

КОНТАКТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ МУФТ С ПРОДОЛЬНО МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ

A. Popov, O. Savenkov,

National University of Shipbuilding, Ukraine
Chkalova av. 82, ap. 49, Mykolayiv 54055

В роботі виконано рішення плоскої задачі стосовно до моделі контакту бочкоподібного зовнішнього зуба втулки з симетрично скошеним відносно середини внутрішнім зубом обоими зубчастою муфти. Отримані вирази максимальних контактних напружень і ширини ділянки контакту.

Постановка проблеми. Разработка и создание тяжело нагруженных зубчатых муфт, предназначенных для эксплуатации в условиях перекоса осей соединяемых валов агрегатов, является актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет работоспособность и эффективность машин и механизмов, снабженных зубчатыми муфтами. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих в настоящее время научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые муфты. Для успешного решения указанной проблемы необходимы не только новые технические решения, но и новые методы расчетов нагрузочной способности и контактной прочности.

Анализ последних исследований. Наиболее полно исследования по повышению нагрузочной способности зубчатых муфт с учетом новых технических решений, предусматривающих профилирование разверток длительных цилиндров зубчатых втулок и обойм, создание трёхвенцовых зубчатых втулок и обойм, а также разработку зубчатых муфт с комбинированной продольной модификацией наружных и внутренних зубьев изложены в [1 - 30], а в [29, 30] дана Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел, позволяющая производить решения задач для любых случаев взаимодействия зубьев.

Цель работы. Решение задачи применительно к модели контакта упруго сжатых бочкообразных зубьев втулки и зубьев обоймы, которые выполнены скошенными под углом ψ_0 относительно их середины.

Изложение основного материала. В качестве объекта исследования используется зубчатая муфта [11], которая вследствие продольной модификации наружных и внутренних зубьев характеризуется не только нахождением всех сопряженных пар зубьев в зацеплении при перекосах осей соединяемых валов агрегатов, но и равномерным распределением нагрузки между зубьями. Указанную зубчатую муфту следует рассматривать как муфту, не чувствительную к перекосам осей.

Для решения плоской контактной задачи применительно к сопряженным под нагрузкой зубьям муфты воспользуемся новой теорией контактной прочности, разработанной профессором А.П. Поповым [29, 30]. Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел, как и любая другая теория, базируется на допущениях и упрощающих предположениях, некоторые из которых озвучим.

Во-первых, контактные напряжения определяются на рабочих поверхностях тел, а силы трения по площадке контакта не учитываются ввиду их малых величин. Во-вторых, материалы контактирующих друг с другом тел принимаются изотропными с разными значениями коэффициентов Пуассона ν_1 , ν_2 и модулей упругости материалов E_1 , E_2 . В-третьих, сила F_n , сжимающая тела, создает в зоне контакта упругие деформации,

подчиняющиеся закону Гука. И, наконец, площадка контакта при сжатии тел считается меньшей величиной по сравнению с площадью тел, в пределах которой осуществляется их взаимодействие.

Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел предусматривает получение двух равнозначных функций контактных деформаций. Первая функция контактных деформаций определяется с учетом формы зазора между телами до нагружения. Нахождение второй функции контактных деформаций осуществляется на основе обобщенного закона Гука и гипотезы Винклера. При этом гипотеза Винклера, используемая при решениях только лишь плоских задач, впервые разработана применительно к решениям пространственных контактных задач [29, 30].

А теперь перейдем к непосредственному решению контактной задачи, обратившись к рис.1, где на рис.1,*a* изображена расчетная модель контакта нагруженного зуба 1 с внутренним зубом 2 до нагружения, а на рис.1,*б* – после нагружения. В данном случае образующие боковых поверхностей зуба 1 выполнены криволинейными с радиусом кривизны R , а образующие боковых поверхностей зуба 2 являются прямолинейно-скошенными на угол ψ_0 относительно середины к торцам. В связи с этим сечение зуба 1 представляет собой бомбинированный ролик, а сечение зуба 2 – клин.

Из рис.1,*a* следует, что величина максимального зазора $S(b_0)$ между зубьями 1 и 2 в точке $x = b_0$ равна:

$$S(b_0) = S_1(b_0) + S_2(b_0), \quad (1)$$

где: $S_1(b_0) = b_0^2 / 2R$, $S_2(b_0) = \psi_0 b_0$ – максимальные зазоры зубьев 1 и 2 в раннее указанной точке относительно оси x , b_0 – полуширина площадки контакта.

По аналогии с уравнением (1) запишем, исходя из рис.1,*a*, текущее значение зазора в точке x между зубьями:

$$S(x) = S_1(x) + S_2(x), \quad (2)$$

где: $S_1(x) = x^2 / 2R$, $S_2(x) = \psi_0 x$ – зазоры соответственно между зубом 1 и осью x , а также между зубом 2 и осью x .

В соответствии с выражениями (1) и (2) найдем зависимость первой функции $W(x)$ контактных деформаций:

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x) = [S_1(b_0) - S_1(x)] + [S_2(b_0) - S_2(x)] = \frac{b_0^2 - x^2}{2R} + \psi_0(b_0 - x). \quad (3)$$

Из уравнения (3) очевидно, что первая функция $W_1(x)$ является параболической, а функция $W_2(x)$ – линейной. Однако, как следует из [10], функция $W_1(x) = (b_0^2 - x^2) / 2R$ справедлива в том случае, если максимальные контактные напряжения $\sigma_H < 120$ МПа. При $\sigma_H > 120$ МПа необходимо воспользоваться функцией $W_1(x)$, изменяющейся по эллиптическому закону. В соответствии со сказанным представим выражение (3) в виде функции:

$$W(x) = \frac{b_0^2}{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} + \psi_0 b_0 \left(1 - \frac{x}{b_0} \right). \quad (4)$$

Определившись с первой функцией $W(x)$, перейдем к отысканию второй равнозначной ей функции $W(x)$. С этой целью воспользуемся законом Гука и гипотезой Винклера.

При сжатии тел 1 и 2 (рис.1,*б*) в случае изменения деформаций в направлении оси x (плоская задача) будем исходить из подчинения сближаемых тел в пределах упругости гипотезе Винклера [30], тогда:

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x), \quad (5)$$

где $W_1(x) = A_1(x) \cdot \omega(x)$, $W_2(x) = A_2(x) \cdot \omega(x)$ – упругие перемещения 1 и 2 тел; $A_1(x)$, $A_2(x)$ –

коэффициенты постели 1 и 2 тел, причем $A_1(x) + A_2(x) = A(x)$, $\text{мм}^2/\text{Н}$; $\omega(x)$ – функция нагрузки, распределенной по оси x в пределах ширины площадки контакта $2b_0$, $\text{Н}/\text{мм}$.

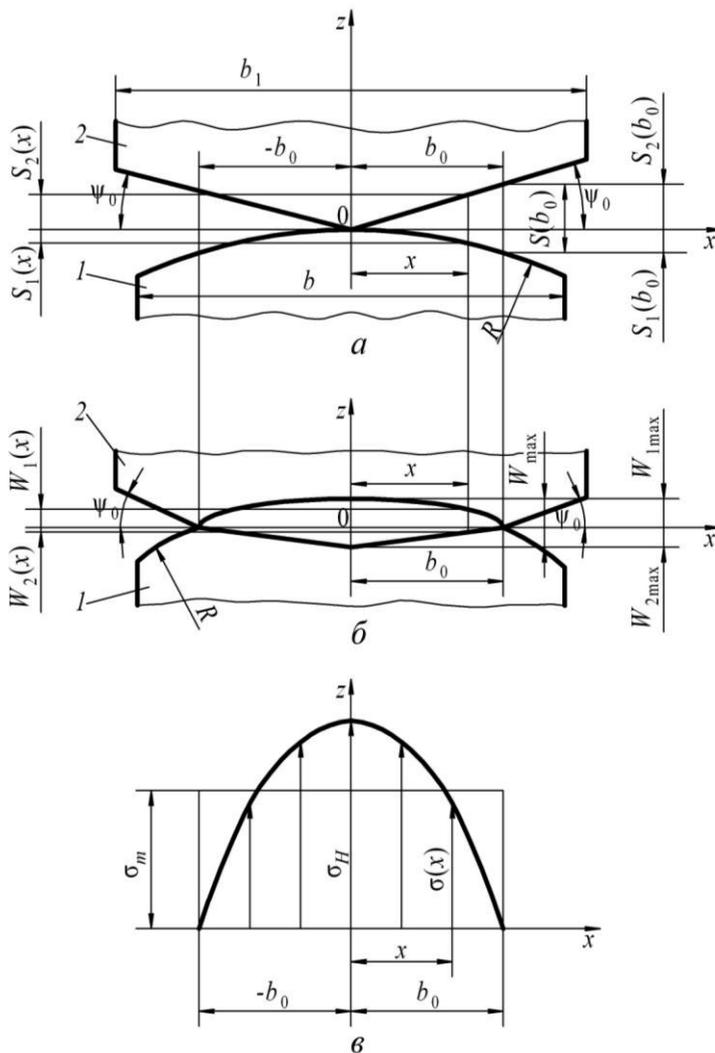


Рис. 1. Расчетная модель контакта зубьев до нагружения (а), после нагружения (б) и эпюра контактных напряжений (в)

В соответствии с приведенными обозначениями функция (5) примет вид

$$W(x) = A(x) \cdot \omega(x) . \tag{6}$$

Из уравнения (6) очевидно, что коэффициент постели $A(x)$ является переменной величиной, а это не позволяет осуществить решение рассматриваемой задачи. На основании сказанного перейдем от коэффициента постели $A(x)$ к постоянной величине коэффициента

постели A , не зависящей от x . Для этого заменим величину площади реальной эпюры напряжений равной ей по величине площадью эпюры средних напряжений σ_m , определяемых по формуле:

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2b_0 h_p}, \quad (7)$$

где: $h_p = 2c^* m = 1,6m$ – рабочая высота зуба; $c^* = 0,8$ – коэффициент высоты головки зуба; m – модуль зацепления.

В качестве зависимости, устанавливающей взаимосвязь между упругими перемещениями тел W и возникающими в этих телах напряжениями σ , примем выражение [29]:

$$W = C_m \sigma, \quad (8)$$

где: C_m – размерный параметр, мм/МПа.

Затем, объединив зависимости (7) и (8), найдем, полагая $\sigma = \sigma_m$, выражение упругого перемещения тел, а именно:

$$W = \frac{C_m F_n}{2b_0 h_p}. \quad (9)$$

Далее, исходя из пропорционального соотношения между напряжениями σ и упругими деформациями, запишем согласно закона Гука, выражение контактных напряжений, действующих на каждое из тел, полагая $\nu_1 \neq \nu_2$ и $E_1 \neq E_2$ в таком виде:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}, \quad \sigma_2 = \frac{\varepsilon E_2}{1 - \nu_2^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L},$$

где: $\varepsilon = \Delta L/L$ – относительная деформация; ΔL – абсолютная величина деформации; L – некоторый линейный размер, принимаемый равным $2b_0$ [29].

Зависимость (9) на основании двух последних выражений представим в виде двух уравнений применительно к каждому из зубьев (рис.1,а), исходя из $L = 2b_0$:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1} \sigma_1 = 2C_{m1} \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L} = \frac{C_{m1} E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{b_0} \\ W &= 2C_{m2} \sigma_2 = 2C_{m2} \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L} = \frac{C_{m2} E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{b_0} \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Прежде чем продолжить решение задачи, рассмотрим краткие пояснения, касающиеся размерных параметров C_{m1} и C_{m2} . Размерные параметры C_{m1} и C_{m2} представляют собой величины деформации первого и второго зубьев, измеряемые в миллиметрах при действии напряжений, равных одному МПа. Напряжения на рабочих поверхностях зубьев характеризуются, как известно, действием одной и той же силы и одинаковой площадкой контакта. В связи с этим примем $C_{m1} = C_{m2}$, причем $C_{m1} + C_{m2} = C_m$. В действительности при неизменной по размерам площадке контакта размерные параметры C_{m1} и C_{m2} отличаются друг от друга вследствие разных значений ν_1, ν_2 и E_1, E_2 .

Так как зубья в подавляющем большинстве случаев изготавливаются из сталей, у которых коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов соответственно равны друг другу, то принятое допущение о равенстве между собой размерных параметров C_{m1} и C_{m2} можно считать оправданным.

Таким образом, исходя из равенства между упругим перемещением W и абсолютной величиной деформации ΔL , найдем из выражений (10) уравнения размерных параметров:

$$C_{m1} = \frac{(1 - \nu_1^2)b_0}{E_1}; \quad C_{m2} = \frac{(1 - \nu_2^2)b_0}{E_2}.$$

На основании выражений размерных параметров C_{m1} и C_{m2} приняв $\sigma_m = \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = F_n/2b_0h_p$, найдем зависимости контактной податливости каждой из сопряженной пары зубьев:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{к1} &= \frac{C_{m1}\sigma_{m1}}{F_n} = \frac{1 - \nu_1^2}{2E_1h_p} \\ \delta_{к2} &= \frac{C_{m2}\sigma_{m2}}{F_n} = \frac{1 - \nu_2^2}{2E_2h_p} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Умножив сумму правых частей выражений (11) на ширину площадки контакта $2b_0$, определим уравнение коэффициента постели:

$$A = 2b_0(\delta_{к1} + \delta_{к2}) = \frac{b_0}{h_p} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) = \frac{\kappa b_0}{h_p}, \quad (12)$$

где: $\kappa = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$ – параметр упругости контактирующих тел.

Тогда, в соответствии с зависимостью (12) функция (6) примет окончательный вид:

$$W(x) = A \cdot \omega(x) = \frac{\kappa b_0}{h_p} \omega(x). \quad (13)$$

С учетом равнозначных друг другу функций (3) и (13) запишем выражение напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев в виде:

$$A \int_{-b_0}^{b_0} \omega(x) dx = AF_n = \frac{\kappa F_n b_0}{h_p} = \frac{b_0^2}{2R} \int_{-b_0}^{b_0} \left(1 - \frac{x^2}{b_0^2} \right) dx + \psi_0 \int_{-b_0}^{b_0} (b_0 - x) dx = \frac{2b_0^3}{3R} + \psi_0 b_0^2. \quad (14)$$

В результате решения квадратного уравнения:

$$\frac{2b_0^2}{3R} + \psi_0 b_0 - \frac{\kappa F_n}{h_p} = 0,$$

найденного из выражения (14), получим зависимость полуширины площадки контакта:

$$b_0 = 0,75 \left(\sqrt{\frac{8\kappa R F_n}{3h_p} + (\psi_0 R)^2} - \psi_0 R \right). \quad (15)$$

Из уравнения (6), полагая коэффициент постели постоянной величиной, найдем выражение функции:

$$W(x) = A \cdot \omega(x) = A \frac{h_p}{h_p} \omega(x) = Ah_p \sigma(x), \quad (16)$$

где: $\sigma(x) = \omega(x)/h_p$ – функция контактных напряжений.

После подстановки в уравнение (16) правой части функции (3) определим при $x = 0$ максимальное значение контактных напряжений:

$$\sigma_H = \frac{b_0^2 + 2\psi_0 b_0 R}{2RAh_p}. \quad (17)$$

Заменяя в уравнении (17) коэффициент постели A правой частью выражения (12), представим данное уравнение в окончательном виде

$$\sigma_H = 0,375 \sqrt{\frac{8F_n}{3\kappa R h_p} + \left(\frac{\Psi_0}{\kappa}\right)^2} + 0,625 \frac{\Psi_0}{\kappa}. \quad (18)$$

При $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и $E_1 = E_2 = E$ выражения (15) и (18) примут вид:

$$b_0 = 0,75 \left(\sqrt{\frac{16(1-\nu^2)RF_n}{3Eh_p} + (\Psi_0 R)^2} - \Psi_0 R \right), \quad (19)$$

$$\sigma_H = 0,375 \sqrt{\frac{4EF_n}{3(1-\nu^2)Rh_p} + \left[\frac{\Psi_0 E}{2(1-\nu^2)}\right]^2} + 0,3125 \frac{\Psi_0 E}{1-\nu^2}. \quad (20)$$

Если в рассматриваемой задаче принять угол $\psi_0 = 0$ при $\nu = 0,3$, то от рассматриваемой модели контакта перейдем к модели контакта цилиндра с плоскостью, в связи с чем уравнения (19) и (20) преобразуются к виду:

$$b_0 = 1,622 \sqrt{\frac{RF_n}{Eh_p}}, \quad (21)$$

$$\sigma_H = 0,454 \sqrt{\frac{EF_n}{Rh_p}}. \quad (22)$$

Уравнения (21) и (22) идентичны уравнениям [29], полученным применительно к модели контакта цилиндра с плоскостью, исходя из параболического закона изменения контактных деформаций, а это указывает на достоверность выполненных решений.

Решение задачи с использованием функции (4) аналогично выполненному решению вплоть до получения уравнения (13), в котором за основу принята функция (3). В связи с этим зависимость напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев по аналогии с уравнением (14) примет вид:

$$A \int_{-b_0}^{b_0} \omega(x) dx = \frac{\kappa F_n b_0}{h_p} = \frac{b_0^2}{2R} \int_{-b_0}^{b_0} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} dx + \Psi_0 b_0 \int_{-b_0}^{b_0} \left(1 - \frac{x}{b_0}\right) dx = \frac{\pi b_0^3}{4R} + \Psi_0 b_0^2.$$

Данное уравнение представляет собой квадратное уравнение:

$$\frac{\pi b_0^3}{4R} + \Psi_0 b_0^2 - \frac{\kappa F_n}{h_p} = 0,$$

исходя из которого найдем зависимость параметра:

$$b_0 = 2 \left(\sqrt{\frac{\kappa F_n R}{\pi h_p} + \left(\frac{\Psi_0 R}{\pi}\right)^2} - \frac{\Psi_0 R}{\pi} \right). \quad (23)$$

Для нахождения максимальных контактных напряжений объединим выражения (13) и (23) с уравнением (17), в итоге получим:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n}{\pi \kappa R h_p} + \left(\frac{\Psi_0}{\pi \kappa}\right)^2} + \frac{(\pi-1)\Psi_0}{\pi \kappa}. \quad (24)$$

Приняв в уравнениях (23) и (24) коэффициенты Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и модули упругости $E_1 = E_2 = E$, получим:

$$b_0 = 2 \left[\sqrt{\frac{2(1-\nu^2)RF_n}{\pi E h_p} + \left(\frac{\psi_0 R}{\pi}\right)^2} - \frac{\psi_0 R}{\pi} \right]; \quad (25)$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{EF_n}{2\pi(1-\nu^2)Rh_p} + \left[\frac{\psi_0 E}{2\pi(1-\nu^2)}\right]^2} + \frac{(\pi-1)\psi_0 E}{2\pi(1-\nu^2)}. \quad (26)$$

Если в уравнениях (25) и (26) принять $\nu = 0,3$ и $\psi_0 = 0$, то данные уравнения будут сведены к виду:

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{RF_n}{Eh_p}}; \quad (27)$$

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{EF_n}{Rh_p}}. \quad (28)$$

Уравнения (27) и (28) полностью совпадают с аналогичными уравнениями Герца, полученными им применительно к упруго сжатым цилиндрам и плоскости.

Из уравнений (21), (22) и (27), (28) очевидно, что они имеют один и тот же вид, за исключением числовых коэффициентов. При параболическом законе изменения функции $W_1(x)$ по эллиптическому закону в $1,655/1,522 = 0,454/0,418 = 1,086$ раза.

Выполним расчеты судовой зубчатой муфты, которая прошла опытную проверку в статических условиях с целью определения её нагрузочной способности и упругих изгибающих моментов от неуравновешенных усилий [27], исходя из следующих данных: $m = 6$ мм; $z = 40$; $\alpha_w = 20^\circ$; $h_p = 9,6$ мм; $b = 40$ мм – длина наружных зубьев; $b_1 = 50$ мм – длина внутренних зубьев; $R = 3000$ мм; $\nu = 0,3$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\psi = (2,5; 5,0; 7,5; 8,7) \cdot 10^{-3}$ рад – углы перекося зубьев, которым соответствуют углы скоса внутренних зубьев $\psi_0 = (1,72; 3,44; 5,16; 5,99) \cdot 10^{-3}$ рад; материал – ст. 18ХНВА; $\sigma_B = 1150$ МПа; $\sigma_T = 850$ МПа.

Данные расчетов зубчатой муфты по формулам (25) и (26) даны в табл.1. Кроме того, в табл.1 приведены значения b_0 и σ_H при $\psi_0 = \psi = 0$, определяемые по формулам (27) и (28).

Таблица 1

Углы скоса и перекося зубьев	$\psi \cdot 10^3$, рад	0,0	2,5	5,0	7,5	8,7
	$\psi_0 \cdot 10^3$, рад	0,00	1,72	3,44	5,16	5,99
Ширина площадки контакта	$2b_0$, мм	9,27	4,80	2,95	2,08	1,81
Контактные напряжения	σ_H , МПа	82,20	244,66	425,28	615,35	707,57

Из табл.1 очевидно, что при возрастании угла ψ_0 контактные напряжения σ_H также возрастают. Так, например, при угле $\psi_0 = 5,99 \cdot 10^{-3}$ рад, которому соответствует угол перекося осей $\psi = 8,7 \cdot 10^{-3}$ рад (см. ГОСТ 5006 – 55), контактные напряжения $\sigma_H = 707,57$ МПа. При этом допускаемые напряжения в соответствии с [29] и ГОСТ 5006 – 55 равны $[\sigma_H] = 0,75\sigma_B = 0,75 \cdot 1150 = 862,5$ МПа для неподвижных зубьев и $[\sigma_H] = (0,75 \dots 0,9) \sigma_T = (0,75 \dots 0,9) \cdot 850 = 637,5 \dots 765$ МПа для подвижных зубьев.

Из приведенных расчетных и сравнительных данных следует, что допускаемые напряжения $[\sigma_H] = 637,5 \dots 765$ МПа позволяют предположить, что указанная зубчатая муфта

при $\psi_0 = 5,99 \cdot 10^{-3}$ рад и $\psi = 8,7 \cdot 10^{-3}$ рад работоспособна. Однако, учитывая сложный процесс взаимодействия зубьев в муфте в условиях перекоса осей соединяемых валов агрегатов, который сопровождается скольжением зубьев относительно друг друга, можно утверждать, что найденная величина напряжений $\sigma_H = 707,57$ МПа является неприемлемой, и ее необходимо уменьшать путем видоизменения образующих скошенных боковых поверхностей внутренних зубьев.

Для снижения напряжений σ_H в рассматриваемой зубчатой муфте было принято решение совместно с заводом-изготовителем о введении в средней части скошенных зубьев прямолинейных участков шириной $2a$. При этом, как показали выполненные исследования, необходимо исходить из соотношения $0,6 \leq a/b_0 \leq 0,8$. С учетом введения прямолинейных участков на скошенных зубьях при указанном соотношении параметров a и b_0 максимальные контактные напряжения σ_H можно снизить не менее чем в 2 раза по сравнению с теми величинами, которые приведены в табл. 1.

В заключение необходимо отметить, что при больших углах скоса клина, контактирующего с цилиндром, максимальные напряжения достигают очень больших величин, не имеющих места в реальных конструкциях. Так, например, если принять угол $\psi_0 = 45^\circ = 0,785$ рад, то в этом случае получим $2b_0 = 0,0144$ мм и $\sigma_H = 90577$ МПа.

Выводы

1. На основе новой теории контактной прочности, разработанной проф. А.П. Поповым, выполнено решение контактной задачи применительно к модели взаимодействия цилиндра (бочкообразный зуб втулки) с клином (скошенный зуб обоймы). Найдены выражения ширины площадки контакта $2b_0$ и максимальных контактных напряжений, которое для частного случая (модель контакта цилиндра с плоскостью) вырождается в общеизвестные формулы Герца.

2. Анализ полученных решений указывает на то, что при взаимодействии скошенных зубьев с бочкообразными зубьями возникают большие по величине контактные напряжения, которые при углах скоса зубьев $\psi_0 \geq 8,7 \cdot 10^{-3}$ рад являются неприемлемыми.

3. Для снижения максимальных величин контактных напряжений в рассматриваемой конструкции зубчатой муфты необходимо, как показали выполненные исследования, ввести в средней части скошенных зубьев прямолинейные участки, ширина которых должна быть меньше ширины площадки контакта примерно в 1,25...1,65 раза.

Список использованной литературы

1. А.с. 463815 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 1926236 / 25–27; Заявл. 17.06.73; Оpubл. 15.03.75. Бюл. № 10.
2. А.с. 524079 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 2115339 / 31–27; Заявл. 25.06.74; Оpubл. 02.11.76. Бюл. № 38.
3. А.с. 813003 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 2752745 / 25–27; Заявл. 15.04.79; Оpubл. 10.05.81. Бюл. № 10.
4. А.с. 813021 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 2468129 / 25–27; Заявл. 21.12.74. Оpubл. 10.12.81. Бюл. № 41.
5. А.с. 813121 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 2769885 / 25–27; Заявл. 25.06.79; Оpubл. 10.06.81. Бюл. № 12.
6. А.с. 940120 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 3011559 / 31–27; Заявл. 22.04.80; Оpubл. 20.10.83. Бюл. № 24.
7. А.с. 1216470 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 3799340 / 25–27; Заявл. 13.04.84; Оpubл. 07.03.85. Бюл. № 9.
8. А.с. 1225953 СССР. Дисковая муфта / А.П. Попов, А.Ф. Галь (СССР). – 3747571 / 25–27; Заявл. 13.04.84; Оpubл. 23.04.86. Бюл. № 15.

9. А. с. 1291747 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 3832787/25–27; Заявл. 18.12.84; Опубл. 23.02.87. Бюл. № 7.
10. А. с. 1393945 СССР. Зубчатая муфта А.П. Попова / А.П. Попов (СССР). – 4063606 / 31–27; Заявл. 25.02.86; Опубл. 07.05.88. Бюл. № 17.
11. А. с. 1504394 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 4089604 / 31–27; Заявл. 09.07.86; Опубл. 30.08.89. Бюл. № 32.
12. А. с. 1587243 СССР. Зубчатая муфта А.П. Попова / А.П. Попов (СССР). – 4441519 / 31–27; Заявл. 15.06.88; Опубл. 23.08.90. Бюл. № 31.
13. А. с. 1559245 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов (СССР). – 4142341 / 31–27; Заявл. 05.11.86; Опубл. 15.03.90. Бюл. № 10.
14. А. с. 1587243 СССР. Зубчатая муфта А.П. Попова / А.П. Попов (СССР). – 4441519 / 31–27; Заявл. 15.06.88; Опубл. 23.08.90. Бюл. № 31.
15. Патент № 60785А на винахід. Україна. Зубчаста муфта / Попов О.П., Попова Л.О., Форносов Є.Ю., Лученков Є.Є. – 2003021507; Заявл. 20.02.2003; Опубл. 15.10.2003. Бюл. № 10.
16. Патент № 25103 на корисну модель. Україна. Зубчаста муфта / Попов О.П., Савенков О.І. – u200703093; Заявл. 23.03.07; Опубл. 25.07.07. Бюл. № 11.
17. Патент № 51954 на корисну модель. Україна. Зубчаста муфта / Попов О.П., Савенков О.І. – u201000897; Заявл. 29.01.10; Опубл. 10.08.10. Бюл. № 15.
18. Патент № 55634 на корисну модель. Україна. Зубчаста муфта / Попов О.П., Попова Л.О., Савенков О.І. – u201004688; Заявл. 20.04.10; Опубл. 27.12.10. Бюл. № 24.
19. Патент №61719 на корисну модель. Україна. Зубчаста муфта // Попов О.П., Савенков О.І. – u201100468; Заявл. 17.01.2011; Опубл. 25.07.2011. Бюл. №14.
20. Патент №61717 на корисну модель. Україна. Зубчаста передача з увігнуто-опуклими зубами // Попов О.П., Савенков О.І. – u201100463; Заявл. 17.01.2011; Опубл. 25.07.2011. Бюл. №14.
21. Попов А.П. Научные основы проектирования зубчатых муфт // Динамика и прочность судовых машин. Сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1985. – С. 99 – 111.
22. Попов А.П. Взаимное влияние профилированных наружных и внутренних зубьев на нагрузочную способность зубчатых муфт // Триботехнология судового машиностроения: Сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1993. – С. 75 – 88.
23. Попов А.П. Зубчатая муфта с повышенными нагрузочными свойствами / //Динамика, прочность и надёжность судовых машин: Сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1993. – С. 21–34.
24. Попов А.П., Савенков О.И. Зубчатая муфта, нечувствительная к перекосам осей соединяемых валов судовых агрегатов // Тез. докл. Междунар. науч.-техн. конф. «Современных проблемы триботехники» - Николаев: НУК, 2009. – С. 49-50.
25. А.П. Попов, О.И. Савенков. Экспериментальное исследование нагрузочной способности зубчатых муфт // Вестник Инженерной академии Украины. – 2010. – № 3-4. – С. 203 – 209.
26. А.П. Попов, О.И. Савенков. Экспериментальное исследование изгибающих моментов в зубчатой муфте с продольной модификацией зубьев // Вестник Инженерной академии Украины. – 2011. – № 1. – С. 219 – 225.
27. Попов А.П. Зубчатые муфты в судовых агрегатах. – Л.: Судостроение, 1985. – 240с.
28. Романовский Г.Ф., Попов А.П. Основы триботологии судовых зубчатых муфт. – Николаев: НУК, 2004. – 444 с.
29. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: НУК, 2008. – 580с.
30. Попов А.П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев. – Николаев: Атолл, 2011. – 774с.

**КОНТАКТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ МУФТ
С ПРОДОЛЬНО МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ**

А.П. Попов, доктор технических наук, профессор

О.И. Савенков, аспирант

В работе выполнено решение плоской задачи применительно к модели контакта бочкообразного наружного зуба втулки с симметрично скошенным относительно середины внутренним зубом обоймы зубчатой муфты. Получены выражения максимальных контактных напряжений и ширины площадки контакта.

**CONTACT STRENGTH OF GEAR COUPLINGS WITH LONGITUDINAL TEETH
MODIFICATION**

A.P. Popov

O.I. Savenkov

The solution of plane problem as applied to the model of contact of the outer barrel-shaped tooth of the bushing with symmetrically beveled relatively of the middle by the inner tooth of the gear coupling cage has been carried out. The expressions of maximum contact stresses and contact area width have been obtained.