ZESZYTY PROBLEMOWE POSTĘPÓW NAUK ROLNICZYCH 1988, z. 359

HYDRAULICZNE OBLICZANIE DRENOWANIA W WARUNKACH WYSTĘPOWANIA POCHYLONEJ WARSTWY WODONOŚNEJ

Leon Rembeza

Katedra Budownictwa Wodnego AR w Poznaniu

Wzory do hydraulicznego obliczenia drenowań, wzór Hooghoudta, Kirkhama, wzory Ernsta [1, 2] odnoszą się do filtracji w poziomej warstwie wodonośnej. Nie obejmują przypadków występowania pochylonych warstw podłoża gruntowego. Rozpatrując zagadnienie hydraulicznego obliczania filtracji w warunkach występowania pochylonej warstwy wodonośnej oparto się na równaniach ruchu wynikających z założeń Dupuita [3]. Wyznaczono zależności do wyznaczenia zasięgu oddziaływania drenów zupełnych i niezupełnych w tych warunkach.

DREN ZUPEŁNY W DWUWARSTWOWYM POCHYLONYM PODŁOŻU GRUNTOWYM

N a c h y l e n i e w a r s t w z g o d n i e z k i e r u n k i e m p r z e p ł y w u. Równanie ruchu przy założeniach Dupuita w warunkach występowania dwuwarstwowego podłoża gruntowego /rys. 1a/ i infiltracyjnego zasilania wodami opadowymi będzie mieć postać

$$\frac{dq}{dx} = w \qquad /1/$$

$$q = -\left[k_2 d + k_1 \left(H-d-il_1 + ix\right)\right]\frac{dH}{dx}, \qquad \text{dla } 0 \leqslant x \leqslant x_1 \qquad /2/$$

$$q = -k_2\left[H - i\left(l_1 - x\right)\right]\frac{dH}{dx}, \qquad \text{dla } x_1 \leqslant x \leqslant l_1 \qquad /3/$$

gdzie:

w - współczynnik /intensywność/ infiltracji,

k_1 - współczynnik filtracji warstwy górnej,

k_2 - współczynnik filtracji warstwy dolnej,

i - nachylenie warstwy wodonośnej,

d - miąższość dolnej warstwy gruntu.

Łącząc równanie /1/ i /2/ oraz wykonując całkowanie otrzymamy

$$\frac{dH}{dx} = \frac{-\frac{w}{k_1}x + C_1}{H + ix - d\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right) - il_1} \qquad /4/$$

gdzie:

C_1 - stała całkowania. Korzystając z warunku, że dla $x=0$, $\frac{dH}{dx} = 0$ otrzymamy stałą $C_1 = 0$. Po scałkowaniu związku /4/ uzyskamy

$$\sqrt{y^2 + ixy + \frac{w}{k_1}x^2} = \exp\left[\frac{-i}{\sqrt{b_1}} \operatorname{arctg} \frac{2\frac{y}{x} + i}{\sqrt{b_1}}\right] + C_2 \qquad /5/$$

gdzie:

C_2 - stała całkowania,

$$y = H - d\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right) - il_1, \qquad b_1 = 4\frac{w}{k_1} - i^2 \qquad /5a/$$

Stałą C_2 można wyznaczyć z warunku, że /rys. 1a/ dla $x = x_1$, $H = d + i\left(l_1 - x_1\right)$. Następnie korzystając z warunku, że dla $x = 0$, $H = h + d + il_1$ otrzymamy z równania /5/

$$h + d\frac{k_2}{k_1} = \sqrt{d^2\frac{k_2^2}{k_1^2} - ix_1 d\frac{k_2}{k_1} + \frac{w}{k_1}x_1^2} \cdot \exp\left[\frac{-i}{\sqrt{b_1}}\left(\frac{\pi}{2} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \operatorname{arc\,tg}\frac{i - 2\frac{d}{x_1}\frac{k_2}{k_1}}{\sqrt{b_1}}\right)\right] \qquad /6/$$

Równanie /6/ służy do obliczenia odciętej x_1, przy danych pozostałych wielkościach. Obliczenie to wykonuje się drogą kolejnych prób, gdyż wielkość x_1 nie występuje w postaci jawnej.

Zależność do obliczenia odległości l_1 otrzymuje się rozwiązując równania /1/ i /3/. Łącząc te równania i wykonując całkowanie uzyskamy

$$\frac{dH}{dx} = \frac{-\frac{w}{k_2}x + C_3}{H - il_1 + ix} \qquad /6a/$$

gdzie:

C_3 - stała całkowania.

Korzystając z warunku, że w przekroju o odciętej x_1 wydatek obliczony z zależności /2/ i /3/ musi być ten sam, otrzymamy stałą $C_3 = 0$. Po wykonaniu całkowania równania /6a/ mamy

$$\left(H - il_1\right)^2 + ix\left(H - il_1\right) + \frac{w}{k_2}x^2 = \exp\frac{-i}{\sqrt{b_2}}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{2\frac{H - il_1}{x} + i}{\sqrt{b_2}}\right] + C_4 \qquad /7/$$

gdzie

C_4 - stała całkowania,

$$b_2 = 4\frac{w}{k_2} - i^2 \qquad /7a/$$

Stałą C_4 wyznacza się z warunku, że dla $x = l_1$, $H = 0$.

Następnie z warunku, że dla $x = x_1$, $H = d + i\left(l_1 - x_1\right)$ ze związku /7/ uzyskamy

$$l_1 = \sqrt{\frac{k_2}{w}\left(d^2 - ix_1 d + \frac{w}{k_2}x_1^2\right)} \cdot \exp\left[\frac{i}{\sqrt{b_2}}\left(\text{arc tg}\frac{\frac{2d}{x_1} - i}{\sqrt{b_2}} + \text{arc tg}\frac{i}{\sqrt{b_2}}\right)\right] \qquad /8/$$

Powyższe równanie /8/, po obliczeniu występującej w nim wielkości x_1 na podstawie związku /6/, służy do wyznaczenia odległości l_1. Równanie /8/ wraz ze związkiem /6/ stanowi rozwiązanie rozpatrywanego przypadku filtracji.

W przypadku filtracji w jednej pochyłej warstwie wielkość $d = 0$ i z równania /8/ otrzymuje się $x_1 = l_1$, zaś ze związku /6/, przyjmując w nim $k_1 = k$, uzyskamy

$$h = l_1\sqrt{\frac{w}{k}}\exp\left[\frac{-i}{\sqrt{b}}\left(\frac{\pi}{2} + \text{arc tg}\frac{i}{\sqrt{b}}\right)\right] \qquad /9/$$

gdzie

$$b = 4\frac{w}{k} - i^2.$$

Równanie /9/ zgodne jest z rozwiązaniem tego przypadku podanym przez Awerjanowa [4].

W przypadku szczególnym spadku $i = 0$, tzn. przepływu w dwuwarstwowym poziomym podłożu gruntowym, z równania /6/ uzyskamy

$$x_1^2 = 2\frac{k_2}{w}hd + \frac{k_1}{w}h^2 \qquad /10/$$

zaś ze związku /8/, po uwzględnieniu wyrażenia /10/ otrzymamy

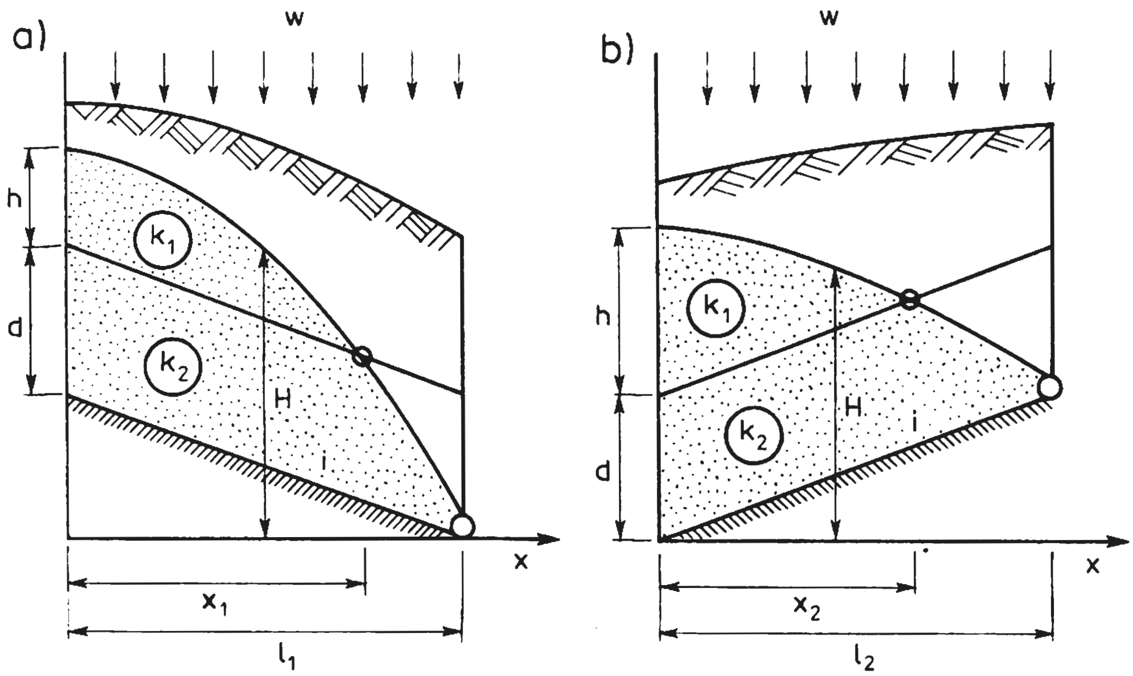
$$l_1 = \sqrt{\frac{k_2}{w}\left(\frac{k_1}{k_2}h^2 + 2hd + d^2\right)} \qquad /11/$$

Równanie /11/ zgodne jest z rozwiązaniem tego przypadku podanego przez Jonata [2].

N a c h y l e n i e w a r s t w p r z e c i w n i e d o k i e r u n k u p r z e p ł y w u . Rozpatrywany przypadek przedstawiono na rysunku 1b. W równaniu /1/ wydatek wyrażony będzie zależnościami:

$$q = -\left[k_2 d + k_1\left(H - ix - d\right)\right]\frac{dH}{dx}, \qquad 0 \leqslant x \leqslant x_2 \qquad /12/$$

$$q = -\left[k_2\left(d + ix\right) + k_1\left(H - d - ix\right)\right]\frac{dH}{dx}, \quad x_2 \leqslant x \leqslant l_2 \qquad /13/$$



Rys. 1. Dren zupełny w pochylonym podłożu gruntowym: a - nachylenie warstw zgodnie z kierunkiem przepływu; b - nachylenie warstw przeciwnie do kierunku przepływu

Równanie /1/ wraz ze związkami /12/ i /13/ przedstawia równanie ruchu dla tego przypadku. Całkowanie równań /1/, /12/ i /13/ przeprowadzono w podobny sposób, jak w omówionym przypadku nachylenia warstw zgodnym z kierunkiem przepływu. Otrzymano następujące związki

$$h + d\frac{k_2}{k_1} = \sqrt{d^2\frac{k_2^2}{k_1} + ix_2 d\frac{k_2}{k_1} + \frac{w}{k_1}x_2^2} \cdot \exp\left[\frac{i}{\sqrt{b_1}}\left(\frac{\pi}{2} - \text{arc tg}\,\frac{\frac{2d}{x_2}\frac{k_2}{k_1} + i}{\sqrt{b_1}}\right)\right] \qquad /14/$$

$$l_2 = \sqrt{\frac{k_2}{w}d^2 + ix_2 d + \frac{w}{k_2}x_2^2} \cdot \exp\left[\frac{-i}{\sqrt{b_2}}\left(\text{arc tg}\,\frac{\frac{2d}{x_2} + i}{\sqrt{b_2}} - \text{arc tg}\,\frac{i}{\sqrt{b_2}}\right)\right] \qquad /15/$$

gdzie b_1 i b_2 wyrażone są przez zależności /5a/ i /7a/.

Z równania /14/ drogą kolejnych prób wyznacza się odciętą x_2, a następnie korzystając z zależności /15/ oblicza się odległość l_2.

W przypadku szczególnym $d = 0$ z równania /15/ uzyskamy $x_2 = l_2$, zaś ze związku /14/ otrzymymy przy przyjęciu $k_1 = k$

$$h = l_2\sqrt{\frac{w}{k}}\exp\left[\frac{i}{\sqrt{b}}\left(\frac{\pi}{2} - \text{arc tg}\,\frac{i}{\sqrt{b}}\right)\right] \qquad /16/$$

gdzie

$$b = 4\frac{w}{k} - i^2$$

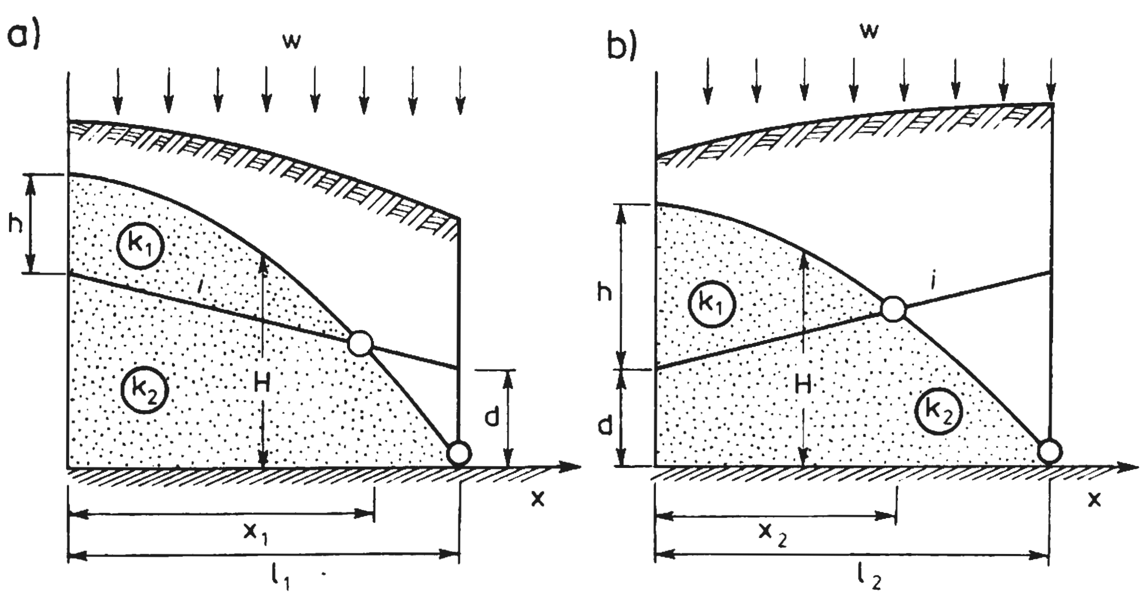
Równanie /16/ zgodne jest z rozwiązaniem Awerjanowa tego przypadku [4]. W przypadku spadku $i = 0$ z równań /14/ i /15/ uzyskuje się zależności do obliczenia x_2 i l_2 identyczne z równaniami /10/ i /11/.

DREN ZUPEŁNY W DWUWARSTWOWYM PODŁOŻU Z GÓRNĄ WARSTWĄ POCHYLONĄ

Kierunek przepływu zgodny z nachyleniem górnej warstwy. Przypadek ten pokazano na rysunku 2a. W równaniu ruchu /1/ wydatek przedstawiony będzie zależnościami

$$q = -\left[k_2\left(d + il - ix\right) + k_1\left(H - d - il + ix\right)\right]\frac{dH}{dx}, \qquad \text{dla } 0 \leqslant x \leqslant x_1 \qquad /17/$$

$$q = -\,k_2 H \frac{dH}{dx}, \qquad \text{dla } x_1 \leqslant x \leqslant l_1 \qquad /18/$$



Rys. 2. Dren zupełny w dwuwarstwowym podłożu z górną warstwą pochyloną: a - nachylenie warstw zgodnie z kierunkiem przepływu; b - nachylenie warstw przeciwnie do kierunku przepływu

W wyniku rozwiązania równań różniczkowych /1/, /17/ i /18/ otrzymuje się następujące związki

$$h + \left(d + il_1\right)\frac{k_2}{k_1} = \sqrt{y_1^2 + i\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)x_1 y_1 + \frac{w}{k_1}x_1^2}\ .\ \exp\left[\frac{-i\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)}{\sqrt{a}}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg}\frac{\frac{2y_1}{x_1} + i\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)}{\sqrt{a}}\right)\right] \qquad /19/$$

$$x_1 = \frac{i\left(d + il_1\right) + \sqrt{B_1}}{i^2 + \frac{w}{k_2}} \qquad /20/$$

gdzie

$$y_1 = \left(d + il_1\right)\frac{k_2}{k_1} - ix_1, \qquad a = 4\frac{w}{k_1} - i^2\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)^2 \qquad /21/$$

$$B_1 = i^2 l_1^2 \frac{w}{k_2} + \frac{w}{k_2}\left[\frac{w}{k_2} l_1^2 - (d + il_1)^2\right] \qquad /22/$$

Odległość l_1 wyznacza się z równań /19-22/ drogą kolejnych prób. W szczególnym przypadku $i = 0$, z równań /19-22/ otrzymuje się związek /11/.

Kierunek przepływu przeciwny do nachylenia górnej warstwy. Równanie ruchu dla rozpatrywanego przypadku pokazanego na rysunku 2b przedstawione jest przez zależność /1/, w której wydatek q wyrażony jest związkami

$$q = -k_2(d + ix) + k_1(H - d - ix)\frac{dH}{dx}, \qquad \text{dla } 0 \leqslant x \leqslant x_2 \qquad /23/$$

$$q = -k_2 H \frac{dH}{dx}, \qquad \text{dla } x_2 \leqslant x \leqslant l_2 \qquad /24/$$

Po scałkowaniu równań /1/, /23/ i /24/ uzyskuje się zależności

$$h + d\frac{k_2}{k_1} = \sqrt{y_2^2 - i\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)x_2 y_2 + \frac{w}{k_1}x_2^2}\cdot \exp\left[\frac{i\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)}{\sqrt{a}}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg}\frac{\frac{2y_2}{x_2} - i\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)}{\sqrt{a}}\right)\right] \qquad /25/$$

$$x_2 = \frac{id + \sqrt{B_2}}{i^2 + \frac{w}{k_2}} \qquad /26/$$

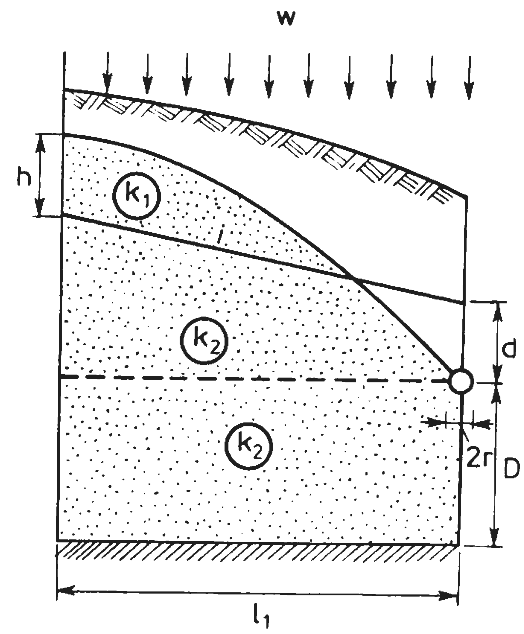
gdzie

$$y_2 = d\frac{k_2}{k_1} + ix_2, \qquad B_2 = \frac{w}{k_2}\left[l_2^2\left(i^2 + \frac{w}{k_2}\right) - d^2\right] \qquad /27/$$

Wielkość a przedstawiono zależnością /21/.

DREN NIEZUPEŁNY

Omawiany przypadek przedstawiono na rysunku 3. Zakłada się, że dren znajduje się w dolnej warstwie w odległości D od stropu warstwy nieprzepuszczalnej. W celu rozwiązania tego przypadku drenażu można adoptować sposób Hooghoudta, zastosowany przez niego do obliczenia drenażu w dwuwarstwowym podłożu poziomym przy linii rozdziału obu warstw przechodzącej przez oś poziomą drenu. Zgodnie z tym sposobem przepływ rozdziela się na część powyżej poziomu drenu i część poniżej tego poziomu. Dopływ do drenu z warstwy leżącej powyżej poziomu drenu oblicza się na podstawie rozwiązania otrzymanego przy założeniach Dupuita, zaś dopływ z warstwy poniżej drenu oblicza się z rozwiązania przepływu płaskiego. Modyfikacja sposobu Hooghoudta



Rys. 3. Dren niezupełny w dwuwarstwowym podłożu z górną warstwą pochyloną

w odniesieniu do rozpatrywanego przypadku polegałaby na tym, że dopływ z części obszaru filtracji leżącego powyżej poziomu drenu obliczany byłby także z rozwiązania uzyskanego przy założeniach Dupuita, lecz w odniesieniu do dwuwarstwowego podłoża. Obliczenie dopływu z dolnej części obszaru pozostałoby bez zmian. Biorąc powyższe pod uwagę i stosując oznaczenia podane na rysunku 3 ogólna zależność określająca dopływ do drenu miałaby postać

$$w = w_1 + \frac{4\, k_2 \left(h + d + i l_1\right)}{l_1 \cdot F_H} \qquad /28/$$

gdzie

w_1 - dopływ z części obszaru powyżej poziomu drenu,

F_H - funkcja Hooghoudta [2].

Drugi człon w zależności /28/ określa dopływ z części obszaru znajdującego się poniżej poziomu drenu. Do obliczenia wielkości w_1 można wykorzystać równanie /19/ i związane z nim związki /20/, /21/ i /22/, w których należy przyjąć $w = w_1$. W równaniach /19/-/22/ wielkość $w = w_1$ nie występuje w postaci jawnej, dlatego też obliczenia wykonuje się drogą kolejnych prób.

W przypadku szczególnym $i = 0$ w miejsce równań /19/ - /22/ stosuje się związek /11/. Z zależności /11/ wielkość w_1 można otrzymać w postaci jawnej

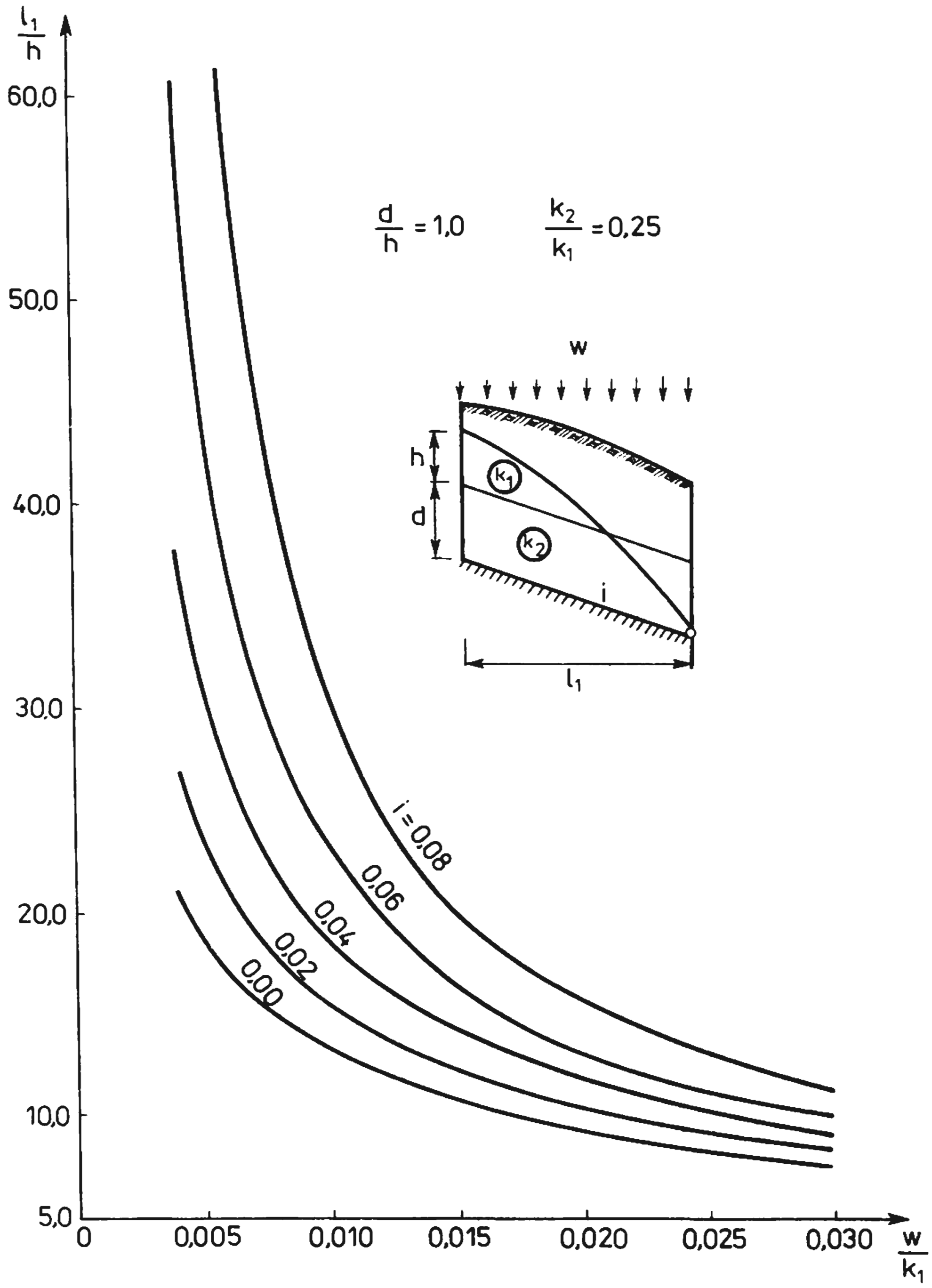
$$w_1 = \frac{k_2}{l_1^2} \left(\frac{k_1}{k_2} h^2 + 2hd + d^2\right) \qquad /29/$$

Po podstawieniu wyrażenia /29/ w związku /28/ otrzymamy, przy $i = 0$

$$w = \frac{k_2}{l_1^2}\left(\frac{k_1}{k_2}h^2 + 2\,hd + d^2\right) + \frac{4\,k_2\left(h+d\right)}{l_1 \cdot F_H} \qquad /30/$$

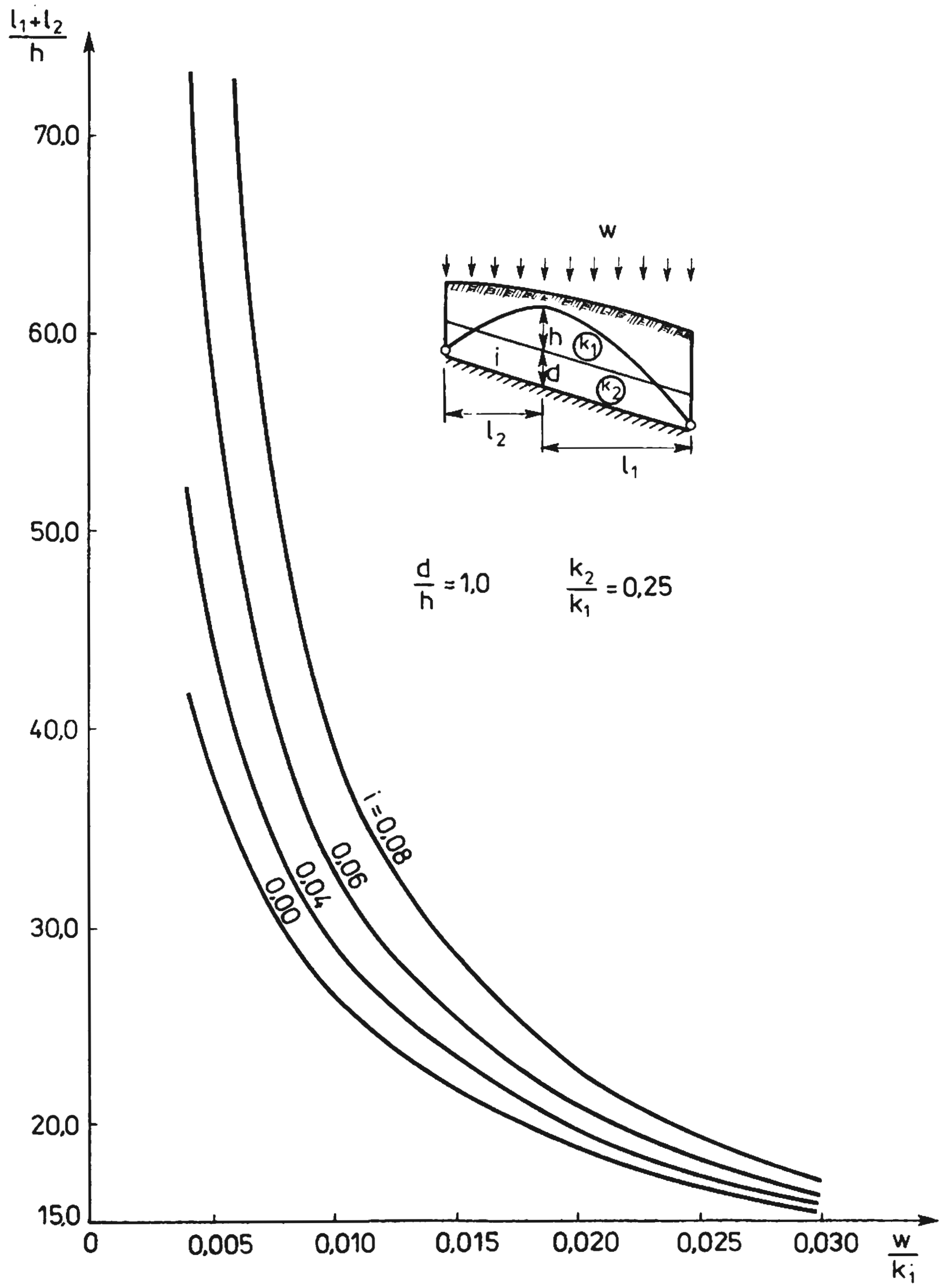
WYNIKI OBLICZEŃ

Na podstawie wyprowadzonych zależności wykonano obliczenia mające na celu ocenę wpływu nachylenia warstwy wodonośnej na zasięg oddziaływania drenu.



Rys. 4. Dren zupełny, przebieg odległości l_1/h

Korzystając z równań /6/ i /8/ wykonano obliczenia względnej odległości l_1/h, w przypadku drenu zupełnego w zależności od wielkości stosunku w/k_1 oraz spadku i warstwy wodonośnej, dla założonej wartości stosunku $d/h = 1$ oraz $k_2/k_1 = 0{,}25$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 4. Natomiast na rysunku 5, wykorzystując dodatkowo równania /14/ i /15/, przed-

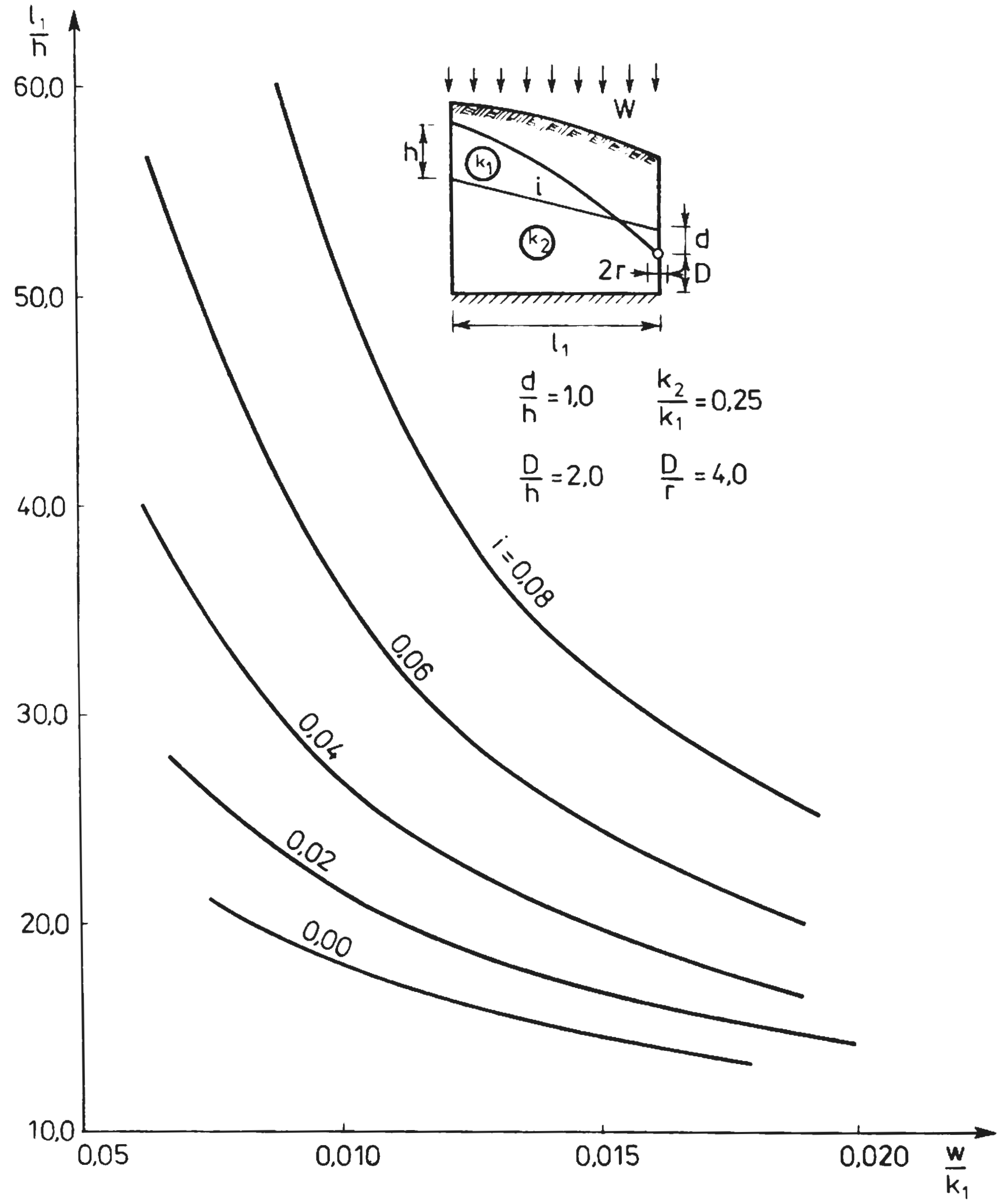


Rys. 5. Dren zupełny, przebieg odległości $/l_1 + l_2/ /h$

stawiono wyniki obliczeń odległości względnej $(l_1 + l_2)/h$ także w zależności od stosumku w/k_1 i spadku i oraz tych samych danych wyjściowych.

Z wykresów przedstawionych na rysunku 4 i 5 wynika, że wpływ spadku i na odległość względną l_1 oraz $l_1 + l_2$ uwidacznia się bardzo wyraźnie przy małych wartości relacji w/k_1, mniejszych od ok. 0,010. Przy dużych wartościach stosunku w/k_1 większych od ok. 0,030, nawet dla dużych wartości spadku, wpływ jego na odległość l_1 lub $l_1 + l_2$ jest niewielki. Względny wpływ spadku, odnosząc względem spadku i = 0 na odległość l_1 jest większy aniżeli na odległość $l_1 + l_2$.

Obliczanie odległości l_1, w przypadku drenu niezupełnego, wykonano na podstawie równania /28/ oraz związków /19/-/22/. Dane wyjściowe oraz wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Dren niezupełny, przebieg odległości l_1/h

Także w tym przypadku drenu niezupełnego wpływ spadku na odległość l_1 uwidacznia się przy małych wartościach stosunku w/k_1 mniejszych od ok. 0,010. Przy dużych relacjach w/k_1 wpływ spadku, nawet przy dużych jego wartościach okazuje się niewielki.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

1. Zależności do obliczenia zasięgu oddziaływania drenu zupełnego w przypadku pochylonego dwuwarstwowego podłoża gruntowego oraz w przypadku dwuwarstwowego podłoża, w którym górna warstwa jest pochylona, wyprowadzono w wyniku scałkowania równań ruchu wyznaczonych przy założeniach Dupuita.

2. W przypadku drenu niezupełnego rozwiązanie oparto na sposobie Hooghoudta, zastosowanym przez niego do obliczenia drenażu w dwuwarstwowym podłożu poziomym. Modyfikacja sposobu Hooghoudta polega na tym, że dopływ z części obszaru filtracji leżącego powyżej poziomu drenu oblicza się z rozwiązania uzyskanego przy założeniach Dupuita, lecz w odniesieniu do układu dwuwarstwowego z górną warstwą pochyloną.

3. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w przypadku występowania pochylonej warstwy wodonośnej zasięg oddziaływania drenu zupełnego i niezupełnego wypada wyraźnie większy aniżeli dla warstwy poziomej, gdy intensywność infiltracji jest mała. Przy większych wartościach infiltracji wpływ spadku na zasięg jest niewielki, nawet dla dużych jego wartości.

LITERATURA

1. Luthin J.: Drainage of agricultural lands, Publ. Madison, Wisconsin, 1957.
2. Ostromęcki J.: Hydrauliczne metody określania rozstawy urządzeń odwadniających, PWRiL, Warszawa 1980.
3. Polubarinova-Koczina P.J.: Teoria dwiżenia gruntowych wod, Izd Nauka, Moskwa, 1977.
4. Szkinkis C.: Gidrologiczeskoje dejstwie drenaża, Leningrad, 1981.

Leon Rembeza

HYDRAULIC CALCULATION OF DRAINAGE IN CASE OF SLOPING AQUIFEROUS LAYER

Summary

In this paper the hydraulic calculation of seepage into drains in two-layered soil with sloping aquiferous layer is presented. On the basis of motion equations obtained using the Dupuit's assumptions, the formulae to calculate the range of drain influence are derived. The results of calculations show that the influence of sloping occurs clearly in the case of little inflow into drains.

Леон Рембеза

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ДРЕН ПРИ НАЛИЧИИ НАКЛОННОГО ВОДОНОСНОГО СЛОЯ

Резюме

В работе представлены расчеты совершенных и несовершенных дрен, находящихся в наклонном двухслойном грунте. Зависимости для расчета радиуса действия дрен определено на основании уравнений движения, вытекающих из принципа Дюпюи. Проведенные расчеты показывают, что влияние наклона водоносного слоя существенно в случае малого питания дрен.