

Определение параметров элементов строительных конструкций с учетом заданной вероятности их неразрушения

Владимир Чемодуров, Александр Попов

Национальная академия природоохранного и курортного строительства
ул. Киевская, 181, Симферополь, 95943, e-mail: agp-51@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается подход к проектированию строительных конструкций на основе заданной вероятности их не разрушения. Такой подход возможен, когда оптимальное решение сочетаний параметров элементов конструкции находится на одной или нескольких функциональных границах, определяемых условиями прочности и устойчивости ее узлов и элементов конструкции в целом. При этом, как представляется, имеется возможность получить существенную экономию в расходовании материальных ресурсов при строительстве сооружений различного назначения. Возможности и преимущества данного подхода, основанного на методах стохастического программирования, показаны на примере оптимизации параметров многослойной пластины.

Ключевые слова: строительные конструкции, нелинейное и стохастическое программирование, оптимальное решение, функциональные ограничения, ограничения по вероятности.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из главных путей повышения качества и эффективности проектно-конструкторских работ в строительстве, машиностроении и других областях современной науки и техники является автоматизация проектирования на основе применения электронных вычислительных машин (ЭВМ). Из всего комплекса важных направлений автоматизации проектно-конструкторских работ можно особо выделить *оптимальное проектирование*, основанное на методологической концепции системного анализа [1, 2]. Системный анализ дает возможность все процессы проектирования отдельных элементов и всего сооружения в целом связать в единую технологическую цепочку: от рождения идеи о создании строительного объекта до дня прекращения его эксплуатации

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Рассматриваемая в статье задача оптимизации параметров многослойной пластины относится к классу задач, которые отличаются тем, что оптимальное сочетание параметров элементов конструкций оказывается на границе функциональных ограничений (ограничений по прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов конструкции, по габаритам, по допустимым отклонениям варьируемых параметров, по стоимости и других).

В настоящее время, с целью страховки от нежелательных последствий, при функционировании в реальных условиях проектируемых систем, в проектных организациях используют различные приемы. Например, введение в расчет детерминируемым образом (при проверке функциональных ограничений) наиболее неблагоприятных комбинаций максимально возможных отклонений параметров и характеристик изделий от их средних (номинальных) значений. Этот прием значительно увеличивает габариты конструкции и, как следствие, рост материальных затрат.

Вместе с тем во многих отраслях производства широко используются методы проектирования объектов, базирующихся на методах системного анализа, позволяющих получить существенные выгоды, как в эффективности функционирования, так и в себестоимости продукции.

В связи с этим, несомненно, актуальным является анализ строительных конструкций с использованием стохастических моделей их нагружения. Такой подход позволит оптимизировать параметры элементов строительных конструкций и их конфигурацию для любой заданной вероятности их безопасного функционирования.

ЦЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Целью исследования является применение методики оптимального проектирования элементов строительных

конструкций, их конфигурации путем использования стохастического метода оптимизации параметров с учетом случайного характера внешних нагрузок, характеристик используемых материалов, ошибок производства и других случайных факторов, влияющих на надежность создаваемой конструкции на примере оптимизации параметров многослойной пластины.

Основные этапы разработки методики комплексного проектирования.

1. разработка математической модели прочности и жесткости элементов конструкции с целью оптимизация ее параметров при действии на нее детерминированной внешней нагрузки.
2. разработка стохастической модели функционирования конструкции с учетом реальных разбросов (в пределах нормативных допусков) всех случайных параметров для оценки статистических параметров функциональных ограничений и их корректуре.

Разработка пакета программ нелинейного и стохастического программирования рассмотрены в работе [5].

Пример системного подхода к проектированию многослойной пластины. Данная методика апробирована при расчете параметров трехслойной пластины (панели). В последние годы многослойные панели находят все большее применение в строительстве. Благодаря целесообразному выбору и составу отдельных слоев могут быть созданы панели с заданными статическими и конструктивными свойствами.

Многослойная панель, используемая в качестве несущего элемента, как правило, состоит из трех слоев: двух внешних и одного внутреннего. Для достижения общей несущей способности этой многослойной конструкции слои соединены между собой для образования монолитной системы различного вида армирования.

В работе рассматривается трехслойная панель, внешние слои которой выполнены из бетона, а средний слой – из армированного полимерного материала (рис. 1).

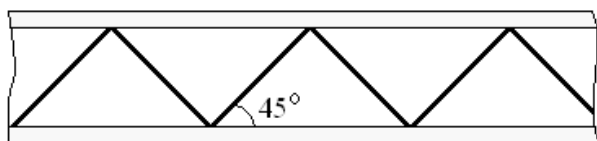


Рис.1. Схема трехслойной пластины-панели

Fig.1. Scheme sandwich plate panels

Представляется, что расчет многослойной панели можно упростить, если реальную панель заменить однослойной с приведенной жесткостью. Таким образом, общую задачу расчета многослойной панели-пластины разобьем на два этапа. Вначале получим уравнения прогиба пластины как однородного ортотропного тела, используя законы классической теории упругости. На втором этапе построим модель трехслойной пластины с приведенной жесткостью.

Рассмотрим задачу прогиба сплошной пластины с жестким креплением ее граней. Схема крепления пластины показана на рисунке 2.

Граничные условия на защемленных концах.

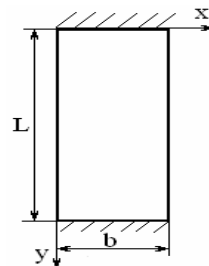


Рис. 2. Схема крепления пластины

Fig. 2. Scheme mounting plate

$$\left. \begin{aligned} & \text{При } y=0 \quad u \quad y=L \\ & w=0 \quad u \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При исследовании вопроса об изгибе полосы-пластины воспользуемся решением М. Леви. Условия (1) будут удовлетворены, если примем в качестве частного решения уравнения прогиба:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}, \quad (2)$$

выражение вида:

$$w_n = Y_n \text{Sin} \frac{n\pi x}{a},$$

Здесь Y_n – неизвестная функция y , которая должна удовлетворять уравнению (2) и условиям по сторонам полосы-пластины, параллельным оси x . Будем искать выражение для прогиба полосы-балки в форме бесконечного ряда:

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \text{Sin} \frac{n\pi x}{b}. \quad (3)$$

Нагрузку q примем равномерной по площади полосы-балки. Подставив (3) в (2), найдем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(Y_n'''' - 2 \frac{n^2 \pi^2}{b^2} Y_n'' + \frac{n^4 \pi^4}{b^4} Y_n \right) \text{Sin} \frac{n\pi x}{b} = \frac{q}{D}.$$

Умножая обе части полученного уравнения на $\text{Sin} \frac{n\pi x}{b}$ и интегрируя и интегрируя его в пределах от 0 до b , получим следующее линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами для функции Y_n :

$$\begin{aligned} & Y_n'''' - 2 \frac{n^2 \pi^2}{b^2} Y_n'' + \frac{n^4 \pi^4}{b^4} Y_n = \\ & = \frac{2}{bD} \int_0^b q \cdot \text{Sin} \frac{n\pi x}{a} dx \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначим: $\frac{n\pi}{b} = \alpha$. Тогда, при $q = \text{Const}$, получим:

$$Y_n'''' - 2\alpha^2 Y_n'' + \alpha^4 Y_n = \frac{2q}{bD\alpha} (1 - \text{Cos}(n\pi)). \quad (5)$$

Пусть $\varphi_n(y)$ – частное решение уравнения (5). Общий интеграл его запишется в виде:

$$Y_n = \varphi_n(y) + A_n \operatorname{sh}(\alpha y) + B_n \operatorname{ch}(\alpha y) + \gamma(C_n \operatorname{sh}(\alpha y) + D_n \operatorname{ch}(\alpha y)) \quad (6)$$

Произвольные постоянные A_n, B_n, C_n, D_n определяются из условия крепления пластины по краям, параллельным оси x (1). Для этого дифференцируем (6) по y :

$$\frac{\partial Y_n}{\partial y} = \alpha(A_n \operatorname{ch}(\alpha y) + B_n \operatorname{sh}(\alpha y)) + (C_n \operatorname{sh}(\alpha y) + D_n \operatorname{ch}(\alpha y)) + \alpha \gamma(C_n \operatorname{ch}(\alpha y) + D_n \operatorname{sh}(\alpha y)) \quad (7)$$

При $y=0$:
$$\left. \begin{aligned} \varphi_n(y) + B_n &= 0, \\ \alpha A_n + D_n &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

При $y=b$:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_n(y) + A_n \operatorname{sh}(ab) + B_n \operatorname{ch}(ab) + \\ + C_n b \cdot \operatorname{sh}(ab) + D_n b \cdot \operatorname{ch}(ab) &= 0, \\ \alpha(A_n \operatorname{ch}(ab) + B_n \operatorname{sh}(ab)) + C_n \operatorname{sh}(ab) + \\ + D_n \operatorname{ch}(ab) + \alpha b(C_n \operatorname{ch}(ab) + D_n \operatorname{sh}(ab)) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Решая совместно уравнения (8) и (9), получим:

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \varphi_n(y) \frac{\operatorname{ch}(ab) - 1}{\operatorname{sh}(ab) + ab}, \\ B_n &= -\varphi_n(y), \\ C_n &= \varphi_n(y) \frac{\operatorname{sh}(ab)}{\operatorname{sh}(ab) + ab}, \\ D_n &= -\varphi_n(y) \alpha \frac{\operatorname{ch}(ab) - 1}{\operatorname{sh}(ab) + ab} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Частное решение $\varphi_n(y)$ найдем путем подстановки его в уравнение (5), правая часть которого отлична от нуля при нечетных значениях:

$$\alpha^4 \varphi_n(y) = \frac{4q}{bD\alpha},$$

откуда:

$$\varphi_n(y) = \frac{4q}{bD\alpha^5}.$$

Обозначим:

$$K = \frac{4q}{bD}, \text{ тогда } \varphi_n(y) = \frac{K}{\alpha^5}.$$

Выражения (10) можно переписать так:

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \frac{K}{\alpha^5} \frac{\operatorname{ch}(ab) - 1}{\operatorname{sh}(ab) + ab}, \\ B_n &= -\frac{K}{\alpha^5}, \\ C_n &= \frac{K}{\alpha^5} \alpha \frac{\operatorname{sh}(ab)}{\operatorname{sh}(ab) + ab}, \\ D_n &= -\frac{K}{\alpha^5} \alpha \frac{\operatorname{ch}(ab) - 1}{\operatorname{sh}(ab) + ab} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Выражение для Y_n запишется следующим образом:

$$Y_n = \frac{K}{\alpha^5} \times \left[\begin{aligned} &1 + \frac{\operatorname{ch}(ab) - 1}{\operatorname{sh}(ab) + ab} \operatorname{sh}(\alpha y) - \operatorname{ch}(\alpha y) + \\ &+ \alpha \gamma \frac{\operatorname{sh}(ab)}{\operatorname{sh}(ab) + ab} \operatorname{sh}(\alpha y) - \alpha \gamma \frac{\operatorname{ch}(ab) - 1}{\operatorname{sh}(ab) + ab} \operatorname{ch}(\alpha y) \end{aligned} \right].$$

Для краткости записи введем обозначения для постоянных величин:

$$F_1 = \frac{\operatorname{ch}(ab) - 1}{\operatorname{sh}(ab) + ab}, \quad F_2 = \frac{\operatorname{sh}(ab)}{\operatorname{sh}(ab) + ab} \left. \right\}.$$

Прогиб пластины на основании (3) представляется в таком виде:

$$w = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{K}{\alpha^5} \left[\begin{aligned} &1 + F_1 \operatorname{sh}(\alpha y) - \\ &- \operatorname{ch}(\alpha y) + \\ &+ F_2 \alpha \gamma \cdot \operatorname{sh}(\alpha y) - \\ &- F_1 \alpha \gamma \cdot \operatorname{ch}(\alpha y) \end{aligned} \right] \cdot \operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{a} \quad (12)$$

Проанализируем уравнение (12). Наибольший прогиб пластины приходится на ее середину. При $y=L/b$ и $x=b/2$ и подстановки в (12) значений K и α будем иметь:

$$w_{max} = \frac{4b^4}{D\pi^5} q \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \right)^5 \left[\begin{aligned} &1 + F_1 \operatorname{sh} \left(\frac{\alpha L}{2} \right) - \\ &- \operatorname{ch} \left(\frac{\alpha L}{2} \right) + \\ &+ F_2 \frac{\alpha L}{2} \operatorname{sh} \left(\frac{\alpha L}{2} \right) - \\ &- F_1 \frac{\alpha L}{2} \operatorname{ch} \left(\frac{\alpha L}{2} \right) \end{aligned} \right].$$

Данный ряд быстро сходится. Так как первый его член при $n=1$ равен 0,15. Этим членом в принципе достаточно ограничиться, так как уже при $n=3$ выражение в скобках на два порядка меньше предыдущего. Поэтому приближенно можно принять:

$$w_{max} = \frac{0,6b^4}{D\pi^5} q. \quad (13)$$

Определим изгибающий момент по оси y :

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -D \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{K}{\alpha^3} \left[\begin{aligned} &F_2 \psi(\alpha y) - F_1 \zeta(\alpha y) - \\ &- \operatorname{ch}(\alpha y) - \mu \vartheta(\alpha y) \end{aligned} \right] \operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{a} \quad (14)$$

В выражении (14) введены следующие функции:

$$\left. \begin{aligned} \psi(\alpha y) &= 2 \cdot \operatorname{ch}(\alpha y) + \alpha \gamma \cdot \operatorname{sh}(\alpha y), \\ \zeta(\alpha y) &= \operatorname{sh}(\alpha y) + \alpha \gamma \cdot \operatorname{ch}(\alpha y), \\ \vartheta(\alpha y) &= 1 + F_1 \operatorname{sh}(\alpha y) - \operatorname{ch}(\alpha y) + F_2 \alpha \gamma \cdot \operatorname{sh}(\alpha y) - \\ &- F_1 \alpha \gamma \cdot \operatorname{ch}(\alpha y). \end{aligned} \right\}$$

Ряд (14) так же как и ряд (12) сходится довольно быстро. Наибольший изгибающий момент наблюдается в закреплении пластин. В точке $x=b/2$ и $y=0$ или $y=b$.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{K}{\alpha^3} \frac{\operatorname{sh}(\alpha L) - \alpha L}{\operatorname{sh}(\alpha L) + \alpha L}, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Согласно формуле (14):

$$|M_y|_{max} = \frac{4b^2}{\pi^3} q \sum_{n=1,3,5,\dots} \left(\frac{1}{n}\right)^3 \frac{sh(\alpha L) - \alpha L}{sh(\alpha L) + \alpha L}. \quad (16)$$

Для квадратной пластины значение суммы бесконечного ряда равно $\approx 0,572$. Поэтому получим для данного случая:

$$|M_y|_{max} = \frac{2,4b^2}{\pi^3} q. \quad (17)$$

Далее рассмотрим возможность представления реальной многослойной пластины, показанной на рисунке 1, в виде однослойной со специально подобранными параметрами, соответствующими параметрам оригинала. Представим приведенную жесткость пластины в следующем виде:

$$(EJ)_{np} = \frac{\sum (EJ)_i A_i}{\sum A_i}. \quad (18)$$

Здесь A_i – площадь поперечного сечения i -го слоя (рис. 3). Определим жесткость каждого слоя пластины:

$$\left. \begin{aligned} (EJ)_1 A_1 &= E \left(\frac{1}{3} t_b^4 + t_b^3 \delta_b + t_b^2 \delta_b^2 \right) b, \\ (EJ)_2 A_2 &= E_1 \frac{1}{3} \delta_b^4 b, \\ (EJ)_3 A_3 &= E_1 \frac{1}{3} \delta_h^4 b, \\ (EJ)_4 A_4 &= E \left(\frac{1}{3} t_h^4 + t_h^3 \delta_h + t_h^2 \delta_h^2 \right) b. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Здесь E – модуль упругости внешних слоев, E_1 – модуль упругости среднего слоя:

$$\sum A_i = (t_b + t_h + \delta_b + \delta_h) b. \quad (20)$$

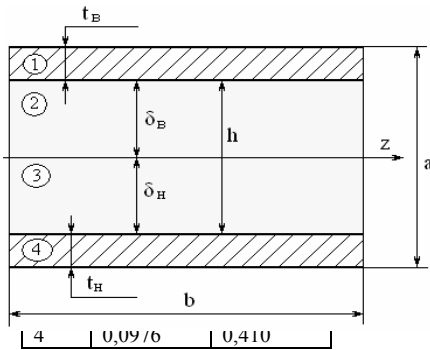


Рис. 3. Геометрические параметры пластины
Fig. 3. Geometric parameters of the plate

Приведенный модуль упругости трехслойной пластины:

$$E_{np} = \frac{(EJ)_{np}}{J}. \quad (21)$$

Где момент ее инерции:

$$J = \sum J_i = \left[\begin{aligned} &\left(\frac{1}{3} t_b^3 + t_b^2 \delta_b + t_b \delta_b^2 \right) + \\ &\left(\frac{1}{3} t_h^3 + t_h^2 \delta_h + t_h \delta_h^2 \right) + \\ &\frac{1}{3} \delta_b^3 + \frac{1}{3} \delta_h^3 \end{aligned} \right] b. \quad (22)$$

Окончательное выражение для приведенного модуля упругости имеет вид:

$$E_{np} = \frac{\left[\begin{aligned} &\left(\frac{1}{3} t_b^4 + t_b^3 \delta_b + t_b^2 \delta_b^2 \right) + \\ &E \left(\frac{1}{3} t_h^4 + t_h^3 \delta_h + t_h^2 \delta_h^2 \right) + \\ &E_1 \left(\frac{1}{3} \delta_b^4 + \frac{1}{3} \delta_h^4 \right) \end{aligned} \right]}{\left[\begin{aligned} &\left(\frac{1}{3} t_b^3 + t_b^2 \delta_b + t_b \delta_b^2 \right) + \\ &(t_b + t_h + \delta_b + \delta_h) \left(\frac{1}{3} t_h^3 + t_h^2 \delta_h + t_h \delta_h^2 \right) + \\ &\frac{1}{3} (\delta_b^3 + \delta_h^3) \end{aligned} \right]}. \quad (23)$$

Выражение (23) значительно упроститься, если трехслойная пластина симметрична по толщине, то есть и ,

$$E_{np} = \frac{E \left(\frac{1}{3} t^4 + t^3 \delta + t^2 \delta^2 \right) + E_1 \frac{1}{3} \delta^4}{(t + \delta) \left(\frac{1}{3} t^3 + t^2 \delta + t \delta^2 + \frac{1}{3} \delta^3 \right)} = KE + K_1 E_1. \quad (24)$$

Значения коэффициентов K и K_1 зависят от соотношения толщин t и δ (таблица 1).

δ/t	K	K_1
1	0,438	0,0625
2	0,234	0,198
3	0,144	0,316
4	0,0976	0,410

Определим модуль упругости среднего слоя, который препятствует сдвиговым деформациям.

Согласно закону Гука:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \approx tg(\gamma) = \frac{\Delta}{h}. \quad (25)$$

где: $\Delta = 2 \cdot \Delta L \cdot \cos 45^\circ = 1,4 \cdot \Delta L$

Здесь ΔL – деформация растяжения (сжатия) армирующего металлического стержня, у которого модуль упругости E_c и площадь сечения A_c .

$$\Delta L = \frac{NL}{E_c A_c}. \quad (26)$$

Для определения продольного усилия N составим уравнение равновесия относительно точки O :

$$\sum M_o = Th - 2N \frac{L}{2} = 0.$$

Отсюда:

$$N = T \frac{h}{L}, \quad (27)$$

где: T – сдвиговое усилие.

Выразим L через толщину среднего слоя h :

$$L = \frac{h}{\cos 45^\circ} = 1,4h. \quad (28)$$

В этом случае :

$$N = T \frac{h}{1,4h} = 0,7T. \quad (29)$$

После подстановки (28) и (29) в (26) будем иметь:

$$\Delta L = \frac{0,7T \cdot 1,4h}{E_c A_c} = \frac{Th}{E_c A_c}.$$

Отсюда, деформация сдвига:

$$\Delta = 1,4 \cdot \Delta L = 1,4 \frac{Th}{E_c A_c}.$$

Угловая относительная деформация:

$$\gamma = \frac{\Delta}{h} = 1,4 \frac{T}{E_c A_c} = \frac{\tau}{G}.$$

Усилие T выразим через касательное напряжение и площадь поперечного сечения среднего слоя:

$T = \tau A_h = \tau b h$. При $b=1$ $T = \tau h$. Следовательно:

$$\gamma = 1,4 \frac{\tau h}{E_c A_c} = \frac{\tau}{G}.$$

Отсюда:

$$G = \frac{E_c A_c}{1,4h} = E_1. \quad (30)$$

Если принять диаметр стального стержня $d=5$ мм, с модулем упругости $E_c = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, то модуль упругости одного узла будет равен $12,3 \cdot 10^6$ Па. При наличии n узлов модуль упругости среднего слоя полосы-балки:

$$E_1 = n \frac{E_c A_c}{1,4h}. \quad (31)$$

Далее, по формуле (18) находим приведенный модуль упругости полосы-балки и ее цилиндрическую жесткость:

$$D = \frac{E_{np} a^3}{12(1-\mu)}. \quad (32)$$

Продольная сила воспринимается бетонными частями. Ее можно определить через прогиб пластины:

$$T = -\frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \int_0^l z dz.$$

С учетом двух слоев бетона и выражений (15) и (16) получим:

$$N = T \cdot \cos 45^\circ = \frac{0,8E(t_n^2 + t_n^2) b^2}{(1-\mu^2) D \pi^3} q. \quad (33)$$

Половина стержней работает на растяжение, половина на сжатие – на устойчивость.

Проверку будем осуществлять по условию устойчивости.

Получив математическую модель расчета прочностных показателей, перейдем к ее исследованию при детерминированных переменных. В качестве метода исследования выберем метод случайного поиска параметров. Случайный поиск предполагает намеренное введение элемента случайности в алгоритм поиска. Эта случайность служит целям сбора информации о поведении объекта исследования. В ряде случаев введение такого случайного поведения в поиск дает возможность построить весьма простые и эффективные алгоритмы случайного поиска, которые в определенных случаях превосходят регулярные (в частности градиентные) алгоритмы поиска.

Стратегия численных методов основывается на рекуррентной зависимости:

$$x^{s+1} = \pi(x) [x^s + \rho^s \gamma^s \xi^s]. \quad (34)$$

Здесь: x^s – приближение вектора варьируемых параметров после s -ой итерации; ρ^s – величина шага в s -ой итерации (шаговый множитель); γ^s – ненормированный множитель (применяется не всегда); ξ^s – вектор направления; $\pi(x)$ – операция проектирования вектора x на его множество X , которая учитывает ограничение на пределы варьирования входных параметров.

Если множество X есть n – мерный параллелепипед, то есть:

$$x = (x_1, \dots, x_n), x_{j\min} \leq x_j \leq x_{j\max}, j = \overline{1, n}, \text{ то } \pi(x) \{ \pi_1(x), \dots, \pi_n(x) \},$$

$$\pi(x) = \begin{cases} x_{j\min} & \text{при } x_j < x_{j\min}, \\ x_{j\max} & \text{при } x_j > x_{j\max}, \\ x_j & \text{при } x_{j\min} \leq x_j \leq x_{j\max}. \end{cases} \quad (35)$$

Один из простейших методов случайного поиска – метод случайной выборки. Его цель заключается в том, что направление перехода из точки x^s в новую x^{s+1} выбирается из условия:

$$\xi^s = \begin{cases} \beta^s & \text{при } f^0(x^s + \rho^s \xi^s) < f^0(x^s), \\ 0 & \text{при } f^0(x^s + \rho^s \xi^s) \geq f^0(x^s). \end{cases} \quad (36)$$

Поставим задачу оптимизации параметров пластины следующим образом:

Минимизировать целевую функцию:

$$f^0(x) = m \rightarrow \min, \quad (37)$$

при условиях:

$$x \in X = \left\{ \begin{array}{l} f^1(x) = w - w_{\max} \leq 0, \\ f^2(x) = \sigma_B - [\sigma_c] \leq 0, \\ f^3(x) = \sigma_H - [\sigma_p] \leq 0, \\ f^4(x) = N_c - P_{кр} \leq 0. \end{array} \right\}, \quad (38)$$

$$x \in X = \left\{ \begin{array}{l} t_{B\min} + t_{B\max} \\ t_{H\min} + t_{H\max} \\ \delta_{B\min} + \delta_{B\max} \\ \delta_{H\min} + \delta_{H\max} \\ d_{\min} + d_{\max} \end{array} \right\}.$$

Здесь: m – общая масса пластины (панели), включающая массу бетона, массу внутреннего наполнителя и массу арматуры; $f^1(x)$ – ограничение по условиям жесткости пластины; $f^2(x)$ – ограничение по прочности бетона на сжатие; $f^3(x)$ – ограничение по прочности бетона на растяжение; $f^4(x)$ – ограничение по устойчивости элементов армирования; w – прогиб пластины; σ_B, σ_H – напряжения в верхнем и нижнем слоях бетона, соответственно; N – внутренние усилия в стальной арматуре; $P_{кр}$ – критическое усилие.

Ограничения на область варьируемых параметров выбираются из разумных размеров объекта, хотя это и не является строгим ограничением.

Задача (37)–(38) решена по условиям наилучшей комбинации значений параметров конструкции и условий ее функционирования, а также по предлагаемой методике, ориентированной на высокую вероятность не разрушения изделия.

ВЫВОДЫ

Сравнительный анализ результатов расчета параметров трехслойной пластины показывает, что резерв в выигрыше целевой функции (массы конструкции), рассчитанной по данной методике дает выигрыш в 36% по сравнению с детерминированными методами расчета по совокупности неблагоприятных комбинаций отклонений параметров и характеристик систем от их номинальных значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ермольев Ю.М. и др., 1979.** Математические методы исследования операций. – К.: Вища школа. – 312.
2. **Моисеев Н.Н., 1981.** Математические задачи системного анализа. – М.: Наука. – 154.
3. **Тимошенко С.П., 1975.** Теория упругости. – М.: Наука. – 620.
4. **Уайлд Д.Дж., 1967.** Методы поиска экстремума. – М.: Наука. – 270.
5. **Чемодуров В.Т., 1981.** Поиск оптимума в задачах с ограничениями по вероятности. – Л.: ВМА. – 80.
6. **Чемодуров В.Т., 1981.** Прикладные методы статистического оценивания. – Л.: ВМА. – 120.
7. **Чемодуров В.Т., 1981.** Моделирование систем. – Л.: ВМА. – 180.
8. **Шеннон Р., 1978.** Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир. – 340.
9. **Штамм К., Витте Х., 1983.** Многослойные конструкции. – М.: Стройиздат. – 176.
10. **Лямец В.И., Тевяшев А.Д., 1998.** Системный анализ. – Харьков: ХТУРЭ. – 252
11. **Волкова В.Н., Денисов А.А., 1997.** Основы теории систем и системного анализа. – СПб.: Изд. СПбГТУ. – 510.
12. **Agermachev G., Abdurakhmanov A., Mennanov E., 2009.** The application of energy absorbers in the dynamic systems // MOTROL. – №11A, 59 – 63
13. **Меннанов Э., Ажермачев Г., Абдурахманов А., Меннанов Э., 2010.** К вопросу надежности и долговечности сварных соединений строительных конструкций // MOTROL. – №12D, 162 – 167.
14. Методические рекомендации по исследованию строительных конструкций с применением математического и физического моделирования, 1987. – К: НИИСК. – 68.

APPROACH OF THE SYSTEMS TO DESIGN OF BUILD CONSTRUCTIONS

Summary. The article discusses a systematic approach to the design of structural elements in terms of, for a given probability of their operation. A method of optimal design, intended for a wide class of problems for which the optimal solution lies on the functional boundaries. The study is based on the method of stochastic programming. An example is given to optimize the parameters of multilayer plate.

Key words: build constructions, nonlinear and stochastic programming, optimum decision, functional limitations, limitations on probability.