

LINIOWA ANALIZA NUMERYCZNA ZACHOWANIA SIĘ GRUNTU POD FUNDAMENTEM BEZPOŚREDNIM PRZY WYKORZYSTANIU CZTEROWĘZŁOWEGO ELEMENTU SKOŃCZONEGO Z WYGŁADZONYM POLEM NAPRĘŻEŃ

Tomasz Pasik

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Streszczenie. W pracy wykonano analizę zachowania się gruntu pod fundamentem bezpośrednim z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Kod źródłowy programu został napisany w języku Mathematica. Grunt zamodelowano jako materiał liniowo sprężysty. Obliczenia zostały przeprowadzone dla trzech rodzajów stopy fundamentowej: podatnej gładkiej, sztywnej szorstkiej i sztywnej gładkiej. Wyniki przeprowadzonych analiz przyrównano z wynikami obliczeń programu Midas GTS NX.

Słowa kluczowe: metoda elementów skończonych, materiał liniowo sprężysty, płaski stan odkształcenia, fundament bezpośredni

WSTĘP

Jednym z najważniejszych etapów procesu projektowego w budownictwie jest analiza statyki konstrukcji. W tym celu najczęściej stosowane są programy komputerowe.

Obecnie powszechnie do problemów inżynierii geotechnicznej wykorzystywane są narzędzia, które wykorzystują metodę elementów skończonych (MES), na przykład Midas GTS NX [manual.midasuser.com], GEO5, ZSOIL, PLAXIS, ABAQUS, gdzie zamodelować można zachowanie się konstrukcji (tj. skarpy, nasypu, fundamentu bezpośredniego i pośredniego, konstrukcji oporowej czy tunelu).

Obsługa tych programów ze względu na wygodę sprowadza się do intuicyjnego wprowadzania geometrii, obciążeń, typu konstrukcji oraz parametrów materiału. Następnie wyniki są często interpretowane bez znajomości algorytmów i podstawowych

Adres do korespondencji – Corresponding author: Tomasz Pasik, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Katedra Geoinżynierii, ul. Nowoursynowska 159, 02-766 Warszawa, e-mail: tomasz_pasik@sggw.pl

© Copyright by Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2016

zasad rządzących metodą elementów skończonych. Takie podejście doprowadzić może do rozwiązań nieoptymalnych, a nawet błędnych. Skąpe w informację na temat zastosowanych procedur obliczeniowych podręczniki użytkownika dołączane do programów nie dają możliwości głębszego zrozumienia zastosowanych rozwiązań. Pomocne w zrozumieniu podstaw algorytmu MES są na przykład opracowania Zienkiewicza i innych [2013], Bhatti [2005 i 2006] oraz Bathe [2014]. Dodatkowo dla możliwości praktycznych ćwiczeń i korzystania z wyżej wymienionych opracowań niezbędne są umiejętności programowania w dowolnym języku (np. Mathematica [Wellin 2013], Matlab, Fortran, Python czy C++), wspierane podstawami matematyki wyższej, w szczególności z zakresu algebry liniowej [khanacademy.org].

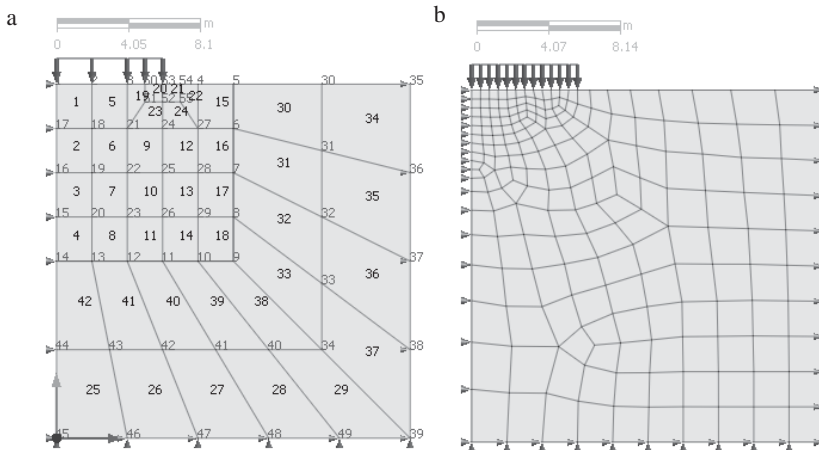
W wyżej wymienionych narzędziach do analiz MES dostęp do kodów źródłowych jest utrudniony, a nawet niemożliwy, co stanowi barierę w testowaniu własnych rozwiązań wykraczających poza standard, który oferują. Buduje to także wrażenie tzw. czarnej skrzynki, gdzie wprowadzane są dane, i bez rozumienia zasad i procedur obliczeniowych otrzymywane są wyniki.

Przedmiotem niniejszej publikacji jest prezentacja własnego programu liniowej analizy MES dla wzorcowego przykładu inżynierii geotechnicznej, tj. wyznaczenie rozkładu naprężeń w ośrodku gruntowym pod wpływem obciążenia fundamentem bezpośrednim.

Zaprezentowany program będzie dobrą bazą do rozwijania o kolejne elementy: początkowy stan naprężenia, modele konstytutywne, zagadnienie kontaktu i wiele innych.

MODEL WZORCOWY

Obliczenia przeprowadzono dla płaskiego stanu odkształcenia (2D). Na rysunku 1 przedstawiono podział ośrodka gruntowego na elementy skończone w dwóch wariantach wraz z numeracją tych elementów i numeracją węzłów. Rozpatrywany model ma wy-



Rys. 1. Siatka podziału ośrodka gruntowego na elementy skończone w programie Midas GTS NX: a – wariant 1, b – wariant 2

Fig. 1. FEM Mesh for calculated model of soil halfspace in Midas GTS NX: a – option 1, b – option 2

miary 20 m szerokości i 20 m wysokości. Lewa krawędź modelu jest jednocześnie osią symetrii układu obciążenie – grunt.

Analizy zostały przeprowadzone dla 3 rodzajów obciążenia na długości 6 m (rys. 1):

- fundament podatny i gładki (zamodelowany jako obciążenie ciągłe 100 kPa),
- fundament idealnie sztywny i gładki (zamodelowany jako wymuszone przemieszczenie pionowe o $-0,01$ m bez blokady przemieszczeń poziomych),
- fundament idealnie sztywny i szorstki (zamodelowany jako wymuszone przemieszczenie pionowe o $-0,01$ m z blokadą przemieszczeń poziomych).

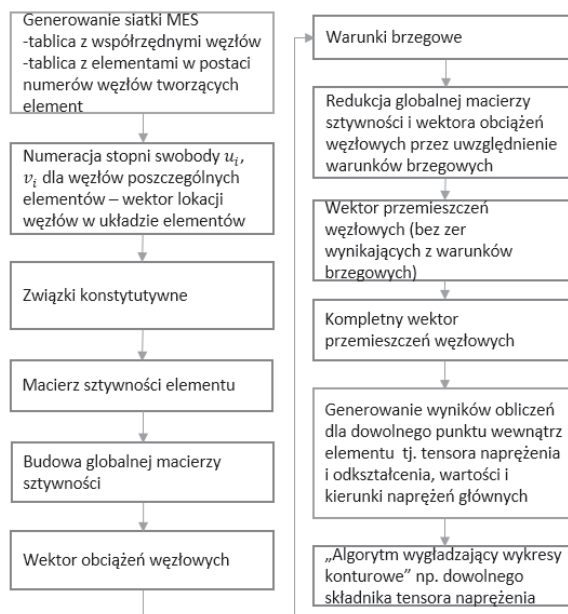
Wszystkie obliczenia przeprowadzono we własnym programie napisanym w języku Mathematica [Wellin 2013] (załącznik). Dodatkowo otrzymane wyniki przyrównano z wynikami z programu do analiz MES Midas GTS NX.

Wyżej wymienione analizy dla siatki z rysunku 1a, lecz dla elementów 8-węzłowych, zostały przeprowadzone w publikacji Potts'a i Zdravkovic'a [1999], co stanowi dodatkowe źródło porównawcze dla przeprowadzonych obliczeń.

Przyjęto parametry materiału: moduł Younga $E = 10$ MPa i liczbę Poissona $\nu = 0,4$.

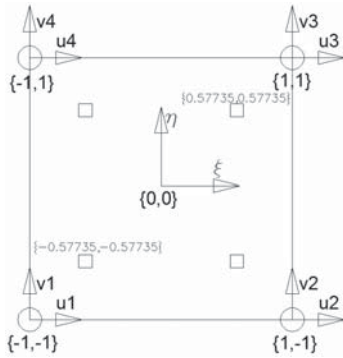
ZASADA DZIAŁANIA PROGRAMU – METODA OBLICZEŃ

Na rysunku 2 przedstawiono schemat blokowy programu, który ułatwia pracę nad kodem źródłowym. Stanowi on także gotowe źródło wiedzy inżynierskiej dla programisty. Realizacja każdego bloku skutkuje wynikiem, który jest źródłem danych dla następnego bloku.



Rys. 2. Schemat blokowy programu liniowej analizy metody elementów skończonych
Fig. 2. Flowchart of linear Finite Element Method

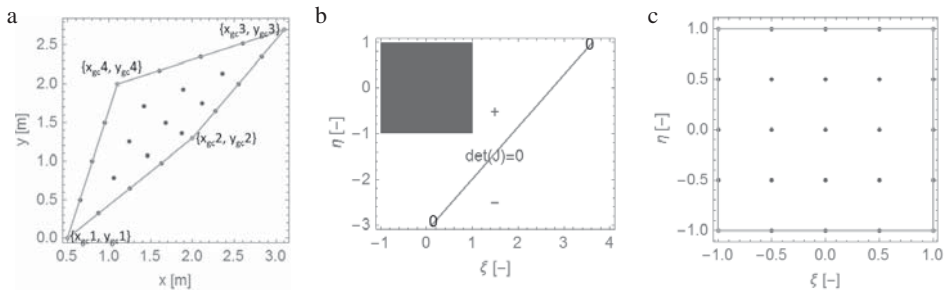
W zaprezentowanym programie siatkę MES zaimportowano z programu Midas GTS NX, poprzez import tablicy z współzrzednymi węzłów i tablicy z numerami węzłów tworzących element. Wykorzystano elementy czterowęzłowe czworoboczne (rys. 3), dla których funkcje kształtu (równanie 1), wyprowadzić można z interpolacji Lagrange'a.



$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \eta - \xi + \eta\xi) \\
 N_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \eta + \xi - \eta\xi) \\
 N_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \eta + \xi + \eta\xi) \\
 N_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \eta - \xi - \eta\xi)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Rys. 3. Element czworoboczny 4-węzłowy i funkcje kształtu
 Fig. 3. 4-noded quadrilateral element and shape functions

W celu formowania siatki MES w dowolny sposób zdecydowano się na elementy izoparametryczne. Dzięki procedurze mapowania elementu skończonego [Bhatti 2005] (rys. 4a) do postaci bezwymiarowej (rys. 4c), korzystać można z elementów o dowolnych wymiarach we współzrzednych globalnych. Pamiętać należy tylko, aby funkcja wyprowadzona z wyznacznika macierzy Jacobiego przyrównana do 0 nie przecinała obszaru elementu we współzrzednych bezwymiarowych (rys. 4b). Taki zabieg sprowadza całą transformację układu do Jacobianu.

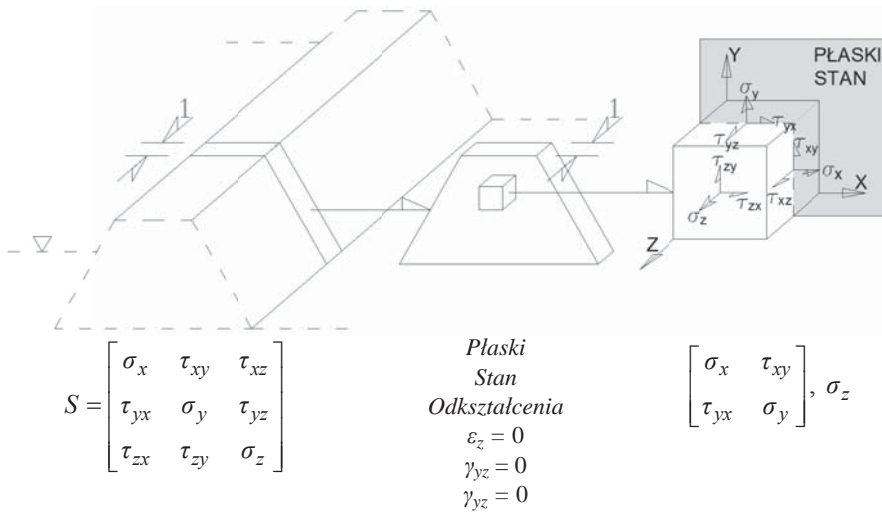


Rys. 4. Procedura zmiany współzrzednych 4-węzłowego, czworoboczne elementu skończonego: a – element we współzrzednych globalnych, b – linia zerowego Jakobianu, c – element we współzrzednych bezwymiarowych lokalnych
 Fig. 4. Mapping procedure for 4-noded quadrilateral element: a – element in global coordinate system, b – zero Jacobian determinant line, c – element in local dimensionless coordinate system

Na rysunku 4a, c umieszczono także punkty, które sobie odpowiadają w obu układach współzrzednych. Wystarczy skorzystać z zależności:

$$\begin{aligned}
 x(\zeta, \eta) &= N^T x_{gc} - \text{współrzędne } x \text{ w zależności od } \zeta, \eta \text{ (rys. 4a, c)} \\
 y(\zeta, \eta) &= N^T y_{gc} - \text{współrzędne } y \text{ w zależności od } \zeta, \eta \text{ (rys. 4a, c)} \\
 x_{gc} &= [x_{gc1}, x_{gc2}, x_{gc3}, x_{gc4}]^T - \text{wektor współrzędnych } x \text{ węzłów (rys. 4a)} \\
 y_{gc} &= [y_{gc1}, y_{gc2}, y_{gc3}, y_{gc4}]^T - \text{wektor współrzędnych } y \text{ węzłów (rys. 4a)} \\
 N^T &= [N_1, N_2, N_3, N_4] - \text{wektor funkcji kształtu}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Zagadnienia inżynierii geotechnicznej modeluje się w 2D jako płaski stan odkształcenia. Na rysunku 5 zobrazowano założenia płaskiego stanu odkształcenia.



Rys. 5. Warunki płaskiego stanu odkształcenia dla przykładu wału przeciwpowodziowego poddanego parciu wody i redukcja tensora naprężenia do płaskiego stanu

Fig. 5. Plane strain condition: dike subjected to water pressure and reduction of stress tensor to 2D condition

Zależności na rysunku 2 stanowią podstawę liniowego algorytmu MES wyczerpująco przedstawioną w publikacjach: Bhatti [2005], Zienkiewicza i innych [2013], Bathe [2014] i wielu innych.

W praktycznych przypadkach celem przeprowadzanych analiz jest wyznaczenie rozkładu wybranego składnika tensora naprężeń z zależności $\sigma = CB^T d$.

Dla elementów czterowęzłowych czworokątnych najbardziej odpowiednim miejscem wewnątrz elementu do obliczania wartości naprężeń jest położenie $\zeta = \eta = 0$ [Bhatti 2006]. W celu wygenerowania gładkich wykresów konturowych zastosowano „algorytm wygładzający wykresy konturowe”, interpolując wartości naprężeń z początku układu współrzędnych elementu do węzłów (równania 3 i 4).

Dla elementu:

$$W^{(e)}_s = v^{(e)} \tag{3}$$

gdzie: $W^{(e)} = \iint_A N^T N dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^T N \det(\mathbf{J}) d\zeta d\eta$,

$$v^{(e)} = s_e \iint_A N dA = s_e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N \det(\mathbf{J}) d\zeta d\eta$$

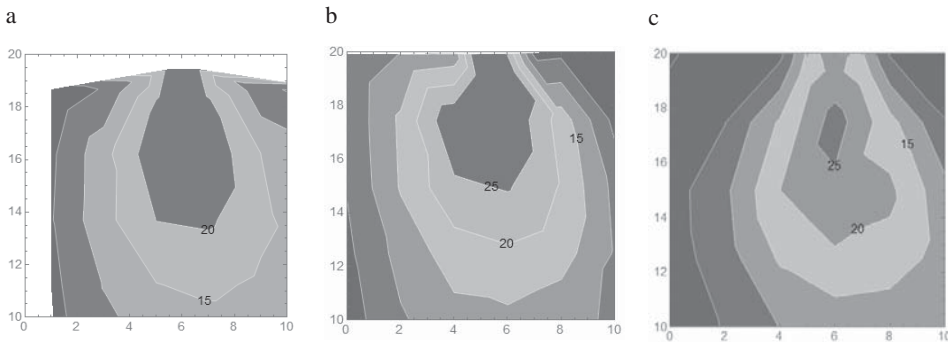
s – wektor wyinterpolowanych wartości w węzłach elementu,
 s_e – wyliczona wartość np. naprężenia w początku układu współrzędnych $\zeta = \eta = 0$.

Dla całego układu procedura łączenia elementów jest analogiczna do procedury budowy globalnej macierzy sztywności (k_G) i wektora przemieszczeń węzłowych (r_G):

$$W_G S = V_G \Rightarrow S = W_G^{-1} V_G \quad (4)$$

gdzie: S – wektor naprężeń dla wszystkich węzłów w rozpatrywanym modelu.

Na rysunku 6 przedstawiono wykresy konturowe naprężeń stycznych (τ_{xy}) wykreślone dla różnych punktów. Dla rekomendowanej lokalizacji ($\zeta = \eta = 0$) brak jest informacji na temat znacznego obszaru ośrodka gruntowego (rys. 6a). Wykres (rys. 6b) jest obarczony błędem, ponieważ punktami obliczeń były węzły z lewej strony elementów (węzły 1 i 4 – rys. 3). Rysunek 6c przedstawia wykres konturowy z zastosowaniem „algorytmu wygładzającego”. „Algorytm wygładzający wykresy konturowe” (równania 3 i 4) umożliwia porównywanie wykresów konturowych z wykresami generowanymi w programie Midas GTS NX (rys. 8 i 9).



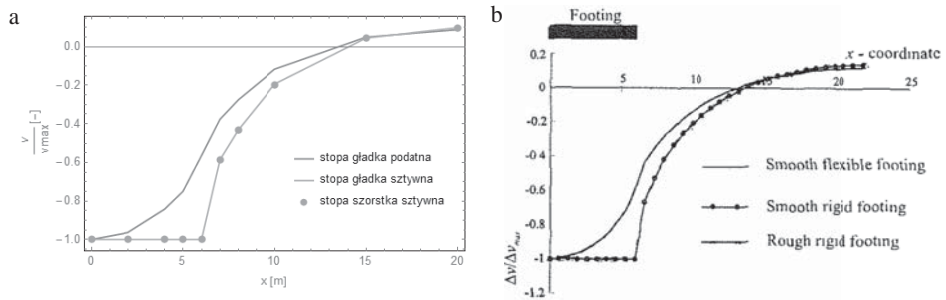
Rys. 6. Wykresy konturowe τ_{xy} w ośrodku gruntowym dla różnych punktów (siatka MES 1): a – dla punktów $\zeta = \eta = 0$, kontury {5, 10, 15, 20} kPa, b – dla węzłów z lewej strony elementów 1 i 4, kontury {5, 10, 15, 20, 25} kPa, c – dla węzłów wyinterpolowanych z punktów $\zeta = \eta = 0$, kontury {5, 10, 15, 20, 25} kPa

Fig. 6. Contour plots of τ_{xy} in soil medium for different data point (FEM mesh 1): a – for location points, contours {5, 10, 15, 20} kPa, b – for nodes located on left side of element 1 and 4, contours {5, 10, 15, 20, 25} kPa, c – for nodes using algorithm of smoothed stress field, contours {5, 10, 15, 20, 25} kPa

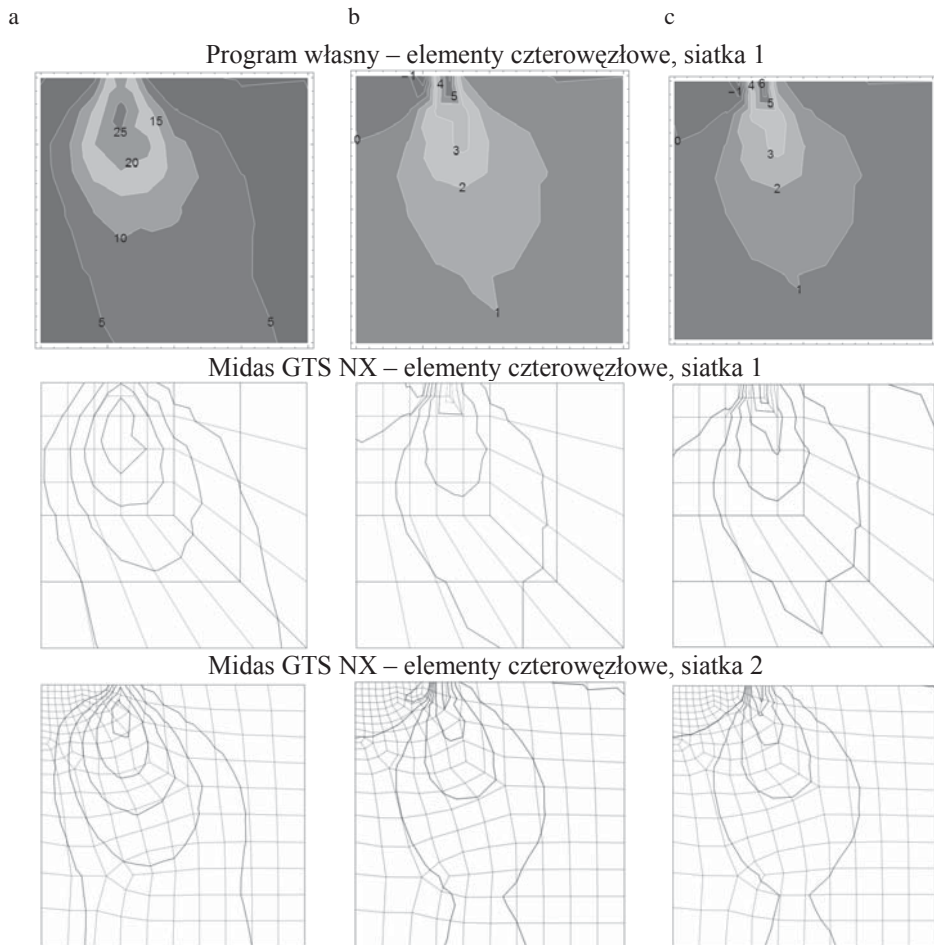
WYNIKI OBLICZEŃ

W celu sprawdzenia poprawności programu wykonano analizę stopy fundamentowej w 3 wariantach. Na rysunku 7 przedstawiono przemieszczenia powierzchni terenu. Otrzymano wyniki identyczne z wynikami analiz przeprowadzanych przez Potts'a i Zdravkovic'a [1999]. Dodatkowo zaobserwowano typ przemieszczeń gruntu w zależności od rodzaju stopy, gdzie decydujący wpływ ma sztywność stopy.

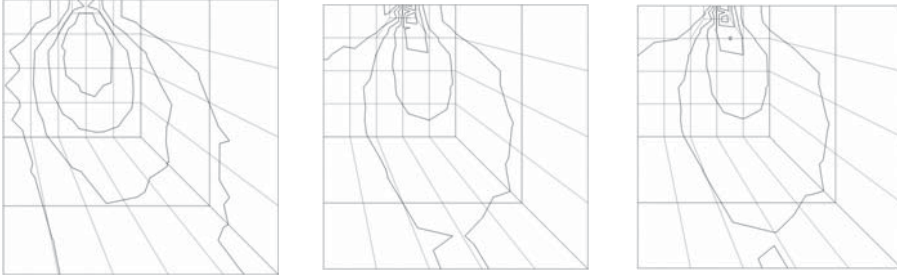
Na rysunku 8 i 9 przedstawiono wyniki odpowiednio naprężeń stycznych i największych naprężeń głównych dla każdej ze stóp. Dodatkowo analizy zostały przeprowadzone w programie Midas GTS NX dla różnych rodzajów siatki oraz elementów. Otrzymano wyniki zbliżone z wynikami z programu Midas GTS NX dla różnych siatek, co świadczy o poprawności napisanego programu. Na rysunkach 8 i 9 główne różnice wynikają ze sztywności stopy fundamentowej. Różnice wynikające z kontaktu między stopą fundamentową a gruntem dla przeprowadzonych analiz są nieznaczne.



Rys. 7. Przemieszczenia powierzchni terenu: a – obliczenia własne dla elementu 4-węzłowego, b – obliczenia Potts i Zdravkovic [1999] dla elementów 8-węzłowych
 Fig. 7. Ground surface settlements: a – own calculation for 4 node elements, b – calculation for 8-node elements [Potts and Zdravkovic 1999]



Midas GTS NX – elementy ośmiowęzłowe, siatka 1



Rys. 8. Wykresy konturowe naprężeń stycznych (τ_{xy}) w ośrodku gruntu [kPa]: a – stopa gładka podatna, kontury {5, 10, 15, 20, 25} kPa, b – stopa gładka sztywna, kontury {-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5} kPa, c – stopa szorstka sztywna, kontury {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} kPa

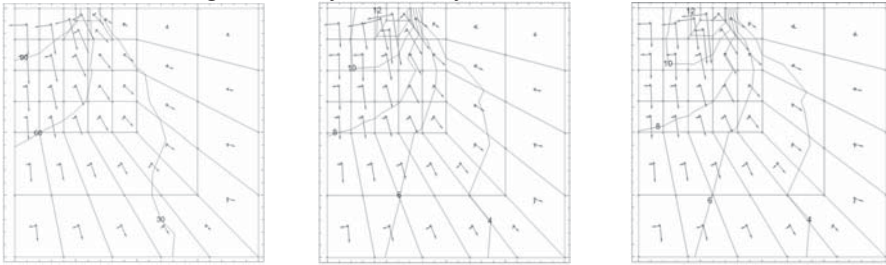
Fig. 8. Contour plots of tangential stresses (τ_{xy}) in soil medium [kPa]: a – smooth flexible footing, contours {5, 10, 15, 20, 25} kPa, b – smooth rigid footing, contours {-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5} kPa, c – rough rigid footing, contours {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} kPa

a

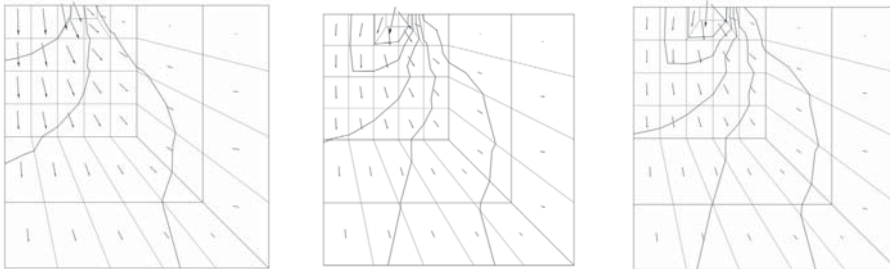
b

c

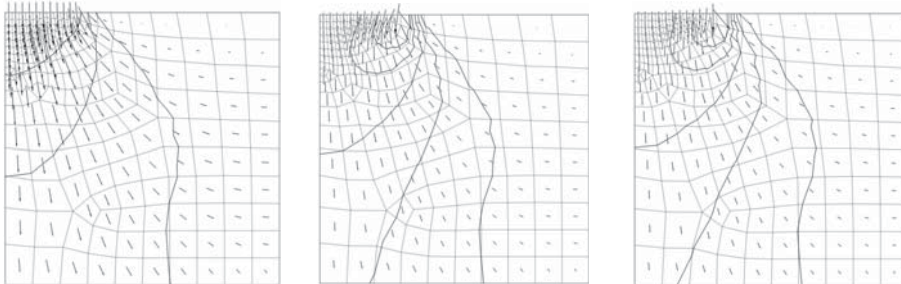
Program własny – elementy czterowęzłowe, siatka 1



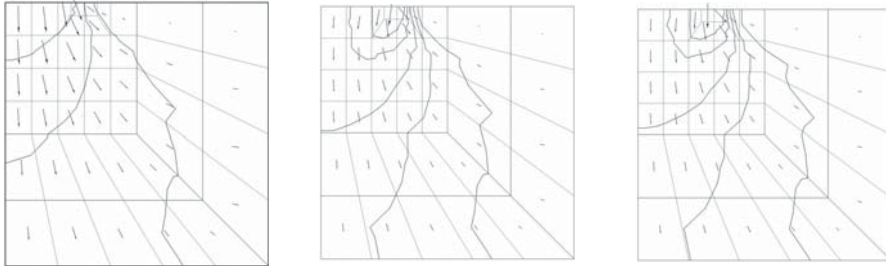
Midas GTS NX – elementy czterowęzłowe, siatka 1



Midas GTS NX – elementy czterowęzłowe, siatka 2



Midas GTS NX – elementy ośmiowęzłowe, siatka 1

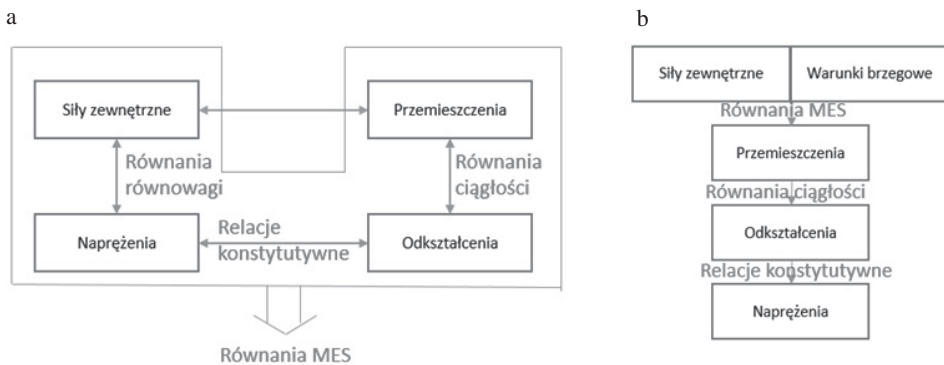


Rys. 9. Pola wektorowe i kontury największych naprężeń głównych (σ_1): a – stopa gładka podatna, kontury {30, 60, 90} kPa, b – stopa gładka sztywna, kontury {4, 6, 8, 10, 12} kPa, c – stopa szorstka sztywna, kontury {4, 6, 8, 10, 12} kPa

Fig. 9. Vector fields and contour plots of major principal stress: a – smooth flexible footing, contours {30, 60, 90} kPa, b – smooth rigid footing, contours {4, 6, 8, 10, 12} kPa, c – rough rigid footing, contours {4, 6, 8, 10, 12} kPa

PODSUMOWANIE

Analiza numeryczna uwzględnia wszystkie cztery teoretyczne wymagania: równowagi, ciągłości, relacji konstytutywnych i warunków brzegowych [Potts 2003] (rys. 10a), co jest cenne w przypadku, gdy wymagane są informacje dotyczące na przykład przemieszczenia, stateczności oraz wpływu na pobliskie konstrukcje. Przewaga analiz MES nad innymi metodami analizy konstrukcji (np. metodami modułu podatności podłoża [Pasik i Koda 2013, Pasik i in. 2015]), polega na możliwości opisu ośrodka gruntowego (stanu naprężenia i odkształcenia), konstrukcji oraz zagadnień kontaktu między konstrukcją a gruntem.



Rys. 10. Zależności i procedura analizy liniowej MES: a – podstawowe zależności i równania mechaniki, b – ogólna procedura otrzymywania wielkości w analizie liniowej MES

Fig. 10. Dependencies and procedure of linear FEM analysis: a – basic concept and equations in mechanics, b – overall procedure to get values in FEM rule

Analizę można rozszerzyć o zastosowanie bardziej odpowiedniego modelu konstytutywnego [Borja 2013], opisu kontaktu między fundamentem a gruntem oraz można

uwzględnić początkowy stan naprężenia. Wszystkie wymienione rozszerzenia przybliżają do opisu rzeczywistości, lecz znacząco rozszerzają prace a nawet zmieniają procedurę algorytmu.

PODZIĘKOWANIA

Praca została zrealizowana dzięki wsparciu zadania badawczego w ramach wewnętrznego trybu konkursowego służącego rozwojowi młodych naukowców i uczestników studiów doktoranckich pt. „Projektowanie geotechniczne z zastosowaniem metody elementów skończonych” ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

PIŚMIENNICTWO

- Bathe, K.J. (2014). Finite Element Procedures. K.J. Bathe, Watertown.
- Bhatti, M.A. (2005). Fundamental Finite Element Analysis and Applications with Mathematica and Matlab Computations. John Wiley & Sons, Hoboken.
- Bhatti, M.A. (2006). Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures with Mathematica and Matlab Computations. John Wiley & Sons, Hoboken.
- Borja, R.I. (2013). Plasticity Modeling and Computation. Springer, Heidelberg.
- Logan, D.L. (2012). A First Course in the Finite Element Method. SI, Cengage Learning, Stamford, USA.
- Pasik, T., Koda, E. (2013). Analiza sił wewnętrznych i przemieszczeń rozpiętej ściany szczelinowej. Acta Sci. Pol. Architectura, 12 (4), 121–133.
- Pasik, T., Chalecki, M., Koda, E. (2015). Analysis of embedded retaining wall using the subgrade reaction method. Studia Geotechnica et Mechanica, 37 (1), 59–73.
- Potts, D.M. (2003). Numerical analysis: a virtual dream or practical reality. Geotechnique, 53, 6, 535–573.
- Potts, D.M., Zdravkovic, L., (1999). Finite element analysis in geotechnical engineering: Theory. Thomas Telford, London.
- Wellin, P. (2013). Programming with Mathematica. An Introduction. Cambridge University Press, New York.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Zhu, J.Z. (2013). The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Butterworth – Heinemann, Oxford.

ZAŁĄCZNIK – KOD ŹRÓDŁOWY ALGORYTMU WYGLADZAJĄCEGO W JĘZYKU MATHEMATICA

Tabela 1. Oznaczenia definicji wykorzystanych w algorytmie
Table 1. Main designation symbols in algorithm.

Symbol	Opis
θ	Tabela z kątami odpowiadającymi obrotowi kierunków głównych tensora naprężenia
VW[.]	Funkcja zwracająca macierz W oraz wektor V dla elementu na podstawie współrzędnych i wartości obliczonej wielkości w początku układu współrzędnych elementu.
WG	Tworzy macierz globalną dla całego układu
VG	Tworzy wektor globalny dla całego układu
θ_{val}	Wektor kątów obrotu kierunków głównych dla każdego węzła układu

Algorytm wygładzający τ_{xy}

```

In[44]= ShearStress = Table[DATA[[1, 6]][[1, 2]], {i, 1, e}];

In[45]= VW[Se_, {Gξ_, Gη_}, {x1_, y1_, x2_, y2_, x3_, y3_, x4_, y4_}] :=
Module[{N1, N2, N3, N4, NN, x, y, JJ, formulationW, formulationV, Gpointξ, Gweightξ, Gpointη, Gweightη, W, V},
"Funkcje kształtu";
N1 =  $\left(\frac{1}{4} - \frac{\eta}{4} - \frac{\xi}{4} + \frac{\eta\xi}{4}\right)$ ;
N2 =  $\left(\frac{1}{4} - \frac{\eta}{4} + \frac{\xi}{4} - \frac{\eta\xi}{4}\right)$ ;
N3 =  $\left(\frac{1}{4} + \frac{\eta}{4} - \frac{\xi}{4} + \frac{\eta\xi}{4}\right)$ ;
N4 =  $\left(\frac{1}{4} + \frac{\eta}{4} + \frac{\xi}{4} - \frac{\eta\xi}{4}\right)$ ;
NN = {N1, N2, N3, N4};
"Mapowanie - funkcje interpolujące";
x[ξ_, η_] := NN.{x1, x2, x3, x4};
y[ξ_, η_] := NN.{y1, y2, y3, y4};
JJ = {{D[x[ξ, η], ξ], D[y[ξ, η], ξ]}, {D[x[ξ, η], η], D[y[ξ, η], η]}};
"Calcowanie numeryczne z zastosowaniem kwadratury Gaussa";
formulationW = Transpose@{NN}.{NN}.*Det[JJ];
formulationV = NN.*Det[JJ];
{Gpointξ, Gweightξ} = Transpose[GaussianQuadratureWeights[Gξ, -1, 1]];
{Gpointη, Gweightη} = Transpose[GaussianQuadratureWeights[Gη, -1, 1]];
W = Sum[Sum[Gweightξ[[i]]*Gweightη[[j]]*formulationW /. {ξ -> Gpointξ[[i]], η -> Gpointη[[j]]}, {i, 1, Gξ}],
{1, 1, Gξ}],
V = Se.*Sum[Sum[Gweightξ[[i]]*Gweightη[[j]]*formulationV /. {ξ -> Gpointξ[[i]], η -> Gpointη[[j]]},
{1, 1, Gη}], {1, 1, Gξ}]
]

In[46]= WV[vw_, e1e_] := VW[ShearStress[[e1e]], {2, 2}, c[e1e]][[vw]]

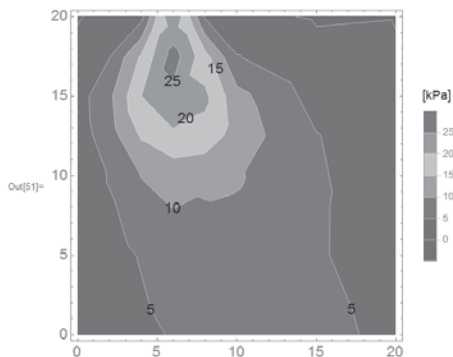
In[47]= WG := Module[{a, b},
a = Table[0, {n}, {n}];
b = Do[a[[element[[i]], element[[i]]]] += WV[1, i], {i, 1, e}];
a];

In[48]= VG := Module[{a, b},
a = Table[0, {n}];
b = Do[a[[element[[i]]]] += WV[2, i], {i, 1, e}];
a];

In[49]= SS = Inverse[WG].VG;

In[50]= SSP = Partition[Flatten@Table[{node[[i]], SS[[i]]}, {i, 1, n}], 3];
ListContourPlot[SSP, ColorFunction -> ColorData["DarkRainbow"],
PlotLegends -> BarLegend[Automatic, All, LegendLabel -> "[kPa]"], ContourStyle -> White, PlotRange -> All,
ContourLabels -> All, BaseStyle -> {FontSize -> 15}]

```



LINEAR NUMERICAL ANALYSIS OF SOIL BEHAVIOUR UNDER SHALLOW FOUNDATION USING FOUR NODE QUADRILATERAL FINITE ELEMENT WITH SMOOTHED STRESS FIELD

Abstract. The paper present analysis of soil behavior under shallow foundation using finite element procedure. The source code have been written in Mathematica language. The soil is modeled as linear elastic material. Computations have been carried out for three types of foot: Smooth flexible, rough rigid and smooth rigid. The results of the performed analysis were compared to the results of calculations by the computer software Midas GTS NX.

Key words: finite element algorithm, elastic solid, plane strain conditions, shallow foundation

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 21.03.2016

Cytowanie: Pasik, T. (2016). Liniowa analiza numeryczna zachowania się gruntu pod fundamentem bezpośrednim przy wykorzystaniu czterowzłowego elementu skończonego z wygładzonym polem naprężeń. *Acta Sci. Pol. Architectura* 15 (1), 15–26.