

ROZKŁAD CZASU TRWANIA CZYNNOŚCI A TERMIN ZAKOŃCZENIA PRZEDSIĘWZIĘCIA Z UWZGLĘDNIENIEM ELEMENTÓW ANALIZY RYZYKA

Mieczysław Połośki

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Streszczenie. W pracy przeanalizowano na prostym przykładzie wpływ rozkładu czasu trwania pojedynczej czynności na termin zakończenia całego przedsięwzięcia. Rozpatrzono dwa typy rozkładów – trójkątny i beta. Obliczenia wykonano deterministyczną metodą CPM z uwzględnieniem różnego sposobu szacowania czasu czynności, klasyczną metodą PERT oraz metodą symulacyjną Monte Carlo przy użyciu programu Pertmaster Professional +Risk firmy Pertmaster. Zwrócono uwagę, że sposób szacowania czasu pojedynczej czynności na podstawie znanego typu jego rozkładu ma wyraźny wpływ na termin zakończenia przedsięwzięcia uzyskany w metodzie CPM. Wykazano, że w przypadku trójkątnego rozkładu czasu czynności nie powinno się używać mody jako deterministycznej oceny czasu czynności. Obliczenia przeprowadzone metodą PERT i metodą symulacyjną doprowadziły do porównywalnych terminów zakończenia przedsięwzięcia, jednak w obu przypadkach wynik w dużej mierze był uzależniony od przyjętego typu rozkładu czasu pojedynczej czynności.

Słowa kluczowe: harmonogram sieciowy, czas czynności, analiza ryzyka, Pertmaster, zarządzanie projektami

WSTĘP

Planowanie realizacji obiektów inżynierskich oraz sporządzanie harmonogramu jego wykonania zawsze obarczone jest pewną dozą niepewności¹. Wynika to z faktu, że każdy proces planowania zawiera w sobie element wybiegania w przyszłość, a to zaw-

¹W literaturze można spotkać wiele definicji pojęcia niepewności i ryzyka [Cooke 1991, Roland i Moriarty 1990, Karczmarek 2005]. Najogólniej można przyjąć, że o ryzyku mówimy w sytuacji, kiedy jesteśmy w stanie określić istniejące zagrożenia i oszacować prawdopodobieństwa ich wystąpienia, natomiast pojęcie niepewności łączy się z przypadkowością i często używa się go jako synonimu zawodności oraz wątpliwości co do przyszłego przebiegu zdarzeń [Karczmarek 2005].

Adres do korespondencji – Corresponding author: Mieczysław Połośki, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Katedra Geoinżynierii, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa, e-mail: mieczyslaw_polonski@sggw.pl

sze związane jest z brakiem pewności co do rzeczywistego przebiegu nadchodzących zdarzeń. Wśród kadry inżynierskiej odpowiedzialnej za zarządzanie realizacją inwestycji od dawna istnieje świadomość konieczności ujmowania tego elementu niepewności w harmonogramach budowlanych [Połowski 1979], jednak zagadnienie to jest trudne do ujęcia ilościowego. W pierwszych harmonogramach, zarówno liniowych, jak i następnie sieciowych, czas trwania czynności szacowano jako wartości pewne, deterministyczne. Brak uwzględnienia rozkładu prawdopodobieństwa czasu trwania pojedynczej czynności w metodzie CPM nie pozwalał określić prawdopodobieństwa dotrzymania terminu końcowego całego przedsięwzięcia. Dopiero metoda PERT wprowadziła możliwość traktowania czasu trwania czynności jako zmiennej losowej o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa [Jaworski 1999]. Taki sposób podejścia do szacowania czasu wykonania poszczególnych czynności w połączeniu z pokazaniem powiązań w kolejności realizacji czynności w harmonogramie w postaci sieci zależności pozwolił określić prawdopodobieństwa dotrzymania terminów wykonania poszczególnych czynności i/lub całego przedsięwzięcia. Z czasem podejmowano kolejne próby udoskonalenia harmonogramów budowlanych [Podstawy organizacji zarządzania... 1985, Połowski 1995]. Dotyczyły one między innymi sposobu budowania sieci zależności² algorytmów rozdziału swobodnego zapasu czasu czynności, określania niezawodności wykonania całego harmonogramu sieciowego i poszczególnych ciągów czynności, wprowadzenia powiązania terminów wykonania czynności z dostępnymi zasobami, stosowania buforów czasu i rezerw zasobów.

METODA OBLICZANIA TERMINU ZAKOŃCZENIA ROBÓT

Ostatnio w analizie harmonogramów sieciowych coraz częściej stosowane są elementy analizy ryzyka, zwłaszcza w odniesieniu do jego dwóch podstawowych parametrów – czasu trwania i kosztu wykonania. W odniesieniu do terminów dotyczą one głównie określenia prawdopodobieństwa dotrzymania obliczonej w harmonogramie daty zakończenia robót lub inaczej mówiąc – określenia daty zakończenia robót jako zmiennej losowej o znanym przebiegu, pozwalającym ustalić daty zakończenia na z góry założonym poziomie prawdopodobieństwa. Takie podejście pozwala ograniczyć lub całkowicie wyeliminować przyjęcie zbyt krótkiego czasu wykonania budowy o niskim prawdopodobieństwie dotrzymania, a tym samym ograniczyć jego ujemne skutki [Stumpf 2001].

Jednym z bardziej znanych programów komputerowych umożliwiających wykonanie obliczeń analizy ryzyka w harmonogramie sieciowym jest Pertmaster Professional +Risk firmy Pertmaster [<http://www.permaster.com>, Wiatr 2004]. W przeciwieństwie do tradycyjnego sposobu analizy harmonogramu sieciowego program ten wykorzystuje technikę symulacyjną Monte Carlo [Fishman 1981] do określenia rozkładu parametrów poddanych analizie ryzyka. Wygodny sposób edycji danych do obliczeń wbudowany

²Opracowanie metody jednopunktowej, w której strzałki reprezentują połączenia między czynnościami, rozszerzenie sposobu definiowania połączenia dwóch czynności czy wprowadzenie czynności cyklicznych aż do konstrukcji sieci stochastycznych z możliwością wyboru alternatywnych wariantów przebiegu wykonania przedsięwzięcia.

w program umożliwia szybkie wykonanie wielowariantowych analiz i śledzenie wpływu wartości parametrów obliczeniowych na ostateczny wynik. Z drugiej strony odmienna metodyka prowadzenia obliczeń w stosunku do metody PERT umożliwia porównanie wyników obliczeń uzyskanych tymi metodami.

Jednak niezależnie od zastosowanej metodyki kluczowe znaczenie dla końcowego wyniku obliczeń ma sposób szacowania czasu pojedynczej czynności zastosowany w harmonogramie. W metodzie PERT zastosowano rozkład beta [Benjamin i Cornell 1977], przy czym w praktyce przyjęto uproszczony sposób szacowania czasu oczekiwanego jako średniej ważonej z trzech ocen czasu: optymistycznej, najbardziej prawdopodobnej i pesymistycznej [Jaworski 1999, Połowski 2001]. Pomimo że rozkład beta dopuszcza niesymetryczny rozkład wag, zdecydowanie najczęściej wykorzystuje się rozkład symetryczny odpowiednio z wagami 1, 4, 1.

Warto zauważyć, że brak precyzji w sposobie zdefiniowania pojęć czasu optymistycznego, pesymistycznego i najbardziej prawdopodobnego oraz zaproponowany sposób szacowania rozkładu czasu czynności nie ma odpowiedniego uzasadnienia teoretycznego, co było podnoszone w literaturze [Wiatr 2004]. Z drugiej strony brak uzasadnienia teoretycznego nie przeszkodził w praktyce w stosowaniu z dobrym skutkiem zaproponowanych rozwiązań.

Jako miarę rozrzutu szacowanego czasu trwania czynności w metodzie PERT stosuje się wariancję, którą w tym wypadku oblicza się ze wzoru [Jaworski 1999, Połowski 2001]:

$$\sigma^2 = \left(\frac{T_B - T_A}{6} \right)^2$$

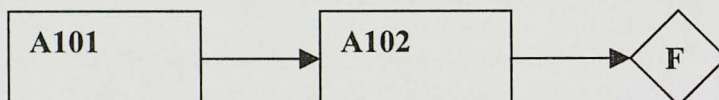
gdzie T_A i T_B to czas optymistyczny i pesymistyczny czynności.

Znając wariancję czasu trwania każdej czynności, można dla terminu obliczonego w analizie czasu określonej czynności czy zdarzenia (np. końcowego całego przedsięwzięcia) obliczyć tzw. zmienną standaryzowaną [Jaworski 1999, Połowski 2001], a następnie z dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0, 1)$ odczytać wartość prawdopodobieństwa dotrzymania tego terminu.

W programie Pertmaster Professional +Risk znacznie rozszerzono możliwość definiowania rozkładu czasu każdej czynności. Użytkownik ma do wyboru aż jedenaście rozkładów (m.in. rozkład normalny, beta, lognormalny, trójkątny), za pomocą których może określić rozkład każdej czynności oddzielnie. Oczywiście w zależności od zastosowanego typu rozkładu do określenia czasu trwania czynności wymagane są odpowiednie parametry tego rozkładu. Po zdefiniowaniu przez użytkownika typów rozkładu i ich parametrów dla wszystkich czynności program analizuje w procesie symulacji zadane dane i na ich podstawie określa rozkład poszukiwanej wartości, np. terminu zakończenia całego przedsięwzięcia.

OBLICZENIA TERMINÓW ZAKOŃCZENIA ROBÓT I ICH PRAWDOPODOBIENSTWA

W literaturze można spotkać wiele artykułów omawiających sposób zastosowania modułu analizy ryzyka w programie Pertmaster Professional +Risk oraz korzyści wynikające z prowadzenia tego rodzaju analizy. Stosunkowo często cytowanym omówieniem tego zagadnienia jest publikacja Huletta dostępna na stronie internetowej firmy Pertmaster. Zawarto w niej bardzo prosty, poglądowy przykład obliczeniowy, który na pierwszy rzut oka wykazuje w dobitny sposób przewagę prowadzenia analizy ryzyka w stosunku do deterministycznej metody CPM. W przykładzie przedstawiono dwuczynnościową sieć zależności (rys. 1).

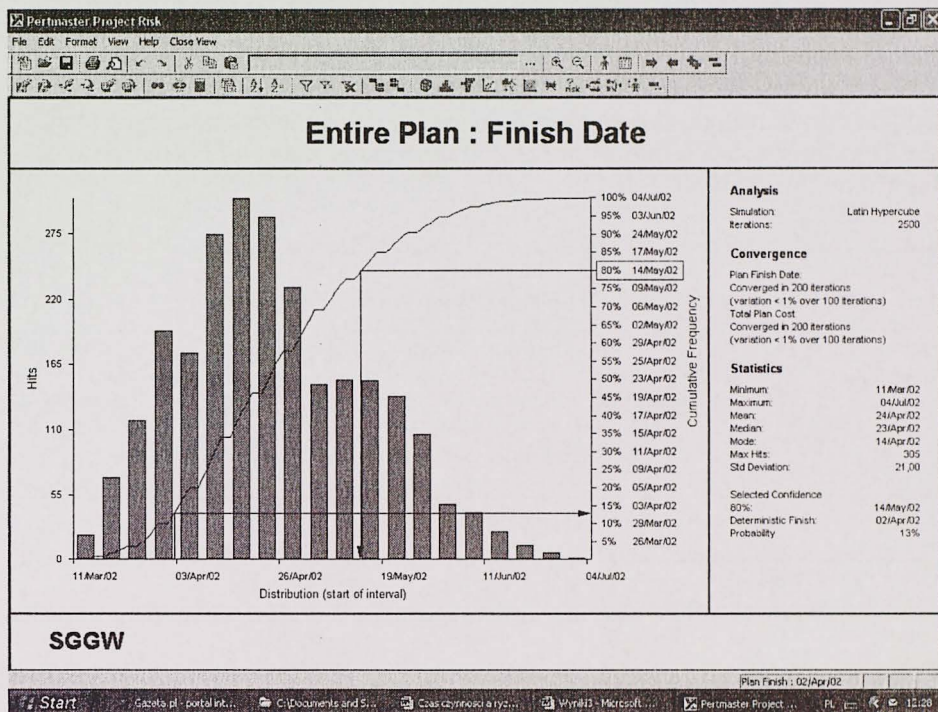


Rys. 1. Sieć zależności z dwoma czynnościami

Fig. 1. The project network with two tasks

Czynności A101 i A102 wykonywane są sekwencyjnie, jedna po drugiej. W analizie CPM czas trwania czynności przyjęto odpowiednio jako 50 i 80 dni, co łącznie daje 130 dni jako termin zakończenia przedsięwzięcia. W przykładzie operowano datami: termin rozpoczęcia ustalono na 1 X 2001 roku, a więc po uwzględnieniu dni wolnych termin zakończenia wypadł 2 IV 2002 roku. W dalszej kolejności w przykładzie włączono do obliczeń wyniki analizy ryzyka. W tym celu zdefiniowano rozkłady czasu trwania czynności i dla obu czynności przyjęto rozkład trójkątny, uzasadniając to prostą estymacją parametrów oraz brakiem znajomości przesłanek, które wskazałyby na inny typ rozkładu. W przypadku rozkładu trójkątnego, podobnie jak w rozkładzie beta, wystarczy podać trzy oceny czasu – dwie skrajne, tzn. najkrótszą i najdłuższą, oraz najbardziej prawdopodobną. W przykładzie przyjęto odpowiednio: dla czynności A101 (40, 50, 100), a dla czynności A102 (70, 80, 100). Z przyjętego czasu wynika, że do analizy CPM przyjęto wartości modalne. Następnie harmonogram poddano symulacji o liczbie iteracji równej 2500. W wyniku obliczeń uzyskano rozkład prawdopodobieństwa dotrzymania terminu końcowego przedsięwzięcia, przedstawiony na rysunku 2 w postaci histogramu i dystrybuanty tego rozkładu. Na lewej osi rzędnych podano planowany czas trwania przedsięwzięcia w dniach kalendarzowych, a na prawej osi rzędnych podano daty zakończenia przedsięwzięcia oraz prawdopodobieństwa ich dotrzymania. Uzyskane wyniki obliczeń są zgodne z wynikami przytaczanymi przez Huletta.

Z wykresu dystrybuanty i legendy można odczytać, że prawdopodobieństwo dotrzymania terminu ustalonego metodą CPM wynosi tylko około 13%! Jak wskazuje histogram, konkretną datą zakończenia o największym prawdopodobieństwie wystąpienia (około 33%) jest 14 IV 2002 roku (138 dni rob.), a aby uzyskać 50-procentowe prawdopodobieństwo dotrzymania terminu ukończenia przedsięwzięcia, należy założyć tę datę na 23 IV 2002 roku (145 dni rob.). Chcąc uzyskać np. 80% pewności dotrzymania zaplanowanego terminu końcowego przedsięwzięcia, datę jego ukończenia powinno założyć się na 14 V 2002 roku (160 dni rob.), tzn. około 6 tygodni kalendarzowych później, niż wynika to z terminu deterministycznego, co oznacza wydłużenie przedsięwzięcia o blisko 25%. Przewaga obliczeń wykonanych z zastosowaniem analizy ryzyka wydaje się oczywista.



Rys. 2. Wyniki analizy ryzyka w programie Pertmaster w przypadku trójkątnego rozkładu prawdopodobieństwa czynności

Fig. 2. The Pertmaster risk analysis results for the triangular task durations distributions

Jak już zauważono, do analizy CPM przyjęto wartości modalne, o największym prawdopodobieństwie wystąpienia. Jednak znając rozkłady czasu trwania czynności przyjęte do obliczeń w analizie ryzyka, można rozważyć, czy oszacowanie czasu czynności przyjęte w metodzie CPM, do której porównuje się wyniki obliczeń z uwzględnieniem analizy ryzyka, zostało wykonane prawidłowo. Skłania to również do postawienia dwóch ogólniejszych pytań:

– jak należy określać czas trwania czynności w deterministycznej metodzie CPM na podstawie trójkątnego rozkładu prawdopodobieństwa i jaki to ma wpływ na wyniki analizy czasu?

– jaki wpływ na wyniki analizy ryzyka ma przyjęty do obliczeń typ rozkładu czasu pojedynczej czynności?

W celu odpowiedzi na pierwsze pytanie przeanalizowano wyniki obliczeń, zakładając, że czas czynności będzie ustalony jako:

- moda,
- średnia arytmetyczna,
- mediana,
- średnia ważona z wagami 1, 4, 1 (jak w klasycznej metodzie PERT),

– średnia ważona z wagami 1, 3, 2 ze względu na prawo-asymetryczny rozkład czasu obu czynności.

Uzyskany rozkład prawdopodobieństwa dotrzymania terminu końcowego (rys. 2) użyto do odczytania prawdopodobieństwa dotrzymania terminów uzyskanych w metodzie CPM, przy różnych sposobach szacowania czasu pojedynczej czynności. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Terminy zakończenia przedsięwzięcia w metodzie deterministycznej i ich prawdopodobieństwo

Table 1. The project completion dates for the CPM method and their probability

Szacowanie Estimations	T A101 Dur.	T A102 Dur.	Termin zakończenia przedsięwzięcia w metodzie CPM Project completion date for the CPM method	Data zakończenia Project completion date for the CPM method	Prawdopodobieństwo dotrzymania terminu końcowego wg Pertmastera Probability of project completion date
Moda Mode	50	80	130	2.IV.02	13%
Średnia arytmetyczna Arithmetic mean	63	83	146	24.IV.02	52%
Mediana Median	61	82	143	19.IV.02	45%
Średnia ważona 1 : 4 : 1 Weighted-average 1 : 4 : 1	57	82	137	11.IV.02	35%
Średnia ważona 1 : 3 : 2 Weighted-average 1 : 3 : 2	65	85	150	30.04.02	61%

Porównując otrzymane wyniki, łatwo zauważyć, że przyjęty do obliczeń przez Hu-letta czas czynności jako moda daje zdecydowanie najkrótszy czas trwania czynności, a tym samym najmniejsze prawdopodobieństwo dotrzymania terminu końcowego.

Znając rozkłady czasu czynności oraz korzystając z metodyki PERT, można obliczyć termin zakończenia przedsięwzięcia, zakładając określony poziom prawdopodobieństwa. Zmienną standaryzowaną oblicza się ze wzoru [Jaworski 1999, Połowski 2001]:

$$U_L = \frac{NPZ_L - NWZ_L}{\sqrt{\sum (\delta^2)_L^W + \sum (\delta^2)_L^P}}$$

gdzie: $NPZ_L - NWZ_L$ – różnica terminów najpóźniejszych i najwcześniejszych w analizowanym zdarzeniu (luz czasu zdarzenia),

$\sqrt{\sum (\delta^2)_L^W + \sum (\delta^2)_L^P}$ – pierwiastek z sumy wariancji ze ścieżki, która zdecydowała o terminach występujących na danym zdarzeniu.

Odczytując z dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0, 1)$ wartość zmiennej standaryzowanej (U_L), można z przytoczonego wzoru obliczyć licznik, czyli luz czasu, o jaki

należy przedłużyć termin końcowy przedsięwzięcia, aby uzyskać prawdopodobieństwo dotrzymania terminu końcowego na założonym poziomie. Dla poziomu prawdopodobieństwa 80% zmienna standaryzowana odczytana z tablic dystrybuanty rozkładu $N(0, 1)$ wynosi około 0,84. Wystarczy wymnożyć tę wartość przez pierwiastek z sumy wariancji obu czynności, aby uzyskać poszukiwany luz czasu.

Jednak, aby dokonać niezbędnych obliczeń, w pierwszej kolejności należy policzyć wariancję czasu trwania każdej czynności. W przypadku rozkładu trójkątnego można tego dokonać albo na podstawie wzorów uproszczonych, albo dokładniej poprzez całkowanie.

Wykorzystano dwie formuły przybliżone na obliczenie wariancji:

$$A: \delta x^2 = (T_B - T_A)^2/24 \text{ [Zieliński]}$$

$$B: \delta x^2 = [(T_B - T_A)^2 + (T_M - T_A)(T_M - T_B)]/18 \text{ [Wasilewski]}$$

gdzie T_A, T_M, T_B to odpowiednio: optymistyczny, najbardziej prawdopodobny i pesymistyczny czas trwania czynności.

W celu porównania wyników obliczeń wykorzystano również formułę stosowaną w metodzie PERT dla rozkładu beta, tzn.:

$$C: \delta x^2 = [(T_B - T_A)/6]^2$$

Było to możliwe ze względu na bardzo podobny sposób szacowania parametrów rozkładu beta i trójkątnego (na podstawie trzech ocen czasu).

Wartość dokładną wariancji policzono według wzoru [Beniamin i Cornell 1977]:

$$D: \delta x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f_x(x) dx$$

gdzie x jest wartością czasu trwania czynności, a m_x jego wartością średnią.

Wyniki obliczeń wariancji różnymi formułami oraz wartości luzu czasu, o które należy wydłużyć przedsięwzięcie, aby uzyskać 80% pewności dotrzymania terminu końcowego, zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wariancja czynności i luz czasu zdarzenia końcowego
Table 2. The task variance and slack of time for the end of project

Czynność Task	Wariancja / Variance			
	A	B	C	D
A 101	150	172	100	172
A 102	38	39	25	39
Suma/Total	188	211	125	211
Luz zdarzenia końcowego Slack of time for the end of project	11,8	12,5	9,6	12,5

Jak wynika z przytoczonych obliczeń, sposób szacowania wariancji nie ma istotnego znaczenia dla wartości, o jaką należy przedłużyć przedsięwzięcie. Ponieważ stosunkowo prosto i dokładnie wyznacza się wariancję formułą przybliżoną B, więc do dalszych analiz przyjęto wynik uzyskany z tego wariantu, tzn. 12,5, a po zaokrągleniu 13 dni roboczych.

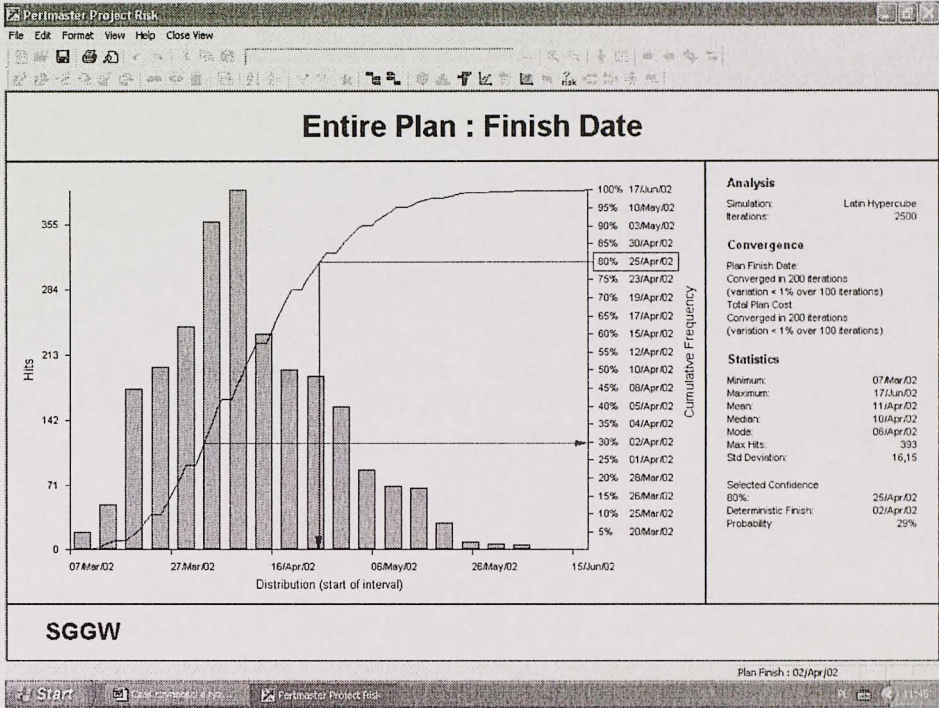
Znając czas, o jaki należy wydłużyć realizację przedsięwzięcia, można wyznaczyć termin zakończenia przedsięwzięcia na 80-procentowym poziomie prawdopodobieństwa, uzależniony od sposobu szacowania czasu trwania czynności. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Terminy zakończenia przedsięwzięcia w metodzie PERT i ich prawdopodobieństwo
Table 3. The project completion dates for the PERT method and their probability

Szacowanie Estimations	T A101 Dur.	T A102 Dur.	Termin zakończenia przedsięwzięcia w metodzie CPM Project completion date for the CPM method	Luz czasu Slack of time	Termin zakończenia wg metody PERT Project duration for the PERT method	Data zakończenia Project completion date	Prawdopodobieństwo dotrzymania terminu końcowego według Pertmastera Probability of project completion date
Moda/Mode	50	80	130	13	143	19.IV.02	48%
Średnia arytmetyczna Arithmetic mean	63	83	146	13	159	13.V.02	79%
Mediana Median	61	82	143	13	156	8.V.02	75%
Średnia ważona 1 : 4 : 1 Weighted-average 1 : 4 : 1	57	82	137	13	150	30.IV.02	67%
Średnia ważona 1 : 3 : 2 Weighted-average 1 : 3 : 2	65	85	150	13	163	17.V.02	87%

Przypomnijmy, że według programu Pertmaster termin zakończenia przedsięwzięcia na poziomie prawdopodobieństwa 80% wypadł 14 V 2002 roku (160 dni rob.). To znaczy, że wyniki obliczeń według metody PERT i Pertmaster, oprócz mody, różnią się maksymalnie mniej więcej o 10 dni roboczych, w zależności od sposobu szacowania czasu pojedynczej czynności. Widać również, że i w tym wypadku przyjęcie mody jako oceny czasu deterministycznego daje najgorsze wyniki.

Na zakończenie prowadzonych analiz sprawdzono, jaki wpływ na wyniki analizy ryzyka ma przyjęty do obliczeń typ rozkładu czasu pojedynczej czynności. Rozważono dwa zbliżone typy rozkładów – trójkątny i beta. Jak już wspomniano, podyktowane to zostało możliwością definiowania parametrów rozkładów na podstawie trzech ocen czasu. Obliczenia wykonano w programie Pertmaster. Wyniki obliczeń zestawiono na rysunku 3 i w tabeli 4.



Rys. 3. Wyniki analizy ryzyka w programie Pertmaster przy rozkładzie prawdopodobieństwa czynności beta

Fig. 3. The Pertmaster risk analysis results for the beta type distributions of task durations

Tabela 4. Terminy zakończenia przedsięwzięcia o różnym poziomie prawdopodobieństwa obliczone w programie Pertmaster przy rozkładach prawdopodobieństwa czasu czynności trójkątnym i beta

Table 4. The project completion dates for different probability level calculated by the Pertmaster program for triangular and beta distributions task durations

Termin zakończenia przedsięwzięcia Completion date	Rozkład trójkątny Triangular distributions		Rozkład beta Beta distributions	
	Data	Dni robocze	Data	Dni robocze
	Date	Duration	Date	Duration
Najbardziej prawdopodobny For the highest probability	14 IV 02	138	6 IV 02	133
O prawdopodobieństwie 50% For the 50% probability	23 IV 02	145	10 IV 02	136
O prawdopodobieństwie 80% For the 80% probability	14 V 02	160	25 IV 02	147

Analizując zestawione wyniki obliczeń, można wyraźnie zauważyć, że typ rozkładu czasu czynności miał w tym wypadku wpływ na otrzymane dane. Wynik ten uzyskano pomimo bardzo zbliżonego typu zastosowanych rozkładów. Założenie rozkładu trójkątnego powoduje, że uzyskane terminy zakończenia przedsięwzięcia, i to dla wszystkich rozpatrywanych poziomów prawdopodobieństwa, są późniejsze w stosunku do rozkładu beta. Dodatkowo potwierdza to uzyskane prawdopodobieństwo dotrzymania terminu dyrektywnego na poziomie 29% przy rozkładach beta, w stosunku do 13% uzyskanych przy rozkładach trójkątnych. W celu pełniejszej weryfikacji tego wniosku należałoby w przyszłości przeanalizować wpływ kształtu rozkładu trójkątnego na termin zakończenia przedsięwzięcia i jego prawdopodobieństwo.

Warto również zauważyć, że termin zakończenia przedsięwzięcia na poziomie prawdopodobieństwa 80%, uzyskany z obliczeń według metody PERT, wypadł 30 IV 2002 roku (150 dni rob.), to znaczy odbiega od wyniku uzyskanego z programu Pertmaster przy rozkładzie beta tylko o 3 dni robocze.

PODSUMOWANIE

Uzyskane wyniki obliczeń wyraźnie wykazały, że w metodzie deterministycznej sposób szacowania czasu trwania czynności ma decydujące znaczenie dla ostatecznego wyniku obliczeń. Zakładając trójkątny rozkład czasu trwania czynności w deterministycznej ocenie czasu, moda daje wyniki odbiegające w stosunku do wszystkich innych rozpatrywanych sposobów szacowania. Wydaje się, że w tym wypadku należy operować średnią ważoną według założeń metody PERT. Na ostateczny wynik obliczeń nie ma istotnego wpływu sposób szacowania wariancji czasu czynności i można zastosować uproszczoną formułę $\delta_x^2 = [(T_B - T_A)^2 + (T_M - T_A)(T_M - T_B)]/18$.

Obliczenie terminu zakończenia przedsięwzięcia na założonym poziomie prawdopodobieństwa według klasycznej metody PERT prowadzi do zbliżonych wyników jak analiza ryzyka prowadzona w programie Pertmaster przy założeniu rozkładu beta czasu trwania czynności. Program Pertmaster Professional +Risk umożliwia jednak przeprowadzenie tych obliczeń sprawniej, w znacznie szerszym zakresie i z możliwością wykonania wielu wariantów obliczeniowych.

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że w przypadku małej sieci zależności, liczącej zaledwie kilka czynności, na ostateczny termin zakończenia przedsięwzięcia na określonym poziomie prawdopodobieństwa ma wpływ typ rozkładu czasu czynności założony dla poszczególnych czynności. Ma to szczególne znaczenie, biorąc pod uwagę fakt, że często w praktyce inżynierskiej nie ma jasnych przesłanek, który typ rozkładu należy przyjąć do obliczeń. W takich przypadkach ostatecznym argumentem jest prostota szacowania parametrów takiego rozkładu, co głównie wskazuje na rozkłady beta i trójkątny. Jednak jak wykazano w obliczeniach, nawet między wynikami uzyskanymi na podstawie tych dwóch rozkładów, pomimo praktycznie identycznego sposobu szacowania parametrów tych rozkładów, mogą istnieć spore rozbieżności. Warto mieć tego świadomość i dokonywać symulacji obliczeniowych z uwzględnieniem różnych typów rozkładu, szczególnie jeśli stosowany program obliczeniowy to w prosty sposób moż-

liwia. Trudno jest oszacować, czy przedstawiony wniosek ma zastosowanie do dużych sieci zależności, złożonych z kilkudziesięciu czy kilkuset czynności. Jak wiadomo z centralnego twierdzenia granicznego, w takim wypadku rozkład dla zdarzenia końcowego będzie dążył do rozkładu normalnego. Jaki to będzie miało wpływ na wyniki obliczeń, należałoby zweryfikować odrębnymi eksperymentami numerycznymi, które autor zamierza podjąć w najbliższej przyszłości.

PIŚMIENNICTWO

- Benjamin J.R., Cornell C.A., 1977. Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Cooke R.M., 1991. Experts in uncertainty. Oxford University Press, Oxford.
- Fishman G.S., 1981: Symulacja komputerowa. PWE, Warszawa.
<http://www.pertmaster.com> 2005
- Hulett D.T., 1996. Schedule risk analysis simplified (<http://www.projectrisk.com>).
- Jaworski K.M., 1999: Metodologia projektowania realizacji budowy. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Karczmarek T.T., 2005. Ryzyko i zarządzanie ryzykiem. Difin, Warszawa.
- Podstawy organizacji zarządzania i technologii w budownictwie, 1985 (red.) Z. Michnowski. Arkady, Warszawa.
- Połośki M., 1979. Element ryzyka w harmonogramach sieciowych. Gospodarka Wodna, 2, 58–59.
- Połośki M., 1995. Planowanie realizacji inwestycji melioracyjnych w funkcji czasu i środków na podstawie harmonogramów sieciowych. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Połośki M., 2001: Harmonogramy sieciowe w robotach inżynierskich. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Roland H.E., Moriarty B., 1990. System safety engineering and management. A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc., New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore.
- Stumpf G.R., 2001. Schedule delay analysis. Cost Engineering 42, 32–43.
- Wasilewski A. Struktura przedsiębiorstwa (<http://www.ioz.pwr.wroc.pl/pracownicy/wasilewski> 2005).
- Wiatr T., 2004. Symulacja ryzyka przedsięwzięć na tle klasycznej metody PERT. Materiały konferencyjne „Ryzyko 2004”, Ciechocinek.
- Zieliński W. Rozkłady prawdopodobieństwa (http://wojtek.zielinski.statystyka.info/statystyka_matematyczna.html 2005)

THE PROBABILITY DISTRIBUTIONS OF TASK DURATIONS AND PROJECT COMPLETION DATE WITH RISK ANALYSIS ELEMENTS

Abstract. The impact of applying two different types of distribution of task durations on the project completion date has been analyzed in a simple case study. The distributions are triangular and beta. Calculations were based on three methods: CPM including different way of estimating the task durations, PERT and Monte Carlo using a computer program Pertmaster Professional +Risk. Essential relations between the task durations' distributions of each activity and project completion date obtained by CPM method were underlined. It was also indicated that mode is a bad estimator for time duration. Calculations

that were carried out by PERT and Pertmaster simulations methods brought to comparable project completion dates, although in both cases the result largely depended on task duration's distributions for each activity.

Key words: network schedule, task duration, risk analysis, Pertmaster, project management

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 30.11.2005