

STANISŁAW ORZEŁ, PIOTR POGODA, WOJCIECH OCHAŁ

Stała krzywa wysokości dla olszy czarnej (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) z zachodniej części Kotliny Sandomierskiej*

Generalized height-diameter model for black alder (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) in the western part of the Sandomierz Basin

ABSTRACT

Orzeł S., Pogoda P., Ochał W. 2014. Stała krzywa wysokości dla olszy czarnej (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) z zachodniej części Kotliny Sandomierskiej. Sylwan 158 (11): 840-849.

The study shows that the accuracy of tree height approximation by means of investigated functions is not modified by the age or site conditions of the analysed alder stands. The widest range of tree height variability was explained by Schnute (M5) function. Higher values of adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}) are usually obtained when the height of black alder stands in the western part of the Sandomierz Basin is determined with M2 height-diameter curve.

KEY WORDS

alder stands, height-diameter curve, local uniform height curve, the Sandomierz Basin

ADDRESSES

Stanisław Orzeł – e-mail: rlorzel@cyf-kr.edu.pl

Piotr Pogoda – e-mail: piotr.pogoda@krakow.lasy.gov.pl

Wojciech Ochał – e-mail: rlochal@cyf-kr.edu.pl

Zakład Biometrii i Produkcyjności Lasu; Uniwersytet Rolniczy w Krakowie; al. 29 Listopada 46; 31-425 Kraków

Wstęp

Związek pomiędzy pierśnicą i wysokością drzew w obrębie drzewostanu należy do kluczowych zależności w leśnictwie. Jego dokładny opis ma podstawowe znaczenie zarówno poznawcze, jak i użytkowe, zwłaszcza w metodach określania miąższości i przyrostu miąższości drzewostanów. Poznanie zależności pomiędzy pierśnicą i wysokością jest także niezbędne w budowie modeli wzrostu oraz szacowaniu biomasy i ilości węgla zakumulowanego w drzewostanie [Peng 2001]. Z badań Huanga i Titusa [1993] oraz Herrery-Fernándeza i in. [2004] wynika, że związek pierśnica-wysokość może zostać wykorzystany przy ocenie produktywności drzewostanów różnowiekowych i mieszanych. O ile pierśnice drzew można łatwo pomierzyć bezpośrednio, to pomiar wszystkich wysokości w drzewostanie nie ma praktycznego zastosowania. Pomiarowi wysokości podlegają tylko wybrane drzewa próbne. Na podstawie pierśnicy i wysokości drzew próbnych wykreślana jest krzywa wysokości dla drzewostanu, z której określić można średnią wysokość drzew o dowolnej pierśnicy, w tym wysokość odpowiadającą wartościom środkowym poszczególnych stopni pierśnic.

*Badania wykonano w ramach tematu DS/KBiPL/2013.

Dokładnego opisu tej zależności poszukiwano od dawna, stosując różne formuły matematyczne. Hossfeld [1882 za Sharma 2009] do opisu związku między pierśnicą drzew a ich wysokością zaproponował formułę:

$$h = 1,3 + \frac{d^a}{b + cd^a} \quad [1]$$

gdzie:

- h – wysokość drzewa,
- d – pierśnica drzewa,
- a, b i c – współczynniki równania.

Ocenę przydatności 20 funkcji do opisu zależności pomiędzy pierśnicą i wysokością dla 16 gatunków drzew w kanadyjskiej prowincji Alberta przedstawili Huang i in. [1992].

Szczególne znaczenie w opisie zależności pomiędzy pierśnicą i wysokością drzew w Polsce ma funkcja Näslunda [1929]. Na jej podstawie opracowano równania stałych krzywych wysokości [Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1981] dla podstawowych gatunków lasotwórczych: sosny [Rymer-Dudzińska 1994], świerka [Bruchwald, Wróblewski 1994], jodły [Bruchwald 1993], buka [Bruchwald, Witkowska 1993], grabu [Bruchwald, Wirowski 1993], dębu [Bruchwald i in. 1994], olszy czarnej [Bruchwald i in. 2001], brzozy brodawkowatej [Zasada 2000a], brzozy omszonej [Zasada 2000b] i modrzewia europejskiego [Bruchwald, Żyburka 2002].

Stałe krzywe wysokości dla olszy czarnej [Bruchwald i in. 2001] opracowano na podstawie materiału empirycznego nieobejmującego drzewostanów z zachodniej części Kotliny Sandomierskiej, gdzie olsza czarna obok sosny i dębu jest głównym gatunkiem lasotwórczym. Z dużym prawdopodobieństwem można postawić tezę, że jej znaczenie w całej Kotlinie Sandomierskiej będzie wzrastać z uwagi na występowanie znacznej powierzchni gruntów podmokłych, na których uprawa rolnicza jest nieopłacalna.

Celem pracy jest ocena przydatności wybranych funkcji do opisu zależności pomiędzy pierśnicą i wysokością drzew w drzewostanach olszowych zachodniej części Kotliny Sandomierskiej. Ponadto na bazie posiadanego materiału pomiarowego opracowano równanie lokalnej stałej krzywej wysokości dla olszy czarnej.

Materiał i metody

Na podstawie opisów taksacyjnych do badań wybrano 36 drzewostanów olszowych w wieku około 20, 40, 60 i 80 lat, o powierzchni powyżej 1,0 ha, położonych w lasach Nadleśnictwa Dąbrowa Tarnowska (10 drzewostanów) oraz Nadleśnictwa Niepołomice (26 drzewostanów), wzrastających w warunkach lasu wilgotnego (Lw), lasu mieszanego wilgotnego (LMw) lub olsu (Ol), w których udział olszy czarnej wynosił nie mniej niż 0,9, a wskaźnik zadrzewienia był nie niższy niż 0,8. Poszczególne siedliskowe typy lasu reprezentowane były przez 12 drzewostanów. W każdym drzewostanie założono 10 kołowych powierzchni próbnych, rozmieszczonych systematycznie na ich obszarze w węzłach siatki kwadratów o bokach, których długość wynosiła od 20 do 70 m i każdorazowo była dostosowana do obszaru drzewostanu. Wielkość powierzchni kołowych wynosiła: 0,02, 0,03, 0,04 i 0,05 ha w drzewostanach odpowiednio około: 20-, 40-, 60- i 80-letnich. Ogółem założono 360 kołowych powierzchni, na których rosły 8362 drzewa, w tym 7867 (94,1%) olsz (od 6 do 41 na jednej powierzchni). Na kolejnych powierzchniach określano położenie każdego drzewa, mierzono jego pierśnicę z dokładnością do 0,1 cm oraz wysokość z dokładnością do 0,1 m. Pierśnice olsz przyjmowały wartości z zakresu od 6,7 do 61,7 cm, a wysokość wahała się od 4,3 do 34,9 m. Średnia wartość tych cech obliczona dla poszczególnych drzewostanów

wynosiła od 10,7 do 34,4 cm oraz od 11,8 do 27,8 m. Prace pomiarowe zostały wykonane jesienią 2002, 2003 i 2004 roku.

Po przestudiowaniu bogatej literatury dotyczącej opisu zależności pomiędzy pierśnicą i wysokością drzew w drzewostanach równowiekowych jednogatunkowych, do jej aproksymacji wybrano następujące funkcje:

– parabola drugiego stopnia – M1

$$h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 \quad [2]$$

– Näslunda [1929] – M2

$$h = \left(\frac{d}{b_0 + b_1 d} \right)^2 + 1,3 \quad [3]$$

– Meyera [1940] – M3

$$h = 1,3 + b_0 (1 - e^{-b_1 d}) \quad [4]$$

– Chapmana-Richardsa [Richards 1959; Chapman 1961] – M4

$$h = 1,3 + b_0 (1 - e^{-b_1 d})^{b_2} \quad [5]$$

– Schnute'a [Schnute 1981, Bredenkamp, Gregoire 1988] – M5

$$h = \left[h_1^{b_0} + (h_2^{b_0} - h_1^{b_0}) \frac{1 - e^{-b_1(d-d_1)}}{1 - e^{-b_1(d_2-d_1)}} \right]^{1/b_0} \quad [6]$$

– Korfa [Zeide 1993] – M6

$$h = b_0 e^{-b_1 d - b_2} \quad [7]$$

– Tomè [Sánchez i in. 2003] – M7

$$h = H \cdot e^{\left(b_0 + b_1 H + b_2 \frac{N}{1000} + b_3 W \right) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)} \quad [8]$$

– stałych krzywych wysokości opracowanych dla drzewostanów olszowych [Bruchwald i in. 2001] – M8

$$h = \frac{d^2 (H - 1,3)}{[D - 0,7399 \cdot H^{-0,4328} \sqrt{H - 1,3} (D - d)]^2} + 1,3 \quad [9]$$

gdzie:

b_0, b_1, b_2, b_3 – współczynniki równań,

d – pierśnica drzewa,

h – wysokość drzewa,

h_1 – wysokość drzewa o pierśnicy minimalnej d_1 ,

h_2 – wysokość drzewa o pierśnicy maksymalnej d_2 ,

e – podstawa logarytmu naturalnego,

D – przeciętna pierśnica drzewostanu,

H – przeciętna wysokość drzewostanu,

W – wiek drzewostanu,

N – liczba drzew na powierzchni 1 ha.

Dla ujednolicenia symboliki w przypadku niektórych funkcji wprowadzono zmiany oryginalnych oznaczeń parametrów i zmiennych.

Dla każdej funkcji sprawdzono istotność oszacowanych parametrów, przyjmując poziom istotności $\alpha=0,05$. Wielkość wyjaśnionej zmienności wysokości drzew w obrębie drzewostanu zmiennymi zastosowanymi w wybranych funkcjach określono przy użyciu poprawionego współczynnika determinacji R^2_{adj} uwzględniającego liczbę szacowanych parametrów modelu (p):

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-p)} \quad [10]$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2} \quad [11]$$

gdzie:

- \hat{h}_i – rzeczywista (pomierzona) wysokość i -tego drzewa,
- \hat{h}_i – wysokość i -tego drzewa określona z krzywej wysokości,
- \bar{h} – średnia wysokość dla próby (drzewostanu),
- n – liczebność próby.

Każde modelowe rozwiązanie jest tylko przybliżeniem opisywanej rzeczywistości. Ze znanych narzędzi statystycznych do wyboru modelu najlepszego wykorzystano kryterium informacyjne Akaike AIC (Akaike Information Criterion). AIC jest miarą opartą na teorii informacji (information-theoretic I-T) pozwalającą na oszacowanie ilości informacji utraconej przez zastosowanie określonego modelu do opisu posiadanego materiału badawczego [Burnham, Anderson 2004; Burnham i in. 2011]. Z uwagi na to, że nie jest znana postać modelu idealnego, nie jest możliwe obliczenie bezwzględnej wielkości utraconej informacji. Można natomiast określić jej wartość względną (Δ_i) w odniesieniu do modelu najlepszego w grupie analizowanych modeli:

$$\Delta_i = AIC_i - AIC_{min} \quad [12]$$

gdzie:

- AIC_i – wartość AIC dla modelu i w analizowanej grupie modeli,
- AIC_{min} – najmniejsza wartość AIC w analizowanej grupie modeli.

$$AIC = n \cdot \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + 2K \quad [13]$$

gdzie:

- RSS – suma kwadratów reszt,
- K – liczba szacowanych parametrów,
- n – liczebność próby.

W przypadku prób (drzewostanów), w których iloraz n/K był niższy od 40, zastosowano skorygowany wzór na AIC_c :

$$AIC_c = n \cdot \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + 2K \frac{n}{n-K-1} \quad [14]$$

Dla każdego modelu w danym drzewostanie obliczono statystykę (Δ) szacującą względną stratę informacji.

Wyniki

W większości analizowanych drzewostanów największy zakres zmienności wysokości wyjaśniony został przy zastosowaniu funkcji Schnute'a (M5), dla której średnia wartość R^2_{adj} wynosi 0,437 (tab. 1). Funkcja Tomè (M7), przy użyciu której wysokość drzew określana jest na podstawie pięciu zmiennych, w zdecydowanej większości analizowanych drzewostanów okazała się najmniej przydatna. Przy jej zastosowaniu średnia wartość wyjaśnionej wariancji wysokości wynosiła bowiem 33,9%, zaś jej wartość maksymalna 52,8% (tab. 1). Również stosując funkcję stałych krzywych wysokości dla olszy (M8), uzyskano średnią wartość R^2_{adj} poniżej 0,400.

Dokładność aproksymacji wysokości analizowanymi funkcjami nie zależy ani od wieku drzewostanów, ani od warunków siedliskowych, w jakich wznoszą się. Różnice pomiędzy średnimi wartościami R^2_{adj} obliczonymi dla drzewostanów w przyjętych grupach jednorodnych (tab. 2 i 3) okazały się statystycznie nieistotne na poziomie $\alpha=0,05$.

Przydatność poszczególnych funkcji do aproksymacji wysokości drzew w analizowanych drzewostanach olszowych w pełni potwierdzona została przez kryterium informacyjne Akaike (AIC). Z danych tabeli 4 jednoznacznie wynika, że najkorzystniejszy rozkład względnych wartości AIC w grupie rozpatrywanych 8 modeli uzyskano w przypadku funkcji Schnute'a (M5), a zdecydowanie najmniej korzystny dla funkcji Tomè (M7), dla której aż w 27 na 36 drzewostanów wartość Δ , wynosiła ponad 10.

Tabela 1.

Wartości poprawionego współczynnika determinacji R^2_{adj} dla analizowanych funkcji
Values of the adjusted coefficient of determination R^2_{adj} for the analyzed functions

Model	Liczba drzewostanów	Średnia	Minimum	Maksimum	Współczynnik zmienności
M1	36	0,4068	0,0890	0,6519	36,5
M2	36	0,4070	0,0963	0,6435	36,5
M3	36	0,4161	0,0914	0,6865	36,5
M4	36	0,4280	0,0856	0,6987	37,1
M5	36	0,4366	0,0969	0,6940	36,0
M6	36	0,4231	0,0960	0,6923	38,1
M7	36	0,3394	0,0840	0,5275	32,1
M8	36	0,3985	0,0861	0,6376	38,3

Tabela 2.

Wartości poprawionego współczynnika determinacji R^2_{adj} dla analizowanych funkcji w drzewostanach wznoszących w wyróżnionych grupach siedliskowych

Values of the adjusted coefficient of determination R^2_{adj} for the analyzed functions in the stands growing in the distinguished groups of habitat

Wiek	Liczba drzewostanów	Średnia	Minimum	Maksimum	Współczynnik zmienności
Okolo 20 lat (19-27)	9	0,416	0,359	0,436	33,8
Okolo 40 lat (37-44)	9	0,452	0,386	0,482	35,8
Okolo 60 lat (57-69)	9	0,343	0,282	0,362	50,1
Okolo 80 lat (77-82)	9	0,418	0,331	0,468	26,7

Tabela 3.

Wartości poprawionego współczynnika determinacji R^2_{adj} dla analizowanych funkcji w drzewostanach wzrastających w wyróżnionych grupach siedliskowych

Values of the adjusted coefficient of determination R^2_{adj} for the analyzed functions in the stands growing in the distinguished groups of habitat

Siedliskowy typ lasu	Liczba drzewostanów	Średnia	Minimum	Maksimum	Współczynnik zmienności
LMw	12	0,408	0,349	0,438	27,2
Lw	12	0,379	0,313	0,411	46,0
OI	12	0,433	0,356	0,462	36,7

Tabela 4.

Rozkład względnych wartości kryterium informacyjnego Akaike (Δ_i) dla analizowanych funkcji

Distribution of the relative values of the Akaike Information Criterion for the analyzed functions

Przedział wartości Δ_i	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
0,0-2,0	14	20	13	21	20	20	2	1
2,1-4,0	9	4	6	6	13	4	5	6
4,1-6,0	1	2	5	3	2	2	1	7
6,1-8,0	1	1	3	1	1	2	1	4
8,1-10,0	2	5	2	0	0	5	0	5
>10,0	9	4	7	5	0	3	27	13
Suma	36	36	36	36	36	36	36	36

Na podstawie kryterium informacyjnego Akaike (AIC) do dalszych analiz, zmierzających do opracowania lokalnej stałej krzywej wysokości dla olszy, wybrano funkcje: Schnute'a (M5), Chapmana-Richardsa (M4), Korfa (M6) i Näslunda (M2).

Budowę stałych krzywych wysokości oparto na metodyce wykorzystującej związek oszacowanych parametrów poszczególnych funkcji z cechami drzewostanu takimi jak przeciętna pierśnica (D), przeciętna wysokość (H) i wiek (W) drzewostanu. W przypadku funkcji Chapmana-Richardsa (M4) i Schnute'a (M5) współczynniki korelacji okazały się statystycznie nieistotne, zaś dla funkcji Korfa (M6) jedynie współczynniki korelacji pomiędzy b_0 i wymienionymi cechami drzewostanu, wynoszące od 0,366 (W) do 0,452 (H), były statystycznie istotne przy $\alpha=0,05$. Znacznie silniejszy związek stwierdzono pomiędzy współczynnikiem kierunkowym funkcji Näslunda (M2) i cechami drzewostanów. Współczynnik korelacji określający moc tego związku wynosił od $-0,815$ (W) do $-0,876$ (H). Jest to korelacja wysoka i statystycznie istotna. Wynikiem poszukiwania najlepszej formuły na obliczanie współczynnika b_1 funkcji M2 jest wzór empiryczny:

$$b_1 = 0,13511 + 3,71429 \cdot H^{-1,41636} \quad [15]$$

pozwalający na wyjaśnienie prawie 82% ($R^2=0,817$) zmienności współczynnika b_1 zmiennością przeciętnej wysokości drzewostanu.

Po przekształceniu funkcji Näslunda (M2) wzór na lokalną stałą krzywą wysokości przyjmie postać:

$$h = \frac{d^2(\sqrt{H-1,3})}{[D - (0,13511 + 3,71429 \cdot H^{-1,41636})\sqrt{H-1,3}(D-d)]^2} + 1,3 \quad [16]$$

Stosując powyższą formułę do określenia wysokości drzew w 30 na 36 analizowanych drzewostanów, uzyskano znacznie mniejszą wartość AIC , niż stosując wzór na stałą krzywą wysokości opracowany przez Bruchwalda (M8). Ten rezultat nie jest zaskoczeniem i jednocześnie wskazuje na lokalną przydatność opracowanej formuły.

Współczynnik zmienności wysokości w poszczególnych drzewostanach wynosił od 7,9 do 21,7%. Po wyłączeniu wpływu pierśnicy jego wielkość uległa niewielkiemu zmniejszeniu i wynosiła od 6,0 do 20,4%. Odchylenie standardowe wysokości (S_h) wynosiło od 1,6 do 4,3 m, a po wyłączeniu wpływu pierśnicy ($S_{h,d}$) od 1,3 do 3,2 m. Pomiędzy odchyleniem standardowym wysokości z wyłączonym wpływem pierśnicy ($S_{h,d}$) i cechami drzewostanów występuje statystycznie istotny (przy $\alpha=0,05$) związek, opisany współczynnikiem korelacji wynoszącym: 0,524 z przeciętną wysokością (H), 0,553 z przeciętną pierśnicą (D) i 0,552 z wiekiem (W). Bezwzględną zmienność wysokości przy wyłączonym wpływie pierśnicy można określić przy użyciu niżej podanych wzorów empirycznych:

$$S_{h,d} = 0,7907 + 0,0591 \cdot H \quad R^2 = 0,2744 \quad [17]$$

$$S_{h,d} = 0,5847 \cdot D^{0,4005} \quad R^2 = 0,3044 \quad [18]$$

$$S_{h,d} = 0,6139 \cdot W^{0,3102} \quad R^2 = 0,3103 \quad [19]$$

Średni błąd oszacowania odchylenia standardowego wysokości drzew z wyłączonym wpływem pierśnicy ($S_{h,d}$) wynosi odpowiednio: 0,4642 dla wzoru opartego na przeciętnej wysokości (H), 0,4544 dla wzoru uwzględniającego przeciętną pierśnicę (D) oraz 0,4525 dla funkcji, w której zmienną wyjaśniającą jest wiek drzewostanu (W).

Dyskusja

Krzywa wysokości stanowi jeden z najbardziej znanych i najczęściej wykorzystywanych modeli w leśnictwie. Jego podstawowym zastosowaniem jest wyznaczenie wysokości dla drzew o dowolnej pierśnicy, w tym m.in. przeciętnej wysokości dla wartości środkowych stopni lub klas pierśnic, co wykorzystywane jest w metodach określania miąższości drzewostanu, a także podczas wyznaczania wysokości górnej w celu oszacowania wskaźnika bonitacyjnego [Socha 2011; Socha, Orzeł 2013].

Śledząc historię badań związanych z tematem pracy, można zauważyć ogromny rozwój, jaki dokonał się w konstrukcji formuł matematycznych oraz zakresie stosowanych zmiennych wyjaśniających. Badania Meixnera [1964], Bruchwalda [1970], Rymer-Dudzińskiej [1978] oraz Orła [1981] wykazały, że funkcja paraboli drugiego stopnia, będąca niejako najprostszym modelem krzywej wysokości, nie powinna być bezwzględnie odrzucana. Również prezentowane badania potwierdzają powyższe stwierdzenie. Znając ograniczenia w jej stosowaniu związane z brakiem monotoniczności oraz asymptot uwzględniających biologiczny charakter opisywanej zależności, poszukiwano innych rozwiązań. W literaturze przedmiotu można znaleźć prace, w których do konstrukcji stałych krzywych wysokości zastosowano funkcję Näslunda (M2) [Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1981; Zasada 2000a, 2000b; Schmidt i in. 2010]. W USA i Kanadzie duże znaczenie w modelowaniu zależności pomiędzy pierśnicą i wysokością mają funkcje Schnute'a (M5) [Schnute 1981] oraz Chapmana-Richardsa (M4) [Richards 1959; Chapman 1961], których geneza związana jest, co ciekawe, z pracami naukowymi z zakresu rybactwa. W prezentowanych badaniach modele krzywej wysokości oparte na omawianych funkcjach charakteryzują się bardzo dobrym dopasowaniem do danych empirycznych. Niestety, parametry funkcji M5 i M6 są bardzo słabo lub wcale nieskorelowane z przeciętną wysokością (H), przeciętną pierśnicą (D) oraz wiekiem (W) drzewostanu, co uniemożliwia ich dalsze wykorzystanie do budowy stałych krzy-

wych wysokości w oparciu o metodę bazującą na zależności tych parametrów od cech drzewostanów [Rymer-Dudzińska 1978; Bruchwald, Rymer-Dudzińska 1981; Arcangeli i in. 2014]. Podobna sytuacja wystąpiła w przypadku funkcji Korfa (M6), której zastosowanie w drzewostanach brzożowych oraz sosnowych i świerkowych w Finlandii opisuje Mehtätalo [2004, 2005]. Kolejne prace badawcze powinny podjąć trud rozpoznania metod umożliwiających budowę stałych krzywych wysokości w oparciu o funkcje M4, M5 i M6. Alternatywnym podejściem do modelowania zależności pomiędzy wysokością a pierśnicą może być zastosowanie rozkładów dwuwymiarowych anonsowane przez Schreudera i Hafleya [1977], Zucchiniego i in. [2001], Wanga i Rennollsa [2007] oraz Mønnessa [2013] lub wykorzystanie liniowych lub nieliniowych modeli mieszanych [Calama, Montero 2004; Nanos i in. 2004; Paulo i in. 2011].

Przeprowadzone badania stanowią ważny etap prac zmierzających do opracowania lokalnego modelu wzrostu dla olszy. Drzewostany olszowe, ze względu na specyfikę zajmowanych siedlisk, zmiany w poziomie wód gruntowych, masowe zamieranie jesionu wzrastającego w podobnych warunkach siedliskowych, a także ich możliwości produkcyjne, zasługują na lepsze rozpoznanie i zagospodarowanie.

Wnioski

- ✦ Przeprowadzone analizy potwierdzają dużą przydatność stosowania funkcji Schnute'a (M5) do opisu zależności pomiędzy pierśnicą a wysokością drzew. Dla funkcji tej uzyskano zarówno najwyższą średnią wartość R^2_{adj} , jak i najkorzystniejszy rozkład Δ_r . Budowa stałej krzywej wysokości w oparciu o funkcję Schnute'a wymaga jednak zastosowania odrębnej metody niż korelacja parametrów z cechami drzewostanu.
- ✦ Zastosowanie funkcji zawierających dodatkowe (poza pierśnicą) zmienne wyjaśniające nie wpłynęło istotnie na wzrost dokładność aproksymacji wysokości w analizowanych drzewostanach olszowych. Stwierdzone różnice w średniej wartości współczynnika determinacji (R^2_{adj}) okazały się bowiem statystycznie nieistotne na poziomie $\alpha=0,05$.
- ✦ Dokładność określania wysokości drzew analizowanymi funkcjami nie zależy od wieku drzewostanów ani od warunków siedliskowych, w jakich one wzrastają.
- ✦ Budowa stałych krzywych wysokości z wykorzystaniem metody bazującej na związku parametrów funkcji z cechami drzewostanu była możliwa jedynie w oparciu o funkcję Näslunda.
- ✦ Opracowany wzór na stałą krzywą wysokości charakteryzuje się wyższymi wartościami poprawionego współczynnika determinacji (R^2_{adj}) oraz mniejszą utratą informacji o zmienności wysokości olsz w porównaniu z wzorem (M8). Fakt ten potwierdza odmienną lokalną zależność między wysokością a pierśnicą drzew w drzewostanach olszowych zachodniej części Kotliny Sandomierskiej i uzasadnia praktyczne wykorzystanie opracowanego modelu na jej obszarze.

Literatura

- Ahmadi K., Alavi S. J., Kouchaksaraei M. T., Aertsen W. 2013. Non-linear height-diameter models for oriental beech (*Fagus orientalis* Lipsky) in the Hyrcanian forests, Iran. *Biotechnol. Agron. Soc. Environ.* 17 (3): 431-440.
- Arcangeli C., Klopff M., Hale S. E., Jenkins T. R., Hasenauer H. 2014. The uniform height curve method for height-diameter modelling: an application to Sitka spruce in Britain. *Forestry* 87 (1): 177-186.
- Bredenkamp B. V., Grégoire T. G. 1988. A forestry application of Schnute's generalized growth function. *For. Sci.* 34: 790-797.
- Bruchwald A. 1970. Badanie zależności wysokości od pierśnicy w drzewostanach sosnowych. *Folia Forestalia Polonica* A 16.
- Bruchwald A. 1993. Uniform height curves for silver-fir stands. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. SGGW-AR, For. And Wood Technol.* 44: 3-5.
- Bruchwald A., Dmyterko E., Dudzińska E., Wirowski M. 2001. Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów olszy czarnej. *Sylwan* 145 (11): 15-19.

- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. 1994. Uniform height curves for oak stands. Ann. Warsaw Agricult. Univ. SGGW-AR, For. and Wood Technol. 45: 3-5.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. 1981. Zastosowanie funkcji Näslunda do budowy stałych krzywych wysokości dla świerka. Sylwan 125 (6): 21-29.
- Bruchwald A., Wirowski M. 1993. Stałe krzywe wysokości dla grabu. Sylwan 137 (6): 45-48.
- Bruchwald A., Witkowska J. 1993. Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów bukowych. Sylwan 137 (4): 39-42.
- Bruchwald A., Wróblewski L. 1994. Uniform height curves for Norway-spruce stands. Folia Forestalia Polonica A 36: 43-47.
- Bruchwald A., Żybura H. 2002. Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów modrzewia europejskiego (*Larix decidua* Mill.). Sylwan 146 (12): 5-9.
- Burnham K. P., Anderson D. R. 2004. Multimodel inference: understanding AIC and BIC in model selection. Sociological methods and research. 33 (2): 261-304.
- Burnham K. P., Anderson D. R., Huyvaert K. P. 2011. AIC model selection and multimodel inference in behavioral ecology: some background, observations, and comparisons. Behav Ecol Sociobiol 65: 23-35.
- Calama R., Montero G. 2004. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. Canadian Journal of Forest Research 34 (1): 150-163.
- Chapman D. G. 1961. Statistical problems in dynamics of exploited fisheries populations. W: Neyman J. [red.]. Proceedings 4th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Berkeley, CA. 4: 153-168.
- Herrera-Fernández B., Campos J. J., Kleinn C. 2004. Site productivity estimation using height-diameter relationships in Costa Rican secondary forests. Invest Agrar. Sist. Recur. For 13 (2): 295-303.
- Huang S., Titus S. J. 1993. An index of site productivity for uneven-aged or mixed-species stands. Can. J. For. Res. 23: 558-562.
- Huang S., Titus S. J., Wiens D. P. 1992. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. Can. J. For. Res. 22: 1297-1304.
- Mehtätalo L. 2004. A longitudinal height-diameter model for Norway spruce in Finland. Can. J. For. Res. 34 (1): 131-141.
- Mehtätalo L. 2005. Height-diameter models for Scots pine and birch in Finland. Silva Fennica 39 (1): 55-66.
- Meixner J. 1964. Krzywa wysokości a dokładność określenia miąższości drzewostanu za pomocą tabel miąższości drzew stojących. Roczniki Wyższej Szkoły Rolniczej w Poznaniu XXIII: 44-53.
- Meyer H. A. 1940. A mathematical expression for height curves. J. For. 38: 415-420.
- Misir N. 2010. Generalized height-diameter models for *Populus tremula* L. stands. African Journal of Biotechnology 9 (28): 4348-4355.
- Mønness E. 2013. Height curves based on the bivariate Power-Normal and the bivariate Johnson's System bounded distribution. Raport nr 4.
- Nanos N., Calama R., Montero G., Gil L. 2004. Geostatistical prediction of height-diameter models. For. Ecol. Manage. 195: 221-235.
- Näslund M. 1929. Antalet provträd och höjdkurvans noggrannhet. Meddelanden från statens skogsföröknanstalt. 25.
- Orzeł S. 1981. Wpływ sposobów wyrównania wysokości na rezultat obliczania miąższości drzewostanu za pomocą tablic miąższości drzew stojących. Zeszyty Naukowe AR w Krakowie. Leśnictwo 12: 105-116.
- Paulo J. A., Tomé J., Tomé M. 2011. Nonlinear fixed and random generalized height-diameter models for Portuguese cork oak stands. Annals of Forest Science 68 (2): 295-309.
- Peng C. 2001. Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's boreal forest. North J. Appl. For. 18: 87-94.
- Richards F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. J. Exp. Bot. 10: 290-300.
- Rymer-Dudzińska T. 1978a. Ocena równań regresji określających zależność wysokości od pierśnicy w obrębie drzewostanu. Zeszyty Naukowe SGGW w Warszawie. Leśnictwo 26: 21-35.
- Rymer-Dudzińska T. 1978b. Równania stałych krzywych wysokości dla drzewostanów sosnowych. Zeszyty Naukowe SGGW w Warszawie. Leśnictwo 26: 37-68.
- Rymer-Dudzińska T. 1994. Nowe wzory empiryczne krzywej wysokości dla sosny. Sylwan 138 (11): 21-24.
- Sánchez C. A. L., Varela J. G., Dorado F. C., Alboreca A. R., Soalleiro R. R., González J. G. A., Rodríguez F. S. 2003. A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). Ann. For. Sci. 60: 237-245.
- Schmidt M., Kiviste A., von Gadow K. 2010. A spatially explicit height-diameter model for Scots pine in Estonia. Eur. J. Forest Res. 130: 303-315.
- Schnute J. 1981. A versatile growth model with statistically stable parameters. Can. J. Fish. Aquatic. Sci. 38: 1128-1140.
- Schreuder H. T., Hafley W. L. 1977. A useful bivariate distribution for describing stand structure of tree heights and diameters. Biometrics 33 (3): 471-478.
- Sharma R. P. 2009. Modelling height-diameter relationship for Chir pine trees. Banko Janakari 19 (2): 3-9.
- Socha J. 2011. Krzywe bonitacyjne świerka pospolitego na siedliskach górskich. Sylwan 155 (12): 816-826.
- Socha J., Orzeł S. 2013. Dynamiczne krzywe bonitacyjne dla sosny zwyczajnej (*Pinus sylvestris* L.) z południowej Polski. Sylwan 157 (1): 26-38.

- Wang M., Rennolls K. 2007. Bivariate distribution modeling with tree diameter and height data. *For. Sci.* 53 (1): 16-24.
- Zasada M. 2000a. Stałe krzywe wysokości dla brzozy. *Sylvan* 144 (6): 27-31.
- Zasada M. 2000b. Zależność między wysokością a pierśnicą w drzewostanach brzozy omszonej (*Betula pubescens* Ehrh.) w Biebrzańskim Parku Narodowym. *Sylvan* 144 (12): 51-56.
- Zeide B. 1993. Analysis of growth equations. *For. Sci.* 39 (3): 594-616.
- Zucchini W., Schmidt M., von Gadow K. 2001. A model for the diameter-height distribution in an uneven-aged beech forest and a method to assess the fit of such models. *Silva Fennica* 35 (2): 169-183.

SUMMARY

Generalized height-diameter model for black alder (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) in the western part of the Sandomierz Basin

The study assesses the usability of selected functions in approximating the height of trees in black alder stands in the western part of the Sandomierz Basin as well as it presents an empirical equation of the local uniform height curve. The empirical material consists of height and breast height diameter measurements of 7,867 black alder trees growing on 360 circular plots set up in 36 black alder stands (per 12 stands in moist broadleaved forest, moist mixed broadleaved forest and alder swamp forests) aged from 19 to 82. The height of measured trees amounted to 4.3-34.9 m and their breast height diameter varied from 6.7 to 61.7 cm.

The highest range of tree height variability in specific stands was determined by means of the Schnute function (M5) for which the average value of adjusted determination coefficient R^2_{adj} equals 0.437 (tab. 1). The use of this particular function also allowed for the most favourable Δi distribution, pointing to the smallest range of information loss (tab. 4). Tomè (M7) function turned to be the least useful for alders height approximation. Applying function that contains additional (other than breast height diameter) variables, did not substantially improve the accuracy of height approximation. The accuracy of height approximation by means of analysed functions depends neither on the stand age nor its site conditions (tab. 2 and 3).

Analyses that were carried out confirmed high level of usefulness of Näslund function (M2) for building uniform height curves. Usually, the empirical formula of the uniform height curve (equation 16) drafted on the basis of the Näslund function results in higher values of adjusted determination coefficient (R^2_{adj}) and smaller loss of information on the variability of calculated alder trees height as compared with the use of M8 model. Therefore, it would be justified to apply the above formula for specifying tree height in the western part of the Sandomierz Basin.