

ANALIZA ZDOLNOŚCI KOMBINACYJNEJ DLA PEWNEGO TYPU
NIEKOMPLETNEGO KRZYŻOWANIA DIALLELICZNEGO

Bronisław Ceranka, Anita Dobek, Hanna Kiełczewska

Zakład Metod Matematycznych i Statystycznych, Zespół
Doświadczalnictwa Rolniczego i Biometrii AR w Poznaniu

Krzyżowanie dialleliczne, przeprowadzone według jednego z czterech typów wcześniej opisanych [2, 4], wymaga zwykle wykonania dużej liczby krzyżowań, a następnie porównania uzyskanych mieszańców w doświadczeniu. Często jednak warunki techniczne uniemożliwiają wykonanie pełnej liczby krzyżowań. Zatem hodowca pomija pewne krzyżowania zgodnie z wybranym schematem. Niekompletne krzyżowania dialleliczne zostało omówione między innymi w pracach wielu autorów [1, 3, 5-7].

W niniejszej publikacji przedstawiamy niekompletne krzyżowanie dialleliczne, w którym p form rodzicielskich dzieli się na H rozłącznych niekoniecznie równych grup. Formy rodzicielskie każdej grupy były krzyżowane według schematu IV [4]. Analizę ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej przedstawiamy dla doświadczenia założonego w układzie blokowym zrównoważonym w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów oraz binarną macierzą incydencji.

MODEL I ESTYMACJA

Rozważmy krzyżowanie, w którym badanych p form rodzicielskich dzieli się na H rozłącznych grup o wielkości p_1, \dots, p_H , przy czym $p_h > 4$, $h = 1, \dots, H$, oraz $p = p_1 + \dots + p_H$. Wewnątrz każdej grupy przeprowadzamy krzyżowanie, zgodnie ze schematem IV [4], w wyniku którego otrzymujemy $v_h = p_h(p_h - 1) / 2$ mieszańców,

$h = 1, \dots, H$. Zatem całkowita liczba otrzymanych mieszańców jest równa $v = v_1 + \dots + v_H$. Wprowadźmy następujące zbiory wskaźników: $A_1 = \{1, \dots, p_1\}, \dots, A_h = \{p_1 + p_2 + \dots + p_{h-1} + 1, \dots, p\}$ oraz $B_h = \{(i, j) : i, j \in A_h, i < j\}, h = 1, \dots, H$.

Z otrzymanymi w tym niekompletnym krzyżowaniu diallelicznym mieszańcami przeprowadzamy doświadczenie w układzie blokowym zrównoważonym w sensie efektywności [8] z b blokami, z jednakową liczbą replikacji r obiektów /mieszańców/ i binarną macierzą incydencji. Szczególnym przypadkiem tego układu jest między innymi układ bloków kompletnych. Dla uzyskanych n obserwacji w doświadczeniu przyjmujemy model, jak dla układu blokowego. W wyniku wstępnej analizy układu blokowego otrzymujemy średni kwadrat dla błędu s_E^2 z $\nu_E = n - b - v + 1$ stopniami swobody oraz ocenę $\hat{\gamma}_{ij}$ efektu krzyżowania γ_{ij} między i -tą oraz j -tą formą rodzicielską, $(i, j) \in B_h, h = 1, \dots, H$. Dla efektów krzyżowania γ_{ij} przyjmujemy model $\gamma_{ij} = g_i + g_j + s_{ij}$, gdzie g_i (g_j) jest efektem ogólnej zdolności kombinacyjnej (GCA) i -tej (j -tej) formy rodzicielskiej, a s_{ij} jest efektem specyficznej zdolności kombinacyjnej (SCA) i -tej oraz j -tej formy rodzicielskiej.

Stosując metodę najmniejszych kwadratów jako ocenę efektów GCA oraz SCA uzyskujemy odpowiednio:

$$\hat{g}_i = \frac{1}{p_h - 2} \left(\hat{\gamma}_i - \frac{1}{p_h - 1} \hat{\gamma}^h - \frac{p_h - 2}{2v} \hat{\gamma}^* \right), i \in A_h, h = 1, \dots, H,$$

$$\hat{s}_{ij} = \hat{\gamma}_{ij} - \frac{1}{p_h - 2} (\hat{\gamma}_i + \hat{\gamma}_j) + \frac{2}{(p_h - 1)(p_h - 2)} \hat{\gamma}^h, (i, j) \in B_h,$$

$$h = 1, \dots, H,$$

gdzie:

$$\hat{\gamma}_i = \sum_{(m, l) \in C_i} \hat{\gamma}_{ml}, \quad \hat{\gamma}^h = \sum_{(i, j) \in B_h} \hat{\gamma}_{ij},$$

$$\hat{\gamma}^* = \sum_h \sum_{(i, j) \in B_h} \hat{\gamma}_{ij}, \quad C_i = \{(m, l) : m = i \text{ lub } l = i, m < l\}.$$

PRZEDZIAŁY UFNOŚCI

W analizie efektów GCA i SCA interesująca jest znajomość $(1 - \alpha)$ 100% przedziałów ufności dla tych efektów i ich różnic.

Przedziały ufności wyliczone są na podstawie rozkładu t-Studenta przy użyciu wartości krytycznej $t_{\alpha; v_E}$, gdzie v_E jest obranym poziomem istotności, a v_E jest liczbą stopni swobody dla błędu z analizy wariancji. Przedziały ufności mają następującą postać:

- dla efektu GCA i-tej formy rodzicielskiej, $i \in A_h$, $h = 1, \dots, H$:

$$\hat{g}_i - t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i)} < g_i < \hat{g}_i + t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i)}$$

$$\text{gdzie } \widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i) = \frac{(v-1)s_E^2}{n-b} \left[\frac{1}{p_h-1} + \frac{1}{2(p_h-1)(p_h-2)} - \frac{1}{4v} \right],$$

- dla różnicy efektów GCA i-tej oraz i'-tej formy rodzicielskiej $i \neq i'$:

$$\hat{g}_i - \hat{g}_{i'} - t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i - \hat{g}_{i'})} < g_i - g_{i'} < \hat{g}_i - \hat{g}_{i'} + t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i - \hat{g}_{i'})}$$

gdzie dla $(i, i') \in A_h$, $h = 1, \dots, H$,

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i - \hat{g}_{i'}) = \frac{(v-1)s_E^2}{(n-b)(p_h-2)}$$

dla $i \in A_h$ oraz $i' \in A_{h'}$, $h \neq h'$, $h, h' = 1, \dots, H$,

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i - \hat{g}_{i'}) = \widehat{\text{Var}}(\hat{g}_i) + \widehat{\text{Var}}(\hat{g}_{i'}) + \frac{r(v-1)s_E^2}{2n(n-b)};$$

- dla efektu SCA i-tej oraz j-tej formy rodzicielskiej, $(i, j) \in B_h$, $h = 1, \dots, H$:

$$\hat{s}_{ij} - t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{s}_{ij})} < s_{ij} < \hat{s}_{ij} + t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{s}_{ij})},$$

$$\text{gdzie } \widehat{\text{Var}}(\hat{s}_{ij}) = \frac{(p_h-3)(v-1)s_E^2}{(p_h-1)(n-b)};$$

- dla różnicy efektów SCA i-tej oraz j-tej formy rodzicielskiej z i-tą oraz j'-tą formą rodzicielską, gdy $(i, j) \in B_h$ oraz $(i, j') \in B_h$, $j \neq j'$, $h = 1, \dots, H$:

$$\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{ij'} - t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{ij'})} < s_{ij} - s_{ij'} < \hat{s}_{ij} - \hat{s}_{ij'} + t_{\alpha; v_E} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{ij'})},$$

$$\text{gdzie } \text{Vâr}(\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{i'j'}) = \frac{2(p_h - 3)(v-1)s_E^2}{(p_h - 2)(n-b)}; \cdot$$

- dla różnicy efektów SCA i-tej oraz j-tej formy rodzicielskiej z i'-tą oraz j'-tą formą rodzicielską, gdy $i \neq i'$, $j \neq j'$:

$$\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{i'j'} - t_{\alpha;v_E} \sqrt{\text{Vâr}(\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{i'j'})} < s_{ij} - s_{i'j'} < \hat{s}_{ij} - \hat{s}_{i'j'} + t_{\alpha;v_E} \sqrt{\text{Vâr}(\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{i'j'})},$$

gdzie dla (i, j) oraz $(i', j') \in B_h$, $h = 1, \dots, H$,

$$\text{Vâr}(\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{i'j'}) = \frac{2(p_h - 4)(v-1)s_E^2}{(p_h - 2)(n-b)}$$

dla $(i, j) \in B_h$ oraz $(i', j') \in B_{h'}$, $h \neq h'$, $h, h' = 1, \dots, H$,

$$\text{Vâr}(\hat{s}_{ij} - \hat{s}_{i'j'}) = \text{Vâr}(\hat{s}_{ij}) + \text{Vâr}(\hat{s}_{i'j'}) .$$

DYSKUSJA

Najbardziej interesującym zagadnieniem w analizie mieszańców uzyskanych z krzyżowania diallelicznego są porównania efektów GCA różnych form rodzicielskich. W rozważanym przez nas przypadku, wariancja porównań zależy od tego, czy formy rodzicielskie należą do tej samej grupy, czy też do różnych grup.

W opisanej metodzie niekompletnego krzyżowania diallelicznego podział p form rodzicielskich na rozłączne grupy jest całkowicie dowolny. Należy pamiętać tylko o tym, aby w grupie występowało co najmniej 5 form rodzicielskich. Liczba grup oraz liczebności poszczególnych grup mają natomiast wpływ na wariancję oceny różnicy efektów GCA. Obliczając średnią wariancję porównań efektów GCA jako średnią ważoną $\text{Vâr}(\hat{g}_i - \hat{g}_{i'})$, gdzie $i, i' \in A_h$ lub $i \in A_h$ oraz $i' \in A_{h'}$, $h \neq h'$, $h, h' = 1, \dots, H$, możemy zauważyć, że średnia wariancja przy danej liczbie form rodzicielskich zależy od liczby

grup, a przy tej samej liczbie grup, od ich liczebności. Dla zwiększenia precyzji doświadczenia należy zmniejszać liczbę grup oraz stosować grupy, o ile to możliwe, o jednakowej liczebności.

LITERATURA

1. Curnow R.N.: *Biometrics* 19, 287, 1963.
2. Dobek A., Kaczmarek Z., Kiełczewska H., Łuczkiwicz T.: *Siódme Colloquium Metodologiczne z Agro-Biometrii, Komitet Upr. Rośl. PAN PTB, 332; Warszawa 1977.*
3. Fyfe J.L., Gilbert N.: *Biometrics* 19, 278, 1963.
4. Griffing B.: *Austr. J. Biol. Sci.*, 9, 463, 1956.
5. Kempthorne O., Curnow R.N.: *Biometrics* 17, 229, 1961.
6. Narain P.: *Souvenir Vol. Golden Jubiles of ICAR, N. Delhi, 183, 1979.*
7. Narain P., Arya A.S.: *Sankhyā* 43B, 93, 1981.
8. Puri P.D., Nigam A.K.: *J. Roy. Statist. Soc., Ser. B* 37, 457, 1975.

B. Ceranka, A. Dobek, H. Kiełczewska

ANALYSIS OF COMBINING ABILITY FOR A CERTAIN TYPE OF INCOMPLETE DIALLEL CROSSING

S u m m a r y

The analysis of hybrids obtained from incomplete diallel crossing is presented in the paper. P of parent forms is divided in the case under consideration into H separable groups. Crossing is performed within particular groups. The analysis as presented above concerns results obtained in the experiment established in a balanced system with incomplete blocks.

Б. Церанка, А. Добек, Г. Келчевска

АНАЛИЗ КОМБИНАЦИОННОЙ СПОСОБНОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО
ТИПА НЕПОЛНОГО ДИАЛЛЕЛЬНОГО СКРЕЩИВАНИЯ

Р е з ю м е

В труде проводится анализ гибридов полученных в неполных диаллельных скрещиваниях. В рассматриваемом случае родительских форм было разделено на H отдельных групп. В рамках отдельных групп проводили скрещивания. Рассматриваемый анализ результатов был проведен в опыте заложенном в системе неполных балансированных блоков.