

ФОРМА ОСИ ГИБКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ЕЕ ТОЛКАНИИ ПО НАКЛОННОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПЛОСКОСТИ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ

Сергей Пулипака, Андрей Несвидомин, Татьяна Захарова

*Национальный университет биоресурсов и природоиспользования Украины
г. Киев, ул. Героев Обороны 15*

*Sergej Pylypaka, Andrej Nesvidomin, Tatiana Zaharova
National university of life and environmental sciences of Ukraine*

Аннотация. Составлены дифференциальные уравнения движения гибкой несжимаемой полосы по шероховатой наклонной плоскости при ее толкании с постоянной скоростью. Рассмотрены частные случаи движения при отсутствии трения, при разных углах наклона плоскости, при разных углах вступления полосы на плоскость. Численными методами интегрирования найдена форма оси полосы для рассмотренных случаев.

Ключевые слова: гибкая несжимаемая полоса, наклонная шероховатая плоскость, скорость движения, форма оси.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

При проектировании машин и их рабочих органов необходимо иметь математическую модель взаимодействия этих органов с технологическим материалом. Большое количество работ посвящено изучению кинематических характеристик движения отдельной частицы материала по шероховатым поверхностям рабочих органов сельхозмашин. К ним в первую очередь относятся фундаментальные труды [1, 2]. В качестве технологического материала принимаются частицы минеральных удобрений [3], зерновые смеси [4, 5], частицы навоза [6], почвы [7, 8], другие материальные частицы [9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18]. При таком моделировании движения технологического материала по шероховатым поверхностям не учитывается взаимодействие между собой отдельных частиц.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Рассматриваемая в статье модель движения полосы может быть применена к принудительному движению почвы по поверхности рабочего органа, например, по трехгранному клину. Частицы почвы, воздействуя

одна на другую под действием сил подпора, заставляют двигаться по плоскости пласт. В работе [19] пласт принят за плоскую деформируемую ленту, обладающую некоторой жесткостью. Мы рассмотрим модель пласта в виде гибкой полосы с прямоугольным поперечным сечением, которая не сопротивляется изгибу. При толкании ее по плоскости клина с постоянной скоростью полоса будет определенным образом деформироваться, а ее ось, состоящая из центров плоских сечений, будет приобретать определенную форму.

Если плоскость абсолютно гладкая, то есть отсутствует сила трения, то траектория элемента полосы будет совпадать с траекторией движения отдельной частицы. Модель такого движения рассмотрена в работе [6]. Возможен случай попадания частицы на шероховатую плоскость с начальной скоростью, которая потом изменяется по определенному закону в зависимости от угла наклона плоскости и от угла вступления частицы на нее. Такая модель движения рассмотрена в работе [20].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью работы является определение формы оси гибкой несжимаемой полосы при ее толкании по наклонной шероховатой плоскости в зависимости от скорости толкания, углов установки плоскости и вступления полосы на плоскость.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

В качестве поверхности, по которой будет двигаться частица технологического материала, примем наклонную плоскость или трехгранный клин, как принято ее называть, если технологическим материалом есть почва. На рис. 1 плоскость установлена под углом ε к горизонту. Угол вступления между направлением скорости v и нижней горизон-

ФОРМА ОСИ ГИБКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ЕЕ ТОЛКАНИИ ПО НАКЛОННОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПЛОСКОСТИ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ

тальной кромкой плоскости равен α_0 . Предположим, что частица по наклонной плоскости будет двигаться с постоянной скоростью v . Силой, которая заставит частицу двигаться, может быть сила подпора соседних частиц, как бывает на трехгранном клине, когда он движется со скоростью v в почве. Сначала рассмотрим движение отдельной частицы.

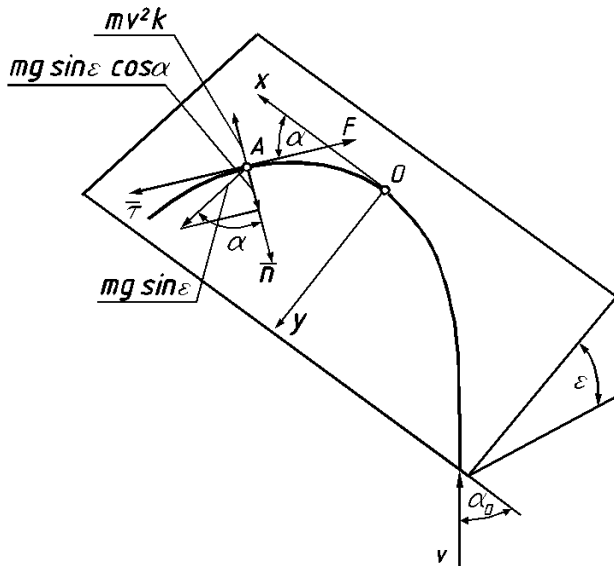


Рис. 1. Схема действия сил на частицу в точке A при ее движении по наклонной плоскости

Fig. 1. The scheme of the action of forces on a particle in a point A at the moment of the motion of a particle on a ramp

Вступив на наклонную плоскость под углом α_0 , дальнейшее движение частицы будет очерчено по криволинейной траектории с переменным углом α . В плоскости движения частицы расположим плоскую систему координат xOy , как показано на рис. 1. При движении частицы по плоскости на нее будет постоянно действовать составляющая силы веса, направленная по линии наибольшего уклона, параллельно оси Oy . Она будет заставлять частицу двигаться вниз, вследствие чего траектория движения будет криволинейной. При этом возникает центробежная сила, направленная по нормали к траектории, которая тоже влияет на ее форму.

Для составления дифференциальных уравнений движения частицы в данном случае удобно воспользоваться сопровождающим трехгранником траектории, у которого орт τ направлен по касательной, а орт n - перпендикулярно ему в сторону центра кривиз-

положим, что частица по наклонной траектории. Его положение относительно системы xOy будет определяться углом α в текущей точке A (рис. 1).

Система дифференциальных уравнений движения частицы в проекциях на орты естественного трехгранника запишется [1]:

$$m \frac{dv}{dt} = F_\tau; \quad mkv^2 = F_n, \quad (1)$$

где: m – масса частицы;

$v = \text{const}$ – скорость движения частицы;

k – кривизна траектории – величина, обратная радиусу кривизны: $k = 1/\rho$;

F_τ, F_n – проекции приложенных к частице сил на орты касательной и нормали.

В данном случае силу трения F и силу сопротивления воздуха учитывать не будем, поскольку они преодолеваются силами подпора. Поскольку мы приняли скорость движения частицы постоянной, то левое уравнение системы (1) превращается в тождество, то есть равно нулю. Во втором уравнении нужно найти силы, которые действуют на частицу в проекции на главную нормаль n .

Составляющую силы веса частицы, которая действует на нее в плоскости вдоль линии наибольшего уклона (параллельно оси Oy), определим с рис. 2. Учитывая угол ε наклона плоскости, она будет равна $mg \cdot \sin \varepsilon$, где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

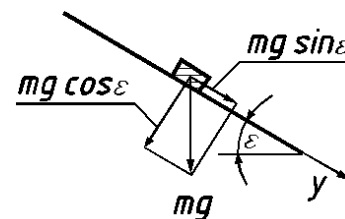


Рис. 2. Разложение силы веса частицы на составляющие

Fig. 2. Decomposition of the force of weight of the particle on constituents

В свою очередь, эту составляющую разложим на орты сопровождающего трехгранника траектории. Учитывая угол α между ортом касательной и осью Ox , можно записать составляющую силы в проекции на орт n : $mg \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \alpha$ (рис. 1). Таким образом, уравнение движения частицы в проекциях на орт n нормали траектории запишется:

$$mkv^2 = mg \sin \varepsilon \cos \alpha . \quad (2)$$

Разрешим (2) относительно кривизны траектории:

$$k = \frac{g \sin \varepsilon}{v^2} \cos \alpha . \quad (3)$$

С другой стороны в дифференциальной геометрии известна зависимость $d\alpha/ds = k$, где s – длина дуги кривой (в нашем случае траектории). Чтобы найти параметрические уравнения траектории в неподвижной системе координат xOy , воспользуемся еще одними известными выражениями:

$$\frac{dx}{ds} = \cos \alpha \quad \text{и} \quad \frac{dy}{ds} = \sin \alpha . \quad (4)$$

и перейдем к переменной α : $\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{ds}$.

В полученное выражение входит кривизна k траектории. Таким же образом мы можем преобразовать и выражение для $\sin \alpha$. После этого можно записать:

$$\frac{dx}{d\alpha} k = \cos \alpha; \quad \frac{dy}{d\alpha} k = \sin \alpha . \quad (5)$$

Подставим выражение кривизны (3) в (5). Получим следующие выражения:

$$\frac{dx}{d\alpha} = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon}; \quad \frac{dy}{d\alpha} = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \operatorname{tg} \alpha . \quad (6)$$

Каждое из уравнений (6) может быть проинтегрировано независимо одно от другого. После интегрирования и преобразования получим:

$$x = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \alpha + x_0, \quad (7)$$

$$y = -\frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \ln(\cos \alpha) + y_0.$$

В параметрических уравнениях (7) независимой переменной является угол α между касательной к траектории и осью Ox . При построении траектории за уравнениями (7) начальное значение угла α необходимо брать равным α_0 (рис. 1). Постоянные интегрирования x_0 и y_0 определяем из условия, что при $\alpha = \alpha_0$ $x = 0$ и $y = 0$. Подставив эти значения в (7), найдем:

$$x_0 = -v^2 \alpha_0 / g \sin \varepsilon, \quad (8)$$

$$y_0 = v^2 \ln(\cos \alpha_0) / g \sin \varepsilon.$$

При необходимости можно перейти в уравнениях (7) от переменной α к переменной s , что рассмотрено в работе [6].

Теперь усложним задачу, предполагая, что частицы связаны между собой так, что образуют непрерывную полосу, которая не сопротивляется изгибу, но оказывает сопротивление передвижению за счет сил трения. Пусть полоса имеет прямоугольное сечение размером $a \times b$ (рис. 3).

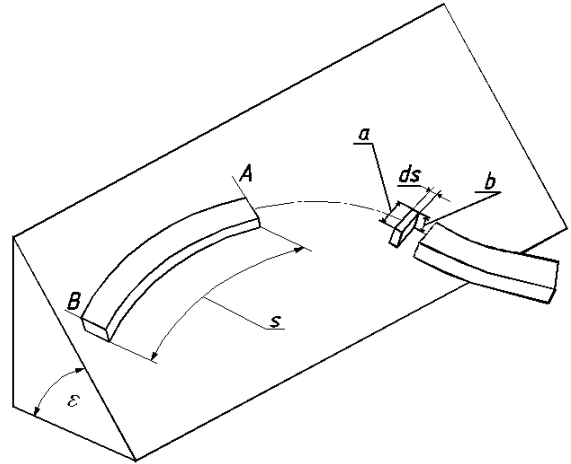


Рис. 3. Схема движения гибкой полосы по наклонной плоскости

Fig. 3. The scheme of the motion of flexible bar on a ramp

Предполагается, что полоса несжимаема, то есть при ее толкании при вступлении на плоскость скорость всех ее частиц вдоль оси постоянна и равна v . При толкании полосы возникает сила трения F , направленная по касательной к оси в противоположную сторону движения (рис. 1). Ее величина зависит от длины s полосы: в сечении B она равна нулю, в текущем сечении A имеет определенное значение (рис. 3), которое возрастает по мере увеличения длины s полосы. Наибольшее значение сила трения имеет в сечении при вступлении полосы на плоскость. Она вызывает сжимающие полосу усилия, которые влияют на форму оси движущейся полосы. Чтобы оценить это влияние, рассмотрим элемент полосы в текущем сечении A длиной ds (рис. 4,а). Слева на элемент действует сила трения F , которая к концу элемента увеличивается на dF . Такой же по величине подпорной силой $F + dF$ уравнивается элемент полосы. Возникает результирующая сила dP , направленная по нормали к оси в противоположную сторону от центра кривиз-

ФОРМА ОСИ ГИБКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ЕЕ ТОЛКАНИИ ПО НАКЛОННОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПЛОСКОСТИ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ

зны. Для определения ее величины рассмотрим рис. 4,б.

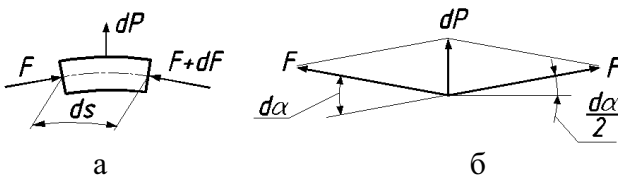


Рис. 4. Силы, действующие на элемент полосы вследствие ее трения о плоскость:

- а) элемент полосы с приложенными силами;
б) определение результирующей силы

Fig. 4. Forces, operating on the element of bar because of its friction at a plane:

- a) element of bar with the attached forces;
b) determination of resulting force

В пределе, когда s устремляется к нулю, сила трения в сечении A становится равной F , а отношение $d\alpha$ к ds дает кривизну k оси в этом сечении. Найдем результирующую силу dP , проецируя обе силы F на направление нормали. Из рис. 4,б можно записать:

$$dP = 2F \cos\left(90^\circ - \frac{d\alpha}{2}\right) = 2F \sin \frac{d\alpha}{2}. \quad (9)$$

Вследствие малого значения угла α можно принять, что $\sin(\alpha/2) = \alpha/2$. Подставив это значение в (9), получим простое выражение:

$$dP = Fd\alpha. \quad (10)$$

Теперь нужно найти величину силы трения F в сечении A , которая является функцией s длины полосы. Известно, что сила трения равна произведению нормальной реакции N на коэффициент трения f : $F = fN$. Выделим элемент полосы длиной ds . Его вес определится умножением объема на плотность q материала полосы и на константу g : $a \cdot b \cdot q \cdot g \cdot ds$. Согласно рис. 2 нормальная реакция dN определится умножением полученного выражения на $\cos \varepsilon$: $dN = a \cdot b \cdot q \cdot g \cdot \cos \varepsilon \cdot ds$. Таким образом, сила трения для элемента полосы длиной ds запишется:

$$dF = fabqg \cos \varepsilon ds. \quad (11)$$

Интегрированием (11) получим силу трения в сечении в текущей точке A :

$$F = fabqg s \cos \varepsilon, \quad (12)$$

где: s – длина дуги AB осевой линии полосы (рис. 3).

Подставив выражение (12) в (10), получим:

$$dP = fabqg s \cos \varepsilon d\alpha. \quad (13)$$

Выделенный элемент полосы будем рассматривать в равновесии при проецировании действующих на него сил на орт нормали \bar{n} подобно частице в точке A (рис. 1). Кроме элементарной силы (13) в том же направлении действует элементарная центробежная сила, определяемая аналогично частице:

$$mkv^2 = mv^2 \frac{d\alpha}{ds}. \quad (14)$$

Подставим вместо m массу элемента полосы и получим выражение элементарной центробежной силы:

$$dF_y = abqv^2 \frac{d\alpha}{ds} ds. \quad (14)$$

Наконец, составляющая силы веса элемента полосы действует вдоль нормали в сторону центра кривизны и определяется выражением, стоящим в правой части равенства (2). Вместо массы m подставим ее выражение и получим:

$$dF_g = abqg \sin \varepsilon \cos \alpha ds. \quad (15)$$

Сложим элементарные силы (13), (14) и (15) с учетом направления, при этом силу (13) для удобства суммирования запишем в виде:

$$dP = fabqgs \cos \varepsilon \frac{d\alpha}{ds} ds. \quad (16)$$

После сложения сумму элементарных сил (14), (15) и (16) можно сократить на произведение $a \cdot b \cdot q \cdot ds$, то есть на массу элемента полосы. Полученное после этого выражение есть дифференциальным уравнением оси движущейся полосы, в котором неизвестной функцией является зависимость $\alpha = \alpha(s)$:

$$\alpha'(v^2 + fg s \cos \varepsilon) = g \sin \varepsilon \cos \alpha. \quad (17)$$

Таким образом, форма оси полосы не зависит от ее размеров и плотности материала. При $f=0$, то есть при отсутствии трения уравнение (17) совпадает с уравнением (2). Это означает, при движении гибкой несжимаемой полосы по абсолютно гладкой плоскости форма оси приобретает форму траектории отдельной частицы.

Уравнение (17) имеет решение:

$$\alpha = 2 \operatorname{Arctg} \left[\frac{e^c (v^2 + fg s \cos \varepsilon)^{\operatorname{tg} \varepsilon / f} - 1}{e^c (v^2 + fg s \cos \varepsilon)^{\operatorname{tg} \varepsilon / f} + 1} \right], \quad (18)$$

где: c – постоянная интегрирования.

Наличие решения (18) еще не означает возможности построения оси полосы при заданных условиях – скорости толкания полосы v , угла наклона плоскости ε и коэффициента трения f . Согласно (4) для получения параметрических уравнений оси полосы необходимо интегрировать выражения:

$$x = \int \cos \alpha ds; \quad y = \int \sin \alpha ds. \quad (19)$$

В общем случае при подстановке в (19) зависимости $\alpha=\alpha(s)$ (18) выражения (19) не могут быть проинтегрированы. Для получения кривой необходимо применение численных методов. Для частных случаев уравнения (19) в конечном виде найти удастся.

Во-первых, при $\varepsilon=0$ выражение (18) становится константой: $\alpha=const$. Согласно (19) ось полосы будет прямолинейной независимо от направления толкания, что очевидно, поскольку плоскость горизонтальная.

Во-вторых, выражения (19) могут быть проинтегрированы, если в (18) принять $f=tg\varepsilon$. Это означает, что угол наклона плоскости равен углу трения. Интегрирование выражений (19) дает следующие результаты:

$$x = \frac{1}{e^c g \sin \varepsilon} \ln \left[2 + 2e^{2c} (v^2 + gs \sin \varepsilon)^2 \right] + x_0,$$

$$y = s - \frac{2}{e^c g \sin \varepsilon} \operatorname{Arctg} \left[e^c (v^2 + gs \sin \varepsilon) \right] + y_0. \quad (20)$$

Постоянные интегрирования c, x_0, y_0 определяются из заданных начальных условий. Например, при $s=0$ нам необходимо получить $\alpha=\alpha_n$, где α_n – значение угла α в начальной точке (в точке B , рис. 3, поскольку начало отсчета дуги оси находится в ее конце по отношению к точке вступления на плоскость). Подставляем эти значения у (18) при $f=tg\varepsilon$ и получаем:

$$\alpha_i = 2 \operatorname{Arctg} \left[(e^c v^2 - 1) / (e^c v^2 + 1) \right]. \quad (21)$$

Разрешив (21) относительно постоянной c , получим:

$$c = \ln \left[\frac{\cos \frac{\alpha_n}{2} + \sin \frac{\alpha_n}{2}}{v^2 \left(\cos \frac{\alpha_n}{2} - \sin \frac{\alpha_n}{2} \right)} \right]. \quad (22)$$

Аналогично находим значения x_0, y_0 из (20), если мы хотим, чтобы при начальном значении длины дуги $s=s_0$ она начиналась из

заданной точки (например, из начала координат $x=0, y=0$).

Уравнения (20) дают возможность исследовать форму оси полосы для частного случая при $f=tg\varepsilon$. На рис. 5 построены кривые при $\varepsilon=45^\circ, v=2 \text{ м/с}, f=\operatorname{Arctg} \varepsilon$ и различных углах α_n . Однако по такому представлению трудно судить об изменении формы оси полосы по мере продвижения ее по наклонной плоскости. Для наглядности все кривые должны исходить из точки вступления полосы на плоскость. Для этого выбираем угол вступления полосы на плоскость (например, $\alpha_0=60^\circ$). Проводя под этим углом параллельные касательные к кривым, определяем точки касания и значение дуги $s=s_0$.

На рис. 5 нужные участки дуг построены утолщенной линией при изменении s в пределах $0 \dots s_0$ для каждой дуги. Следующий этап – построение этих кривых таким образом, чтобы их концы, соответствующие углу $\alpha_0=60^\circ$, исходили из одной точки. Это выполняем при помощи параллельного перенесения кривых определением нужных значений x_0, y_0 в уравнениях (20).

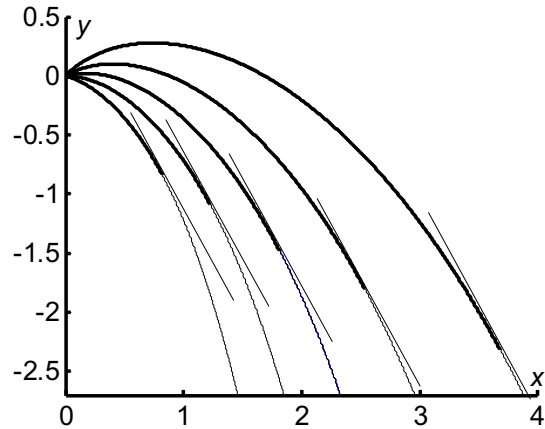


Рис. 5. Кривые оси гибкой полосы при разных значениях угла α_n

Fig. 5. Crooked axes of flexible bar at the different values of corner α_n

На рис. 6 все кривые исходят с начала координат. Они дают представление о том, как изменяется ось полосы, вступающей на плоскость под углом $\alpha_0=60^\circ$, по мере ее продвижения (при увеличении длины s). Штриховой линией показана кривая, по которой движется конец полосы при ее толкании в точке вступления на плоскость.

ФОРМА ОСИ ГИБКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ЕЕ ТОЛКАНИИ ПО НАКЛОННОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПЛОСКОСТИ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ

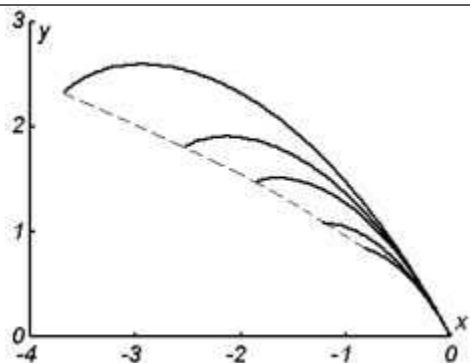


Рис. 6. Изменение оси гибкой полосы по мере ее продвижения по плоскости
Fig. 6. Change of the axis of flexible bar as far as its moving on a plane

Подобным образом на рис. 7 построены кривые, форму которых принимает ось полосы при увеличении скорости ее толкания.

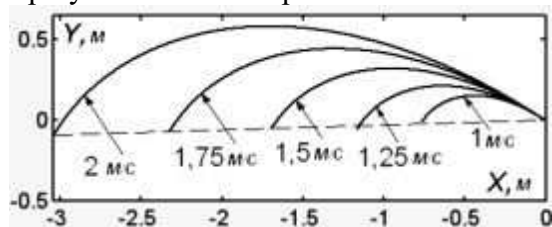


Рис. 7. Изменение оси гибкой полосы по мере увеличения скорости ее толкания
Fig. 7. Change of the axis of flexible bar as far as the increase of speed of its pushing

В случае, когда $f \neq \operatorname{tg} \varepsilon$, построение оси полосы осуществлялось численными методами. На рис. 8 и 9 построены кривые, аналогичные кривым на рис. 6 с той разницей, что в одном случае угол ε увеличен на 15° по отношению к углу трения (рис. 8), а во втором – уменьшен на 15° (рис. 9).

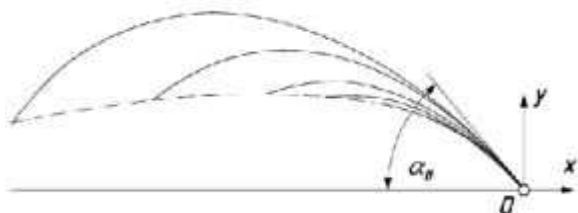


Рис. 8. Изменение оси гибкой полосы по мере ее продвижения по плоскости. $\varepsilon=60^\circ$, $f=1$, $\alpha_0=50^\circ$, $v=2 \text{ м/с}$
Fig. 8. Change of the axis of flexible bar as far as its moving on a plane. $\varepsilon=60^\circ$, $f=1$, $\alpha_0=50^\circ$, $v=2 \text{ м/с}$

Анализируя рисунки 6, 8, 9, можно сделать вывод, что отклонение угла наклона плоскости от угла трения в одну или другую

сторону не оказывает заметного влияния на форму оси движущейся полосы.



Рис. 9. Изменение оси гибкой полосы по мере ее продвижения по плоскости. $\varepsilon=30^\circ$, $f=1$, $\alpha_0=40^\circ$

Fig. 9. Change of the axis of flexible bar as far as its moving on a plane. $\varepsilon=30^\circ$, $f=1$, $\alpha_0=40^\circ$

На рис. 10 показано влияние на форму оси полосы коэффициента трения. При $f=0$ кривая имеет вертикальную ось симметрии и совпадает с траекторией движения отдельной частицы.

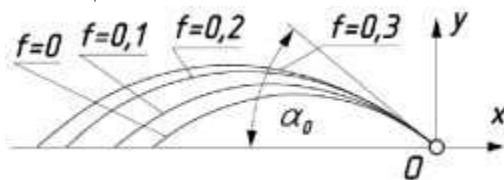


Рис. 10. Влияние на форму оси полосы коэффициента трения f . $\varepsilon=45^\circ$, $\alpha_0=40^\circ$, $v=2 \text{ м/с}$
Fig. 10. Influence on the form of axis of bar of coefficient of friction f . $\varepsilon=45^\circ$, $\alpha_0=40^\circ$, $v=2 \text{ м/с}$

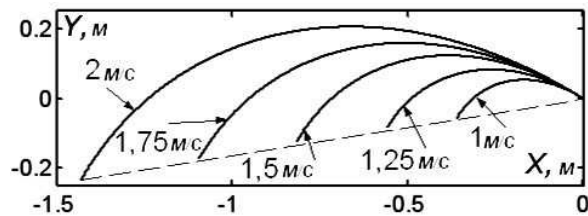


Рис. 11. Изменение оси гибкой полосы по мере увеличения скорости ее толкания. $\varepsilon=60^\circ$, $f=1$

Fig. 11. Change of the axis of flexible bar as far as increases of speed of its pushing. $\varepsilon=60^\circ$, $f=1$

Численными методами построены кривые, аналогичные кривым на рис. 7 с той разницей, что в одном случае угол ε увеличен на 15° по отношению к углу трения (рис. 11), а во втором – уменьшен на 15° (рис. 12). Во всех трех случаях угол α_n наклона конца полосы к оси Ox равен 60° , а также равны между собой углы α_0 вступления полосы на плоскость. По мере увеличения угла наклона ε плоскости дальность продвижения полосы в направлении оси Ox уменьшается.

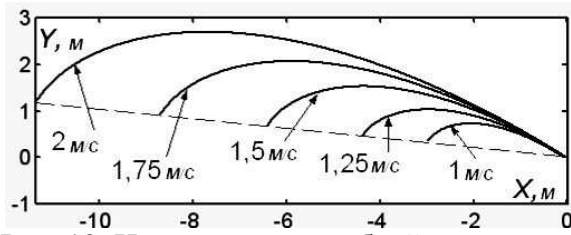


Рис. 12. Изменение оси гибкой полосы по мере увеличения скорости ее толкания. $\varepsilon=30^{\circ}, f=1$.

Fig. 12. Change of the axis of flexible bar as far as increases of speed of its pushing. $\varepsilon=30^{\circ}, f=1$.

Это также видно из рис. 13.

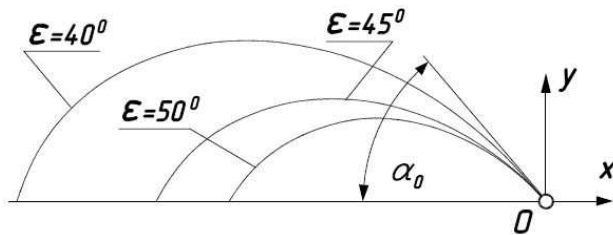


Рис. 13. Изменение оси гибкой полосы по мере увеличения угла ε наклона плоскости. $f=0,3, \alpha_0=50^{\circ}, v=2 \text{ м/с}$.

Fig. 13. Change of the axis of flexible bar as far as increases of corner ε inclination of the plane. $f=0,3, \alpha_0=50^{\circ}, v=2 \text{ м/с}$.

Анализ рисунков оси полосы при ее движении по шероховатой плоскости показывает, что кривизна оси наименьшая в точке вступления полосы на плоскость, а наибольшая – в конце полосы. Это объясняется тем, что выталкивающая сила, возникающая вследствие трения и препятствующая изгибанию полосы вниз, возрастает по мере приближения к точке вступления полосы на плоскость.

ВЫВОДЫ

На форму оси гибкой несжимаемой полосы, движущейся с постоянной скоростью по наклонной плоскости вследствие ее толкания в точке вступления на плоскость, влияют угол наклона плоскости, угол вступления на плоскость, коэффициент трения, скорость движения, длина полосы. В случае отсутствия трения форма оси полосы есть симметричная кривая и совпадает с траекторией движения отдельной частицы. Дифференциальное уравнение движения полосы имеет аналитическое решение в двух случаях: при отсутствии трения и при угле наклона плос-

кости, равному углу трения. Если в первом случае особенностью искомой кривой есть симметричность дуг подъема и спуска относительно линии наибольшего наклона плоскости, то во втором случае характерных особенностей не выявлено. Кривизна оси меньше в точке вступления на плоскость и возрастает по мере продвижения полосы по плоскости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Vasilenko P.M. 1960. Teoriya dvigeniya chastici po sherohovatim poverhnostyam sel'skohozyaistvennih mashin. – K.: UASHN, – 283.
2. Zaika P.M. 1992. Izbrannie zadachi zemledelcheskoj mehaniki. – K.: Izd-vo USHA, – 507.
3. Adamchuk V.V. 2003. Teoretichne doslidgennya rozgonu mineralnih dobriv rozsiyuvalnim organom / MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 6. – 113-126.
4. Kovbasa V.P. 2012. Analiz processa podachi zerna v rabochuyu kameru izmelchatelya / MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 14. No. 3. 47-55.
5. Lovejkin V.S. 2012. Optimizaciya regimov kolebanij zernovih smesej pri nalichii suhogo treniya / MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 14. No. 3. 140-147.
6. Pilipaka S.F. 2013. Rozrahnok pohiloyi poverhni skrebka gnoepribiralnoyi ustanovki / Visnik Harkivskogo nacionalnogo tehnicnogo universitetu silskogo gospodarstva imeni Petra Vasilenka. – Harkiv – Vip. 132. – 404-410.
7. Vojtyuk D.G. 1998. Proektuvannya polici pluga iz rozgortnoji poverhni za zadannoyu granich-noyu traektoriyu ruhu skibi / Visnik agrarnoji nauki. – K.: «Agrarna nauka» – № 1. – 47-49.
8. Vojtyuk D.G. 1999. Do viznachennya traektorij ruhu chastinok gruntu po cilindrichnih poverhnyah robocnih organiv gruntoobrobnihs znaryad / Zbirnik naukovih prac Nacionalnogo agrarnogo universitetu «Mehanizaciya silskogo gospodarstva». – Tom 5. «Suchasni problemi mehanizacii silskogo gospodarstva». – K.: NAU – 242-251.
9. Gortinskij V.V. 1980. Processi separirovaniya na zernopererabativayushih predpriyatiyah – 2-e

izd., pererab. i dop. – M.: Kolos – 304.

10. Blehman I.I. 1964. Vibracionnoe peremeshenie – M.: Nauka, – 410.

11. Linnik M.K. 2008. Doslidgennya ruhu materialnoi chastinki po vnutrishnij poverhni vertikalnogo cilindra, yakij zdiysnyue planetarnij ruh / Mehanizaciya ta elektrifikaciya silskogo gospodarstva. Migvidomchij tematichnij naukovij zbirnik. – Glevaha – Vip. 92. – 49-62.

12. Bulgakov V.M. 2010. Teoriya dvigeniya chastici v centrobegnom visevayushem aparate / MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 12. 122-131.

13. Vojtyuk D.G. 2002. Znahodgennya traektorii ruhu materialnoi chastinki po gravitacijnih linijchatih poverhnyah iz gorizontalnimi tvirnimi / Zbirnik naukovih prac «Mehanizaciya silskogospo-darskogo virobnictva». – T.12. – K.: NAU – 58-69.

14. Pylypaka S.F. 2002. Motion of a mass point on a helical ruled surface / Proceedings of the 10th international conference on geometry and graphics. – Kyiv, – Volume 1. – 53-55.

15. Vojtyuk D.G. 2003. Znahodgennya traektorii ruhu materialnoi tochki po gravitacijnij rozgortnij poverhni na prikladi rozgortnogo gelikoida / MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 6. 113-126.

16. Pilipaka S.F. 2010. Doslidgennia ruhu chastinki po vnutrishnij poverhni pohilogo cilindra, sho obertaetsya navkolo vlasnoyi osi / MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 12B. 115-120.

17. Vojtyuk D.G. 2003. Znahodgennya traektorii ruhu materialnoi chastinki po vnutrishnij poverhni vertikalnogo cilindra pri bokovij podachi materialu / Visnik Harkivskogo dergavnogo tehnicnogo universitetu silskogo gospodarstva. – Vip. 20. «Mehanizaciya silskogo gospodarstva». – Harkiv – 91-99.

18. Linnik M.K. 2006. Doslidgennya ruhu materialnoi chastinki po vnutrishnij poverhni stacionarnogo cilindra / Visnik agrarnoi nauki. – K., – № 2. – 48-54.

19. Gyachev L.V. 1961. Teoriya lemешnotvalnoj poverhnosti – Zernograd, – 317.

20. Bulgakov V.M. 2009. Ruh chastinki po poverhni strichki transportera, dovilno orijentovanoi u prostori / Visnik Dnepropetrovskogo dergavnogo agrarnogo universitetu. – № 2. – 40-49.

FORM OF AXIS OF FLEXIBLE IN-COMPRESSIBLE BAR AT ITS PUSHING ON ROUGH RAMP WITH PERMANENT SPEED

Summary. Worked out differential equations of the motion of flexible incompressible bar on a rough ramp at its pushing with permanent speed. The special cases of the motion are considered without friction, at the different angles of slope of plane, at the different corners of entry of bar on a plane. The form of axis of bar for the considered cases was found by the numeral methods of integration.

Key words: flexible incompressible bar, rough ramp, speed of movement, form of axis.