

SYLWAN

MIESIĘCZNIK POLSKIEGO TOWARZYSTWA LEŚNEGO

Wydawany z zasiłku Polskiej Akademii Nauk

Rok CXIV

Warszawa, marzec 1970

Numer 3

JERZY SOLIK

Propozycja matematycznej metody obliczania optymalnej sieci dróg leśnych

Предложения математического метода расчета оптимальной сети лесных дорог

Proposals of the mathematical procedure for the calculation
of an optimal network of forest roads

I. WPROWADZENIE I ZAŁOŻENIA WSTĘPNE

W Sylwaniu z 1968 r. nr 10 opublikowałem pracę pt. „Metody określania optymalnej sieci dróg w górskim gospodarstwie leśnym na przykładzie kompleksu Romanka“ (5). Celem tej pracy było wykazanie uzasadnionej gospodarczo i ekonomicznie celowości szczegółowej analizy oraz właściwej interpretacji podstaw i danych wyjściowych do obliczeń, a mianowicie:

- a) produktywności drzewostanów (3, 4),
- b) struktury sortymentowej drewna,
- c) technologii zrywki,
- d) stałych i zmiennych kosztów zrywki,
- e) kosztów budowy i utrzymania dróg oraz wynikających stąd korzyści i efektów.

Przyjmując 18 wariantów powyższych danych wyjściowych, obliczenia wykonano trzema metodami analityczno-graficznymi Volkerta i Strehlkego, otrzymując 216 różnych wyników, których rozbieżność potwierdza znaczenie i wagę obiektywnej oceny i interpretacji danych wyjściowych do obliczeń.

Ponieważ do niezbędnej z reguły dużej liczby wariantów obliczeniowych zastosowane metody wymagają wykonania odpowiedniej ilości możliwie dokładnych i pracochłonnych wykresów (umożliwiających ostateczne, dokładne odczytanie wyniku), poczyniono próbę opracowania mate-



matycznej metody obliczeniowej (wzoru) umożliwiającej wyeliminowanie opracowań graficznych, a zapewniającej alternatywną interpretację i analizę wyjściowych danych obliczeniowych. Dokładne prześledzenie proponowanej metody matematycznej obliczania optymalnej sieci dróg leśnych wymaga jednak orientacji w zakresie przyjętych do obliczeń w metodach analityczno-graficznych danych wyjściowych i alternatywnej ich interpretacji (5)¹.

II. PROPOZYCJA METODY MATEMATYCZNEJ

Opracowanie matematycznego wzoru obliczania optymalnej sieci dróg leśnych oparte zostało na metodzie dynamicznego programowania w warunkach pewności (2), przyjmując za podstawę identyczne dane wyjściowe do obliczeń, jak w podanej na wstępie pracy (5).

Przyjęte do obliczeń warianty typów dróg oznaczamy j ($j = 1, 2, 3 \dots n$), a koszty związane z budową 100 mb drogi typu j przez A_j .

Przez q_j rozumiemy będziemy udział typu drogi j w całym układzie sieci drogowej analizowanego obszaru względnie regionu leśnego, dla którego wykonywane są obliczenia.

Zgodnie z powyższym dowolny wariant układu sieci drogowej, tak pod względem kosztów jak i udziału poszczególnych typów dróg (kategorii), można przedstawić za pomocą dwóch wektorów liczb:

wektora kosztów

wektora udziałów (częstość)

$$A_j = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \quad q_j = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad \text{gdzie} \quad \left(\sum_{j=1}^n q_j = 1 \right)$$

Niech C_1 oznacza średni koszt z tytułu budowy 100 mb dowolnego typu drogi, a obciążający 1 m³ drewna pozyskiwanego z powierzchni P , tj. powierzchni, która ciąży do powyższego odcinka 100 mb drogi. Wówczas przy przyjętej kolei rębności drzewostanów x i średniej produktywności 1 ha z , średni koszt C_1 można obliczyć z równania:

$$C_1 = \frac{1}{P \cdot x \cdot z} \cdot \sum_{j=1}^n A_j \cdot q_j \quad (1)$$

Przyjęto, jak w podanym dla kompleksu Romanka (5) przykładzie technologii zrywki, że P jest równe powierzchni ciężącej do 100 mb drogi, tj. $100 \cdot O$, gdzie O równa się odległości między drogami. Na podstawie

¹ Za pomoc i konsultację przy opracowaniu metody matematycznej składam tą drogą uprzejme podziękowanie panu drowi inż. Bolesławowi Rutkowskiemu, adiunktowi Katedry Urządzania Lasu Wydziału Leśnego Wyższej Szkoły Rolniczej w Krakowie.

zależności pomiędzy długością zrywki l_s , a odległością między drogami O , gdzie

$$O = 100 + \frac{1}{2\lambda} \left(l_s + \sqrt{l_s^2 + 200 l_s - 100^2} \right) \quad (2)$$

możemy podać, że:

$$P = 100 \cdot O = 100 \left[100 + \frac{1}{2\lambda} \left(l_s + \sqrt{l_s^2 + 200 l_s - 100^2} \right) \right] \quad (3)$$

Wobec czego podstawowy wzór wyjściowy przyjmuje postać:

$$C_1 = \frac{\sum_{j=1}^n A_j \cdot q_j}{100 \left[100 + \frac{1}{2\lambda} \left(l_s + \sqrt{l_s^2 + 200 l_s - 100^2} \right) \right]} \cdot x \cdot z \quad (4)$$

Zakładając, że właściwy do obliczeń optymalnej sieci dróg leśnych i uzasadniony ekonomicznie jest wyłącznie koszt zmienny zrywki, tj. koszt zależny od faktycznej jej długości (bez kosztów pośrednich), średnią wartość tak przyjętego kosztu oznaczmy przez C_2 . Wektor

$$B_i = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_m \end{bmatrix}$$

będzie oznaczał koszty zrywki na odległość 1 mb (względnie liniowy współczynnik kierunkowy równania kosztów zrywki 1 m³ drewna), gdzie i oznacza numer dowolnej kolumny (rubryki) cennika kosztów zrywki, który w różnych kolumnach (rubrykach) jest różny, zależnie od sposobu zagospodarowania, strefy trudnościowej i rodzaju sortymentów.

Jak wiadomo, liczba B_i jest jednoznacznie określona w każdej kolumnie (rubryce).

Określamy z kolei wektor

$$P_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_m \end{bmatrix} \quad \text{gdzie} \quad \left(\sum_{j=1}^m P_j = 1 \right)$$

jako szereg liczb oznaczających udział poszczególnych sposobów zagospodarowania i rodzajów sortymentów w ogólnej ilości drewna pozyskiwa-

nego (lub planowanego do pozyskania w wyniku obliczeń produktywności) w analizowanym obszarze lub regionie leśnym.

Ostatecznie więc poszukiwany średni koszt zrywki 1 m³ drewna można określić wzorem:

$$C_2 = l_s \cdot \sum_{i=1}^m B_i P_i \quad (5)$$

Zakładając, że optymalna odległość zrywki i wynikająca stąd optymalna odległość między drogami, a więc i gęstości dróg zachodzi wtedy (przy założeniu zmiennych kosztów zrywki), gdy koszt budowy dróg przypadający na 1 m³ pozyskiwanego drewna jest równy kosztowi zrywki 1 m³, wobec czego przyjmując podane powyżej oznaczenia $C_1 = C_2$, a więc

$$\frac{\sum_{j=1}^n A_j q_j}{100 \left[100 + \frac{1}{2\lambda} \left(l_s \sqrt{l_s^2 + 200 l_s - 100^2} \right) \right]} \cdot x \cdot z = l_s \cdot \sum_{i=1}^m B_i P_i, \quad (6)$$

gdzie:

(j = 1, 2, 3 n)

(i = 1, 2, 3 m)

Rozwiązanie powyższego równania względem l_s daje szukaną optymalną odległość zrywki $l_s \text{ opt}$ oraz optymalną odległość między drogami O_{opt} , którą otrzymamy przez podstawienie wielkości $l_s \text{ opt}$ do wzoru 2.

Obliczenie wielkości $l_s \text{ opt}$ z ogólnego równania 6 nie jest oczywiście łatwe, lecz jest możliwe przy przyjęciu pewnych metod obliczeniowych (aproxymacja odwrotności funkcji, maszyny cyfrowe).

Proponowana metoda matematyczna umożliwiająca również odpowiednie ujęcie i niezbędną zdaniem autora alternatywną interpretację cech i danych wyjściowych opracowana została w celu wykazania możliwości i ewentualnego wykorzystania jej do obliczeń optymalnej sieci dróg leśnych i przedstawienia wyników w formie tabelarycznej lub monograficznej dla poszczególnych regionów lub krain leśno-fizjograficznych Polski (1).

LITERATURA

1. Chodzicki E. — Krainy, dzielnice i obwody leśno-fizjograficzne południowo-zachodniej Polski. „Sylwan“ 1947 nr 1.
2. Lange O. — Optymalne decyzje — zasady programowania. PWN. Warszawa 1964.
3. Rutkowski B. — Regulacja obszaru cięć w obrębach zagospodarowanych z okresem odnowienia. „Sylwan“ 1963 nr 6.
4. Rutkowski B. — Przyrost bieżący obrębu — funkcją rozkładu drzewostanów w klasach wieku. „Sylwan“ 1964 nr 4.
5. Solik J. — Metody określania optymalnej sieci dróg w górskim gospodarstwie leśnym na przykładzie kompleksu Romanka. „Sylwan“ 1968 nr 10.

Praca wpłynęła do Komitetu Redakcyjnego 22 listopada 1969 r.

Краткое содержание

В работе представлен разработанный математический метод расчета оптимальной сети лесных дорог. Этот метод является математическим представлением графического метода, который еще раньше был разработан авторами и опубликован в «Сыльване» № 10/1968. Концепция была основана на методе пункта преломления, известного и повсеместно применяемого, а в Польше известного под названием метода Волькерта.

Summary

The paper contains a development of a mathematical procedure of the calculation of an optimal network of forest roads. The procedure presents a mathematical approach to a graphic method developed by authors previously and published already in "Sylwan" No. 10 from 1968. The conceptual assumption itself is based on the inflexion point technique commonly known and in use. This technique is called in Poland the Volkert's method.