

ANALITYCZNO-STATYSTYCZNA METODA OBLICZANIA PROCESU KONWEKCYJNEGO SUSZENIA ZIARNA W PRZECIWPŁYDZIE

S. PABIS — Polska

WSTĘP

Procesy konwekcyjnego suszenia w warstwie ziarnistych ciał stałych należą do mało zbadanych ze względu na znaczne trudności ich formalnego wyrażenia w postaci adekwatnych modeli matematycznych. Spośród różnych metod konwekcyjnego suszenia warstwy ziarna, jak w skrócie będzie nazywana warstwa ziarnistych ciał stałych, najłatwiej jest opisać formalnie proces suszenia warstwy ziarna w przeciwpłydzie. Powodem tego jest możliwość rozpatrywania tego procesu, od pewnej chwili po jego rozpoczęciu jako procesu stacjonarnego. Nie wolno jednak zapominać, że w istocie rzeczy proces ten podlega licznym zakłóceniom przypadkowym wywołanym przez zewnętrzne i wewnętrzne czynniki zakłócające. Czynniki takimi są np.: zmienne w czasie pole prędkości warstwy ziarna, wywołujące także zmienność w czasie pola prędkości suszącego gazu. Zjawisko to powoduje wzrost wpływu efektu przyściennego na warunki wymiany ciepła i masy. Na skutek ruchu ziarna zmieniają się lokalne warunki wymiany między ciałem stałym i gazem, i na odwrót. Wspomniane wyżej wewnętrzne czynniki zakłócające mają charakter stochastyczny. W połączeniu z podobnymi zewnętrznymi czynnikami zakłócającymi (np. zmienna wilgotność ziarna podawanego do suszarki, zmienne warunki otoczenia itp.) powstaje silny wpływ czynników przypadkowych na przebieg procesu suszenia. Dlatego też wydaje się być uzasadnione przedstawienie takiej metody obliczania procesu konwekcyjnego suszenia warstwy ziarna w przeciwpłydzie, w której w założeniu zawierałby się element analizy statystycznej.

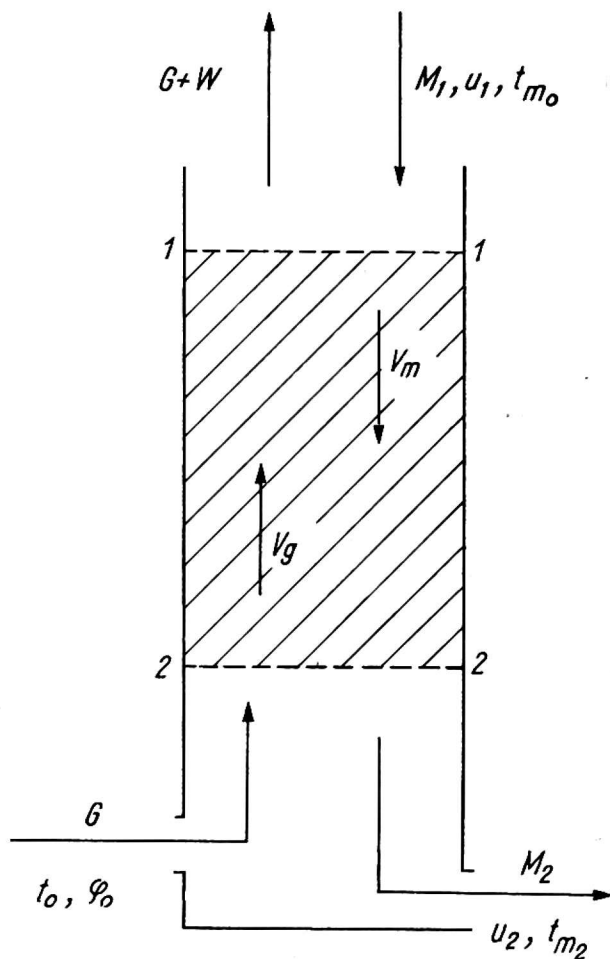
SFORMUŁOWANIE ZADANIA

Przedstawiona metoda obliczeń odnosi się do procesu pokazanego schematycznie na rysunku 1. Z góry podawane jest do komory suszenia porcjowo ziarno o masie $M_1 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$, a z dołu, również porcjowo, odbierane jest ziarno o masie $M_2 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$. Różnica $M_1 - M_2$ wywołana jest odparowaniem w ciągu godziny $W \text{ kg}$ wody. Z dołu tłoczona jest do komory suszenia powietrze o masie $G \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$, które, przechodząc przez poruszającą się w kierunku przeciwnym warstwę ziarna, odbiera z niej $W \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$ wody. W wyniku tego procesu początkowa zawartość wody ziarna

u_1 obniża się do zadanej warunkami technologicznymi końcowej zawartości wody u_2 , a początkowa temperatura ziarna t_{m_0} osiąga wartość t_{m_2} w momencie opuszczania komory suszenia.

W dalszym ciągu pracy przyjęto następujące uproszczenia dla obliczania procesu:

(1) suszenie ziarna odbywa się wyłącznie w okresie malejącej szybkości suszenia, czyli że początkowa wilgotność ziarna jest niższa od krytycznej;



Rys. 1. Schemat komory suszenia

(2) w obrębie sfery suszenia, przez którą rozumie się tę przestrzeń komory suszenia, w jakiej przebiega proces suszenia (nie nagrzewania!), nie zachodzi w górnych warstwach ziarna kondensacja pary wodnej;

(3) współczynnik wewnętrznej dyfuzji wody w suszonym ziarnie jest funkcją tylko temperatury nagrzewania ziarna [1, 2];

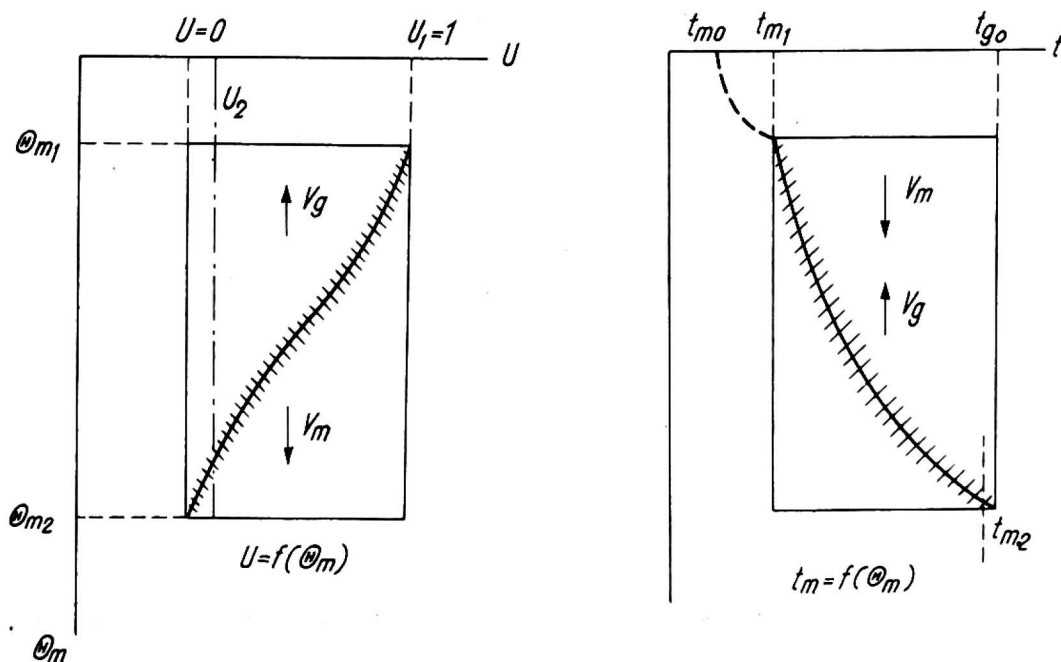
(4) szybkość suszenia może być wyrażona uproszczonym teoretycznym równaniem szybkości suszenia, zawierającym tylko pierwszy człon szeregu nieskończonego, będącego rozwiązaniem równania dyfuzji dla przypadku suszenia konwekcyjnego [2, 3, 4];

(5) oddziaływanie wszystkich zakłóceń procesu na szybkość suszenia jest przekazywane do układu równań opartych na analizie fizycznej za pośrednictwem równania rozkładu temperatury ziarna w komorze suszenia. Dlatego też nie wprowadza się analitycznego równania dla rozkładu temperatury ziarna w warstwie. Nie ma zresztą takiego równania, które byłoby równocześnie na tyle proste, aby umożliwiło

dalsze analityczne rozwiązanie zadania [5], lecz przyjmuje się równanie empiryczne oparte na analizie statystycznej danych z badań doświadczalnych na modelach takiej suszarki.

Na podstawie badań własnych przedstawiono na rysunku 2 schemat rozkładu zawartości wody $U = f(\Theta_m)$ oraz schemat rozkładu temperatury ziarna $t_m = f(\Theta_m)$ w funkcji czasu przejścia ziarna przez komorę suszenia.

Analiza wielu wykresów otrzymanych podczas badań rozkładów temperatury ziarna w czasie konwekcyjnego suszenia warstwy ziarna w przeciwnym kierunku wskazuje,



Rys. 2. Rozkłady zawartości wody i temperatury ziarna w komorze suszenia

że szybkość konwekcyjnego nagrzewania warstwy ziarna w przeciwnym kierunku może być wyrażona jako proporcjonalna do temperatury ziarna (w danym miejscu i czasie). Współczynnik proporcjonalności jest zależny głównie od szybkości przepływu gazu przez warstwę ziarna, co można zapisać w następującej postaci:

$$\frac{dt_m}{d\Theta_m} = at_m \tag{a}$$

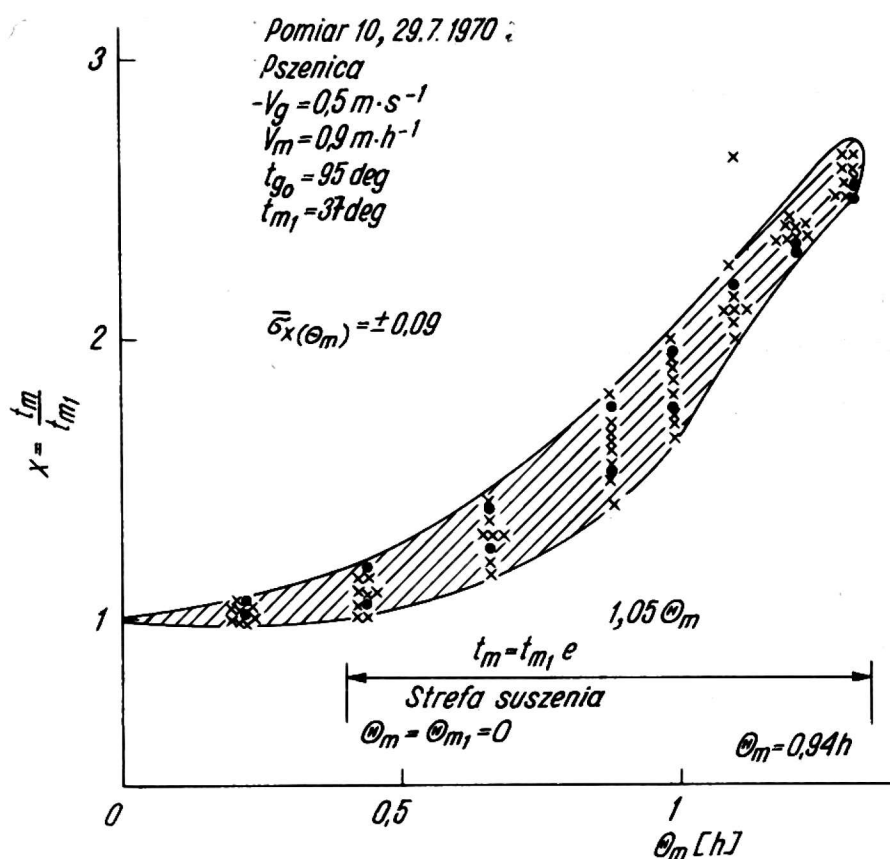
z warunkiem początkowym

$$\Theta_m = 0 \Rightarrow t_m = t_{m_1} = t_M. \tag{b}$$

Symbolem t_M oznaczono temperaturę mokrego termometru, której wartość jest określona na wykresie $i-x$ w zależności od temperatury i wilgotności względnej (lub zawartości wody) powietrza podawanego do komory suszenia. Wartość Θ_m mierzona jest od momentu wejścia danego ziarna do strefy suszenia. Rozwiązaniem równania (a) z warunkiem (b) jest:

$$t_m = t_{m_1} \exp(a\Theta_m) \tag{c}$$

Rozkład temperatury ziarna dla jednego z pomiarów ilustruje rysunek 3.



Rys. 3. Wykres zredukowanej temperatury ziarna w komorze suszenia

ROZWIĄZANIE ZADANIA

Biorąc pod uwagę treść poprzedniego punktu badany proces opisujemy następującymi równaniami:

$$\frac{du(\Theta_m)}{d\Theta_m} = -K[u(\Theta_m) - u_r], \quad (1)$$

$$K = \Psi A \exp(Bt_m), \quad (2)$$

$$t_m = t_{m_1} \exp(a\Theta_m), \quad (3)$$

$$\Psi = \frac{\pi^2}{R^2} \quad (4)$$

z warunkiem początkowym

$$u(0) = u_1. \quad (5)$$

Równanie (1) jest w istocie rzeczy pierwszym wyrazem pochodnej czasowej szeregu nieskończonego

$$\begin{aligned} \frac{u(\Theta) - u_r}{u_1 - u_r} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{\pi^2 n^2} \exp[-\pi^2 n^2 Fo_m] = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{\pi^2 n^2} \exp\left[-\pi^2 n^2 \frac{a_m \Theta}{R^2}\right], \end{aligned} \quad (6)$$

będącego rozwiązaniem równania dyfuzji dla ciała o kształcie kuli [6], przy przyjęciu tzw. warunku granicznego pierwszego rodzaju i stałej wartości współczynnika wewnętrznej dyfuzji wody [3, 4, 6], co łatwo wykazać różniczkując równanie (6) względem $\Theta = \Theta_m$.

Równanie (2) jest częściowo empirycznym równaniem uzależniającym współczynnik wewnętrznej dyfuzji wody w ziarnie od temperatury ziarna [1, 7].

Równanie (3) jest, w tym przypadku, równaniem empirycznym uzyskanym w wyniku obróbki danych doświadczalnych wykonanych przez autora. Uwzględnia ono wpływ przypadkowych czynników zakłócających proces suszenia.

Proste przekształcenia układu równań (1), (2), (3) z uwzględnieniem równania (4) prowadzą do następującego równania różniczkowego:

$$\frac{du(\Theta_m)}{d\Theta_m} = -\Psi A[u(\Theta_m) - u_r] \exp[Bt_{m_1} e^{a\Theta_m}], \quad (7)$$

a po podstawieniu

$$A_1 = \Psi A \text{ oraz } B_1 = Bt_{m_1}$$

i dalszym przekształceniu, do

$$\frac{du(\Theta_m)}{u(\Theta_m) - u_r} = -A_1 \exp[B_1 e^{a\Theta_m}] d\Theta_m. \quad (8)$$

Podstawiając kolejno:

$$e^{a\Theta_m} = z \quad (9)$$

oraz

$$B_1 z = t \quad (10)$$

otrzymujemy ostatecznie równanie następujące

$$\frac{du(\Theta_m)}{u(\Theta_m) - u_r} = -\frac{A_1}{a} \frac{e^t}{t} dt. \quad (11)$$

Rozwiązaniem całki po prawej stronie równania (11) jest nieelementarna funkcja $\overline{Ei}(t)$, zwana zmodyfikowaną funkcją wykładniczą całkową, której wartości dla $t > 0$ są stabelaryzowane:

$$\int_t^\infty \frac{e^t}{t} dt = \overline{Ei}(t), \quad t > 0. \quad (12)$$

Uwzględniając równanie (12) otrzymujemy rozwiązanie w postaci całki ogólnej:

$$\ln |u(\Theta_m) - u_r| = -\frac{A_1}{a} [\overline{Ei}(t) + D]. \quad (13)$$

Biorąc pod uwagę warunek początkowy (5) oraz podstawienia (9) i (10) mamy następujące implikacje:

$$\Theta_m = 0 \Rightarrow z = 1 \wedge t = B_1 = Bt_{m_1},$$

$$\Theta_m = 0 \Rightarrow u = u_1,$$

które służą do wyznaczenia stałej całkowania

$$D = -\frac{a}{A_1} \ln|u_1 - u_r| - \bar{Ei}(Bt_{m_1}). \quad (14)$$

Podstawiając równanie (14) do (13) i uwzględniając własności funkcji wykładniczej, mamy następujące rozwiązania dla rozkładu zawartości wody w warstwie ziarna:

$$\frac{u(\Theta_m) - u_r}{u_1 - u_r} = \exp \left\{ -\frac{A_1}{a} [\bar{Ei}(t) - \bar{Ei}(Bt_{m_1})] \right\} \quad (15)$$

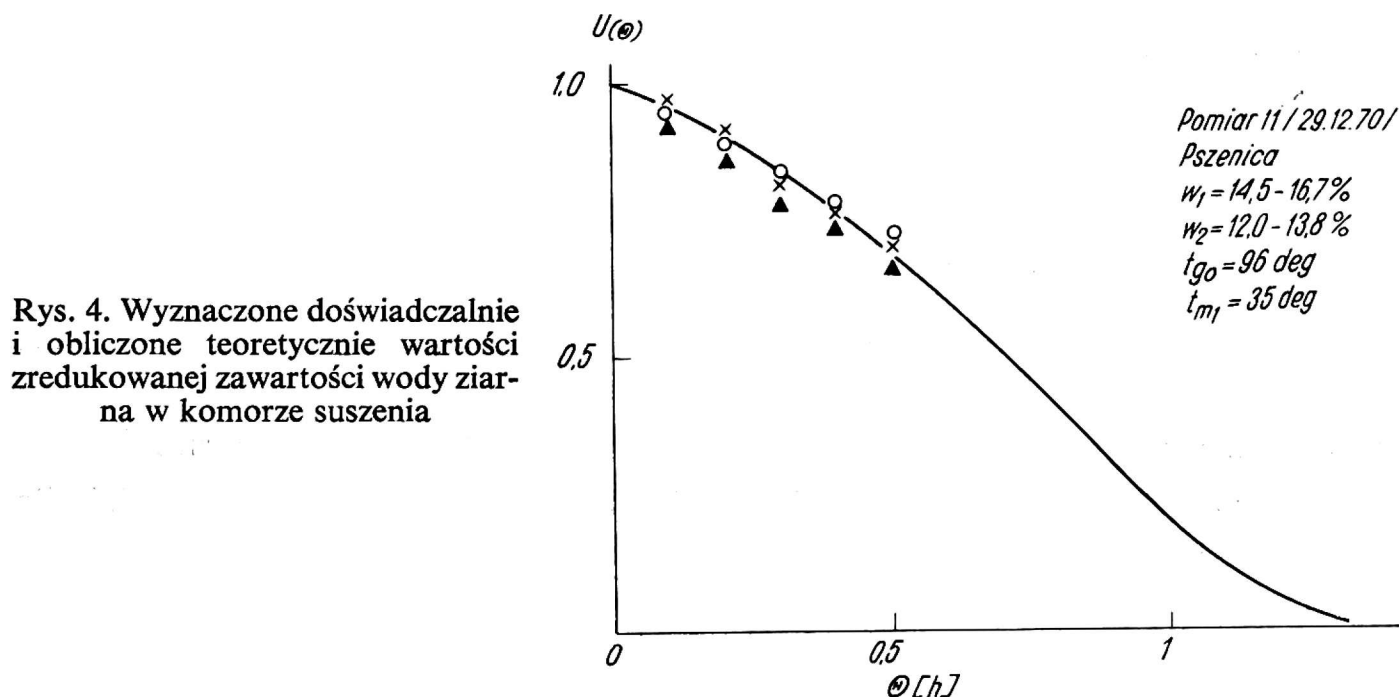
lub, po podstawieniu związków z równania (9) i (10)

$$\frac{u(\Theta_m) - u_r}{u_1 - u_r} = \exp \left\{ -\frac{\Psi A}{a} [\bar{Ei}(Bt_{m_1} e^{a\Theta_m}) - \bar{Ei}(Bt_{m_1})] \right\} \quad (16)$$

Na rysunku 4 pokazano rozkład zawartości wody w warstwie ziarna pszenicy. Punkty odpowiadają wartościom mierzonym. Linia wykreślono wartości obliczone dla rozkładu temperatury ziarna danego funkcją:

$$t_m = 35 \exp(0,825\Theta_m),$$

w której czas Θ_m wyrażono w godzinach.



Rys. 4. Wyznaczone doświadczalnie i obliczone teoretycznie wartości zredukowanej zawartości wody ziarna w komorze suszenia

ZASTOSOWANIE PRAKTYCZNE ROZWIĄZANIA ZADANIA

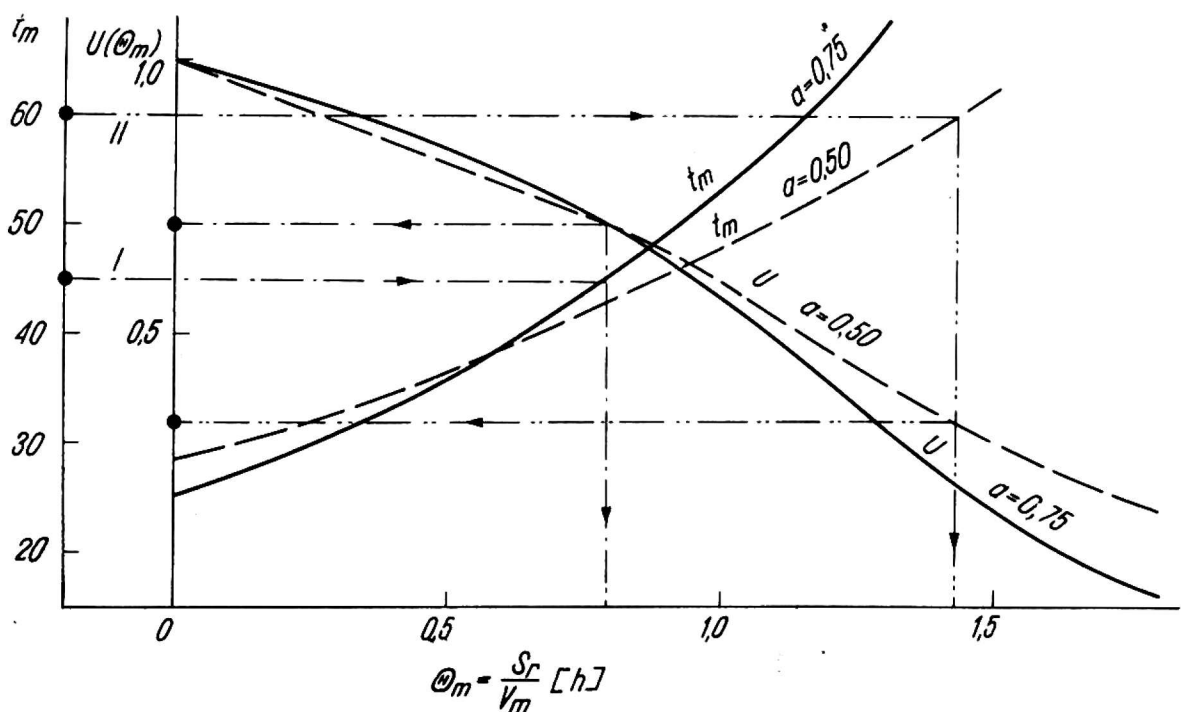
Jeżeli znany jest, np. na podstawie wyników badań doświadczalnych przeprowadzonych na modelowej suszarce lub na podstawie obliczeń opartych na istniejących metodach [5] rozkład temperatury ziarna w konwekcyjnej suszarce przeciuprądowej, to wyprowadzone powyżej równania umożliwiają wyznaczenie odpowiadającego mu rozkładu zawartości wody w obrębie komory suszenia. Znajomość rozkładu zawartości wody w obrębie warstwy ziarna pozwala na dobranie wymiarów komory suszenia oraz czasu przebywania ziarna w komorze zależnie od zadanych

warunków pracy suszarki. Dzięki temu możemy zaprojektować suszarkę stosownie do wymagań użytkownika.

Przeprowadzona metoda obliczeń pozwala na analizowanie różnych wariantów procesu konwekcyjnego suszenia ziarna aczkolwiek w sposób różny od konwencjonalnego. Ilustruje to przykład.

Założmy, że ziarno pszenicy możemy w procesie suszenia nagrzać do temperatury 45 albo 60 °C, zależnie od przeznaczenia. Przeanalizować proces w komorze suszenia, jeżeli w pierwszym przypadku współczynnik proporcjonalności szybkości nagrzewania ziarna jest równy 0,75, a w drugim 0,50. Początkowa wilgotność ziarna wynosi 20%, wilgotność równoważna w pierwszym przypadku 6,5%, a w drugim 5%. Początkowa temperatura ziarna równa temperaturze powietrza otoczenia wynosi średnio 20°C, a wilgotność względna powietrza otoczenia jest równa średnio 80%. Zakładamy, że inne dane potrzebne do rozwiązania zadania są znane z literatury. Wiadomo także, że temperatura ziarna opuszczającego komorę suszenia jest niemal równa temperaturze gazu podawanego do komory.

Z wykresu i - x znajdujemy, że w pierwszym przypadku temperatura $t_{m_1} = t_M = 25$ °C, a w drugim $t_{m_1} = 28,5$ °C. Posługując się równaniami (3) i (16) obliczamy wartość temperatury i zredukowanej zawartości wody ziarna w funkcji czasu przejścia ziarna przez komorę suszenia. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Temperatury i zawartości wody ziarna w komorze suszenia, obliczone za pomocą wyprawdzonych równań

Wartości czasu przebywania ziarna w komorze suszenia Θ_m są wyrażone stosunkiem długości komory suszenia do liniowej średniej prędkości przesuwu warstwy ziarna w komorze.

Z wykresu pokazanego na rysunku 5 widać, że istnieje wyraźny związek między rozkładem zawartości wody i temperatury ziarna w warstwie.

W danym przypadku, dopuszczając nagrzanie ziarna do 45 °C (wariant I), uzyskamy po czasie ekspozycji ziarna w komorze suszenia nie dłuższym niż 0,79 h obniżenie zredukowanej zawartości wody do wartości 0,70. Odpowiada to w danych warunkach wilgotności ziarna opuszczającego komorę suszenia równej 16,4%. Zakładając dalej, że komora suszenia miałaby długość np. 0,7 m, prędkość przesuwu warstwy ziarna równą 0,89 m/h; przy polu przekroju poprzecznego komory równym 1 m² przepustowość suszarki wyniosłaby około 0,89 m³/hm², czyli około 685 kg/hm² lub około 2,5 tonoprocent/hm².

W drugim przypadku, nagrzewając ziarno do 60 °C (wariant II) i zakładając równocześnie mniejszą szybkość nagrzewania ziarna uzyskujemy, po czasie eksploatacji ziarna w komorze suszenia równym 1,42 h, obniżenie zredukowanej zawartości wody do wartości 0,34. Odpowiada to w tych warunkach uzyskaniu końcowej wilgotności ziarna równej 10,7%. W komorze suszenia, o tej samej długości, prędkość przesuwu warstwy ziarna w komorze byłaby równa 0,49 m/h, a odpowiednio przepustowość wyniosłaby około 0,49 m³/hm² lub około 380 kg/hm², względnie około 3,5 tonoprocent/hm².

ZAKOŃCZENIE

Przedstawiona metoda obliczania procesu konwekcyjnego suszenia ziarna w przeciwnym kierunku opiera się na przyjęciu tezy, że w przypadku gdy proces suszenia odbywa się w okresie malejącej szybkości suszenia a natężenie przepływu suszonego gazu jest takie, że zapewnia pełne odebranie wody dyfundującej z wnętrza ziarna do ich powierzchni, szybkość suszenia jest w każdej chwili czasu przejścia ziarna przez komorę suszenia określona przez rozkład temperatury ziarna panującej w komorze suszenia.

Innym założeniem jest przyjęcie stacjonarności procesu, charakteryzujące się stacjonarnym rozkładem temperatury i zawartości wody w ziarnie w obrębie komory suszenia.

Dodatkowo, co stanowi istotny element sposobu rozwiązywania zadania, w warunkach w których występują różne zakłócenia procesu, zakłada się, że informacje — zarówno o zewnętrznych jak i wewnętrznych losowo zmieniających się wartościach czynników zakłócających proces — wyprowadzone są do układu równań opisujących proces za pośrednictwem równania rozkładu temperatury ziarna w komorze suszenia. Ta funkcja rozkładu temperatury jest funkcją opisującą zależności statystyczne uzyskiwane w wyniku badań na modelach suszarek. Może to być oczywiście także funkcja uzyskana drogą klasycznej analizy matematycznej, na podstawie znajomości określonych związków fizycznych, lecz musi ona również uwzględniać dodatkowo wpływ zakłóceń.

W wyniku takiej koncepcji uzyskuje się połączenie modelu idealnego (wyrażonego tu przez równania wymiany masy) z modelem procesu rzeczywistego, będącego pod wpływem różnych losowo zmiennych zewnętrznych i wewnętrznych czynników

zakłócających (wyrażonych tu funkcją rozkładu temperatury). Koncepcja taka przybliży dany model matematyczny do rzeczywistego modelu fizycznego.

Przedstawiony sposób obliczania procesu suszenia umożliwia różnorodną analizę przebiegu procesu w tym także analizę dla potrzeb technicznych i oceny ekonomicznej, pozwalając na stosowanie metod optymalizacji procesu.

LITERATURA

1. Henderson S. M., Pabis S.: Temperature Effect on Drying Coefficient. J. Agric. Engng. Research 1961, Vol. 6, p. 212.
2. Łykow A. W.: Teoria ciepłowodności, Gosdat Tech.-teoret., liter. Moskwa 1952.
3. Pabis S., Henderson S. M.: A Critical Analysis of the Drying, Curve for Shelled Maize. J. Agric. Engng. Research, 1961, Vol. 6, p. 272.
4. Pabis S.: Suszenie płodów rolnych. PWRiL, Warszawa 1965.
5. Pabis S.: Grain Drying in Thin Layers, Paper, 1967, No 1/C/4, Agr'l. Engng. Symposium Silsoe, Bedford, England.
6. Pabis S.: Konwekcyjne suszenie w przeciwnym kierunku. Cz. I. Rozkład temperatur w warstwie ziarna. Rocz. Nauk rol. Ser. C, 1971, t. 68, z. 4.
7. Pabis J.: Proces suszenia fluidyzacyjnego drobnoziarnistych produktów rolniczych oraz metody obliczania jego parametrów. IMER, 1971 (praca doktorska).

АНАЛИТИЧЕСКО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЁТА КОНВЕКЦИОННОГО ПРОЦЕССА СУШКИ ЗЕРНА В ПРОТИВОТОКЕ

С. ПАБИС — Польша

Резюме

Процесс конвекционной сушки зерна в противотоке может рассматриваться (начиная с некоторого момента) как детерминированный стационарный процесс. Несмотря на это упрощение, пока нет аналитических методов, описывающих ход этого процесса. Если бы даже существовало удовлетворительное математическое описание такого процесса, то его пригодность на практике (напр. для инженерных расчётов) была бы значительно ограничена с точки зрения воздействия на него разных факторов, напр. случайных помех. Этими факторами могут быть, например, случайные изменения числовых величин параметров как сушеного зерна (напр. начальная температура и влагосодержание, мгновенные статистические распределения заместительных диаметров зерна и его термофизических черт и т. п.), как и сушильного газа. Кроме того, существенную роль играют разные случайные изменения распределений скорости движения зерна и газа, а также случайные изменения местных величин коэффициентов тепла и массообмена и на поверхности зерен, вызванные видом движения слоя зерна в камере сушки.

В связи с этим представленный метод расчёта параметров процесса основывается (согласно результатам испытаний) на статистическом распределении влагосодержания вдоль случайного направления движения зерна, а также на расчётах проведенных на основании как этого принципа, так и формул, описывающих аналитически некоторые параметры, имеющие значение для инженерных расчётов.

ANALYTICAL-STATISTIC METHOD OF CALCULATION OF COUNTER-FLOW CONVECTIONAL GRAIN DRYING PROCESS

S. PABIS — Poland

S u m m a r y

The process of counter-flow convectional grain drying may be considered beginning at a certain moment as the determined stationary process. In spite of this simplification no one analytical method describing the course of such a process was found up to date. Even if any satisfied analytical description of this process would exist, its practical availability (e.g. for engineering calculation) would be very limited because of the disturbing effect of various accidentally variable factors. Among these factors may be classed, for instance, the accidental changes of numerical values of the parameters both, of the grain being dried (as initial temperature and moisture content, instantaneous statistical distribution of substitutional grain diameters, thermo-physical properties of grain, etc.), and of the drying gas agent as well. Moreover, the various accidental changes of the movement rate distribution of grain and the drying agent, as well as the accidental variations of local values of the heat and mass transfer coefficients over the grain surface, caused by movement of grain layer in the drying chamber, are having the significant effect.

Concerning the above, the method of calculation of the drying process parameters presented here, bases on the acceptance (according to the experimental results) of statistical distribution of the moisture content along the resultant direction of grain movement, and next on the calculation being done on the basis of both, mentioned assumption and the formulas describing analytically some parameters important for practical engineering use.

DIE ANALYTISCH-STATISTISCHE METHODE DER BERECHNUNG DES KONVEKTIVEN KÖRNERTROCKNUNGSVERFAHRENS IM GEGENSTROM

S. PABIS — Polen

Z u s a m m e n f a s s u n g

Das Verfahren der Konvektiven Körnertrocknung im Gegenstrom kann (seit einem gewissen Zeitmoment angefangen) als ein entschlossenes stationares Verfahren untersucht werden. Trotz dieser Vereinfachung fehlen bis jetzt die analytischen Methoden zur Beschreibung des Verlaufes dieses Verfahrens. Obgleich sogar die zufriedene analytische mathematische Beschreibung eines solchen Verfahrens bestehe, so sei ihre praktische Tauglichkeit (z.B. für die Ingenieurberechnungen) in Rücksicht auf die Einwirkung verschiedener, zufällig veränderlicher und störender Faktoren wesentlich begrenzt. Solche Faktoren können z.B. zufällige Veränderungen der Parameterzahlwerte so für die getrockneten Körner (z.B. die Anfangstemperatur und der Wassergehalt, die momentane statistische Mittelverteilungen der Körner und ihrer thermophysischen Kennzeichen u.s.w) wie auch des trockenden Gases sein. Darüber hinaus eine wesentliche Rolle spielen die zufälligen Veränderungen der Verteilung der Bewegungsgeschwindigkeit der Körner und des Gases und auch die zufälligen Veränderungen der lokalen Faktorenwerte des Wärme- und Masseaustausches auf der

Oberfläche der Körner, die mit der Bewegungsart der Körnerschichte in dem Trocknungsraum hervorgerufen sind.

In Zusammenhang mit dem oben genannten die dargestellte Berechnungsmethode für die Verfahrensparameter unterstützt sich auf der Annahme (laut der Untersuchungsergebnisse) der statistischen Verteilung des Wassergehaltes längs der Endergebnisrichtung der Körnerbewegung und dann auf der Führung der Berechnungen so auf Grund dieser Voraussetzung wie auch mit den Formeln, die auf der analytischen Weise manche Parameter beschreiben, die die Bedeutung für die Ingenieurberechnungen haben.