ZESZYTY PROBLEMOWE POSTĘPÓW NAUK ROLNICZYCH 1985 z. 294

MODEL OKREŚLANIA STRAT WODY Z NIEPOROŚNIĘTEJ GLEBY

Jerzy Chołast, Wiesław Szulczewski, Andrzej Żyromski

Akademia Rolnicza we Wrocławiu

BUDOWA MODELU

Straty wody do atmosfery z nieporośniętego profilu glebowego zależą od wielu czynników, które można podzielić na dwa typy:

1) opisujące stosunki wodne w glebie oraz właściwości fizykochemiczne gleby,

2) czynniki klimatyczne w trakcie trwania procesu.

Tego rodzaju podział jest oczywiście uproszczeniem, uwzględnia jednak podstawowe czynniki mające wpływ na wielkość strat wody do atmosfery.

Autorzy postawili sobie zadanie następujące: znaleźć możliwie najprostszą formułę analityczną, przy pomocy której można będzie szybko i z dopuszczalnym błędem określać intensywność parowania i masę parującej wody z nieporośniętego profilu glebowego w warunkach terenowych.

Opracowany model parowania za wyjściowe przyjmuje dwuwymiarowe równanie dyfuzji:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D(\Theta) \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial x}\right) \tag{1}$$

gdzie: $\Theta = \Theta(x,t)$ - objętościowa zawartość wody $[m^3 \cdot m^{-3}]$

$D(\Theta)$ - współczynnik dyfuzji $[m^2 \cdot s^{-1}]$ związany z przewodnością hydrauliczną gleby $K = K(\Theta)$ $[m \cdot s^{-1}]$ oraz potencjałem kapilarnym $\Psi = \Psi(\Theta)$ $[mH_2O]$ zależnością $D(\Theta) = K(\Theta) \cdot \frac{\partial \Psi(\Theta)}{\partial \Theta}$

Równanie dyfuzji zostało wyprowadzone w (4) dla przepływu laminarnego z wykorzystaniem prawa Darcy'ego przy założeniu nieściśliwości cieczy i ośrodka oraz przy założeniu izotermiczności procesu. Rozpatruje się jedynie ruch w kierunku pionowym, jako mającym największe znaczenie w procesie parowania, z pominięciem wpływu czynnika ciążenia. Na rozwiązanie równania (1) nałożono warunki początkowo-brzegowe

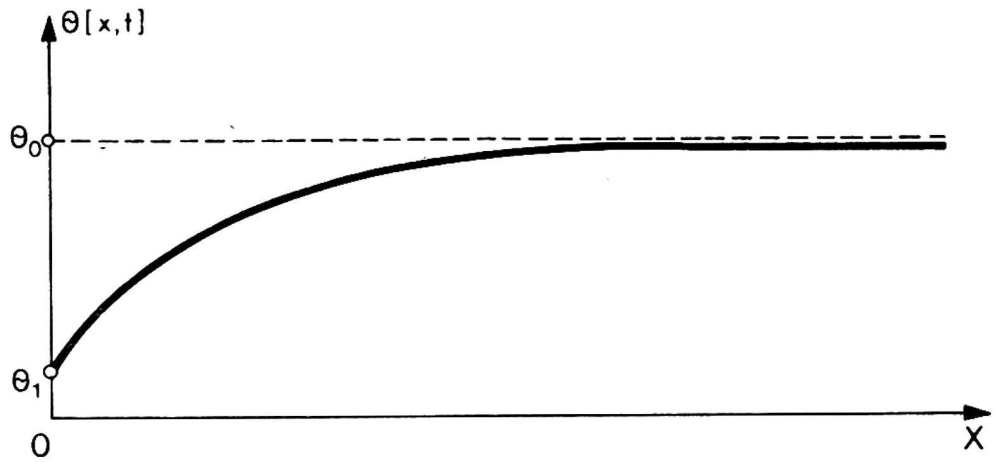
$$\begin{cases} \theta(x,0) = \theta_o, & \text{dla} \quad x > 0, \\ \theta(0,t) = \theta_1, & \text{dla} \quad t > 0, \end{cases} \tag{1'}$$

gdzie: θ_o, θ_1 stałe niezależne od x i t oraz $\theta_o > \theta_1$.
Warunkiem przystąpienia do poszukiwania rozwiązania zagadnienia (1) - (1') jest znajomość funkcji $D = D(\theta)$. Przyjęto kształt funkcji w postaci wykładniczej (5).

$$D(\theta) = D_r \cdot \exp\big(A(\theta - \theta_r)\big),$$

gdzie: θ_r - zawartość resztkowa wody w glebie $\theta_1 \geqslant \theta_r$

$$D_r = D(\theta_r).$$



Rys. 1. Krzywa rozkładu wilgotności w ośrodku porowatym po ustalonym czasie t

W chwili t = 0, w której półnieskończona warstwa $x \geqslant 0$ ma stałą wilgotność, rozpoczyna się nieustalona eksfiltracja cieczy (rys.1). Krzywa $\theta\,(x,t)$ opisuje rozkład wilgotności w ośrodku porowatym po ustalonym czasie t. Zadaniem jest wyznaczenie tej krzywej, a w zasadzie intensywności parowania przez powierzchnię gleby, która jest opisywana znanym wzorem

$$i(t) = D(\theta) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x = 0} \tag{2}$$

niech $\bar{D}(x,t) = D(\theta) = D_r \cdot \exp\left(A(\theta - \theta_r)\right).$

W wyniku prostych przekształceń zagadnienie (1) - (1') zostaje sprowadzone w wyniku powyższej transformacji do postaci

$$\bar{D}_t = \bar{D} \cdot \bar{D}_{xx}, \tag{3}$$

z warunkami

$$\begin{cases} \bar{D}(x,0) = D(\theta_0) \overset{df}{=} D_0 & \text{dla } x > 0, \\ \bar{D}(0,t) = D(\theta_1) \overset{df}{=} D_1 & \text{dla } t > 0. \end{cases} \tag{3'}$$

Transformacja Boltzmanna

$$\bar{D}(x,t) = D_1 \cdot f(s), \quad \text{gdzie} \quad s = \frac{x}{\sqrt{2tD_1}}$$

sprowadza zagadnienie (3) - (3') do zagadnienia

$$-sf' = ff'' \quad \text{dla} \quad s > 0, \tag{4}$$

$$\begin{cases} f(0) = 1, \\ \lim\limits_{s \to \infty} f(s) = \dfrac{D_0}{D_1} \overset{df}{=} E > 1, \end{cases} \tag{4'}$$

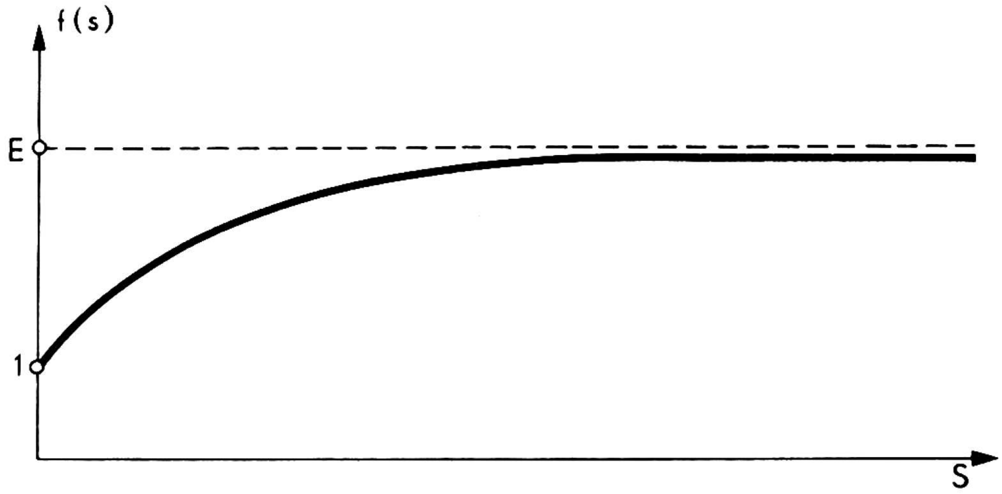
gdzie „'" - oznacza różniczkowanie po zmiennej s.
Przeprowadzono analizę jakościową zagadnienia (4) - (4'), w szczególności udowodniono jego równoważność z zagadnieniem początkowym

$$-sf' = ff'' \quad \text{dla} \quad s > 0 \tag{4}$$

$$\begin{cases} f(0) = 1, \\ f'(0) = b(E), \end{cases} \tag{4''}$$

gdzie: b = b(E) - stała zależna od E i większa od zera (rys. 2).
Korzystając z powyższych transformacji można wzór (2) przekształcić do następującej postaci:

$$i(t) = \frac{b(E)}{A} \cdot \sqrt{\frac{D_1}{2t}}, \tag{5}$$



Rys. 2. Rozwiązanie zagadnienia (4) - (4") dla ustalonego E

gdyż
$$\Theta(x,t) = \frac{1}{A}\ln f + \Theta_1.$$

Opierając się na wzorze (5) można w prosty sposób obliczyć masę M wody, która do czasu t wyparowała z pewnego płaskiego obszaru Ω.

$$M(t) = \iint_{\Omega}\left(\int_0^t i(\tau)\,d\tau\right)d\sigma = |\Omega|\cdot\frac{b(E)}{A}\cdot\sqrt{2tD_1}, \tag{6}$$

gdzie: $|\Omega|$ - pole obszaru Ω.

Jak wynika ze wzorów (5) oraz (6) warunkiem obliczenia istniejących wielkości i(t) i M(t) jest znajomość funkcji b(E).

Wartości tej funkcji stablicowano dla wybranych wartości $E>1$ korzystając ze zbieżnego i stabilnego schematu różnicowego dla zagadnienia (4) - (4") opracowanego przez M. Chalfena. Wykorzystywanie tej tablicy jest kłopotliwe ze względu na zmienności parametru E, dlatego opracowany został przybliżony wzór pozwalający z małym błędem wyznaczyć wartość b(E):

$$b(E) = a\cdot\sqrt{E - 1 - \ln E} \tag{7}$$

gdzie: $a = 1,17$ dla $E \in (1;\ 1000)$.

Można, w miarę potrzeby przedział stosowalności wzoru (7) rozszerzyć dla $E > 1000$, poprzez odpowiedni dobór wartości parametru a opierając się na zbudowanym programie na maszynę cyfrową, obliczającym wartości funkcji b(E).

Przedstawiony powyżej model pozwala na wyznaczenie wielkości parowania przy założeniu izotermiczności procesu, stałej wilgotności na powierzchni gleby itp. Można stwierdzić, że uwzględnia on w pewien sposób czynniki pierwszego typu wymienione we wstępie tej pracy. Dlatego wydaje się konieczne wprowadzenie parametru odpowiedzialnego za uwzględnienie drugiego typu czynników. Zaproponowano wprowadzenie do wzorów (5) i (6) funkcji $B(\bar{t})$, gdzie $\bar{t}$ oznacza czas kalendarzowy, natomiast B jest funkcją średniej temperatury powietrza - T, współczynnika wymiany turbulencyjnej - L, sumy strumieni energii zmagazynowanej - Θ tzn.

$$B(\bar{t}) = B\Big(T(\bar{t}),\ L(\bar{t}),\ \Theta(\bar{t})\Big).$$

Funkcja $B(\bar{t})$ jest bardzo trudna do wyznaczenia, jednak na podstawie danych empirycznych można ją wyznaczyć np. metodami statystycznymi. Przyjmijmy, że funkcja $B(\bar{t})$ jest przedziałami stała, tzn. stała w trakcie trwania całego procesu parowania, jeżeli jest on dostatecznie krótki, lub przedziałami stała w trakcie trwania jednego procesu, wówczas procedurę obliczenia masy cieczy, która wyparowała, należy wielokrotnie powtórzyć.

Ustalmy $\bar{t}_o$ takie, że $\bar{t}_o \in (0{,}1 \text{ rok})$. W określeniu wartości funkcji $B(\bar{t}_o)$ bierzemy pod uwagę te lata, w których w pewnym otoczeniu punktu $\bar{t}_o$ był okres bezopadowy. Oznaczmy zbiór tych lat przez $\{R_i\}_{i=0}^{k}$. Zakładając, że obserwacje można wykonać w sposób ciągły wartości funkcji $B(\bar{t}_o)$ można zdefiniować następująco:
Niech $M(i,\varepsilon,\bar{t}_o)$ oznacza masę cieczy jaka wyparowała w czasie 2ε, w roku R_i, w okresie $(\bar{t}_o - \varepsilon,\ \bar{t}_o + \varepsilon)$, $\varepsilon > 0$ dostatecznie małe.
Niech

$$B_i(\bar{t}_o) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{M(i,\varepsilon,\bar{t}_o)\cdot A}{b\Big(E(i,\bar{t}_o,\varepsilon)\Big)\sqrt{4\varepsilon D_1(\varepsilon,t_o,i)}}, \tag{8}$$

gdzie: $\Theta_0(\varepsilon,\bar{t}_o,i)$ - średnia wilgotność w profilu dla $\bar{t} = \bar{t}_o - \varepsilon$ w roku R_i

$\Theta_1(\varepsilon,\bar{t}_o,i)$ - wilgotność na brzegu dla $\bar{t} \in (\bar{t}_o - \varepsilon,\ \bar{t}_o + \varepsilon)$,

$D_1(\varepsilon,\bar{t}_o,i) = D\Big(\Theta_1(\varepsilon,\bar{t}_o,i)\Big)$,

$E(i,\bar{t}_o,\varepsilon) = \exp\Big(A(\Theta_0(\varepsilon,\bar{t}_o,i) - \Theta_1(\varepsilon,\bar{t}_o,i))\Big)$.

W ten sposób otrzymujemy zbiór wartości $\{B_i(\bar{t}_o)\}_{i=0}^{k}$.

Definiujemy teraz $B(\bar{t}_o)$ jako wartość oczekiwaną zmiennej losowej $\xi\,\frac{i}{t_o} = B_i(t_o)$.

Potrafimy zatem określić wartość funkcji $B(\bar{t}_o)$ dla każdego $\bar{t}_o \in (0,1$ rok) przy dostatecznej liczby powtórzeń.
Ostatecznie wzór na masę parującego płynu w okresie o długości t oraz w czasie (kalendarzowym) $\bar{t}$ ma postać:

$$M(t) = B(\bar{t}) \cdot \frac{b(E) \cdot \sqrt{2\ t\ D_1}}{A} \tag{9}$$

gdzie: D_1, E, A - zależą od warunków wilgotnościowych w badanym okresie oraz od własności fizycznych gleby.

WERYFIKACJA MODELU

Do weryfikacji modelu posłużyły wyniki empiryczne z okresu 1964-1978. Dysponowano wynikami dla gleby bez roślin o miąższości 70 cm. Pomierzono wielkości parowania dla 48 okresów bezopadowych oraz średnią wilgotność na początku i końcu okresu bezopadowego. Wyznaczono krzywe pF oraz współczynnik filtracji pionowej. Na tej podstawie, korzystając z tablic P.E. Rijtemy określono dla rozpatrywanej gleby

$$\theta_r = 0.02 \qquad D_r = 0.028\ [cm^2\ doba^{-1}]$$

$$\text{oraz}\quad A = 53.8$$

Z powodu małej ilości danych empirycznych $B(\bar{t})$ wyestymowano na podstawie okresów bezopadowych w latach 1964-1969 jako stałą.

Otrzymano $B(t) \approx 0.582$.

Wyniki dla parowania w latach 1970-1978 były następujące: na 34 przebadane procesy otrzymano następujące błędy obliczenia wielkości parowania:

- błąd względny nie przekracza 25% - 14 wyników
- błąd względny nie przekracza 50% - 23 wyniki
- błąd względny nie przekracza 100% - 30 wyników.

W pozostałych czterech procesach otrzymano wyniki bardzo różne od uzyskanych empirycznie.

Przebadane procesy parowania były bardzo zróżnicowane np. czas trwania wahał się od 9 do 35 dni, średnia wilgotność w profilu od 0.15 do 0.25, procesy te przebiegały od początku maja do początku listopada.

WNIOSKI

1. Przedstawiony model może być podstawę do dalszych badań a w szczególności:

- przyjęcia zmienności funkcji $B(\bar{t})$,
- weryfikacji przedstawionego modelu dla procesów krótkich,
- uwzględnienia szaty roślinnej w procesie parowania.

2. Badanie równania dyfuzji z pewnymi warunkami początkowo-brzegowymi może dać odpowiedź na wiele interesujących pytań np.:

- do jakiej głębokości następuje wysuszanie ośrodka porowatego w procesie parowania?
- jaki jest rozkład wilgotności w glebie w każdej chwili $t > 0$, podczas trwania procesu?
- czy ciążenie ma istotny wpływ na proces parowania?

3. Wyniki, które otrzymano przy pomocy powyższego analityczno-statystycznego modelu nie są w pełni zadowalające, jednak ze względu na prostotę formuły obliczeniowej, jak i na małą liczbę parametrów wchodzących w jej skład, dają możliwość szybkiego obliczenia strat wody w procesie parowania.

LITERATURA

1. Crank J.: The Mathematics of Diffusion. Oxford Press, London 1956, ss. 256.
2. Eagleson P. S.: Hydrologia dynamiczna. PWN, Warszawa 1978.
3. Gardner W. R.: Soil. Sci. 85, 288-232, 1958.
4. Kowalik P., Miller A.: Archiwum Hydroteki. 1, 1979.
5. Kutilek M.: Aplikovana Hydropedologie. Praha 1975.

Е. Холаст, В. Шульчевски, А. Жиромски

МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕРЬ ВОДЫ ИЗ НЕПОКРЫТОЙ РАСТИТЕЛЬНЫМ ПОКРОВОМ ПОЧВЫ

Резюме

Потери воды из непокрытого растительным покровом почвенного профиля в атмосферу зависят от многих факторов, которые можно разделить на две группы:

1) описывающие водный режим в почве и физико-химические свойства почвы,

2) климатические факторы.

Это разделение является, конечно, упрощенным, учитывает однако факторы, влияющие на размеры потерь воды в атмосферу. Разработанная модель является аналитично-статистической моделью. В основе её лежит простая аналитическая формула, полученная в результате решения двухмерного уравнения диффузии с начально-береговыми условиями типа Дирихлева. Формула эта учитывает, в принципе, только первый тип факторов и определяет потери воды на основе средней влажности почвенного профиля в начале процесса, влажность на береге профиля (постоянная во время исследований), а также физические свойства почвы (проницаемость почвы, капиллярный потенциал). Формула эта позволяет вычислить потери воды при многих ограничивающих предпосылках: изотермичность процесса, отсутствие градиента химических концентраций, постоянная влажность на поверхности почвы и т. п. Из-за этого был введён корригирующий параметр, установленный на основе эмпирических данных статистическими методами. Это является в интервалах постоянной функцией времени. Функция эта совершенствует полученные результаты, учитывая некоторые факторы, которые не принимались во внимание в аналитической модели. Полученная таким образом формула была проверенна на независимых эмпирических данных. Полученные результаты являются удовлетворительными для очень сильно дифференцированных периодов протекания процессов.

J. Chołast, W. Szulczewski, A. Żyromski

A MODEL FOR DETERMINING WATER LOSSES FROM A BARE SOIL

S u m m a r y

The losses of water from a bare soil profile into the atmosphere depend on many factors that can be divided into two groups:

1. describing the water relations in the soil and its physico-chemical properties,

2. climatic factors.

This kind of division, though simplified, involves the essential factors influencing the amount of water losses into the atmosphere. It is an analytical-statistical model based upon a simple analytical formula derived from the solution of two-dimensional diffusion equation with initially edge-conditions of Dirichlet type. In principle, the formula takes into account only the first type of factors and determines the water losses based upon mean

humidity of the soil profile at the beginning of the process, humidity at the edge of the profile (constant in the investigation period) and physical properties of the soil (soil permaabilitity, capillary potential). The formula helps to calculate the water losses with many limiting assumptions: isothermicity of the process, lack of chemical concentrations gradient, stable humidity at the soil surface, etc. Therefore, there had been introduced a correcting parameter, determined on the grounds of empirical data with statistical methods. This is, by intervals, a constant function of time, which improves the obtained results through some consideration of factors ommitted in the analytical model. Thuse obtained formula was verified on independent empirical data. The results, with highly differentiated duration times of the processes, are satisfactory.