ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ НА РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПНЕВМОСОРТИРОВАЛЬНОГО СТОЛА

Вадим Бредихин, Леонид Тищенко, Михаил Пивень
Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко
Ул. Артема 44, Харьков, Украина. E-mail: khstua@lin.com.ua
Vadym Bredykhin, Leonid Tishchenko, Mykhail Piven
Kharkiv Petro Vasylenko National Technical University of Agriculture
St. Artem 44, Kharkiv, Ukraine. E-mail: khstua@lin.com.ua

Аннотация. В работе рассмотрены вопросы математического моделирования процесса сепарации зерновых смесей, а именно, методика теоретического определения эффективного коэффициента динамической вязкости зерновой смеси, находящейся на рабочей поверхности пневмосортировального стола (ПСС), используя концепцию гидродинамики многофазных сред.

Ключевые слова: сепарация, пневмосортировальный стол, многофазные среды, псевдоожиженный слой, плотность семян.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В настоящее время одним из универсальных и широко используемым в технологиях самосортирования зерновых смесей является метод вибропневматического псевдоожижения с постоянным по величине воздушным потоком [2;3;4;10;13;18].

Практика показала, что получение высококачественного биологически активного посевного материала возможно при разделении зерновой смеси по плотности семян как признака делимости.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Рядом исследователей (Блехман Н.И., Гортинский В.В., Желтухин Б.В., Лейкин Я.И. и др.) созданы основы теории самосортирования частиц зерновых смесей в псевдоожиженном слое при воздействии колебаний различного типа [4;18]. Определены условия начала внутрислоевых перемещений, закономерности протекания процесса самосортирования, связывающие свойства сыпучей смеси с динамическими и кинематическими характеристиками рабочей поверхности. Однако эти теоретические исследования внутрислоевых процессов, как правило, основывались на простейших физических моделях [5;6]. Слой смеси частиц, различающихся по геометрическим, физико-механическим свойствам и находящейся на воздухопроницаемой поверхности, подвергается воздействию воздушного потока и/или виброколебаниям рабочей поверхности. В результате при определенных значениях скорости воздушного потока и величинах амплитуды и частоты колебаний опорной поверхности слой частиц может находиться в псевдоожиженном состоянии, т.е. приобретает свойство текучести [15;17;20]. Это приводит к тому, что наблюдается расслаивание смеси частиц: частицы, отличающиеся по своим аэрогравитационным свойствам, могут погружаться или всплывать в псевдоожиженном слое. Этот физический механизм и лежит в основе процесса самосортирования [4].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель работы – предложить новый теоретический метод определения эффективного коэффициента динамической вязкости зерновой смеси, которая находится под действием воздушного потока и колебаний рабочей поверхности (деки) ПСС.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛЛА

Математические модели, описывающие этот процесс, в основном, основываются на уравнениях движения отдельной частицы [11]. При этом, воздействие псевдоожиженного слоя на частицу учитывается введением различного типа сил: сила тяжести, сила сопротивления среды в приближении Ньютона или Стокса, выталкивающая сила Архимеда и т.п. Такой подход хотя и позволяет определять влияние кинематических, технических и конструктивных параметров на внутрислоевые процессы в псевдоожиженном слое частиц, однако, имеет ограниченную область применения. Поскольку введение в уравнение движения отдельной частицы, указанных выше сил, как правило, делается формально, без увязки с другими членами уравнения. Кроме того, физические модели, основанные на уравнении движения отдельной частицы, не могут описать в полной мере такие важные эффекты как: внутреннее взаимодействие между частицами, обусловленное поперечным сдвигом, образование скоплений частиц, приводящее к снижению коэффициента сопротивления и др. Эти эффекты оказывают существенное влияние на интенсивность процесса самосортирования частиц и, в конечном счете, на эффективность использования этого процесса в соответствующих технологиях.

В этой связи актуальной является проблема разработки математических моделей, позволяющих учесть взаимодействие частиц (а не отдельной частицы) с псевдоожиженной средой. Одним из эффективных подходов к решению возникающих при этом задач, является подход, использующий методы гидродинамики многофазных систем [12; 16]. При таком подходе смесь частиц (зерновая смесь), подвергающаяся воздействию воздушного потока и виброколебаниям деки, моделируется многофазной структурой, состоящей из дискретных компонент (множества частиц различающихся, например, по размерам или плотности) и непрерывной компоненты (например, газообразная среда - воздух). С точки зрения механики эти дискретные и непрерывные компоненты смеси рассматриваются как “сплошные среды”, взаимодействующие между собой. В дальнейшем такой подход будет использован для моделирования процесса самосортирования зерновых смесей плоскими воздухопроницаемыми поверхностями.

В соответствии с основными концепциями гидродинамики многофазных систем [12, 16] будем полагать, что зерновая смесь состоит из фаз: дискретная фаза, образованная твердыми частицами и непрерывная фаза – газообразная среда. Дискретная фаза рассматривается как конечное число N дискретных компонент, каждая из которых образована твердыми частицами с плотностью $\bar{\rho}_n, n=1,2,..N$. Тогда плотность множества частиц n – компонента дискретной фазы равна:

$$\rho_n = \delta_n \bar{\rho}_n, \quad n=1,2,...,N, \tag{1.1}$$

где: δ_n – объемная доля частиц; n – компонента в смеси. Плотность дискретной фазы в целом определяется как:

$$\rho_P = \sum_{n=1}^{N} \rho_n .$$

Плотность непрерывной фазы, согласно [16], определяется как:

$$\rho = \bar{\rho}\left(1 - \sum_{n=1}^{N} \frac{\rho_n}{\bar{\rho}_n}\right) = \bar{\rho}\left(1 - \sum_{n=1}^{N} \delta_n\right), \tag{1.2}$$

где: $\bar{\rho}$ – плотность газообразной среды (воздух).

Учитывая (1.1) и (1.2) плотность зерновой смеси в целом равна:

$$\rho_c = \rho + \rho_P . \tag{1.3}$$

Скорость зерновой смеси будем определять из уравнения:

$$\rho_c \vec{V}_c = \sum_{n=1}^{N} \rho_n \vec{V}_n + \rho \vec{V} . \tag{1.4}$$

где: $\vec{V}_n$ – скорость; n – компонента дискретной фазы, а $\vec{V}$ – скорость непрерывной фазы.

Поскольку n – компонента дискретной фазы рассматривается как сплошная среда, то справедливо уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \nabla\left(\rho_n \vec{V}_n\right) = 0, \quad n = 1,2,...,N . \tag{1.5}$$

Аналогично, для непрерывной фазы:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \nabla\left(\rho \vec{V}\right) = 0 . \tag{1.6}$$

Уравнение неразрывности для смеси в целом имеет вид [11]:

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \nabla\left(\rho_c \vec{V}_c\right) = 0 . \tag{1.7}$$

Предполагаем, что сплошные среды, моделирующие зерновую смесь, являются ньютоновскими жидкостями. Кроме того, слой зерновой смеси находится на плоской воздухопроницаемой поверхности. Введем декартовую систему координат x_1, x_2, x_3 таким образом, чтобы плоская воздухопроницаемая поверхность лежала в плоскости x_1, x_2, тогда ось x_3 перпендикулярна этой поверхности. Оси x_1 и x_2 наклонены к горизонтальной плоскости под углами, соответственно, α_1 и α_2. Будем считать, что воздухопроницаемая поверхность совершает гармонические колебания с круговой частотой ω и углом α_3 направленности колебаний, отсчитываемого от оси x_3. Под воздействием потока воздуха и колебаний деки слой зерновой смеси находится в псевдоожиженном состоянии. В соответствии с [116], уравнения движения многофазной системы, моделирующей слой зерновой смеси, могут быть представлены в следующем виде:

$$\rho_n\left(\frac{\partial V_{ni}}{\partial t}+\left(\nabla,\vec{V}_n\right)V_{ni}\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[-P_n\delta_{ij}+\mu_n\left(\frac{\partial V_{ni}}{\partial x_j}+\frac{\partial V_{nj}}{\partial x_i}\right)\right]+ \qquad (1.8)$$
$$\rho_n F_{ni}+\rho_n\sum_{n=1}^{N}F_{nm}\left(V_{mi}-V_{ni}\right),\quad n=1,2,\dots,N;\quad i=1,2,3.$$

где: V_{ni} – i-тая компонента скорости $\vec{V}_n$, n – компонента дискретной смеси; μ_n – эффективный коэффициент динамической вязкости; F_{ni} – i-тая компонента массовой силы, действующей на единицу массы, P_n – парциальное статическое давление, δ_{ij} – символ Кронекера, а по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

Последний член в правой части (1.8) введен для учета взаимодействия n – компонента с другим m – компонентом смеси. При этом величины F_{nm} характеризуют это взаимодействие и удовлетворяют условию:

$$\rho_n F_{nm}=\rho_m F_{mn}.$$

Эффективные коэффициенты вязкости μ_n, $n=1,2,\dots,N$ n – компонента дискретной фазы определяют по уравнению:

$$\mu_n\left(\frac{\partial V_{ni}}{\partial x_j}+\frac{\partial V_{nj}}{\partial x_i}\right)=\mu\frac{\rho_n}{\rho_c}+\frac{\mu}{\rho_c}\left[\left(V_{ni}-V_j\right)\frac{\partial\rho_n}{\partial x_j}+\left(V_{nj}-V_j\right)\frac{\partial\rho_n}{\partial x_j}\right]+ \qquad (1.9)$$
$$+\rho_n\left(V_{ni}-V_i\right)\left(V_{nj}-V_j\right),$$

где: μ – эффективный коэффициент вязкости смеси. Как показано в [11], i-той компонент силы F_{ni}, действующий на единицу массы n – компонента дискретной фазы смеси, можно представить в виде:

$$F_{ni}=\frac{1}{2}\frac{\bar{\rho}}{\overline{\rho_n}}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(V_i-V_{ni}\right)+\left(\nabla,\vec{V}-\vec{V}_n\right)\left(V_i-V_{ni}\right)\right]+F_n\left(V_i-V_{ni}\right)+ \qquad (1.10)$$
$$+\frac{9\bar{\rho}\sqrt{\nu}}{2\sqrt{\pi}a_n\overline{\rho_n}}\int_0^t\left[\frac{d}{dt}\left(V_i-V_{ni}\right)\left(t-\tau\right)^{-1/2}\right]d\tau+f_{ni},\quad i=1,2,3$$

где: $\overline{\rho_n}$ – плотность частиц, образующих n – компонент дискретной фазы; $\bar{\rho}$ и ν – соответственно плотность и коэффициент кинематической вязкости непрерывной фазы, a_n – эквивалентный радиус (по объему) частиц n-компонента дискретной фазы, f_{ni} – i-тый компонент внешней силы действующей на частицы n-компонента, F_n – коэффициент, характеризующий взаимодействие непрерывной фазы с частицами n-компонента дискретной фазы.

Приведенные уравнения (1.5), (1.8) для компонент дискретной фазы смеси характеризуют их как взаимодействующие сплошные среды.

Кроме уравнений (1.5), (1.8) будем использовать уравнение движения непрерывной фазы смеси, которое получается непосредственным суммированием (1.8) с учетом (1.2).

$$\rho\left[\frac{\partial V_i}{\partial t}+\left(\nabla,\vec{V}\right)V_i\right]=-\left(1-\sum_{n=1}^{N}\frac{\rho_n}{\overline{\rho_n}}\right)\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j}+\frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right)\right]+$$
$$+\rho F_i-0{,}5\bar{\rho}\sum_{n=1}^{N}\frac{\rho_n}{\overline{\rho_n}}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(V_i-V_{ni}\right)+\left(\nabla,\vec{V}-\vec{V}_n\right)\left(V_i-V_{ni}\right)\right]- \qquad (1.11)$$
$$-\frac{9\sqrt{\nu}\bar{\rho}}{2\sqrt{\pi}}\sum_{n=1}^{N}\frac{\rho_n}{\overline{\rho_n}a_n}\int_0^t\left[\frac{d}{d\tau}\left(V_i-V_{ni}\right)\left(t-\tau\right)^{-1/2}\right]d\tau-\sum_{n=1}^{N}\rho_n F_n\left(V_i-V_{ni}\right),\quad i=1,2,3.$$

Члены в правой части уравнения (1.11) имеют определенный физический смысл и характеризуют взаимодействие дискретной и непрерывной фаз зерновой смеси. Так, например, четвертый член учитывает ускорение кажущейся массы частиц дискретной фазы относительно непрерывной фазы, пятый член обусловлен силой Бассе и выражает мгновенное гидродинамическое сопротивление, последний член описывает сопротивление частиц дискретной фазы.

Наряду с уравнениями (1.8)-(1.11), описывающие изменение количества движения дискретной и непрерывной фаз зерновой смеси, представляют несомненный интерес процессы, приводящие к изменению энергии зерновой смеси. Наиболее общее уравнение, описывающее изменение энергии зерновой смеси, получено в [11]. Для того, чтобы представить это уравнение введем следующие энергетические характеристики зерновой смеси: T и T_n – абсолютные температуры соответственно непрерывной фазы и n-компонента дискретной фазы.

Тогда уравнение, описывающее энергетическое изменение зерновой смеси имеет вид:

$$\rho\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V_i^2}{2}+cT\right)+\left(\nabla,\vec{V}\right)\left(\frac{V_i^2}{2}+cT\right)\right]+$$
$$+\sum_{n=1}^{N}\rho_n\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V_{ni}^2}{2}+c_nT_n\right)+\left(\nabla,\vec{V}_n\right)\left(\frac{V_{ni}^2}{2}+c_nT_n\right)\right]= \qquad ,(1.12)$$
$$=\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\kappa\frac{\partial T}{\partial x_j}+\sum_{n=1}^{N}\frac{\partial}{\partial x_j}\kappa_n\frac{\partial T_n}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}V_i\left[\mu\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j}+\frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right)\right]+$$
$$+\sum_{n=1}^{N}\frac{\partial}{\partial x_j}V_{nj}\left[\mu_n\left(\frac{\partial V_{ni}}{\partial x_j}+\frac{\partial V_{nj}}{\partial x_i}\right)\right]+\Phi_{\mathrm{E}}+\sum_{n=1}^{N}\Phi_{n\mathrm{E}}.$$

где: величины $\Phi_{n\mathrm{E}}$ описывают нагрев частиц за счет вязкой диссинации:

$$\Phi_{n\mathrm{E}}=\rho_nF\left(\vec{V}-\vec{V}_n\right)^2+\rho_n\sum_{m=1}^{N}F_{nm}\left(\vec{V}-\vec{V}_n\right)^2,\quad n=1,2,\ldots,N,$$

величина Φ_{E} характеризует излучение единицы объема зерновой смеси и учитывает внешние источники тепла.

Таким образом, уравнения (1.5), (1.6), (1.8)-(1.12) описывают динамику и энергетические характеристики движения зерновой смеси.

Как видно из (1.8), (1.11) и (1.12), при гидродинамическом описании движения зерновой смеси необходимо вводить такие важные характеристики зерновой смеси как эффективные коэффициенты динамической вязкости дискретной и непрерывной фаз. Определение этих величин представляет собой достаточно сложную и важную задачу [16;14]. Поскольку ее решение позволяет оценить адекватность математической модели реальным физическим процессам, сопровождающих внутрислоевое движение зерновой смеси. Отметим, что аналогичная задача решалась для моделирования процессов сепарирования зерновых смесей плоскими и цилиндрическими решетками [16;14].

Решение задачи, определения эффективного коэффициента динамической вязкости зерновой смеси основывается на уравнении (1.8) и следующих допущениях.

Предположим, что слой зерновой смеси находится в движении под воздействием вибрационных гармонических колебаний деки и потока воздуха. Зерновой слой рассматривается как двухфазная система, состоящая из непрерывной фазы, частицы которой находятся в псевдоожиженном состоянии и дискретной фазы, частицы которой отличаются аэрогравитационными свойствами от частиц непрерывной фазы и могут погружаться или всплывать. Концентрацию частиц дискретной фазы считаем достаточно малой. Поэтому взаимодействием этих частиц и их влиянием на непрерывную фазу можно пренебречь. Учитывая сделанные допущения, уравнение (1.8) можно представить в виде:

$$\rho_1\left(\frac{\partial V_{1i}}{\partial t}+\left(\nabla,\vec{V}_2\right)V_{1i}\right)=\frac{\rho_1\bar{\rho}}{2\bar{\rho}_1}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(V_i-V_{1i}\right)+\left(\nabla,\vec{V}-\vec{V}_1\right)\left(V_i-V_{1i}\right)\right]+$$
$$+\frac{9\bar{\rho}\sqrt{\nu}}{2\sqrt{\pi}a_1\bar{\rho}_1}\int_0^t\left[\frac{d}{d\tau}\left(V_i-V_{1i}\right)\left(t-\tau\right)^{-1/2}\right]d\tau+f_{1i},\quad i=1,2,3 \qquad (1.13)$$

где: $\vec{V}$ и $\vec{V}_1$ – скорости, соответственно непрерывной и дискретной фаз, $\bar{\rho}$ и $\bar{\rho}_1$ – плотности частиц непрерывной и дискретной фаз, ρ_1 – плотность дискретной фазы в смеси, a_1 – эквивалентный радиус (по объему) частиц дискретной фазы, ν – эффективный коэффициент кинематической вязкости непрерывной фазы (т.е., псевдоожиженной зерновой смеси), f_{1i} – i-тая компонента внешней силы действующей на частицы дискретной фазы (в качестве такой силы принимаем силу тяжести в гравитационном поле). Плотности ρ_1 и $\bar{\rho}_1$ связаны соотношением (1.1), а именно:

$$\rho_1 = \delta_1 \overline{\rho_1},$$

где: δ_1 – объемная доля частиц дискретной фазы.

Коэффициент F_1 в уравнении (1.13) характеризует процесс переноса количества движения, связанного с силой сопротивления непрерывной фазы. Как показано в [16], этот коэффициент можно представить в следующем виде

$$F_1 = \frac{\overline{P}}{2\overline{\rho_1}(1-\delta_1)^2 a_1}\left(1{,}75V_0 + \frac{75\nu\delta_1}{a_1}\right), \qquad (1.14)$$

где: V_0 – скорость воздушного потока на свободной поверхности псевдоожиженного зернового слоя. Уравнения (1.13) являются нелинейными интегродифференциальными уравнениями. В общем случае их решение можно получить только численными методами с помощью компьютера [17]. Однако, учитывая сделанные выше допущения, можно пренебречь в (1.13) нелинейными членами типа $\left(\nabla, \vec{V}_1\right)\vec{V}_1$ и $\left(\nabla, \vec{V} - \vec{V}_1\right)\left(\vec{V} - \vec{V}_1\right)$. Кроме того, поскольку объемная концентрация частиц дискретной фазы мала и она слабо влияет на движение непрерывной фазы, то можно считать, что движение непрерывной фазы происходит по заданному закону, определяемой вибрационными колебаниями опорной поверхности. В результате уравнения (1.13) становятся независимыми. Для решения задачи об определении эффективного коэффициента динамической вязкости достаточно ограничиться уравнением соответствующего значению индекса $i = 3$, т.е. рассматривать движение частиц дискретной фазы вдоль оси x_3, перпендикулярной плоской опорной поверхности. Будем полагать, что компонента V_3 скорости непрерывной фазы изменяется по следующему закону:

$$V_3 = A\omega \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 \sin(\omega t), \qquad (1.15)$$

где: ω и A, соответственно, круговая частота и амплитуда колебаний непрерывной фазы, α_3 – угол направления колебаний опорной поверхности, отсчитываемый от оси x_3, α_2 – поперечный угол наклона опорной поверхности к горизонтальной плоскости. Компонента силы тяжести f_{13} имеет вид:

$$f_{13} = -\overline{\rho_1} g \cos\alpha_1 \cos\alpha_2, \qquad (1.16)$$

где: α_1 – продольный угол наклона опорной поверхности к горизонтальной плоскости.

Подставляя (1.15) и (1.16) в (1.13) и учитывая сделанные допущения, после ряда преобразований получаем:

$$\delta_1\left(\overline{\rho_1} + 0.5\overline{\rho}\right)\frac{\partial V}{\partial t} + \rho_1 F_1 V + \frac{9\overline{\rho}\sqrt{\nu}}{2\sqrt{\pi a_1 \overline{\rho_1}}}\int_0^t \frac{\partial V}{\partial \tau}(t-\tau)^{-1/2} d\tau =, \qquad (1.17)$$
$$= \rho_1 A\omega^2 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 \cos\omega t - \overline{\rho_1} g \cos\alpha_1 \cos\alpha_2$$

где: V – относительная скорость частиц дискретной фазы относительно непрерывной фазы.

Решение интегро-дифференциального уравнения (1.17) можно получить с помощью преобразование Лапласса по времени. Действительно, пусть $\overline{V}(q)$ – преобразование Лапласса искомой функции $V(t)$, т.е.:

$$\overline{V}(q) = \int_0^\infty V(t) e^{-qt} dt. \qquad (1.18)$$

Тогда применяя преобразование Лапласа к левой и правой частям уравнения (1.17) и учитывая, что:

$$\int_0^\infty e^{-qt}\left(\int_0^t \frac{dV}{d\tau}(t-\tau)^{-1/2} d\tau\right)dt = \overline{V}(q)\sqrt{\pi q},$$

получаем:

$$\overline{V}(q)\left(A_1 q + \sqrt{q}A_2 + A_3\right) = \frac{D_1}{q^2+\omega^2} + \frac{D_2}{q}. \qquad (1.19)$$

Здесь введены обозначения:

$$A_1 = \delta_1\left(\overline{\rho_1} + 0.5\overline{\rho}\right), \quad A_2 = \frac{q\overline{\rho}\sqrt{\nu}}{2a_1\overline{\rho_1}}, \quad A_3 = \rho_1 F_1 \qquad (1.20)$$

$$D_1 = \rho_1 A\omega^3 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3, \quad D_2 = -\overline{\rho_1 g}\cos\alpha_1 \cos\alpha_2$$

Из (1.19) имеем:

$$\overline{V}(q) = \frac{D_1}{\Phi(q)\left(q^2+\omega^2\right)} + \frac{D_2}{\Phi(q)q}, \qquad (1.21)$$

где: $\Phi(q) = qA_1 + \sqrt{q}A_2 + A_3$.

Применяя к (1.21) формулу преобразования Лапласса [15], получаем:

$$V(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}e^{qt}\overline{V}(q)dq\,, \qquad (1.22)$$

Формула (1.22) дает формальное решение уравнения (1.17). Для вычисления интеграла в (1.22) воспользуемся методом вычетов [18]. С этой целью будем рассматривать функцию $\overline{V}(q)$ из (1.21), как функцию комплексного переменного $q=\operatorname{Re}q+i\operatorname{Im}q$ в комплексной плоскости, разрезанной по отрицательной полуоси $\operatorname{Re}q\le 0$. В результате, после ряда преобразований получаем:

$$V(t)=\frac{D_2}{A_3}+D_1\operatorname{Re}\left(\frac{e^{i\omega t}}{i\omega\Phi(i\omega)}\right). \qquad (1.23)$$

Вычислим второе слагаемое в (1.24). Имеем:

$$\frac{e^{i\omega t}}{i\omega\Phi(i\omega)}=\frac{e^{i\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)}}{\omega\left(i\omega A_1+\sqrt{i\omega}A_2+A_3\right)}= \\ =\frac{e^{i\left(\omega t-\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}}{\omega\sqrt{\left(A_3+\sqrt{\frac{\omega}{2}}A_2\right)^2+\left(\omega A_3+\sqrt{\frac{\omega}{2}}A_2\right)^2+\left(\omega A_1+\sqrt{\frac{\omega}{2}}A_2\right)^2}}, \qquad (1.24)$$

где: $\varphi=arctg\left(\dfrac{\omega A_1+\sqrt{\frac{\omega}{2}}A_2}{A_3+\sqrt{\frac{\omega}{2}}A_2}\right)$.

Тогда окончательно получаем:

$$\operatorname{Re}\left(\frac{e^{i\omega t}}{i\omega\Phi(i\omega)}\right)=\frac{\sin(\omega t-\varphi)}{\omega\sqrt{\left(A_3+\sqrt{\frac{\omega}{2}}A_2\right)^2+\left(\omega A_1+\sqrt{\frac{\omega}{2}}A_2\right)^2}}. \qquad (1.25)$$

Подставляя (1.25) в (1.23) и учитывая (1.20), имеем следующее выражение для расчета относительной скорости частиц дискретной фазы зерновой смеси вдоль оси x_3:

$$V(t)=-\frac{g\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{\delta_1F_1}+ \\ +\frac{2\sqrt{2}a_1\rho_1^2A\omega^{3/2}\cos\alpha_2\cos\alpha_3\sin(\omega t-\varphi)}{9\overline{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}}, \qquad (1.26)$$

где:

$$B_1=\frac{2\sqrt{2}\rho_1^2a_1F_1}{9\overline{\rho}\sqrt{\omega\nu}}, \\ B_2=\frac{2\sqrt{2}a_1\rho_1\delta_1\left(\overline{\rho_1}+0.5\overline{\rho}\right)}{9\overline{\rho}}\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}. \qquad (1.27)$$

Как следует из (1.26) и (1.27), относительная скорость частиц дискретной фазы изменяется гармонически во времени с частотой колебаний деки, а ее амплитуда достаточно сложным образом зависит от физико-механических параметров зерновой смеси, скорости воздушного потока на свободной поверхности псевдоожиженного слоя, эффективного коэффициента динамической вязкости. Для получения уравнения, связывающего коэффициент вязкости и физико-механические характеристики зерновой смеси, воспользуемся принципом эквивалентности импульсов сил сопротивления движению частицы в различных средах [19]. Аналогичный подход был применен в работе [16].

Вычислим импульсы сил сопротивления движению частиц дискретной фазы на одном полупериоде колебаний непрерывной фазы. В соответствии с уравнением (1.17), силу сопротивления можно представить в следующем виде:

$$F_c=\frac{4\pi a_1^3}{3}\rho_1F_1V\,, \qquad (1.28)$$

где: a_1 – эквивалентный радиус (по объему) частицы дискретной фазы, V – относительная скорость частиц по отношению к непрерывной фазе зерновой смеси, а коэффициент F_1 – определяется по формуле (1.14) и имеет вид:

$$F_1=\frac{\overline{\rho}}{2\overline{\rho}(1-\delta_1)^2a_1}\left(1{,}75V_0+\frac{75\nu\delta_1}{a_1}\right), \qquad (1.29)$$

где: V_0 – скорость воздушного потока на свободной поверхности псевдоожиженного слоя.

С другой стороны, рассматривая непрерывную фазу зерновой смеси как псевдоожиженный слой частиц, можно предположить, что перемещение частиц дискретной фазы преимущественно происходит в направлении воздушного потока по каналам, образующихся в псевдоожиженном слое.

Тогда, используя результаты, полученные в работе [11], силу сопротивления можно представить следующим образом:

$$F_{c1} = \frac{4\pi a_1^3}{3}\rho_1(1-\varepsilon)^{1/3}\frac{V^2}{2a_1}, \qquad (1.30)$$

где: ε – порозность псевдоожиженного слоя зерновой смеси, V – относительная скорость частицы дискретной фазы. Тогда, импульс силы (1.32) за полупериод колебаний имеет вид:

$$I_{c1} = \frac{4\pi a_1^3}{6a_1}\rho_1(1-\varepsilon)^{1/3}\int_{\frac{\varphi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}+\frac{\varphi}{\omega}} V^2 dt = \qquad ,(1.31)$$

$$= \frac{4\pi^2 a_1^3 \rho_1 (1-\varepsilon)^{1/3}}{6\omega a_1}\times$$

$$\times\left[\frac{g^2\cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}{\delta_1^2F_1^2} - \frac{8\sqrt{2}g\cos\alpha_1\cos^2\alpha_2\cos\alpha_3\rho_1^2A\omega^{3/2}}{9\delta_1F_1\bar{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}} + \frac{8a_1^2\rho_1^4A^2\omega^3\cos^2\alpha_2\cos^2\alpha_3}{162\bar{\rho}^2\nu\left[(1+B_1)^2+(1+B_2)^2\right]}\right]$$

Приравнивая импульсы I_c и I_{c1}, получаем уравнение для определения эффективного коэффициента динамической вязкости непрерывной фазы зерновой смеси:

$$-\frac{\pi g\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{\delta_1} + \frac{4\sqrt{2}\bar{\rho}_1^2\delta_1^2A\omega^{3/2}\cos\alpha_2\cos\alpha_3F_1}{9\bar{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}} = \frac{\pi}{2}(1-\varepsilon)^{1/3}\times \qquad (1.32)$$

$$\times\left(\frac{g^2\cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}{\delta_1^2F_1^2} - \frac{8\sqrt{2}g\cos\alpha_1\cos^2\alpha_1\cos\alpha_3\rho_1^2A\omega^{3/2}}{9\delta_1F_1\bar{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}} + \frac{4\bar{\rho}_1^4\delta_1^4A^2\omega^3\cos^2\alpha_2\cos^2\alpha_3}{81\bar{\rho}^2\nu\left[(1+B_1)^2+(1+B_2)^2\right]}\right).$$

Уравнение (1.32) устанавливает связь между эффективным коэффициентом динамической вязкости и следующими параметрами зерновой смеси, опорной поверхности и скоростью воздушного потока: плотности $\bar{\rho}_1$ и $\bar{\rho}$ частиц дискретной и непрерывной фаз зерновой смеси; δ_1 и ε – объемная концентрация частиц дискретной фазы и порозность псевдоожиженного слоя; α_1 и α_2 – продольный и поперечный углы наклона опорной поверхности по отношению к горизонтальной плоскости; амплитуда A и круговая частота ω колебаний частиц непрерывной фазы; α_3 – угол направления колебаний относительно оси перпендикулярной опорной поверхности.

Таким образом, предложен теоретический метод, позволяющий определять эффективный коэффициент динамической вязкости зерновой смеси, находящийся под воздействием воздушного потока и вибрационных гармонический колебаний опорной воздухопроницаемой поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogolubov N. N., Mitropolskiy Y. A. 1974. Asimptoticheskie metodi v teorii nelineynuh kolebaniy. - M.: Nauka, - 504.

2. Clark B. 1983. Cleaning seeds by fluidized bed medium. Transactions of the ASAE. - Vol. 26, N 4, 987-990.

3. Clark B. 1985. Cleaning seeds by fluidized bed medium. Journal of Agricultural Engineering Research. - Vol. 31, N 3, 231-242.

4. Drincha V. V. 2006. Issledovanie separatsii semyn i razrabotka mashinnyx tehnologiy ih podgotovki. – Voroneg : Izd-vo NPO «MODAK», – 384.

5. Duliev V. G., Ytskevith G. V., Gortinskiy V. V. 1986. Analiz vibratsionnogo I vibropnevmatitheskogo protsesov razdeleniya zernovok pshenitsi razlithnoi plotnosti. Trudi VNIIZ. – M., – Vup. 107, 84-91.

6. Kizilvater B. V. 1997. Teoreticheskie osnoni gravitachiynix prochesov obogasheniya. -M. : Nedri. 295.

7. Korn G. 1970. Spravochnik po matematice dly nauchnux rabotnicov I ingenerov. - M. : Nauka. 720.

8. Krilov V. I., Bobkov V. V., Monasturski P. I. 1976. Vichislitel’nue metodu. T.2 – M. : Nauka,– 399.

9. Lavrentiev M. A., Shibat V. B. 1958. Metodu teorii funktsii komplecsnogo peremennogo. - M. : izd-vo Fizico-mathematicheskoi literaturi, 674.

10. Michihina L. I. 1983. Ochistka risazerna. - M. : Kolos, 136.

11. Nigmatulin R. I. 1978. Osnovu mehaniki geterogennuh sred. - M. : Nauka, 336.

12. Sous S. 1971. Gidrodinamika mnogofaznih system. - M.: Mir, 536.

13. Sukonkin L. M., Drincha V. M. 1997. Razdelenie zernovih matherialov na rabochih separatorah. Traktori I S.H. Machini.- №1, 28 - 33.

14. Tishenko L. N. 2010. Vibroreshotnaya separatsiyz zernovux smesey. - “Mis’kdruk”. - 360.

15. Tishenko L. N. 2012. Vibroseparirivanie

ploskim reshetom neodnorodnogo sloya zerna. Druk. MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». – Poland: Lublin, – Vol. 14 D, 21-30.
16. Tishenko L. N. 2004. Intensifikatsiya separiruvaniya zerna. – Kharkov : Osnova, - 224.
17. Tishenko L. N. 2012. Kolebatel'nue protsesi v zernovux smesyah na reshetah vibricentrobejnux separatorov. Druk. MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». Poland: Lublin, Vol. 14 D, 30-39.
18. Tishenko L. N. 2012. Modelirovanie potoka zernovogo sloya na reshete s uchetom proseivaniya. Druk. MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». – Poland: Lublin, – Vol. 14 D, 39-48.
19. Tishenko L. N. 2010. Modelirovanie protsesov zernovux separatorov. / L.N. Tishenko, D. I. Mazorenko, M. V. Piven', S. A. Kharchenko, V. V. Bredikhin. - Kharkov: HNTUSH, "Mis'kdruk", 360.
20. Tishenko L. N. 2012. Zakonomernosti kolebaniy neodnorodnogo zernovogo potoka na ploskih vibroreshotah. - "Novosti nauchnogo progressa - 2012", VIII megdunarodnaya naucno-prakticeskaya konferentsiya. – Bolgaria: Sofiya - "ByalGrad-BG"OOD, - T.8, 49-59.

DETERMINATION EFFECTIVE TO THE COEFFICIENT OF DYNAMIC VISCIDITY OF GRAIN MIXTURE THAT IS ON THE WORKING SURFACE OF PNEUMOSORTING TABLE

Summary. In process the considered questions of mathematical design of process of separation of seminal mixtures of grain-crops, namely, determination effective to the coefficient of dynamic viscidity of grain mixture, that is on the working surface of pneumosorting table, using conception of hydrodynamics of multiphase environments.

Key words: separation, pneumosorting table, multiphase environment, pseudorarefied layer, closeness of seed.