

## MODELOWANIE MATEMATYCZNE KINETYKI OKRESOWEGO SUSZENIA FLUIDALNEGO ZIARNISTYCH CIAŁ STAŁYCH

*Włodzimierz Ciesielczyk*

Instytut Inżynierii Chemicznej i Chemii Fizycznej, Politechnika Krakowska

### Wstęp

Suszenie okresowe ziarnistych ciał stałych w układach fluidalnych zajmuje ważną pozycję wśród nowoczesnych metod suszarniczych.

Pomimo znacznej literatury dotyczącej tematu [KUNIL, LEVENSPIEL 1991; KERKHOF 2000; CIESIELCZYK 2001c] problem jednoznaczności i uniwersalności metod obliczeniowych stosowanych przy projektowaniu tego procesu nie został do końca rozwiązany.

Dlatego też zaprojektowanie suszarki fluidyzacyjnej dla danej substancji wymaga – zwykle czasochłonnnych i kosztownych – badań laboratoryjnych, które pozwalają ustalić warunki hydrodynamiczne i kinetykę procesu.

Złożony mechanizm suszenia oraz skomplikowane warunki kontaktowania się faz, występujące w układach fluidalnych, są przyczyną istotnych trudności na jakie napotyka się przy próbach uogólnionego matematycznego opisu kinetyki tego procesu.

Opublikowane prace, dotyczące modelowania matematycznego kinetyki okresowego suszenia fluidalnego z wykorzystaniem koncepcji modelu złoża pęcherzykowego [KERKHOF 2000; CIESIELCZYK 2001c], różnią się głównie w założeniach dotyczących struktury hydrodynamicznej i liczby analizowanych stref złoża, zachowania się średnicy pęcherza wzdłuż wysokości złoża oraz opisu ruchu masy i ciepła w drugim okresie procesu. W publikacjach, zawierających informacje dotyczące weryfikacji doświadczalnej proponowanych opisów ilościowych [STAKIC 1999], zaniedbywano obecności cząstek ciała stałego w pęcherzach, a dane dotyczące kinetyki w drugim okresie procesu otrzymywano w postaci zależności potęgowych z eksperymentów prowadzonych w elementarnej, stacjonarnej warstwie suszonej substancji.

Dla uporządkowania dotychczasowego stanu wiedzy podjęto teoretyczną i doświadczalną analizę zagadnienia w aspekcie opracowania użytecznej metody obliczeń procesowych przy założeniu minimalizacji zakresu badań laboratoryjnych.

## Model matematyczny procesu

Do charakterystyki hydrodynamicznej i kinetycznej analizowanego układu fluidalnego wykorzystano model złoża pęcherzykowego Kunii-Levenspiela [KUNII, LEVENSPIEL 1991]. W pracy zastosowano model dwustrefowy, zakładając zaniedbywalną grubość chmury otaczającej pęcherz, co wymaga spełnienia nierówności (1) [CIESIELCZYK 2001c]:

$$\frac{\varepsilon_{mf} d_b^{1/2}}{u_{mf}} \geq 1,8. \quad (1)$$

Istotnym założeniem modelu Kunii-Levenspiela jest stałość rozmiaru pęcherzy (tzw. średnicy ekwiwalentnej) podczas ich przepływu przez złożo. Na podstawie wyników badań testowych [CIESIELCZYK 2000] stwierdzono, że ekwiwalentną średnicę pęcherza można wyznaczyć z zależności Mori-Wena [MORI, WEN 1975] na poziomie złoża odpowiadającym 40% początkowej wysokości warstwy materiału suszonego w aparacie.

Zachowanie się pęcherzykowego złoża fluidalnego może być różne w zależności od charakterystyki cząstek ciała stałego i prędkości przepływu gazu. W pracy sprawdzano rodzaj i jakość fluidyzacji, stosując zmodyfikowany diagram [KUNII, LEVENSPIEL 1991] bazujący na klasyfikacji Geldarta.

Ilościowy opis kinetyki suszenia w okresowej suszarce fluidyzacyjnej wyróżnia strefę pęcherzy i strefę emulsji. Strefa emulsji jest środowiskiem dwufazowym zawierającym ziarna materiału suszonego i czynnik suszący. Pomiedzy obydwoma fazami następuje wymiana masy i ciepła. Jednocześnie zachodzi wymiana masy i ciepła między gazem w emulsji a strefą pęcherzy – zgodnie z mechanizmem zaproponowanym przez Kunii-Levenspiela. Wypadkowe współczynniki wymiany masy i ciepła obliczano z uwzględnieniem obecności ziarn w pęcherzu. Odpowiednie zależności (2) i (3) są wynikiem analizy wzajemnego rozmieszczenia oporów kinetycznych w złożu fluidyzującym pęcherzykowo [CIESIELCZYK 2001b]. Dla strefy emulsji przyjęto model całkowitego wymieszania, zaś dla strefy pęcherzy – przepływ tłokowy. Założono pseudostacjonarność strefy pęcherzy, jednorodność rozkładu temperatury w całym ziarnie i adiabatyczność procesu.

$$\alpha_{go}^{be} = \gamma_b \alpha_t a' + \alpha_q^{be}, \quad (2)$$

$$\beta_{go}^{be} = \gamma_b k_t a' + \beta_g^{be}. \quad (3)$$

Statykę sorpcji badanych materiałów wyznaczano eksperymentalnie. Wyniki tych badań zostały przedstawione jako empiryczne funkcje stężenia i temperatury w postaci tzw. równań równowagi desorpcji. Opracowano je z zastosowaniem estymacji nieliniowej [CIESIELCZYK 2001c].

Uwzględniono zmianę warunków hydrodynamicznych środowiska związaną ze zmianami właściwości fizykochemicznych faz w trakcie procesu, licząc parametry modelu na każdym kroku czasowym całkowania numerycznego odpowiednich równań.

Przedstawione opisy matematyczne uwzględniają pierwszy i drugi okres suszenia. W drugim okresie procesu wykorzystano pojęcie tzw. średniego stężenia w ziarnie  $\bar{X}$  przy parabolicznym profilu rozkładu wilgoci w ziarnach [CIESIELCZYK 2001a].

Dla pierwszego okresu suszenia równania modelu przedstawiają się następująco:

$$\frac{dY^e}{dt} = \frac{u_0 - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (Y_f - Y^e) - \frac{\delta \beta_{go}^{be}}{(1-\delta) \varepsilon_{mf}} \int_0^1 [Y^e - Y^b(z)] dz + \frac{ak_Y}{\varepsilon_{mf} \rho_{gs}} (Y^* - Y^e), \quad (4a)$$

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = - \frac{ak_Y}{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_s} (Y^* - Y^e), \quad (4b)$$

$$\frac{dT_g^e}{dt} = \frac{u_0 - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (T_f - T_g^e) + \frac{\delta \alpha_{go}^{be}}{(1-\delta) \varepsilon_{mf} \rho_g c_g} \int_0^1 [T^b(z) - T_g^e] dz - \frac{a\alpha_z}{\varepsilon_{mf} \rho_g c_g} (T_g^e - T_z), \quad (4c)$$

$$\frac{dT_z}{dt} = \frac{a\alpha_z}{(1-\varepsilon_{mf}) \rho_z c_z} (T_g^e - T_z) - \frac{ak_Y}{(1-\varepsilon_{mf}) \rho_z c_z} (Y^* - Y^e) \cdot r(T_z). \quad (4d)$$

Drugi okres procesu opisany jest równaniami:

$$\frac{dY^e}{dt} = \frac{u_0 - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (Y_f - Y^e) - \frac{\delta \beta_{go}^{be}}{(1-\delta) \varepsilon_{mf}} \int_0^1 [Y^e - Y^b(z)] dz + \frac{ak_Y}{\varepsilon_{mf} \rho_{gs}} (Y_s - Y^e), \quad (5a)$$

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = \frac{5aD_s}{(1 - \varepsilon_{mf}) r_z} (X_s - \bar{X}) = \frac{5aD_s}{(1 - \varepsilon_{mf}) r_z} (KY_s - \bar{X}), \quad (5b)$$

$$r_z k_Y (Y_s - Y^e) = 5D_s \rho_s (\bar{X} - KY_s), \quad (5c)$$

$$\frac{dT_g^e}{dt} = \frac{u_0 - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (T_f - T_g^e) + \frac{\delta \alpha_{go}^{be}}{(1-\delta) \varepsilon_{mf} \rho_g c_g} \int_0^1 [T^b(z) - T_g^e] dz - \frac{a\alpha_z}{\varepsilon_{mf} \rho_g c_g} (T_g^e - T_z), \quad (5d)$$

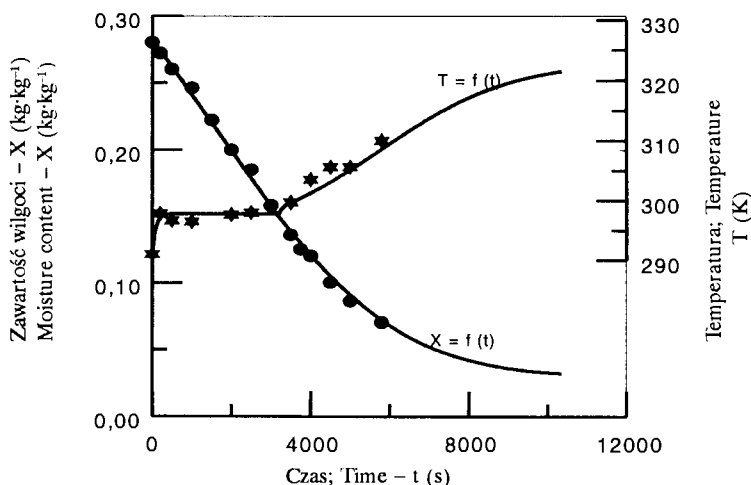
$$\frac{dT_z}{dt} = \frac{\alpha\alpha_z}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z} (T_g^e - T_z) + \frac{5aD_s}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z r_z} (KY_s - \bar{X}) \cdot r(T_z). \quad (5e)$$

Sposób obliczania zarówno wielkości fizykochemicznych, jak i kinetycznych, charakteryzujących złożę, został szczegółowo omówiony i przedyskutowany w innych opracowaniach [CIESIELCZYK 2001a, 2001b, 2001c].

Do całkowania równań modelu stosowano w pracy algorytm Geara [CIESIELCZYK 2001c]. Okazuje się bowiem, że układy równań (4) i (5) charakteryzują się dużą wartością liczby sztywności, rzędu od  $10^6$  do  $10^8$ .

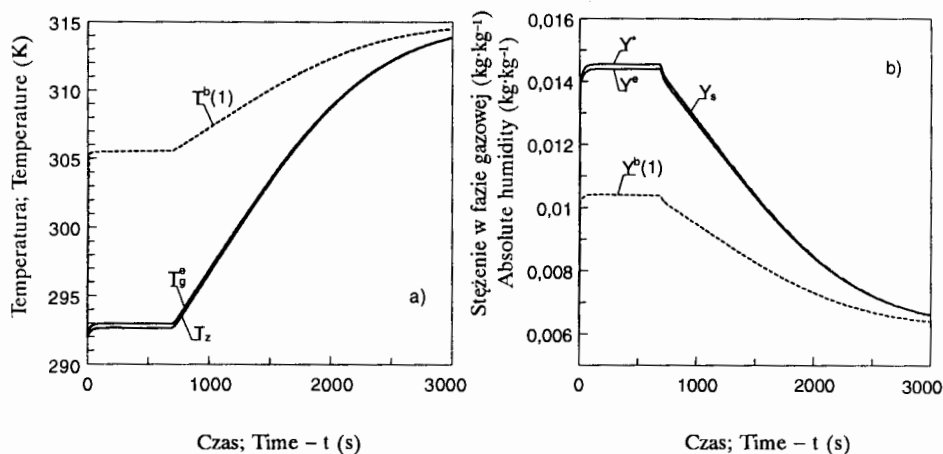
## Wyniki i dyskusja

Podstawą weryfikacji doświadczalnej ilościowego opisu kinetyki suszenia są krzywe suszenia  $X = f(t)$  i krzywe temperaturowe  $T_z = f(t)$  badanych substancji, tzn. silikażelu, piasku, siarczanu amonu i fosforanu paszowego. Krzywe kinetyczne otrzymano w wyniku eksperymentów przeprowadzonych na stanowisku badawczym składającym się z okresowej, cylindrycznej suszarki fluidyzacyjnej o średnicy 0,225 m, wyposażonej w porowaty dystrybutor gazu [CIESIELCZYK 2001c]. Obszerną analizę dotyczącą weryfikacji eksperymentalnej modelu przeprowadzono w oddzielnych opracowaniach [CIESIELCZYK 2001a, 2000b, 2000c]. W niniejszej pracy zamieszczono jedynie przykładowe, reprezentatywne wyniki takiej analizy w postaci krzywych kinetycznych suszenia. Jak widać (rys. 1) przewidywania teoretyczne (linie ciągłe) pokrywają się z danymi doświadczalnymi (symbole punktowe) zarówno jakościowo, jak i dostatecznie dokładnie ilościowo.



Rys. 1. Porównanie krzywych suszenia i temperaturowych oraz eksperymentalnych i otrzymanych z obliczeń dla silikażeli:  $d_z = 3,39 \cdot 10^{-4}$  m,  $\gamma_b = 0,001$ ,  $T_f = 323$  K,  $H_{mf} = 0,15$  m,  $u_0 = 0,354$  m·s $^{-1}$

Fig. 1. Comparison of calculated and experimental data of the material temperature and moisture content – silikażel:  $d_z = 3.39 \cdot 10^{-4}$  m,  $\gamma_b = 0.001$ ,  $T_f = 323$  K,  $H_{mf} = 0.15$  m,  $u_0 = 0.354$  m·s $^{-1}$



Rys. 2. Wyniki symulacji kinetyki suszenia piasku:  $T_f = 315$  K,  $H_{mf} = 0,10$  m,  $u_0 = 0,8$  m·s<sup>-1</sup>,  $d_z = 5,00 \cdot 10^{-4}$  m,  $\gamma_b = 0,001$ : a) – profile zmian temperatury przy powierzchni ziarn oraz w strefach: emulsji i pęcherzy, b) – profile rozkładu stężeń wilgoci przy powierzchni ziarn oraz w strefach: emulsji i pęcherzy

Fig. 2. Results of simulation of drying kinetics for sand:  $T_f = 315$  K,  $H_{mf} = 0.10$  m,  $u_0 = 0.8$  m·s<sup>-1</sup>,  $d_z = 5.00 \cdot 10^{-4}$  m,  $\gamma_b = 0.001$ : a) – profiles of temperature variations at the surface of particles as well as in the emulsion and bubble zones, b) – profiles of variations of distribution of humidity concentrations at the surface of particles as well as in the emulsion and bubble zones

Udział objętościowy cząstek w pęcherzu  $\gamma_b$  potraktowano jako parametr dopasowujący. Ustalenie wartości tego parametru było ważnym etapem pracy. Analizowano przebieg eksperymentalnych i teoretycznych krzywych kinetycznych dla różnych wartości  $\gamma_b$  (0,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ). Ustalono [CIESIELCZYK 2001c], że jeżeli do obliczeń symulacyjnych przyjmie się wartość  $\gamma_b = 0,001$ , to otrzyma się wystarczająco dobrą zgodność wyników eksperymentów z przewidywaniami teoretycznymi (rys. 1). Istnieją również siły napędowe procesu dotyczące zarówno wymiany międzyfazowej, jak i międzystrefowej i są one różne od zera na całej wysokości złoża (rys. 2), co jest zgodne z założeniami modelu.

## Wnioski

1. Przedstawiony model matematyczny kinetyki suszenia okresowego ciał stałych w pęcherzykowym złożu fluidalnym może być stosowany dla substancji należących do grupy B wg klasyfikacji Geldarta, dla cząstek o średnicy w granicach  $10^{-4}$  m do  $10^{-3}$  m.
2. Wykazano celowość uwzględniania obecności cząstek suszonego ciała stałego w pęcherzu, ustalając wartość parametru  $\gamma_b = 0,001$ .
3. Równania modelu można zastosować do obliczeń procesowych, symulacyjnych i optymalizacyjnych.

## Oznaczenia; Symbols

- $a, a'$  – powierzchnia właściwa; specific surface area ( $m^{-1}$ ),  
 $c$  – ciepło właściwe; specific heat ( $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ),  
 $d_z$  – średnica cząstek; particle diameter (m),  
 $D_s$  – efektywny współczynnik dyfuzji; effective diffusion coefficient ( $m^2 \cdot s^{-1}$ ),  
 $H$  – wysokość złoża; dynamic height of a fluidized bed (m),  
 $K_Y$  – współczynnik wnikania masy od ziaren ciała stałego do gazu; mass transfer coefficient between gas and solid particles ( $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ ),  
 $K$  – stała równowagi; sorption equilibrium constant,  
 $r_z$  – promień ziarna ciała stałego; radius of a solid particle (m),  
 $r$  – ciepło parowania; heat of vaporization ( $kJ \cdot kg^{-1}$ ),  
 $T$  – temperatura; temperature (K),  
 $u_0$  – prędkość gazu, odniesiona do swobodnego przekroju kolumny; superficial gas velocity ( $m \cdot s^{-1}$ ),  
 $u_b$  – prędkość pęcherzy w złożu fluidalnym; bubble raising velocity in a fluidized bed ( $m \cdot s^{-1}$ ),  
 $u_{mf}$  – prędkość minimum fluidyzacji; minimum fluidization velocity ( $m \cdot s^{-1}$ ),  
 $\bar{X}$  – zawartość wilgoci w ziarnie; moisture content (dry basis) of solid ( $kg \cdot kg^{-1}$ ),  
 $\bar{X}$  – średnia zawartość wilgoci w ziarnie; mean moisture content (dry basis) of solid ( $kg \cdot kg^{-1}$ ),  
 $Y$  – bezwzględna wilgotność powietrza; absolute humidity of air ( $kg \cdot kg^{-1}$ ),  
 $z$  – bezwymiarowa współrzędna wysokości w złożu; dimensionless height coordinate in a bed,  
 $\alpha_z$  – współczynnik wnikania ciepła; heat transfer coefficient ( $kW \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ),  
 $\alpha_{q}^{ij}$  – współczynnik wymiany ciepła między strefami i, j; heat transfer coefficient between phases i and j ( $kW \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$ ),  
 $\beta_g^{ij}$  – współczynnik wymiany gazu między strefami i, j; gas exchange coefficient between phases i and j ( $s^{-1}$ ),  
 $\gamma_b$  – stosunek objętości fazy stałej zawartej w pęcherzu do objętości pęcherza; volume fraction of particles in a bubble,  
 $\delta$  – objętościowy udział pęcherzy w złożu; volume fraction of bubbles in a bed,  
 $\varepsilon$  – porowatość; porosity,  
 $\rho$  – gęstość; density ( $kg \cdot m^{-3}$ ).

## Indeksy górne; Superscripts

- $b, c, e$  – dotyczy strefy pęcherzy, śladów i chmur oraz strefy emulsji; refers to bubble, cloud-wake and emulsion phase, respectively,  
 $*$  – dotyczy wartości równowagowej; equilibrium.

## Indeksy dolne; Subscripts

- $b$  – dotyczy pęcherza; refers to a bubble,  
 $f$  – dotyczy strumienia zasilającego; refers to feeding stream,  
 $g$  – gaz; gas,

- mf – minimum fluidyzacji; minimum fluidization,  
 0 – wartość początkowa; initial value,  
 r – równowagowa; equilibrium,  
 s – dotyczy powierzchni ciała stałego; refers to surface of a particle,  
 t – stan zawieszenia; corresponding to free falling condition,  
 z – dotyczy ziarna ciała stałego; refers to a particle of a sorbent.

### Literatura

- CIESIELCZYK W. 2000. *Półempiryczne metody obliczeń kinetycznych okresowego suszenia fluidalnego*. I. *Analiza teoretyczna*. Inżynieria Chemiczna i Procesowa. 21: 543–569.
- CIESIELCZYK W. 2001a. *Model matematyczny kinetyki suszenia okresowego w złożu fluidalnym*. Inżynieria Chemiczna i Procesowa 22: 343–348.
- CIESIELCZYK W. 2001b. *Kinetyka suszenia fluidalnego w aparacie okresowym*. Inżynieria Chemiczna i Procesowa 22: 697–715.
- CIESIELCZYK W. 2001c. *Analiza eksperymentalna i teoretyczna procesu suszenia okresowego w złożu fluidalnym*. Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej. Seria: Inżynieria i Technologia Chemiczna 28: 31–44.
- KERKHOFF P.J.A.M. 2000. *Some modeling aspects of (batch) fluid-bed drying of life – science products*. Chem. Eng. Process. 39: 69–80.
- KUNII D., LEVENSPIEL O. 1991. *Fluidization engineering*. Second Ed., Butterworth-Heinemann, Boston: 163–234.
- MORI S., WEN C.Y. 1975. *Estimation of bubble diameter in gaseous fluidized beds*. AIChE J. 21: 109–114.
- STAKIC M.B. 1999. *Numerical study on heat and mass transfer during convective drying in fixed and fluidized bed*. ECCE-2 (Second European Congress of Chemical Engineering). Montpellier, 7–8 VI 1999: 11–23.

**Słowa kluczowe:** suszenie, złożo fluidalne, modelowanie matematyczne

### Streszczenie

Przedstawiono pełny model matematyczny kinetyki adiabatycznego suszenia okresowego w złożu fluidalnym. Model zawiera równania dla pierwszego i drugiego okresu suszenia. Na podstawie wyprowadzonych równań można obliczać zmiany wilgotności i temperatury ciała stałego oraz fazy gazowej i w ten sposób określać czas suszenia. Zamieszczono również reprezentatywne wyniki symulacji cyfrowej i weryfikacji eksperymentalnej zaproponowanego ujęcia ilościowego.

## QUANTIFICATION OF FLUIDIZED BED DRYING KINETICS IN BATCH APPARATUS

*Włodzimierz Ciesielczyk*

Institute of Chemical Engineering and Physical Chemistry,  
Technical University of Kraków

Key words: drying, fluidized bed, numerical simulation

### Summary

The complete mathematical model describing adiabatic periodic drying in a fluidized bed is presented. The model comprises equations for the first and second period of drying. On the basis of the derived equations it is possible to compute changes of the moisture and temperature of solid particles and gas phase. In this way the time of drying can be determined. Some representative results of digital simulation as well as experimental verification of the proposed quantitative description are presented.

Dr inż. **Włodzimierz Ciesielczyk**  
Instytut Inżynierii Chemicznej i Chemii Fizycznej  
Politechnika Krakowska  
ul. Warszawska 24  
31-155 KRAKÓW  
e-mail: [wcisiel@riad.usk.pk.edu.pl](mailto:wcisiel@riad.usk.pk.edu.pl)