sin \alpha_2 = 0, \\ &D_4 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) - D_2 \sin \alpha_3 + \\ &+ D_3 \sin(\alpha_1 - \alpha_3) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнением (6) могут удовлетворять пять следующих комбинаций фаз  $\alpha_s$ :

- 1)  $\alpha_1^* = \alpha_2^* = \alpha_3^* = 0$ ;
- 2)  $\alpha_1^* = 0$ ;  $\alpha_2^* = \alpha_3^* = \pi$ ;
- 3)  $\alpha_1^* = \alpha_2^* = \pi$ ;  $\alpha_3^* = 0$ ;
- 4)  $\alpha_1^* = \pi$ ;  $\alpha_2^* = \alpha_3^* = 0$ ;
- 5)  $\alpha_1^* = \alpha_2^* = 0$ ;  $\alpha_3^* = \pi$ .

Условием устойчивости синхронных движений, в соответствии с интегральным критерием, является условие минимума потенциальной функции.

Рассмотрим возможность стабилизации синхронно-синфазного вращения двух основных вибровозбудителей с помощью двух

дополнительных вибровозбудителей на упруго подвешенных телах [16]. Учитывая результаты решения задачи [10], предусматривается получить позитивный эффект при вращении дополнительных вибровозбудителей в противофазе относительно основного (вторая группа решений (7)). В этом случае последнее неравенство будет иметь такой вид:

$$\begin{vmatrix} -D_1 + D_2 + D_3 & -D_2 & -D_3 \\ -D_2 & D_2 + D_3 - D_4 & D_4 \\ -D_3 & D_4 & D_2 + D_3 - D_4 \end{vmatrix} > 0.$$

Тогда приходим к следующему условию устойчивости рассмотренного движения:

$$\begin{aligned} &-D_1 + D_2 + D_3 > 0, \\ &D_5 > 0, \\ &D_2 + D_3 > 0 \text{ или } \frac{1}{\lambda_3^2 - 1} > 0 \\ &D_6 > 0, \end{aligned}$$

где:

$$D_5 = -(D_2 + D_3)(D_1 + D_4) + 2D_2D_3 + D_1D_4 + D_3^2;$$

$$D_6 = -(D_2 + D_3)(D_1 + D_4) + 2D_2D_3 + 2D_1D_4.$$

Анализ условий минимума функции  $D$  аналитическим путем, в результате большой громоздкости коэффициентов  $D_i$ , достаточно сложный. Поэтому исследования проведены на ПК. Графическое решение этих условий для второй группы комбинации фаз приведено на рис. 2.

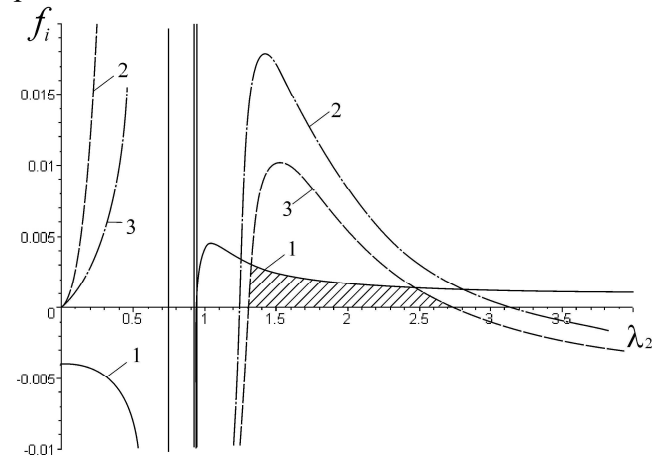


Рис. 2. График функций для определения области существования устойчивых движений вибровозбудителей ( $Ml_2^2 / I = 1.44$ ) -  $f_i(\lambda_2)$

Fig. 2. Graphic arts of functions for determina-

tion of area of existence of proof motions of causative vibroagents  
 $(M_2^2 / I = 1.44) - f_i(\lambda_2)$

Построения выполнены с помощью стандартного пакета программ Maple V при следующих параметрах системы :

$$M_1 = 120 \text{ кг}, M_2 = 20 \text{ кг}, l_2 = 0,325 \text{ м}, \\ l_1 = 0,16 \text{ м}, m\varepsilon / m_1\varepsilon_1 = 0,2, I = 7,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; \\ M_2^2 / I = 1,44, \lambda_2 = \frac{P_2}{\omega} M = M_1 + M_2.$$

Таким образом, успешное использование самосинхронизации больше двух вибровозбудителей возможно при установке дополнительных возбудителей на упруго подвешенных телах; такие возбудители могут стабилизировать синхронно-синфазное вращение двух основных вибровозбудителей. Отметим, что полученные результаты исследований согласуются с [9] (где приведен лишь окончательный результат в виде графиков решения задачи на Фортране для системы с конкретными параметрами) и в определенном содержании дополняют и уточняют их.

### ВЫВОДЫ

Рассмотренная динамическая схема может обеспечить самосинхронизацию вибровозбудителей, при этом возможны все симметричные колебания вибромельницы, которые представляют практический интерес.

Установлен предел стойкости синхронных вращений вибровозбудителей, что позволяет выбрать оптимальные параметры установки и режимы ее работы;

Представленная динамическая схема дает возможность изменять фазы вращения возбудителей путем изменения их рабочей частоты (вращение).

Стойкость того или другого режима вращения возбудителей зависит прежде всего от жесткости упругой подвески дополнительных тел и частоты вращения возбудителей;

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Denisov P.D. 2001. К вопросу о динамической синхронизации вибровозбудителей в вибрационной мельнице / Zbirnik naukovih prac HTU "HPI". – Harkiv, – Vip. 1 (14). – 64–67.
2. Kamke D. 1980. Fizicheskie osnovy edinic izmerenija / M.: Mir, – 283.
3. Blehman I.I. 1974. К расчету вибрационных машин с вневцентренно расположенным дебалансным вибровозбудителем / Obogashhenie rud - № 2. – 14–19.
4. Jaroshevich N.P. 1984. К вопросу о динамической синхронизации агрегатированных вибровозбудителей в вибрационных станках / N.P. Jaroshevich, P.D. Denisov // Mezhdvuzovskij sbornik «Progressivnaja otdelochno-uprochnjaju-shhaja tehnologija», - Rostov-na-Donu, – 168.
5. A.S. 1034776 SSSR, MKI VO2S 19/16. Vibracionnaja mel'nica / P.D. Denisov, L.D. Velichko, P.S. Bernik (SSSR). Opubl. v B.I. 1983, Bjul. № 30.
6. Denisov P.D., Jaroshevich N.P. 1982. Novaja vibracionnaja ustanovka // Mashinostroitel – №6. – 5.
7. A.C. 688222 SSSR, MKI VO2S 19/16. Vibracionnaja mel'nica / P.D. Denisov, V.I. Karmaljuk (SSSR) –1979. – Bjul. № 36.
8. Denisov P.D. 2000. Osoblyvosti proektuvannja trymasovih vibracijnyh mashyn z oppozytno roztashovanymi vibrozbudzhuvachamy / Vibracii v tehnike i tehnologijah. – №2 (14) – 15–17.
9. Opirskij B.Ja. 1991. Novye vibracionnye stanki. Konstruivovanie i raschet - L'vov: Svit, – 160.
10. Blehman I.I. 1971. Sinhronizacija dinamiceskikh sistem – M.: Nauka, – 896.
11. Lavrov B.P. 1966. Vibracionnye mashiny s samosinhronizirujushhimi vibratorami (konstruktivnye shemy i specificheskie osobennosti rascheta) / Trudy po teorii i prilozheniju javlenija sinhronizacii v mashinah i ustrojstvah. - Vil'njus: Mintis, – 180.
12. Denisov P.D. 1973. Ispolzovanie samosinhronizacii v mashinah dlja vibracionnoj obrabotki / V sb. Vibracionnaja tehnika v mashinostroenii / Tezisy dokladov na Vsesojuznoj nauchnoj konferencii. - L'vov, – 34–35.
13. A.S. 227833 (SSSR) MKI VO2S 19/16. Vertikal'naja vibracionnaja mel'nica / Poturaev V.N., Franchuk V.P., Tarasenko A.A. (SSSR). Opubl. v B.I. 1968, № 30.
14. Poturaev V.N. 1970. Tehnologicheskie ispytanija vertikal'noj vibracionnoj laboratornoj mel'nicy MVVL-3 V sb. Problemy vibracionnoj tehniki. - Kiev: Naukova dumka – 146.

15. Biderman V.L. 1980. Teorija mehanicheskikh kolebanij – M.: Vysshaja shkola.– 408.

16. Jaroshevich N.P. 2003. K voprosu o dinamicheskoj sinhronizacii agregatirovannyh vibrovozbuditelej v trjohmassnoj chetyrjoh-vibratornoj vibracionnoj mel'nice/ Vibracii v tehnike i tehnolijah. – №6 (32). – 77–81.

17. Yaroshevich N. 2011. Double multiple synchronization of the mechanical vibroexciters connected with linear oscillatory system/ N. Yaroshevich, S. Sosnowski // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 6. 294–302.

18. Gerber J. 2011. Carbros of grinding down of pulp of stounfrui and damage s of

syoneareinrotorcrusher // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 11B. 66–77.

### **THREEMASS OF OSCILLATION MILL WITH FOUR CAUSATIVE VIBROAGENTS**

**Summary.** The task of synchronization of treemassvibromill is in-process considered with three unbalance vibration exciters which are started going from independent asynchronous engines and have identical angulators. Two causative vibroagents from presented are set on additional bodies [1].

**Key words:** causative vibroagent, debalance, synchronization, помольная chamber.