

RAFAŁ PODLASKI, MACIEJ PACH

Modele struktury grubości w jednopiętrowych drzewostanach z udziałem jodły *Abies alba* Mill. i buka *Fagus sylvatica* L.

Models of diameter structure in single-storied stands with fir *Abies alba* Mill. and beech *Fagus sylvatica* L.

ABSTRACT

Podlaski R., Pach M. 2015. Modele struktury grubości w jednopiętrowych drzewostanach z udziałem jodły *Abies alba* Mill. i buka *Fagus sylvatica* L. Sylwan 159 (7): 586-592.

The objectives of the study were (1) to determine the models of diameter at breast height (dbh) distributions in single-storied mixed stands with fir *Abies alba* Mill. and beech *Fagus sylvatica* L. as well as (2) to assess the usefulness of Weibull distribution to approximation of empirical dbh distributions for distinguished models. In the Carpathians (southern Poland) and in the Świętokrzyskie Mountains (central Poland) 36 sample plots ranging in size from 0.1 to 0.4 ha were established. To identify the dbh distribution models in single-storied stands with similar empirical dbh distributions, the hierarchical cluster analysis (HCA) with the Jaccard's measure and the Ward's minimum variance agglomeration method was used. To approximate dbh distributions, the Weibull distribution was employed. Single-storied mixed stands with fir and beech, with the mean age between 50 and 70 years at the dbh, were characterised by a large diversity of dbh distributions. Three groups of stands (I, II, III) differing, among others, in average dbh were determined (fig. 1). In these groups the average dbh ranged from 23.5 to 32.6 cm, from 18.9 to 25.1 cm, and from 13.7 cm to 19.6 cm, respectively. Within these groups, seven models of unimodal distributions were selected (figs. 2-4; tab.). The models are characterised by varying degrees of asymmetry with the highest number of trees from less than 30/ha to more than 300/ha which occurred mainly in the dbh classes between 9 and 33 cm (models AS1, SM1, AS2, AS3, AS4, AS5, SM2). The results of χ^2 test indicate the high flexibility and suitability of Weibull distribution for modelling of such types of dbh structures.

KEY WORDS

forest patches, structural heterogeneity, tree diameter distribution, Weibull distribution

ADDRESSES

Rafał Podlaski ⁽¹⁾ – e-mail: r_podlaski@pro.onet.pl

Maciej Pach ⁽²⁾ – e-mail: rlpach@cyf-kr.edu.pl

⁽¹⁾ Zakład Ochrony Przyrody i Fizjologii Roślin, Uniwersytet Jana Kochanowskiego; ul. Świętokrzyska 15, 25-406 Kielce

⁽²⁾ Zakład Szczegółowej Hodowli Lasu, Uniwersytet Rolniczy w Krakowie; al. 29 Listopada 46, 31-425 Kraków

Wstęp

W Europie Środkowej jodła *Abies alba* Mill. i buk *Fagus sylvatica* L. tworzą drzewostany mieszane o różnej budowie poziomej i pionowej. Procesy wzrostu, konkurencji, zaburzenia oraz cięcia kształtują płaty lasu zróżnicowane m.in. pod względem struktury grubości. Płaty jednopiętrowe cechują się jednomodalnymi rozkładami pierśnic [Kenderes i in. 2009; Kuchel i in. 2010].

Modele rozkładów pierśnic są wykorzystywane do prognozowania zmian zasobów leśnych (w modelach klas grubości), a ponadto mogą być przydatne do generowania rozkładów pierśnic drzew podczas walidacji i analiz symulacyjnych modeli pojedynczego drzewa. W Polsce modele wzrostu zostały opracowane dla najważniejszych lasotwórczych gatunków drzew [Bruchwald 1985, 1986; Zasada 1995a, 1999; Bruchwald i in. 1996, 1998, 1999, 2001; Bruchwald, Zasada 2010]. Badanie struktury grubości płatów lasu umożliwi optymalizację zabiegów hodowlanych [Jaworski 1997]. Z tego względu prace dotyczące modeli struktury grubości mają duże znaczenie dla teorii i praktyki leśnej.

Analiza struktury pierśnic w drzewostanach mieszanych z jodłą i bukiem koncentrowała się głównie na płatach o złożonej budowie, przede wszystkim przerębnowych [Poznański 1997; Podlaski 2011a, b; Jaworski, Podlaski 2012]. W nizinnych drzewostanach jednopiętrowych jodłowych i bukowych nie badano szczegółowo struktury pierśnic, koncentrowano się głównie na ocenie zgodności rozkładów empirycznych z wybranymi rozkładami teoretycznymi [Zasada 1995b; Rymer-Dudzińska, Dudzińska 1999, 2001; Nord-Larsen, Cao 2006; Rubin i in. 2006; Westphal i in. 2006].

Celem pracy było (1) wyodrębnienie modeli rozkładów pierśnic w mieszanych drzewostanach jednopiętrowych z udziałem jodły i buka oraz (2) ocenienie przydatności rozkładu Weibulla do aproksymacji empirycznych rozkładów pierśnic dla wyróżnionych modeli struktury grubości.

Materiał i metody

Badania przeprowadzono w Karpatach, w Nadleśnictwie Dynów (skrót nazwy powierzchni stosowany w dalszej części pracy: Dyn), Kańczuga (Kań), LZD Krynica (Krz, Tyl), Łosie (Łos), Sucha (Str) i Węgierska Górka (Żab) (obszar ograniczony współrzędnymi: 49°22'-49°51' N, 19°11'-22°32' E) oraz w Górach Świętokrzyskich, w Nadleśnictwie Zagnańsk (Brz, Dług, Gzd, Wys) (50°55'-50°59' N, 20°43'-20°50' E), w Rezerwacie Sufraganiec (Suf) (50°54'-50°55' N, 20°36'-20°37' E) i w Świętokrzyskim Parku Narodowym (ŚPN) (50°50'-50°53' N, 21°01'-21°05' E). Obiekty badawcze wytypowano, biorąc pod uwagę typ siedliska oraz budowę, skład gatunkowy i wiek drzewostanów. Dodatkowym kryterium w lasach gospodarczych był brak planowych zabiegów hodowlanych w ciągu przynajmniej ostatnich 7 lat. Po wstępnym wyborze, dokonanym na podstawie opisów taksacyjnych, przeprowadzono lustracje terenowe i ostatecznie w drzewostanach jednopiętrowych, głównie na siedlisku LG i Lwyż, zlokalizowano 36 prostokątnych lub kołowych powierzchni badawczych o wielkości od 0,1 do 0,4 ha. Na wytyczonych powierzchniach zmierzono pierśnice (od 7,0 cm) wszystkich żywych drzew. Z pni przynajmniej 15 drzew (przede wszystkim jodeł i buków) pobrano na wysokości 1,3 m nad powierzchnią gruntu po jednym wywiercie.

W celu wyodrębnienia modeli rozkładów pierśnic zastosowano analizę skupień (HCA), która umożliwia ustalanie i porządkowanie podobieństwa elementów metodą dendrogramów w oparciu o miarę odległości pomiędzy elementami. Każdy badany drzewostan został scharakteryzowany przez 20 zmiennych: były to frakcje liczby drzew (10 zmiennych) i frakcje pola powierzchni przekroju pierśnicowego (10 zmiennych) w 10-centymetrowych stopniach grubości, w przedziale od 7 do 107 cm. Do oceny podobieństwa między dwoma drzewostanami szeregu

wielocechowego wybrano miarę Jaccarda, a do grupowania elementów metodę minimalnej wariancji Warda [Gordon 1999]. Wyniki analizy skupień przedstawiono w postaci dendrogramu.

Do aproksymacji rozkładów pierśnic zastosowano rozkład Weibulla:

$$f_x(x|\alpha, \beta, \gamma) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^\alpha} \quad [1]$$

gdzie:

α – parametr kształtu,

β – parametr skalujący,

pierśnica $x \geq$ parametr przesunięcia γ .

Parametry rozkładu obliczono przy pomocy metody największej wiarygodności (MLE), wykorzystującej do znalezienia ekstremum funkcji wiarygodności algorytm EM połączony z metodą Newtona [Böhning 2000]. W celu oceny zgodności dopasowania wykorzystano test zgodności χ^2 [Reynolds i in. 1988]. Wszystkie analizy statystyczne i obliczenia przeprowadzono w środowisku R (www.r-project.org).

Wyniki

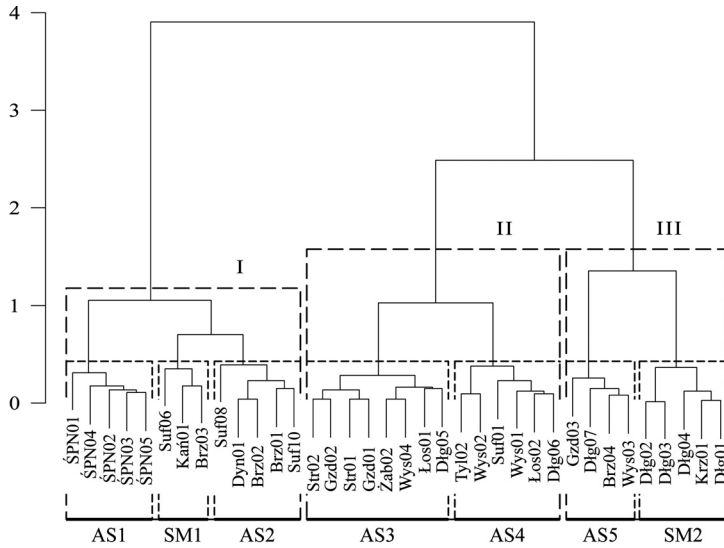
Na wybranych powierzchniach dominowały jodła i buk, a średnie pierśnicowe pole przekroju dla tych gatunków wynosiło odpowiednio 18,86 oraz 5,31 m²/ha. Pozostałe gatunki, przede wszystkim świerk *Picea abies* (L.) Karst., sosna *Pinus sylvestris* L., dęby *Quercus robur* L. i *Q. petraea* [Matt.] Liebl. oraz jarzab *Sorbus aucuparia* L. EMEND. HEDL., występowały w mniejszej ilości. Średnia liczba drzew przyjęła wartość 1008 pni/ha. Średni wiek pierśnicowy wynosił 50-70 lat.

Analiza skupień pozwoliła na identyfikację trzech grup ogólnych oraz siedmiu modeli szczegółowych dla drzewostanów jednopiętrowych (AS – rozkład asymetryczny, SM – rozkład symetryczny; ryc. 1, tab.).

Grupa I obejmuje trzy modele szczegółowe (AS1, SM1, AS2). W drzewostanach należących do tej grupy średnia pierśnica przyjmowała wartości 23,5-32,6 cm, odchylenie standardowe pierśnic wynosiło 9,7-15,6 cm, maksymalna pierśnica osiągnęła 100 cm, a średnie wartości współczynnika skośności i współczynnika spłaszczenia wynosiły odpowiednio 0,78 i 1,22. Drzewostany należące do tej grupy cechowały się największymi wartościami średniej pierśnicy, odchylenia standardowego pierśnic i maksymalnej pierśnicy. Modele AS1 i AS2 są asymetryczne, przy czym w modelu AS1 najwięcej drzew posiadało pierśnicę 9-19 cm, w modelu AS2 13-23 cm, a w najliczniejszym stopniu grubości znajdowało się odpowiednio prawie 40 i 30 drzew/ha. Model SM1 jest symetryczny, najwięcej drzew charakteryzowało się pierśnicą 23-33 cm, a w najliczniejszym stopniu grubości występowało prawie 40 drzew/ha (ryc. 2).

Grupa II obejmuje dwa modele szczegółowe (AS3, AS4). W drzewostanach należących do tej grupy średnia pierśnica przyjmowała wartości 18,9-25,1 cm, odchylenie standardowe pierśnic wynosiło 8,2-9,4 cm, maksymalna pierśnica osiągnęła 53 cm, a średnie wartości współczynnika skośności i współczynnika spłaszczenia wynosiły odpowiednio 0,53 i -0,28. Modele AS3 i AS4 są asymetryczne, przy czym w modelu AS3 najwięcej drzew posiadało pierśnicę 9-17 cm, w modelu AS4 13-21 cm, a w najliczniejszym stopniu grubości znajdowało się odpowiednio prawie 150 i 90 drzew/ha (ryc. 3).

Grupa III obejmuje dwa modele szczegółowe (AS5, SM2). W drzewostanach należących do tej grupy średnia pierśnica przyjmowała wartości 13,7-19,6 cm, odchylenie standardowe pierśnic wynosiło 5,2-7,0 cm, maksymalna pierśnica osiągnęła 44 cm, a średnie wartości współ-



Ryc. 1.

Grupowanie rozkładów pierśnic drzewostanów jednopiętrowych metodą HCA (miara Jaccarda, aglomeracja metodą minimalnej wariancji Warda)

Classification of diameter distributions in single-storied stands according to HCA method (Jaccard's measure and the Ward's minimum variance agglomeration)

I, II, III – numery grup, AS1, SM1, AS2, AS3, AS4, AS5, SM2 – modele

I, II, III – numbers of groups, AS1, SM1, AS2, AS3, AS4, AS5, SM2 – models

Tabela.

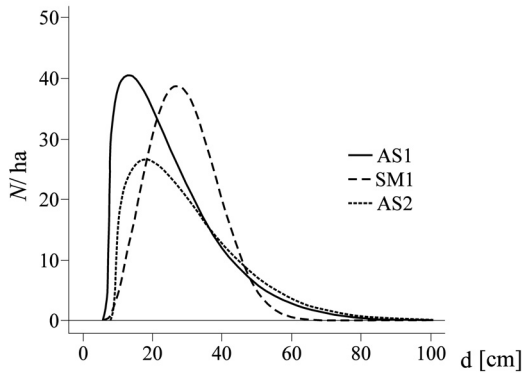
Parametry przesunięcia (γ), kształtu (α) i skalujący (β) rozkładów Weibulla dla przykładowych rozkładów dla wyróżnionych grup i modeli

Location (γ), shape (α) and scale (β) parameters of Weibull distributions for selected distributions in distinguished groups and models

Grupa Group	Model Model	Powierzchnia Sample plot	γ	α	β
I	AS1	ŚPN01	6,9999	1,280	19,992
I	SM1	Suf06	6,9999	2,426	25,044
I	AS2	Suf08	8,9999	1,366	23,620
II	AS3	Str02	6,9999	1,369	13,193
II	AS4	Tyl02	6,9999	1,782	16,373
III	AS5	Brz04	6,9999	1,362	8,869
III	SM2	Dłg04	6,9999	2,310	13,578

czynnika skośności i współczynnika spłaszczenia wynosiły odpowiednio 0,64 i 0,17. Drzewostany należące do tej grupy cechowały się najmniejszymi wartościami średniej pierśnicy, odchylenia standardowego pierśnic i maksymalnej pierśnicy. Model AS5 jest asymetryczny, natomiast model SM2 symetryczny. W modelu AS5 najwięcej drzew posiadało pierśnicę 9-11 cm, a w modelu SM2 13-21 cm. W najliczniejszym stopniu grubości znajdowało się odpowiednio prawie 300 i 190 drzew/ha (ryc. 4).

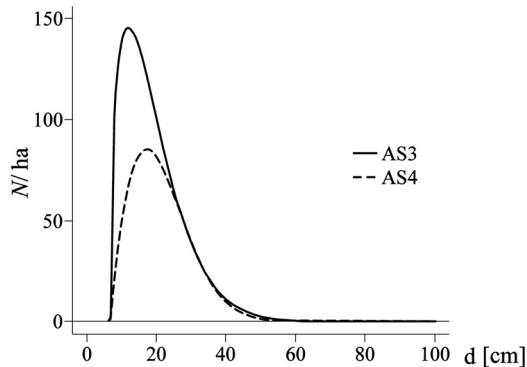
Test zgodności χ^2 wykazał, że rozkład Weibulla poprawnie aproksymował dane empiryczne w przypadku 30 powierzchni (średnie wartości statystyki χ^2 i granicznego poziomu istotności p wynosiły odpowiednio 34,38 i 0,2316).



Ryc. 2.

Losowo wybrane rozkłady Weibulla reprezentujące modele AS1, SM1 i AS2 z grupy I (parametry rozkładów podano w tabeli)

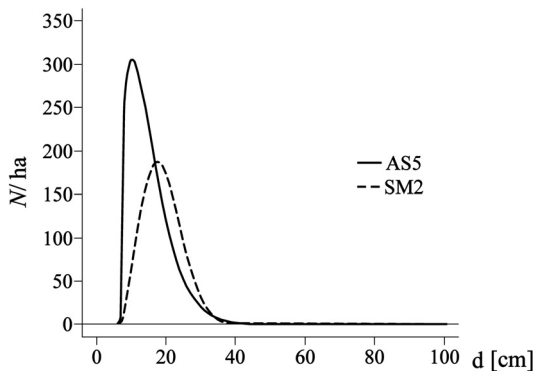
Randomly selected Weibull distributions representing AS1, SM1 and AS2 models from group I (distribution parameters are given in the table)



Ryc. 3.

Losowo wybrane rozkłady Weibulla reprezentujące modele AS3 i AS4 z grupy II (parametry rozkładów podano w tabeli)

Randomly selected Weibull distributions representing AS3 and AS4 models from group II (distribution parameters are given in the table)



Ryc. 4.

Losowo wybrane rozkłady Weibulla reprezentujące modele AS5 i SM2 z grupy III (parametry rozkładów podano w tabeli)

Randomly selected Weibull distributions representing AS5 and SM2 models from group III (distribution parameters are given in the table)

Dyskusja

W lasach mieszanych z udziałem jodły i buka istnieje duża zmienność warunków świetlnych (w czasie i w przestrzeni), dlatego poszczególne okazy mogą przyrastać z różną dynamiką. Niektóre drzewa rosną np. najpierw wolno w ocienieniu, a następnie szybko – po zmniejszeniu zwarcia drzewostanu. Zmiany dynamiki przyrostu na wysokość powodują, że drzewa znajdujące się w podobnym wieku i tworzące drzewostany jednopiętrowe są często bardziej zróżnicowane pod względem grubości niż wysokości. W konsekwencji drzewostany jednopiętrowe mogą być zbudowane z drzew o różnej pierśnicy i cechować się asymetrycznymi rozkładami pierśnic [Schütz 2001]. Zmienność przyrostu drzew jest kształtowana nie tylko przez konkurencję, ale również

przez historię ich życia oraz obecną zdrowotność i żywotność. Podobną, choć nie tak bardzo zmienną dynamiką przyrostu, odznaczają się w lasach mieszanych również gatunki wymagające znacznie więcej światła, np. sosny *P. sylvestris* L. i *P. palustris* Mill. [Weber i in. 2007, 2008].

Rozkłady pierśnic były szczegółowo analizowane w lasach o złożonej budowie, przede wszystkim przerębowej. Do opisu rozkładów pierśnic w tych drzewostanach stosowano oprócz rozkładu wykładniczego ujemnego m.in. różne inne elastyczne rozkłady pojedyncze (np. rozkłady z rodziny Burra; typ III i XII [Gove i in. 2008]) oraz rozkłady mieszane [Zasada 2003]. Natomiast do modelowania i opisu rozkładów pierśnic w drzewostanach jednopiętrowych wykorzystywano głównie rozkład normalny i na ogół ograniczano się do stwierdzenia, że są to rozkłady jednomodalne. Takie uproszczone opisy rozkładów pierśnic z lasów jednopiętrowych można znaleźć zarówno w pracach z lat 30. XX wieku [Hought 1932], jak i w artykułach wydanych po 2000 roku [Rubin i in. 2006]. Przedstawione w niniejszej pracy wyniki uwypuklają bogactwo form rozkładów pierśnic w drzewostanach jednopiętrowych z jodłą i bukiem oraz zwracają uwagę na występowanie w lasach o tej budowie rozkładów jednomodalnych o różnym stopniu asymetrii.

Prezentowane modele struktury grubości zostały opracowane łącznie dla jodły i buka, ponieważ w badanych drzewostanach oba te gatunki występowały obok siebie w postaci grup i kęp o różnej wielkości, zbliżonej zmienności pierśnic i podobnej wysokości. W mieszanych drzewostanach jednopiętrowych rozkłady pierśnic dla jodły i buka często nie różnią się istotnie między sobą. Lasy o tej strukturze grubości powstały w większości przypadków w wyniku stosowania cięć częściowych z długim okresem odnowienia.

Rozkład Weibulla potwierdził swoją uniwersalność, precyzyjnie wyrównując rozkłady pierśnic w większości badanych drzewostanów jednopiętrowych z jodłą i bukiem. Mniejszą dokładność dopasowania wykazano dla rozkładów, w których występowały duże różnice liczby drzew w sąsiadujących stopniach grubości [Jaworski, Podlaski 2012; Podlaski, Roesch 2014]. Podobne wyniki uzyskano podczas aproksymacji jednomodalnych rzeczywistych rozkładów pierśnic w lasach o różnym składzie gatunkowym [Nord-Larsen, Cao 2006; Zasada 2013].

Podsumowanie

Drzewostany jednopiętrowe z udziałem jodły i buka, o średnim wieku pierśnicowym od 50 do 70 lat, charakteryzowały się dużym zróżnicowaniem rozkładów pierśnic. Wyróżniono trzy grupy drzewostanów, różniące się między sobą m.in. wartościami średniej pierśnicy, odchylenia standardowego pierśnic i maksymalnej pierśnicy. W ramach tych grup utworzono 7 modeli rozkładów jednomodalnych o różnym stopniu asymetrii, z największą liczbą drzew wynoszącą od mniej niż 30 do ponad 300 szt./ha, zgrupowanych głównie w stopniach grubości od 9 do 33 cm. Wyniki testu zgodności χ^2 świadczą o dużej elastyczności i wysokiej przydatności rozkładu Weibulla do modelowania tego typu rozkładów pierśnic. W lasach jednopiętrowych z udziałem jodły i buka zdecydowanie dominowały rozkłady jednomodalne, asymetryczne, w większości przypadków wyraźnie różniące się od rozkładu normalnego.

Literatura

- Böhning D. 2000. Computer-Assisted Analysis of Mixtures and Applications. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton.
- Bruchwald A. 1985. Model wzrostowy MDI-1 dla sosny. Las Pol. 9: 10-15.
- Bruchwald A. 1986. Simulation growth model MDI-1 for Scots pine. Ann. Warsaw Agricult. Univ. – SGGW-AR, For. and Wood Technol. 34: 47-52.
- Bruchwald A., Dudek A., Michalak K., Rymer-Dudzińska T., Wróblewski L., Zasada M. 1999. Model wzrostu dla drzewostanów świerkowych. Sylwan 143 (1): 19-31.
- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. 1996. Model wzrostu dla drzewostanów dębu szypułkowego. Sylwan 140 (10): 35-44.

- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. 1998. Model wzrostu buka. Dokumentacja naukowa IBL, Warszawa.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T., Dudek A., Michalak K., Wróblewski L., Zasada M., Tomusiak R. 2001. Model wzrostu dla drzewostanów brzoźowych. Dokumentacja naukowa w Zakładzie Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu, Warszawa.
- Bruchwald A., Zasada M. 2010. Model wzrostu modrzewia europejskiego (*Larix decidua* Mill.). Sylwan 154 (9): 615-624.
- Gordon A. D. 1999. Classification. Chapman & Hall/CRC, London.
- Gove J. H., Ducey M. J., Leak W. B., Zhang L. 2008. Rotated sigmoid structures in managed uneven-aged northern hardwood stands: a look at the Burr Type III distribution. Forestry 81: 161-176.
- Hought A. F. 1932. Some diameter distributions in forest stands of northwestern Pennsylvania. J. For. 30: 933-943.
- Jaworski A. 1997. Karpackie lasy o charakterze pierwotnym i ich znaczenie w kształtowaniu proekologicznego modelu gospodarki leśnej w górach. Sylwan 141 (4): 33-490.
- Jaworski A., Podlaski R. 2012. Modelling irregular and multimodal tree diameter distributions by finite mixture models: an approach to stand structure characterisation. J. For. Res. 17: 79-88.
- Kenderes K., Král K., Vriška T., Standovar T. 2009. Natural gap dynamics in a Central European mixed beech-spruce-fir old-growth forest. Ecoscience 16: 39-47.
- Kucbel S., Jaloviari P., Saniga M., Vencurik J., Klimař V. 2010. Canopy gaps in an old growth fir-beech forest remnant of Western Carpathians. Eur. J. For. Res. 129: 249-259.
- Nord-Larsen T., Cao Q. V. 2006. A diameter distribution model for even-aged beech in Denmark. For. Ecol. Manage. 231: 218-225.
- Podlaski R. 2011a. Modelowanie rozkładów pierśnic drzew z wykorzystaniem rozkładów mieszanych. I. Rozkłady mieszane: definicja, charakterystyka, estymacja parametrów. Sylwan 155 (4): 244-252.
- Podlaski R. 2011b. Modelowanie rozkładów pierśnic drzew z wykorzystaniem rozkładów mieszanych. II. Aproksymacja rozkładów pierśnic w lasach wielopiętrowych. Sylwan 155 (5): 293-300.
- Podlaski R., Roesch F. A. 2014. Modelling diameter distributions of two-cohort forest stands with various proportions of dominant species: A two-component mixture model approach. Math. Biosci. 249: 60-74.
- Poznański R. 1997. Typy rozkładu pierśnic a stadia rozwojowe lasów o zróżnicowanej strukturze. Sylwan 141 (3): 37-44.
- Reynolds M. R., Burk T., Huang W-H. 1988. Goodness-of-fit tests and model selection procedures for diameter distribution models. For. Sci. 34: 373-399.
- Rubin B. D., Manion P. D., Faber-Langendoen D. 2006. Diameter distributions and structural sustainability forests. For. Ecol. Manage. 222: 427-438.
- Rymer-Dudzińska T., Dudzińska M. 1999. Analiza rozkładu pierśnic w drzewostanach bukowych. Sylwan 143 (8): 5-24.
- Rymer-Dudzińska T., Dudzińska M. 2001. Rozkład pierśnic drzew w nizinnych drzewostanach bukowych. Sylwan 145 (8): 13-22.
- Schütz J. P. 2001. Der Plenterwald und weitere Formen strukturierter und gemischter Wälder. Parey Buchverlag, Berlin.
- Weber P., Bugmann H., Fonti P., Rigling A. 2008. Using a retrospective dynamic competition index to reconstruct forest succession. For. Ecol. Manage. 254: 96-106.
- Weber P., Rigling A., Bugmann H. 2007. Radial growth responses to drought of *Pinus sylvestris* and *Quercus pubescens* in an inner-Alpine dry valley. J. Veg. Sci. 18: 777-792.
- Westphal C., Tremer N., von Oheimb G., Hansen J., von Gadow K., Härdtle W. 2006. Is the reverse J-shaped diameter distribution universally applicable in European virgin beech forests? For. Ecol. Manage. 223: 75-83.
- Zasada M. 1995a. Empiryczny model wzrostu wysokości jodły. Sylwan 139 (5): 71-77.
- Zasada M. 1995b. Ocena zgodności rozkładów pierśnic w drzewostanach jodlowych z niektórymi rozkładami teoretycznymi. Sylwan 139 (12): 61-69.
- Zasada M. 1999. The growth model for fir (*Abies alba* Mill.). Fol. For. Pol. A 41: 37-46.
- Zasada M. 2003. Możliwość zastosowania rozkładów mieszanych do modelowania rozkładów pierśnic drzew w naturalnych klasach biosocjalnych. Sylwan 147 (9): 27-37.
- Zasada M. 2013. Evaluation of the double normal distribution for tree diameter distribution modeling. Silv. Fenn. 47 (2), article id 956.