

RÓWNANIE REOLOGICZNE PŁYNIĘCIA (MODEL MATEMATYCZNY) CIEKŁEJ
MASY CZEKOLADOWEJ

Kazimierz Jasik

Instytut Maszyn Roboczych Politechniki Poznańskiej

WPROWADZENIE

Przeprowadzenie optymalizacji konstrukcji maszyn i urządzeń cukierniczych wymaga identyfikacji i opisu matematycznego zależności parametrów reologicznych ciekłej (stopionej) masy czekoladowej w zakresie warunków procesowych oraz składów recepturowych technologicznych. Postępowanie analityczno-syntetyczne konstrukcji w znaczeniu optymalizacyjnym jest możliwe tylko w przypadku dysponowania matematycznym opisem płynięcia reologicznego ciekłej masy czekoladowej, tzw. modelem reologicznym. Dla opisu matematycznego zależności reologicznych masy ciekłej czekolady wykorzystano teorie równań empirycznych [2, 7, 8, 9, 11] i wyniki własnych badań eksperymentalnych. W literaturze zagranicznej spotyka się również badania i próby opisu masy ciekłej czekolady [3, 8, 9, 10]. Reprezentowane wyniki badań są jednak niewystarczające dla potrzeb badania konstrukcji oraz nieadekwatne do krajowych warunków wytwarzania tej masy.

Praca stanowi kontynuację problematyki z zakresu identyfikacji reologicznej mas spożywczych [4, 5, 6]. W tym przypadku celem publikacji jest prezentacja matematycznego opisu płynięcia ciekłej masy czekoladowej w funkcji $\varepsilon_{T,w} = f(\dot{\gamma})$, tj. zależności naprężeń ścinających od szybkości ścinania dla mierzonych warunków termicznych (T) i zawartości wody (w) występujących w procesie wytwarzania ciekłej masy czekoladowej.

BADANIA EKSPERYMENTALNE

Badania eksperymentalne zostały przeprowadzone na czekoladzie deserowej do formowania o zawartości tłuszczu 36% i zmiennej za-

Średnie wartości na

Szybkość ścianienia $\dot{\gamma}$ (s^{-1})	Średnie wartości naprę zawartość tempera								
	0,63				0,92				
	303	313	323	333	303	313	323	333	303
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,1667	23,5	21,1	20,4	18,8	38,4	26,6	25,9	25,1	48,6
0,3000	25,1	23,5	21,9	21,1	42,3	28,2	28,2	26,6	50,2
0,3333	25,1	25,1	21,9	22,7	42,3	28,2	28,2	28,2	50,2
0,5	26,6	26,6	23,5	23,5	44,7	29,8	29,8	29,8	51,8
0,6	27,4	26,6	23,5	23,5	46,3	31,4	31,4	31,4	53,3
0,9	29,8	29,0	25,9	25,9	50,2	34,5	33,7	32,9	56,5
1,0	31,4	29,0	25,9	25,9	50,2	34,5	33,7	32,9	57,3
1,5	34,5	31,4	26,6	28,2	54,9	39,2	36,8	34,5	62,8
1,8	36,8	20,5	28,2	28,2	56,5	40,8	37,6	36,1	64,3
2,7	42,3	36,1	31,4	31,4	65,1	43,9	40,8	39,2	72,2
3,0	43,9	37,6	31,4	31,4	66,7	22,2	42,3	39,2	72,2
4,5	50,2	42,3	34,5	32,9	76,9	49,3	47,1	43,1	80,8
5,4	54,9	43,9	36,1	33,7	83,2	51,8	48,6	43,9	84,7
8,1	65,9	51,8	40,8	37,6	100,4	59,6	51,8	48,6	98,9
9,0	70,6	53,3	43,1	38,4	105,9	62,8	53,3	50,2	102,0
13,5	87,9	64,3	50,2	43,9	133,4	74,5	62,8	56,5	125,6
16,2	98,9	70,6	54,9	47,1	147,5	81,6	67,5	59,6	136,5
24,3	126,6	87,9	67,5	54,9	-	102,0	81,6	70,6	-
27,0	136,0	94,2	70,6	58,0	-	108,3	86,3	73,7	-
40,5	-	120,8	84,9	72,2	-	139,7	108,3	89,4	-
48,6	-	138,1	102,0	80,0	-	-	120,8	98,9	-
72,9	-	-	133,4	102,0	-	-	155,4	126,6	-
81,0	-	-	144,4	109,9	-	-	-	133,4	-

żenia ścinającego τ (Nm^{-2})

wody (%)

1,12

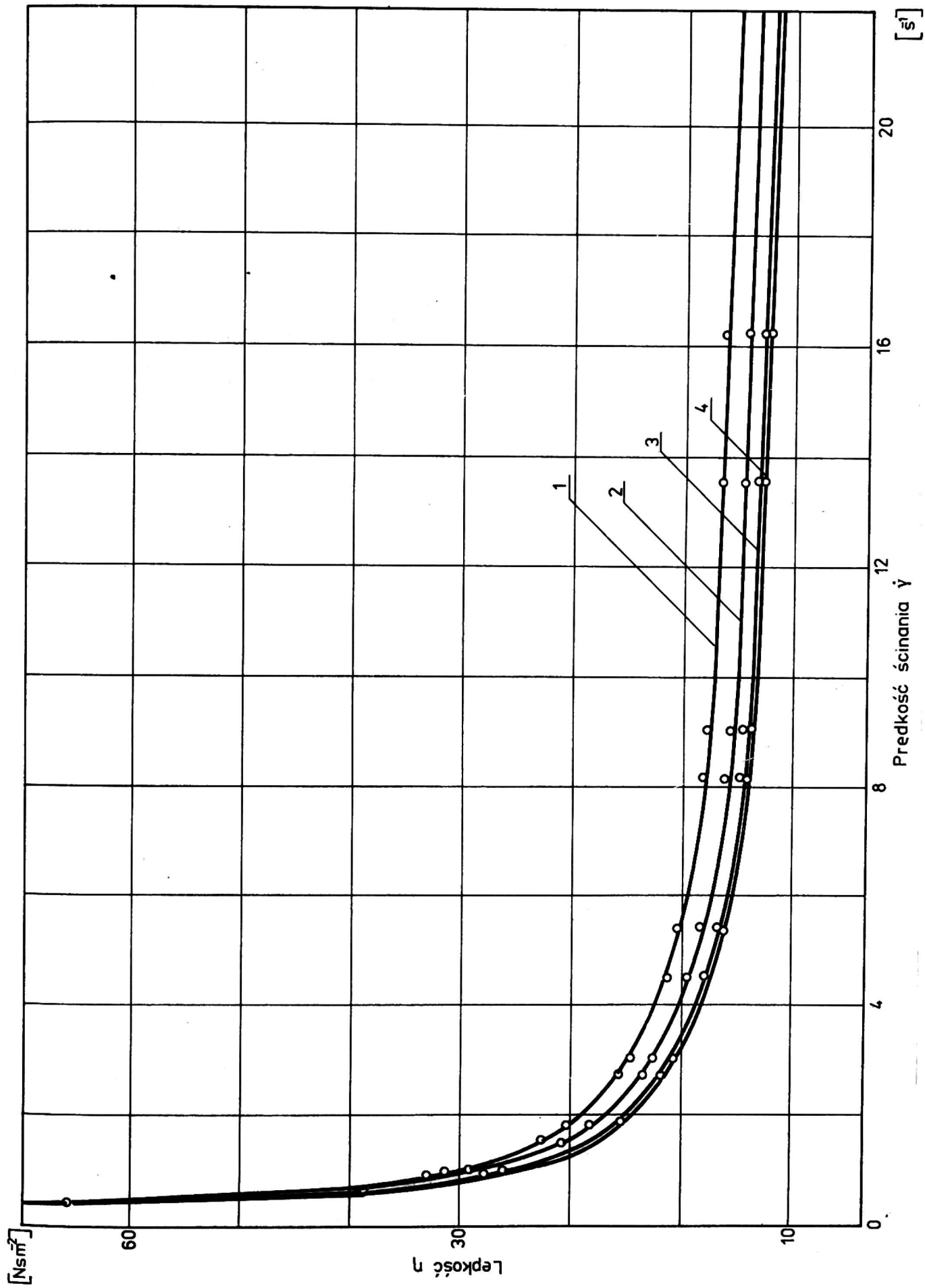
1,32

1,51

tura ($^{\circ}\text{K}$)

313	323	333	303	313	323	333	303	313	323
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
36,1	32,9	31,4	67,5	40,8	28,2	25,1	75,3	47,1	34,5
40,8	43,9	47,1	69,0	47,1	40,8	29,0	83,2	70,6	62,8
40,8	43,9	47,1	69,8	56,5	54,9	47,1	84,7	28,5	72,2
43,9	48,6	48,6	73,7	61,2	59,6	56,5	94,2	84,7	86,3
45,5	48,6	48,6	73,7	62,8	61,2	59,6	94,2	91,0	83,2
48,6	49,4	50,2	76,9	70,6	69,0	65,9	97,3	92,6	84,7
48,6	49,4	51,8	77,7	72,2	70,6	67,5	97,3	94,2	21,0
53,3	51,8	51,8	83,9	76,9	73,7	70,6	105,1	97,3	94,2
54,9	51,8	51,8	86,3	78,5	75,3	72,2	106,7	100,4	97,3
61,2	54,9	54,9	94,2	86,3	80,0	76,9	116,1	103,6	98,9
61,2	54,9	54,9	95,7	87,9	81,6	78,5	117,7	105,1	100,4
66,7	61,2	61,2	109,9	97,3	89,4	86,3	130,3	114,6	111,4
69,0	62,8	62,8	116,1	98,9	92,6	84,9	135,0	117,7	114,6
75,3	70,6	69,0	133,4	111,4	98,9	95,7	153,8	127,1	124,0
76,9	70,6	69,0	136,5	114,6	100,4	97,3	-	130,3	127,1
89,4	78,5	73,7	-	119,3	111,4	108,3	-	144,4	139,7
95,7	81,6	76,9	-	125,6	117,7	114,6	-	155,4	-
117,7	95,7	89,4	-	152,2	139,7	135,0	-	-	-
125,6	98,9	91,6	-	-	141,3	136,5	-	-	-
-	122,4	105,1	-	-	-	-	-	-	-
-	135,0	109,9	-	-	-	-	-	-	-
-	-	135,0	-	-	-	-	-	-	-
-	-	142,8	-	-	-	-	-	-	-

wartości wody w granicach od $w = 0,63-1,51\%$ oraz w zmiennych temperaturach od $T = 303-333$ K. Próby masy czekoladowej były pobierane z procesu wytwarzania czekolady. Pomiar naprężeń ścinających przeprowadzono za pomocą wiskozymetru rotacyjnego „cylinder-cylinder” w zakresie prędkości ścinania od $\dot{\gamma} = 0,1667$ do $81,0$ (S^{-1}). Pomiar został przeprowadzony z 5-krotnym powtórzeniem prób, a wyniki średnich wartości parametrów zostały zestawione w tabeli 1. Natomiast interpretacja graficzna wyników badań została przedstawiona na wykresach, np. rys. 1-6. Na rysunku 1 przedstawiono wykres określający wpływ prędkości ścinania ($\dot{\gamma}$) na parametr lepkości dynamicznej (η) ciekłej czekolady, czyli $\eta = f(\dot{\gamma})$ dla temperatury $T = 303, 313, 323$ i 333 K i minimalnej zawartości wody $W = 0,63\%$. Z wykresu wynika, że lepkość dynamiczna ciekłej masy czekoladowej nie jest wielkością stałą, lecz zmienną ze zmianą prędkości ścinania, a także ze zmianą temperatury i zawartości wody. Stopniowy wzrost prędkości ścinania w zakresie od $0 < \dot{\gamma} < 1$ (S^{-1}) powoduje gwałtowny spadek lepkości. Przy dalszym wzroście prędkości ścinania, przebiegi wykresów mają charakter bardziej równomierny asymptotycznie dążących do wartości stałych. Zjawisko to można wyjaśnić mechanizmami zmian fizycznych zachodzących w strukturze ciekłej masy czekoladowej. Czekolada jako substancja fizyczna charakteryzuje się zawiesiną dwufazową, w której fazę stałą stanowią cząsteczki kakao i cukru, a fazę ciekłą masło kakaowe. Tak więc stopiona masa ciekłej czekolady jest ciałem niejednorodnym, a mieszaniną fazy stałej (cząstki kakao i cukru) oraz fazy ciekłej (masła kakaowego). W miarę wzrostu prędkości ścinania, chaotycznie ułożone cząstki podlegają stopniowemu uporządkowaniu. Dlatego początkowo lepkość spada gwałtownie, a następnie, gdy zjawisko przebiega w coraz bardziej uporządkowanej strukturze, zmiany lepkości zmniejszają się oraz stabilizują się. Ciekła masa czekoladowa nie jest więc cieczą newtonowską. Na wykresach rys. 2-6 przedstawiono przebiegi zmian naprężeń ścinających (τ) od szybkości ścinania ($\dot{\gamma}$), tzn. wykresy płynięcia ciekłej masy czekoladowej. Na podstawie analizy tych wykresów istnieje możliwość określenia także granicy plastyczności (τ_0) ciekłej masy czekoladowej. Granica plastyczności przyjmuje różne wartości dla warunków cieplnych i zawartości wody w masie czekoladowej. W strukturze masy czekoladowej, pod wpływem naprężeń ścinających (τ) bliskich naprężeniom granicznym (τ_0), następuje proces plastycznego przeformowa-



Rys. 1. Wykres lepkości dynamicznej ciekłej czekolady o zawartości wody 0,63% w temperaturach:
 1 - 303 K, 2 - 313 K, 3 - 323 K, 4 - 333 K

nia masy czekoladowej, a po przekroczeniu tej granicy czekolada płynie. Styczne do prostoliniowych wykresów płynięcia masy czekoladowej, w przecięciu się z osią naprężeń (τ) wyznaczają pozorne graniczne naprężenia (τ_0').

RÓWNANIE PŁYNIĘCIA REOLOGICZNEGO (MODEL MATEMATYCZNY)

Uzyskane z eksperymentu wykresy płynięcia reologicznego zaprezentowane na rys. 2-6 dla badanej ciekłej masy czekoladowej w przedziale prędkości ścinania $0 \leq \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_{\max}$ pod względem ich charakteru przebiegów odbiegają od klasycznych modeli reologicznych (rys. 10). Model reologiczny Bingham

$$\tau = \tau_0 + \eta \dot{\gamma} \quad (1)$$

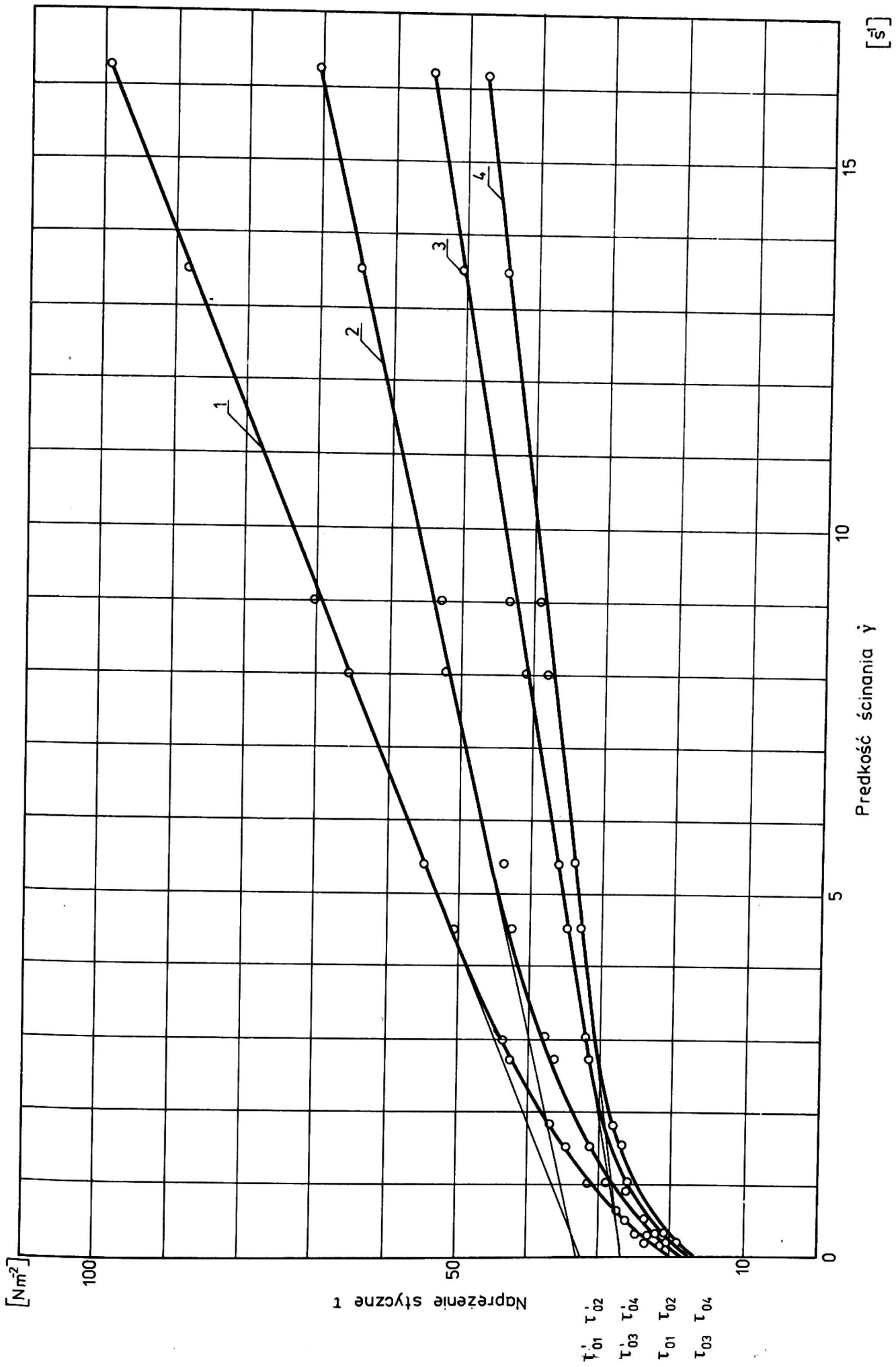
jest liniowym modelem reologicznym, którego przebieg prezentuje wykres rysunku 10. Natomiast model reologiczny Bingham uogólniony

$$\tau = \tau_0 + \eta \dot{\gamma}^n \quad (2)$$

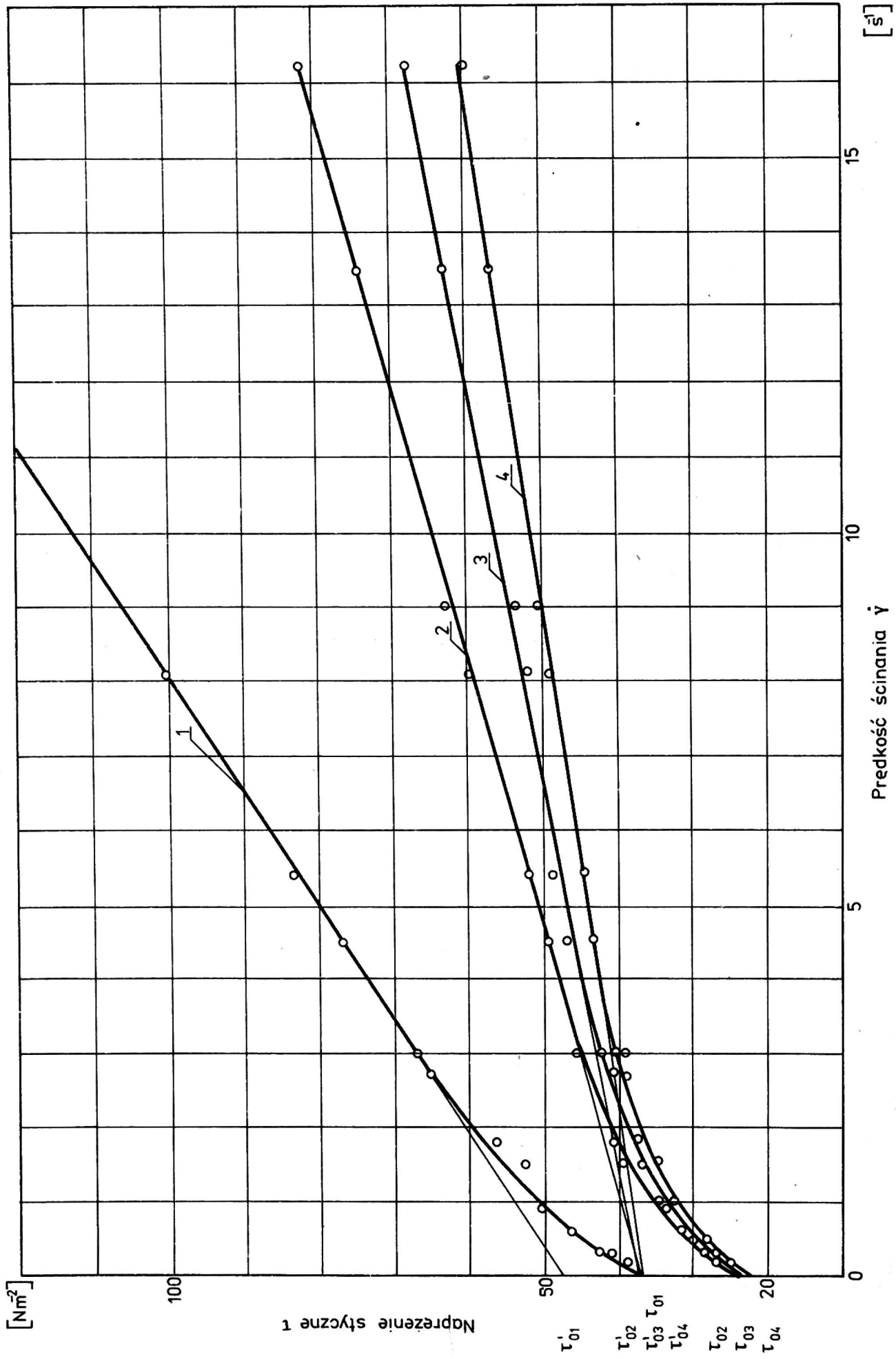
jest modelem krzywoliniowym potęgowym, którego przebieg prezentuje wykres rysunku 10. Uzyskane wykresy nie opisują modeli z badań eksperymentalnych, ponieważ charakter wykresów eksperymentalnych jest mieszany krzywoliniowo z prostoliniowym przebiegiem naprężeń ścinających funkcji szybkości ścinania. W zakresie prędkości ścinania w granicach $0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, przebiegi wykresu płynięcia masy czekoladowej odzwierciedla reologicznie ciało pseudoplastyczne, natomiast dla prędkości ścinania $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma}$ przebiegi wykresu płynięcia masy czekoladowej odzwierciedla ciało idealnie plastyczne.

Uzyskane z eksperymentu wykresy pozwalają na jednoznaczny podział na dwie części (I i II), a mianowicie w przedziale prędkości ścinania $0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, tj. dla tzw. małych prędkości ścinania można wydzielić wykres krzywoliniowy, a w przedziale prędkości ścinania $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_{\max}$, tj. dla tzw. dużych prędkości ścinania można wydzielić wykres prostoliniowy. Prędkość ścinania $\dot{\gamma}_0$ będzie więc graniczną wartością prędkości ścinania łączącą dwa przedziały (część I i II). Wykres krzywoliniowych dla przedziału prędkości ścinania $0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$ (część I) opisuje równanie potęgowe

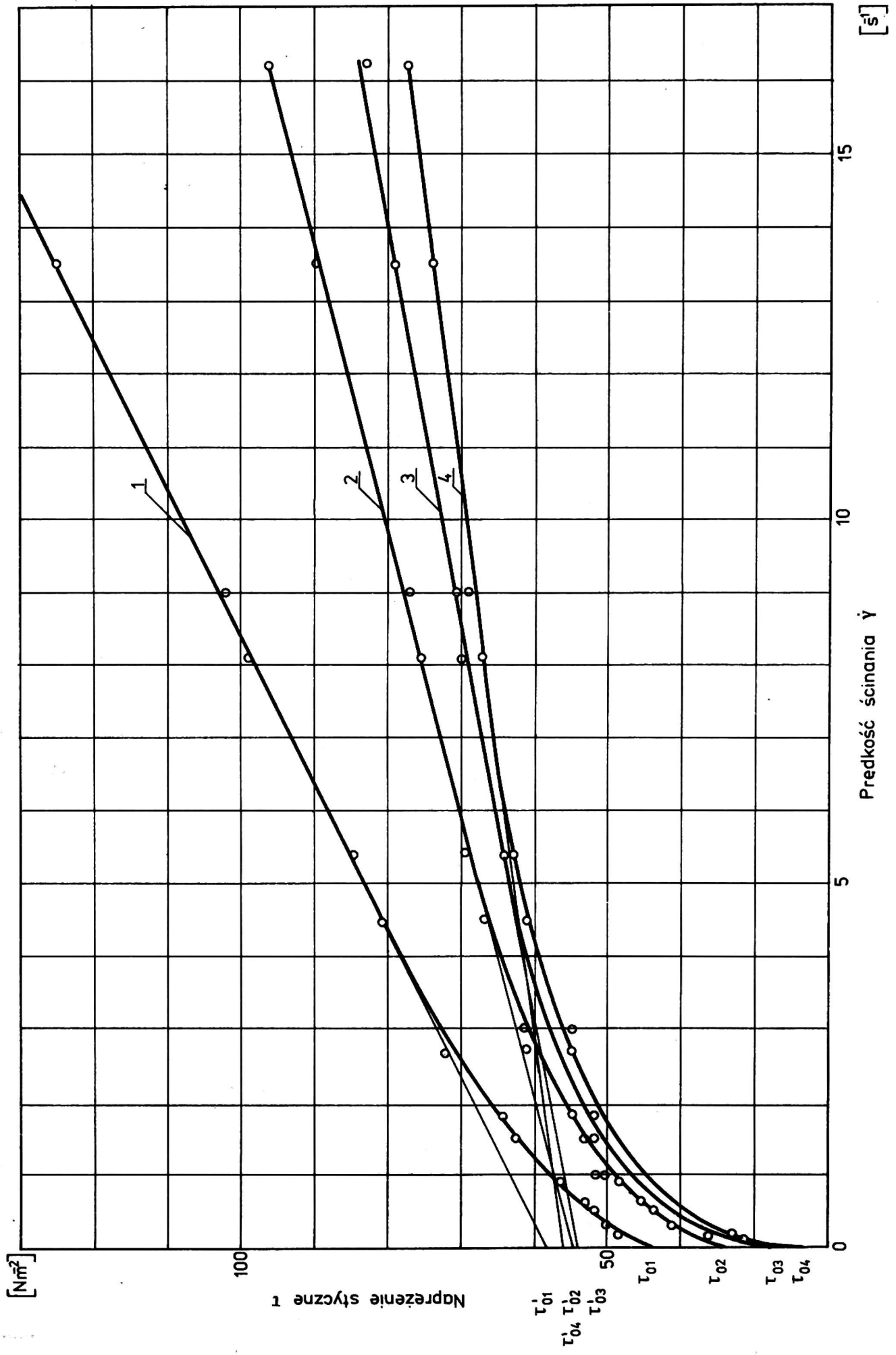
$$\tau = m \cdot \dot{\gamma}^n + \tau_0 \quad (3)$$



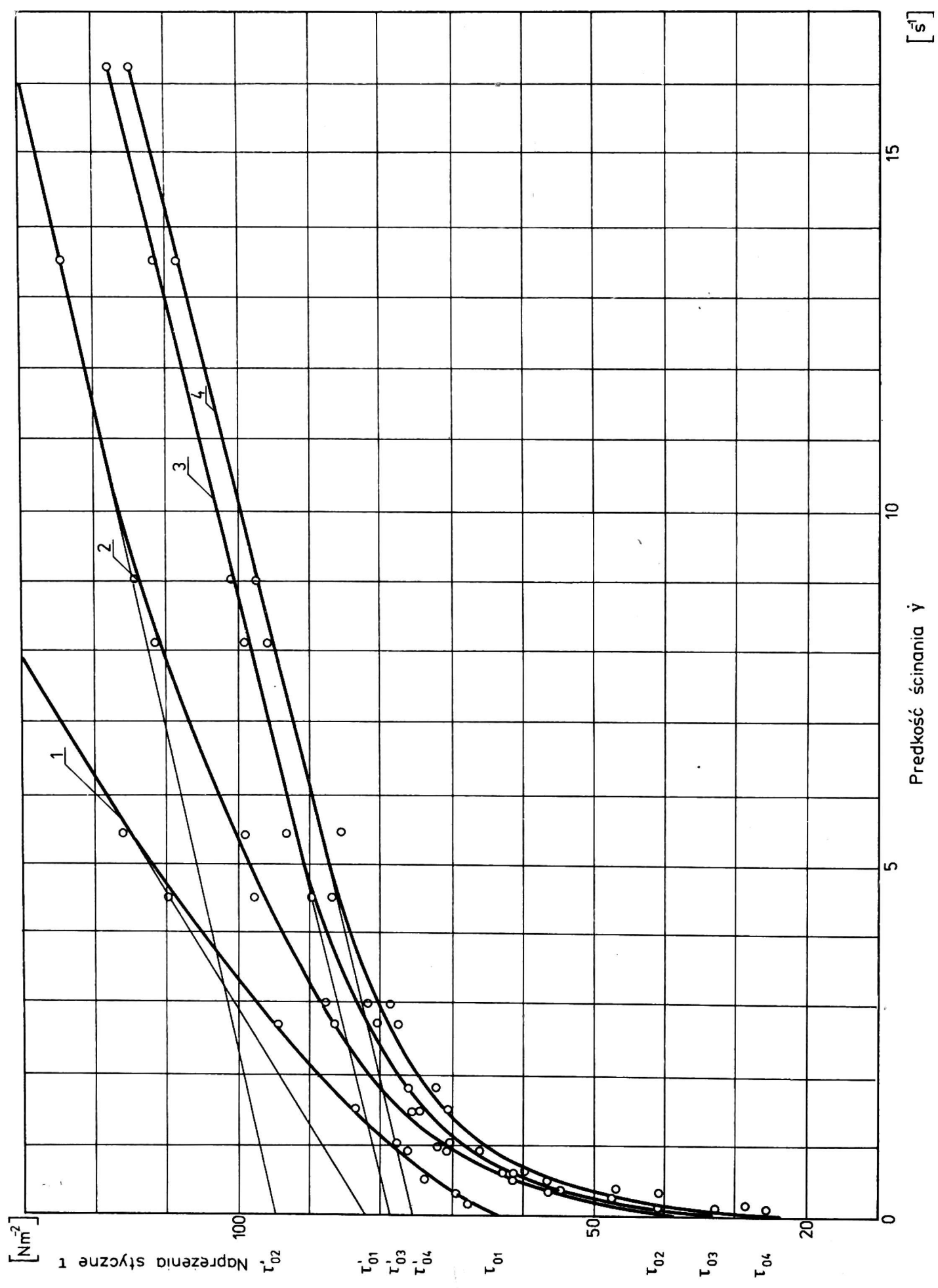
Rys. 2. Wykres naprężeń ścinających ciekłej czekolady o zawartości wody 0,63% w temperaturach: 1 - 303 K, 2 - 323 K, 3 - 323 K, 4 - 333 K



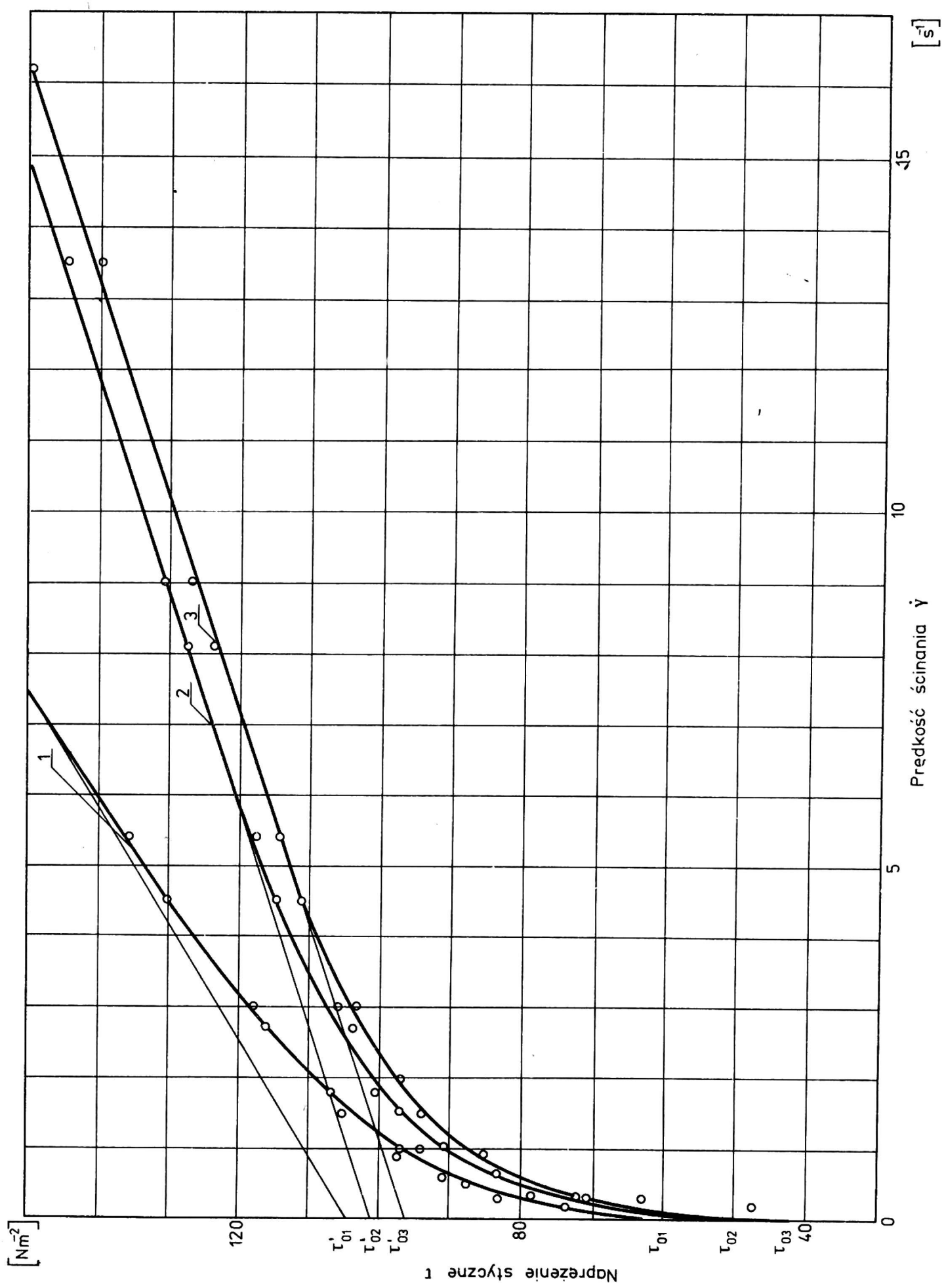
Rys. 3. Wykres naprężeń ścinających ciekłej czekolady o zawartości wody 0,92% w temperaturach: 1 - 303 K, 2 - 313 K, 3 - 323 K, 4 - 333 K



Rys. 4. Wykres naprężeń ścinających ciekłej czekolady o zawartości wody 1,12% w temperaturach:
 1 - 303 K, 2 - 313 K, 3 - 323 K, 4 - 323 K



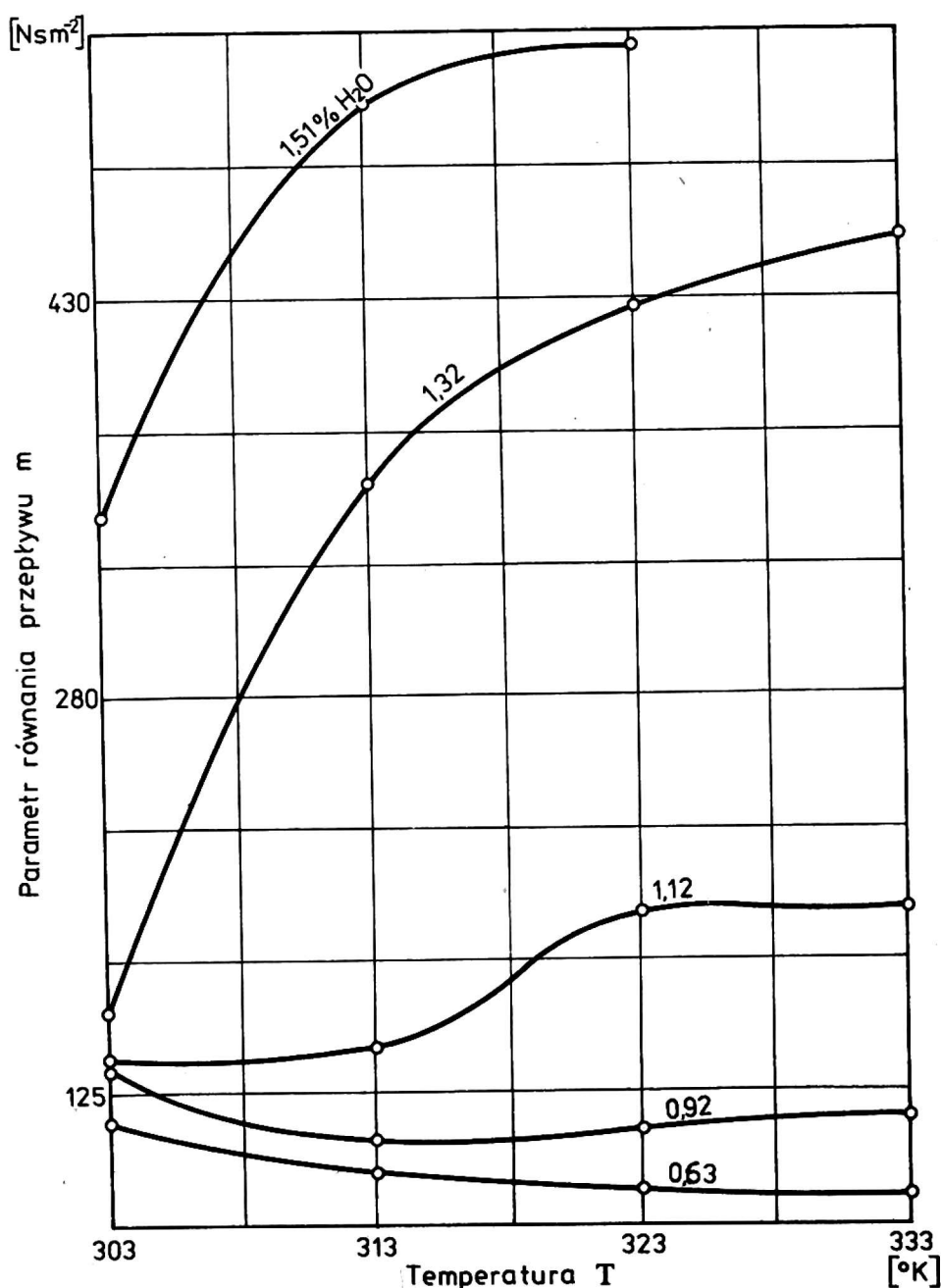
Rys. 5. Wykres naprężeń ścinających ciekłej czekolady o zawartości wody 1,32% w temperaturach:
 1 - 303 K, 2 - 313 K, 3 - 323 K, 4 - 333 K



Rys. 6. Wykres naprężeń ścinających ciekłej czekolady o zawartości wody 1,51% w temperaturach: 1 - 303 K, 2 - 313 K, 3 - 323 K

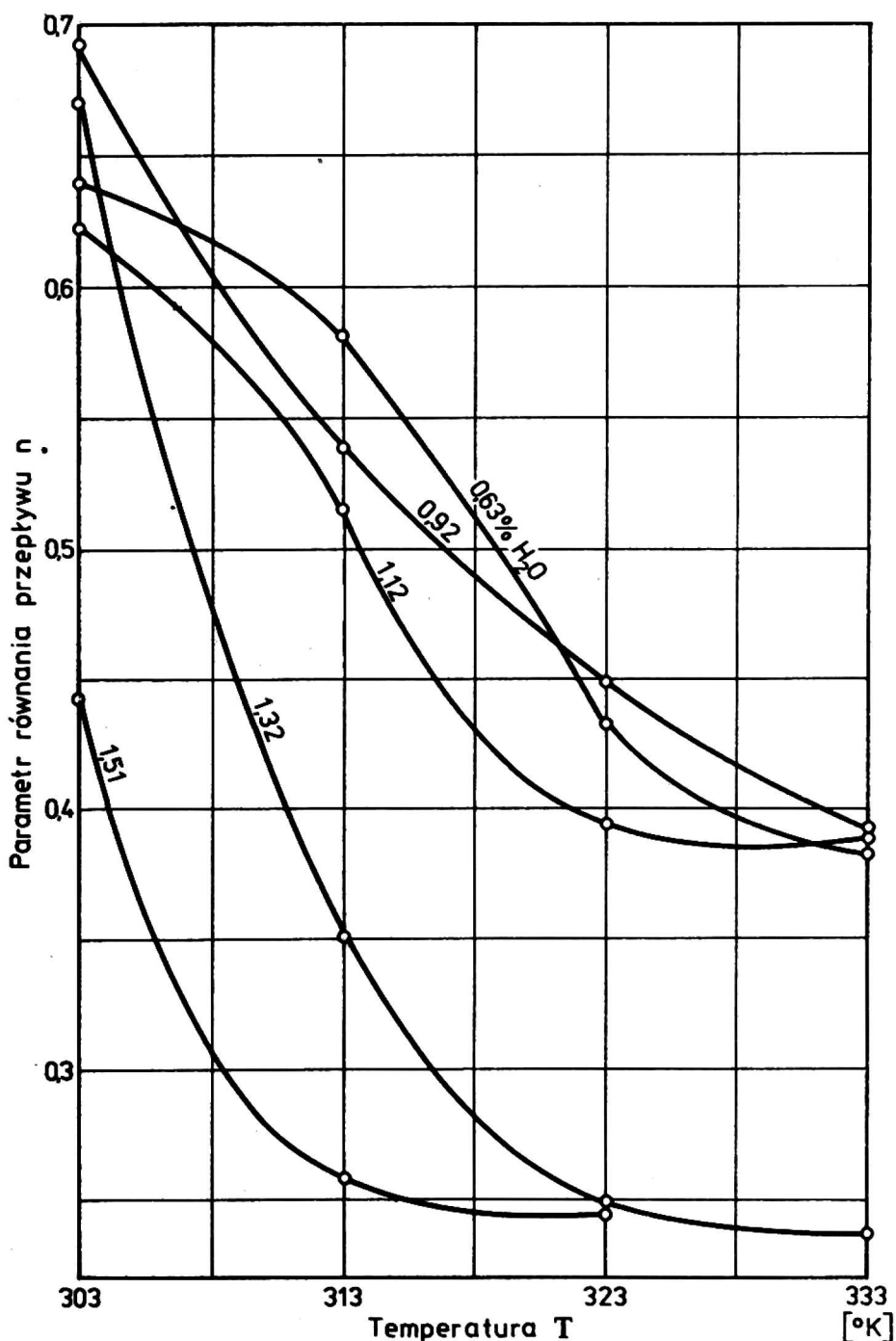
którego wielkości składowe można określić metodą analityczno-eksperymentalną. Ważność powyższego równania do opisu uzyskanych krzywych reologicznych ciekłej masy czekoladowej została sprawdzona metodą wyrównywania. Parametry empiryczne m i n zostały określone metodą przeciętnych. Wartości parametrów m, n i τ'_0 zostały przedstawione na wykresach (rys. 7-9) i w tabeli 2.

Z wykresu na rysunku 7 wynika, że wraz ze wzrostem zawartości wody w masie czekoladowej wzrasta wartość parametru m , ponieważ również wzrasta lepkość substancji, tak więc parametr m można uważać za miarę lepkości pozornej $\eta_m = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$. Parametr n (rys. 8) przyjmuje wartości w przedziale $0 < n < 1$. Im parametr n bardziej różnił się od jedności, tym krzywa płynięcia bardziej odbiega od



Rys. 7. Wykres parametru m ciekłej czekolady o zawartości wody w zakresie 0,63-1,51% w temperaturach w zakresie 303-333 K

modelu newtonowskiego do nienewtonowskiego. Tak więc parametr n będzie miarą odchylenia cieczy od cieczy newtonowskiej, natomiast graniczne naprężenie ścinające τ'_0 (rys. 9) wzrasta ze wzrostem zawartości wody, maleje ze wzrostem temperatury, ogólnie więc wzrasta ze wzrostem lepkości. Krzywe płynięcia ciekłej masy czekoladowej dla prędkości ścinania w przedziale $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0$, jak już stwierdziliśmy, mają charakter liniowy. W oparciu o znane warunki brzegowe uzyskane z eksperymentu $(\tau_0, \dot{\gamma}_0)$ i $(\tau, \dot{\gamma})$ oraz równanie $\tau = f(\dot{\gamma})_a$ w przedziale I, posługując się funkcją operatora algebraicznego Heaviside'a (11), możemy określić przebieg funkcji naprężeń ścinających $\tau = f(\dot{\gamma})$ w przedziale II. Analizując współzależność



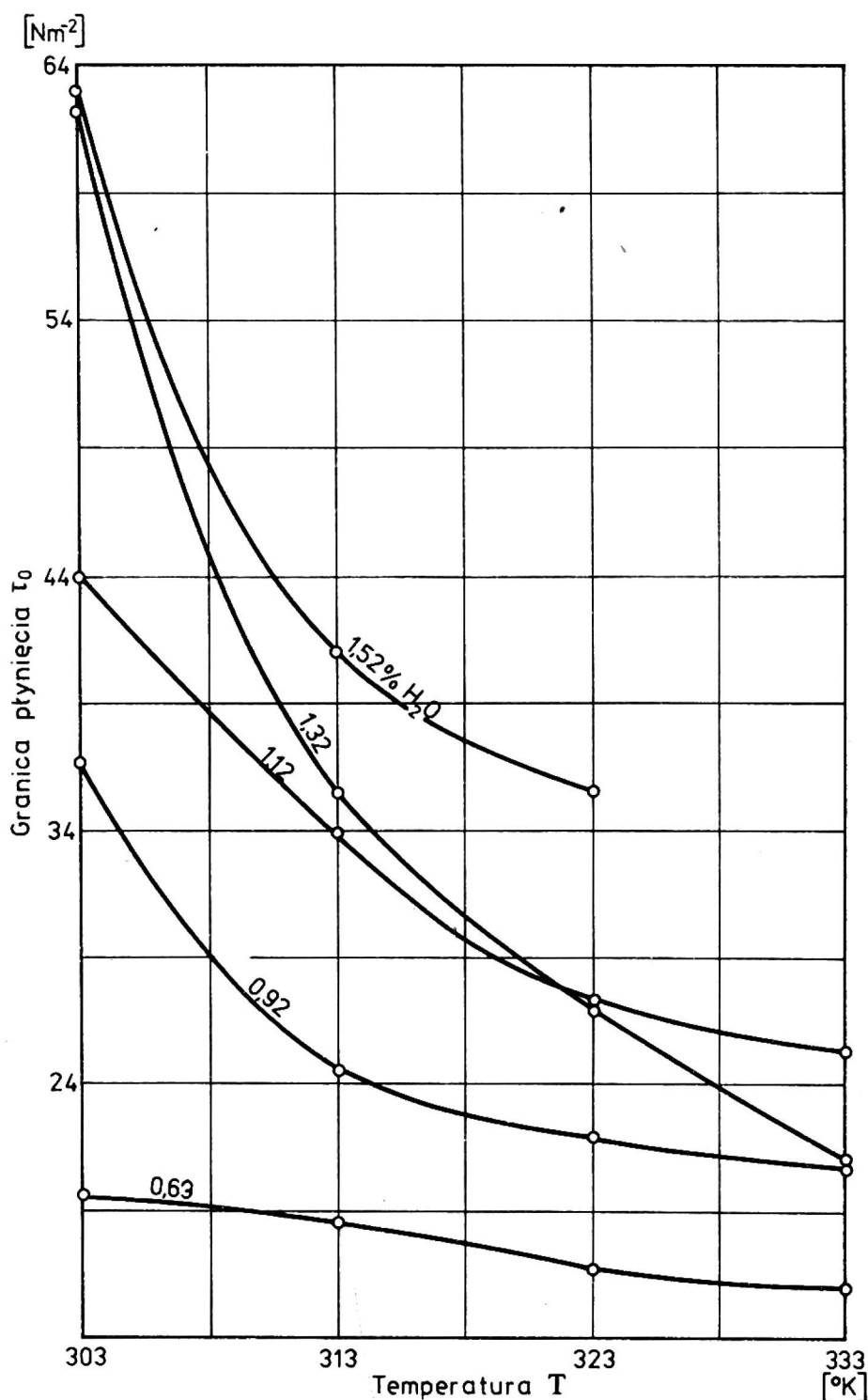
Rys. 8. Wykres parametru n ciekłej czekolady o zawartości wody w zakresie 0,63–1,51% w temperaturach w zakresie 303–333 K

ci opisujące przebieg wykresu naprężeń ścinających $\tau = f(\dot{\gamma})$ na rysunku 11 można napisać równanie dla całości wykresu, a mianowicie:

$$\tau = m\dot{\gamma}^n + \tau_0 + \eta(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_0) \dot{\gamma} \times \operatorname{tg}\alpha + \tau'_0 \cdot \eta(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_0) - \eta(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_0)(m\dot{\gamma}^n - \tau_0) \quad (4)$$

Po uporządkowaniu algebraicznym równania (4) otrzymujemy postać ostateczną równania, tj. model płynięcia ciekłej (stopionej) masy czekoladowej.

$$\tau = m\dot{\gamma}^n + \eta(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_0)(\dot{\gamma} \times \operatorname{tg}\alpha - m\dot{\gamma}^n - \tau_0 + \tau'_0) + \tau_0 \quad (5)$$



Rys. 9. Wykres naprężenia ścinającego granicznego płynięcia τ_0 ciekłej czekolady o zawartości wody w zakresie 0,63-1,51% w temperaturach w zakresie 303-333 K

T a b e l a 2

Zawar- tość wody <i>W</i>	Temp. <i>T</i>	Parametry					
		<i>m</i>	<i>n</i>	τ_0	τ'_0	$\dot{\gamma}_0$	$\chi \text{tg} \alpha$
(%)	(°K)	(Nsm^{-2})	(-)	(Nm^{-2})	(Nm^{-2})	(S^{-1})	(Nm^{-2})
1	2	3	4	5	6	7	8
0,63	303	0,1190	0,638	19,6	32,5	5,5	4,04
	313	0,1001	0,582	18,4	33,5	5,7	2,31
	323	0,0943	0,431	16,6	37,0	3,5	1,77
	333	0,0927	0,384	16,0	27,0	3,5	1,35
0,92	303	0,1396	0,693	36,6	48,0	3,0	6,62
	313	0,1111	0,540	24,3	38,0	3,5	2,97
	323	0,1167	0,448	22,5	37,5	4,5	1,98
	333	0,1228	0,393	20,9	37,0	4,5	1,64
1,12	303	0,1435	0,622	44,0	58,5	4,5	5,10
	313	0,1460	0,516	34,4	55,0	5,5	2,71
	323	0,1992	0,393	27,0	54,5	5,5	1,94
	333	0,1966	0,391	25,3	56,0	7,0	1,32
1,32	303	0,1614	0,671	63,0	83,0	6,5	6,25
	313	0,3590	0,350	35,3	95,0	10,5	2,30
	323	0,4294	0,247	26,8	79,0	5,5	2,59
	333	0,4545	0,239	20,8	75,0	5,5	2,59
1,51	303	0,3480	0,441	62,3	104,6	6,7	6,13
	313	0,5045	0,256	41,0	101,0	6,0	3,44
	323	0,5240	0,245	35,0	96,6	5,0	3,44

lub

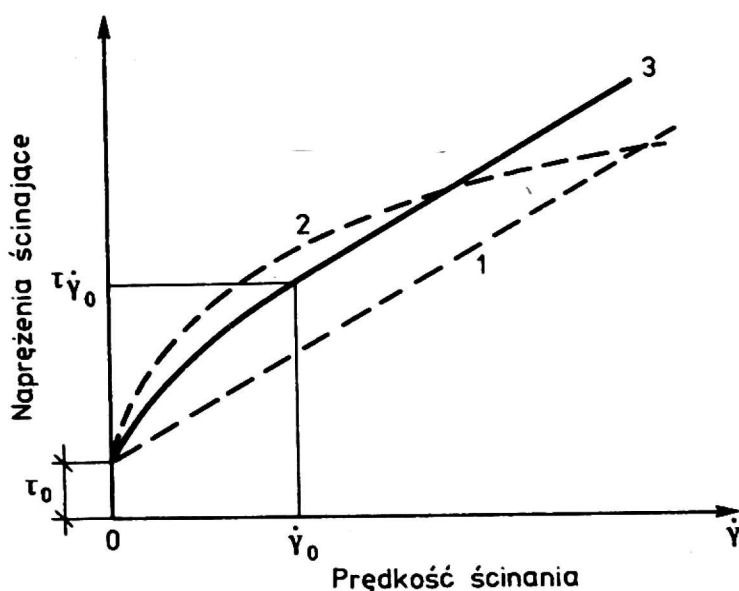
$$\tau = m \dot{\gamma}^n + \tau_0 + \eta (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_0) [\dot{\gamma} \times t g \alpha - \tau'_0 - (m \dot{\gamma}^n + \tau_0)] \quad (6)$$

przyjmując, że stała ujmująca parametry $\dot{\gamma}$, m , n , τ'_0 i α wyraża się zależnością

$$\alpha = \dot{\gamma} \times t g \alpha + \tau'_0 - (m \dot{\gamma}^n + \tau_0) \quad (7)$$

to ostateczne równanie przyjmie postać

$$\tau = \tau_0 + m \dot{\gamma}^n - \eta (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_0) \alpha \quad (8)$$



Rys. 10. Przebiegi naprężeń ścinających funkcji prędkości ścinania odpowiedników: 1 - model Binghama, 2 - model uogólniony Binghama i 3 - model autora pracy

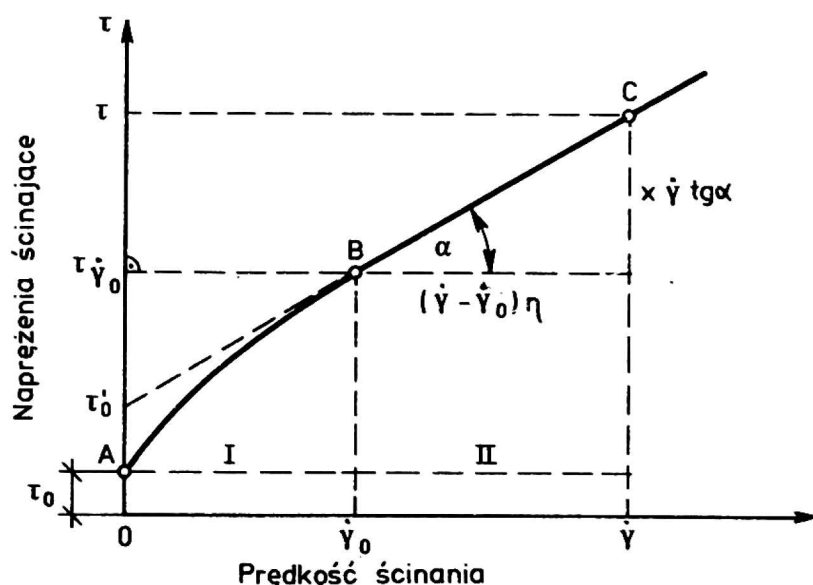
Jest to ogólne równanie płynięcia ciekłej masy czekoladowej w przedziale szybkości ścinania $0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_{\max}$ prezentujące ciało reologiczne o charakterze reologicznej mieszanej tzn. krzywoliniowo-liniowej.

WNIOSKI

a) Z analizy wyników eksperymentalnych prezentowanych w tabeli 1 oraz z analizy ilościowych i jakościowych przebiegów funkcji $\tau = f(\dot{\gamma})$ i $\eta = f(\dot{\gamma})$ przedstawionych na wykresach rys. 1-6 wynika, że badana masa ciekłej (stopionej) czekolady jest reologicznie ciałem nienewtonowskim, reostabilnym z granicą płynięcia τ_0 .

b) Z analizy jakościowej przebiegów funkcji $\tau = f(\dot{\gamma})$ przedstawionych na wykresach rysunków 2-6 wynika, że funkcja ta o charakterze mieszanym krzywoliniowym dla $0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$ i prostoliniowym $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0$ nie spełnia znanych modeli Bingham'a oraz Bingham'a uogólnionego dla ciał lepkoplastycznych.

c) Analiza jakościowa i ilościowa przebiegów funkcji $\tau = f(\dot{\gamma})$ uzyskanych z badań eksperymentalnych (rys. 2-6) oraz analiza matematyczna charakteru odpowiednika teoretycznego funkcji (rys. 11) pozwoliły na matematyczny opis naprężeń ściskających zależnych od szybkości ścinania w postaci nowego równania reologicznego płynięcia ciekłej masy czekoladowej (nr wzoru 8 i 7) o charakterystyce reologicznej funkcji $\tau = f(\dot{\gamma})$ mieszanej krzywoliniowej i prostoliniowej.



Rys. 11. Wykres teoretycznych zależności naprężeń ściskających od szybkości ścinania ciekłej czekolady

d) Równanie reologiczne (nr wzoru 8 i 7) spełnia się dla wyników badań eksperymentalnych badanej ciekłej masy czekoladowej dla stałych m, n i τ_0 o określonych wartościach w tabeli 2 i przedstawionych przebiegach tych wartości na wykresach (rys. 7-9) stałych $m = f(T)$ przy zawartości wody w zakresie od $W = 0,63-1,51\%$ i $n = f(T)$ zawartości wody w zakresie od $W = 0,63-1,51\%$ oraz $\tau = f(T)$ dla zawartości wody w zakresie od $W = 0,63-1,51\%$.

Wykaz oznaczeń

τ [Nm ⁻²]	- naprężenie ścinające,
τ_0 [Nm ⁻²]	- naprężenia ścinające graniczne płynięcia,
τ'_0 [Nm ⁻²]	- naprężenie ścinające graniczne płynięcia pozorne- go,
$\tau_{\dot{\gamma}_0}$ [Nm ⁻²]	- naprężenie ścinające graniczne płynięcia przedzia- łu I i II dla ścinania $\dot{\gamma}_0$,
$\dot{\gamma}$ [s ⁻¹]	- prędkość ścinania,
$\dot{\gamma}_0$ [s ⁻¹]	- prędkość ścinania graniczna przedziału I krzywo- liniowego, II - prostoliniowego (B-C) przebiegów naprężeń ściskających,
α [°]	- kąt nachylenia funkcji prostoliniowej naprężenia,
η [Nsm ⁻²]	- lepkość dynamiczna,
x [Nm ⁻²]	- stała wykresu,
$(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_0)\eta$ (Nm ⁻²)	- funkcja operatora algebraicznego Heavistede'a,
m [Nsm ⁻²]	- parametr empiryczny,
n [-]	- parametr empiryczny potęgowy (wykładnik) równania.

LITERATURA

1. Beckenbach E. F.: Nowoczesna matematyka dla inżynierów. PWN, Warszawa 1968 cz. II.
2. Eirich F. R.: Rheology. Theory and Applications. Academic Press. New York and London 1969.
3. Guskow K. P., Maczichin Iu. A., Maczichin C. A., Lunin L. H.: Reologia piszczewych masz. Izdrietielstwo „Piszczewaja Promyszlenost”, Moskwa 1970.
4. Jasik K. i inni: Identyfikacja reologiczna wybranych surowców ciastkarskich-owocowych. Zesz. nauk. Zakł. Bad. Piekarnictwa, Warszawa nr 1/79.
5. Jasik K. i inni: Identyfikacja reologiczna wybranych surowców ciastkarskich - masy serowej i makowej. Zesz. nauk. Zakł. Piekarnictwa, Warszawa 2/79.
6. Jasik K., Matulis Zb.: Identyfikacja reologiczna produktów garmażeryjnych w aspekcie budowy urządzeń żywieniowych. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Oficerskiej Służb Kwatermistrzowskich. Zeszyty Naukowe nr 2, Poznań 1979.
7. Kembłowski Z.: Reometria płynów nienewtonowskich. WNT 1973.
8. Muller H. G.: An Introduction to Food Rheology. Heinemann: London 1973.
9. Sherman P.: Industrial Rheology. Academic Press, London - New York, 1970.
10. Thomas Fr., Schäfer J.: Untersuchungen zum Transport pastöser Verarbeitungsgüter in Rohrleitungen - Die Lebensmittelindustrie 8/1975.
11. Wilkonson W.L.: Ciecze nienewtonowskie. WNT Warszawa 1963.

Казимеж Ясик

РЕОЛОГИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ - МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ЖИДКОЙ ШОКОЛАДНОЙ МАССЫ

Р е з ю м е

Работа представляет математическое описание течения жидкой шоколадной массы. Полученная реологическая модель имеет степенно-линейный характер.

Kazimierz Jasik

RHEOLOGICAL EQUATION OF FLOW - MATHEMATICAL MODEL OF A LIQUID
MASS OF CHOCOLATE

S u m m a r y

The paper presents the mathematical description of liquid chocolate mass flow. The obtained rheological model has a power-linear character.