

Mariusz Frukacz, Mirosław Popieluch, Edward Preweda

KOREKTA CEN NIERUCHOMOŚCI ZE WZGLĘDU NA UPŁYW CZASU W PRZYPADKU DUŻYCH BAZ DANYCH

REAL ESTATE PRICE ADJUSTMENT DUE TO TIME IN THE CASE OF LARGE DATABASES

Streszczenie

Na etapie analizy rynku poprzedzającym zastosowanie odpowiedniej procedury określania wartości nieruchomości ważnym elementem jest określenie zmienności cen nieruchomości w czasie, a w przypadku, gdy wpływ przesunięcia transakcji w czasie jest istotny dla zmienności cen, należy dokonać korekty cen transakcyjnych w zgromadzonej bazie nieruchomości.

Istotne znaczenie tego etapu procedury wyceny potwierdzają wydarzenia ostatnich lat na polskim rynku nieruchomości. O ile jeszcze 5-10 lat temu ceny nieruchomości w sposób przewidywalny i regularny kształtowały się zgodnie z niewielką tendencją rosnącą, to począwszy od 2003 roku rynek nieruchomości w Polsce wszedł w okres tzw. boomu i dla cen rynkowych zaobserwowano bardzo duże wzrosty cen. Różnice pomiędzy jednostkowymi cenami rynkowymi za nieruchomości podobne mogły się różnić o kilka czy kilkanaście procent z miesiąca na miesiąc, a nieuwzględnienie tych zmian w czasie podczas wyceny mogło doprowadzić do znacznego niedoszacowania wartości nieruchomości.

Celem artykułu jest określenie przydatności modeli statystycznych do wykrycia i określania zmian cen w zgromadzonej bazie nieruchomości oraz ich zastosowanie do skorygowania cen ze względu na przesunięcie transakcji w czasie.

Słowa kluczowe: rynek nieruchomości, wartość nieruchomości, modele statystyczne

Summary

At the stage of market analysis prior to application of appropriate procedures for determining a value of the property an important element is to determine a variability of immobility prices over a time, and if the impact of the transaction at the time of transfer is important for volatility, it should be adjust transaction prices based on accumulated property.

It is important to confirm for the stage of the valuation of the recent years events at the Polish real estate market. While still 5-10 years ago, in a predictable and regular way property prices shaped in accordance with a trend of small growing, then starting from 2003 the property market in Poland has entered the period known as boom and the market prices observed a very large price increases. Differences between current market prices for similar properties can vary by a few or several percent from month to month, and the disregard of these changes over time during the measurement could lead to a significant underestimation of the real estate value.

Article aims determine the suitability of statistical models to detect and determine the price changes in the accumulated database real estate and their application to adjust prices due to the shift of the transaction in time.

Key words: *the property market, value of immobility, statistical models*

WSTĘP

W najbardziej popularnej i powszechnie stosowanej w wycenie nieruchomości metodzie porównywania parami według podejścia porównawczego, do określenia wartości nieruchomości wystarczy odnieść się do dosłownie kilku (co najmniej trzech) nieruchomości podobnych. W takim przypadku określenie wpływu czasu na zmienność cen jest zadaniem stosunkowo prostym, gdyż dotyczy tylko kilku obserwacji. Najprostszą metodą jest zastosowanie sposobu interwałowego. Metoda ta opiera się na technice porównywania pomiędzy sobą par nieruchomości, które mają dokładnie takie same atrybuty, przy pomocy których zostały opisane (nie dotyczy to atrybutów ilościowych typu: powierzchnia użytkowa, czy powierzchnia działki) i różnicuje je jedynie wartość jednostkowa i czas zawarcia transakcji. Dla każdej z par określa się współczynnik zmiany ceny (B_n) przypadającej na jednostkę czasu:

$$B_n = B_{i-j} = \frac{c_j - c_i}{t_j - t_i}$$

gdzie:

B_{i-j} – to współczynnik zmiany cen, określony dla pary nieruchomości j, i różniących się transakcyjną ceną jednostkową i czasem zawarcia transakcji,

c_j, c_i – to transakcyjne ceny jednostkowe nieruchomości j, i ,

t_j, t_i – to czas zawarcia transakcji dla nieruchomości j, i wyrażony w odpowiednich jednostkach czasu (np. dzień, tydzień, miesiąc) określony jako wartość względna w stosunku do daty wyceny.

W oparciu o n współczynników, określonych dla n -par nieruchomości wyliczana jest wartość średnia współczynnika zmiany cen:

$$B_{\text{średni}} = \frac{\sum^n B_n}{n}$$

gdzie:

$B_{\text{średni}}$ – to średni współczynnik zmian określony w oparciu o n -par nieruchomości podobnych.

W ten sposób obliczana średnia wartość współczynnika $B_{\text{średni}}$ określa przeciętną wartość zmiany cen przypadającą na daną jednostkę czasu. Opierając się na tej wielkości i korzystając z posiadanej wiedzy i doświadczenia, rzeczoznawca podejmuje decyzję, czy dokonać korekt cen transakcyjnych nieruchomości w zgromadzonej bazie ze względu na przesunięcie daty wyceny względem dat transakcji.

Cena skorygowana obliczana jest według wzoru:

$$C_{i_skorygowana} = C_i + B_{\text{średni}} \cdot (t_{\text{wyceny}} - t_i)$$

gdzie:

$C_{i_skorygowana}$ – skorygowana cena transakcyjna nieruchomości ze względu na przesunięcie daty transakcji względem daty wyceny,

C_i – cena transakcyjna i -tej nieruchomości,

t_{wyceny} – data wyceny,

t_i – data transakcji dla i -tej nieruchomości.

Takie podejście do określania wpływu czasu na kształtowanie się cen transakcyjnych i korekty tych cen jest poprawne i powszechnie stosowane przez rzeczoznawców majątkowych. Jego zaletą jest przejrzystość, łatwość obliczeń i możliwość stosowania przy małej liczności bazy porównawczej.

ZASTOSOWANIE MODELI STATYSTYCZNYCH DO OKREŚLENIA ZALEŻNOŚCI POMIĘDZY CENĄ A PRZESUNIĘCIEM TRANSAKCJI W CZASIE

Proponowanym sposobem, pozwalającym na zbadanie i określenie wpływu czasu na zmienność cen jest budowa modelu statystycznego. O ile w przypadku niewielkich baz danych, o licznosciach rzędu kilku obserwacji, można się zastanawiać, czy budować modele statystyczne, czy stosować metodę interwa-

lową, o tyle w przypadku dużych zbiorów danych jest to praktycznie jedyna metoda na rzetelną ocenę interesującego nas zjawiska.

Dokładne poznanie, a więc wykrycie, analiza i interpretacja występowania zjawiska kształtowania się cen transakcyjnych (historycznych) wraz ze zmianą czasu pozwoli na poprawną ich korektę. Ponieważ działania tego typu są pierwszym krokiem we wszelkich zadaniach prognostycznych [Ditmann 2003], dlatego do analizy kształtowania się cen możemy zastosować metody ilościowe stosowane przy prognozowaniu. Spośród metod ilościowych najczęściej stosowane do określania zależności pomiędzy zachodzącymi zjawiskami są modele regresyjne. Regresja jest metodą pozwalającą na zbadanie związku pomiędzy różnymi wielkościami występującymi w danych i wykorzystanie tej wiedzy do przewidywania nieznanymi wartości jednych wielkości na podstawie znanych wartości innych. Z punktu widzenia naszych potrzeb modele regresyjne będą wykorzystane nie do prognozowania, lecz do wyznaczenia trendu, czyli zależności pomiędzy datą transakcji a ceną, a następnie w oparciu o tę zależność będziemy mogli dokonać korekty cen, biorąc pod uwagę różnice w czasie.

Pod nazwą prosta regresja liniowa [Zieliński 1999] kryje się liniowa funkcja regresji zależna tylko od jednego argumentu. Powiedzmy, że obserwujemy cechę Y , która jest zależna od zmiennej X , a liniowość zależności oznacza, że jednakowym przyrostom zmiennej niezależnej odpowiadają jednakowe co do kierunku i siły (rosnące lub malejące) zmiany zmiennej zależnej. Funkcja regresji, którą należy oszacować w oparciu o dostępne dane, przyjmuje następującą postać:

$$y_i = b_0 + b_1x_i + e_i = \hat{y}_i + e_i$$

gdzie:

$i = 1, 2, \dots, n$ – kolejne numery elementów obserwacji,

e_i – tzw. reszty (zmienna losowa) definiowane jako $e_i = y_i - \hat{y}_i$.

Współczynniki krzywej regresji b_0 i b_1 wyznaczamy stosując metodę najmniejszych kwadratów (MNK), wówczas suma kwadratów reszt osiąga minimum. Z naszego punktu widzenia najbardziej interesujący jest współczynnik kierunkowy krzywej regresji b_1 , gdyż odzwierciedla on trend, jaki wykazują ceny nieruchomości w czasie i pozwala na dokonanie korekty cen transakcyjnych ze względu na przesunięcie czasu transakcji. Dokładność dopasowania wyznaczonej linii regresji mierzymy za pomocą współczynnika determinacji R^2 , który określa stosunek zmienności wyjaśnionej do zmienności całkowitej, czyli informuje w jakim stopniu nasz model opisuje rzeczywistość, a ile zależy od dodatkowych, nieuwzględnionych w modelu zmiennych.

Praktyka pokazuje, że nie wszystkie zależności udaje się odpowiednio opisać przy pomocy modeli regresji liniowej. Warto zastanowić się nad konstru-

owaniem modeli regresji krzywoliniowej, która pozwala na dokładne dopasowanie dowolnej krzywej. Poszukując takiej krzywej nie możemy jednak rozpatrywać wszystkich możliwych krzywych, dlatego też wybieramy jeden z następujących modeli regresji nieliniowej:

- wykładniczą (model $Y = ab^X$),
- logarytmiczną (model $Y = a + b \ln X$),
- hiperboliczną (model $Y = a + b \frac{1}{X}$ lub $Y = \frac{aX}{X+b}$),
- potęgową (model $Y = a \cdot X^b$),
- wielomianową (model $Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3 + \dots + a_nX^n$),
- logistyczną (model $Y = \frac{a_0}{1 + a_1e^{-X}}$).

Od strony obliczeniowej sytuacja jest podobna jak w przypadku modeli liniowych i nadal, zgodnie z MNK, poszukujemy najlepiej dopasowanej do danych krzywej, z tą różnicą, że nie jest to prosta. Jakość otrzymanego modelu i jego dopasowania określana jest przez współczynnik determinacji R^2 wyznaczający część wariancji wyjaśnionej przez model, liczony jako stosunek wyjaśnionej przez model sumy kwadratów odchyleń do całkowitej sumy kwadratów odchyleń.

$$R^2 = \frac{CSK - RSK}{CSK}$$

gdzie:

- R^2 – to współczynnik determinacji dla modelu nieliniowego,
- CSK – całkowita suma kwadratów odchyleń,
- RSK – resztowa suma kwadratów.

Przedmiotem odrębnej publikacji będą rozważania oparte na zastosowaniu algorytmu MARS.

ANALIZA BAZY DANYCH WYBRANYMI MODELAMI STATYSTYCZNYMI

Określmy, czy i jaka zależność istnieje pomiędzy czasem, który upłynął od momentu transakcji, a jednostkową ceną transakcyjną. Dla zebranej bazy danych (zawierającej informacje o 757 transakcjach na rynku lokali mieszkalnych w Krakowie, na przestrzeni czasu od marca 2004 do października 2007) zbudujemy modele regresji:

- model liniowy,
- model nieliniowy – wielomianowy drugiego stopnia,
- model nieliniowy – wielomianowy trzeciego stopnia.

Pamiętajmy, że wybierając postać funkcji regresji, należy opierać się na wstępnej analizie danych, wykresach rozrzutu, a także na źródłach pozastatystycznych dotyczących badanej dziedziny.

BAZA DANYCH TRANSAKCYJNYCH

Baza danych zawiera informacje pochodzące z aktów notarialnych. Dla każdej transakcji mamy następujące informacje: data zawarcia transakcji, informacje administracyjne dot. lokalizacji nieruchomości (dzielnica, obręb, ulica i numer), liczba pokoi, powierzchnia użytkowa lokalu, cena transakcyjna. Dla wybranych transakcji dostępne są dodatkowe informacje m.in.: rok budowy, stan techniczny, powierzchnia przynależna.

Dane zgromadzono w arkuszu *STATISTICA* i każdy wiersz odpowiada jednej transakcji. Poniżej umieszczono fragment arkusza:

1	4	5	6	7	8	11	12	13	14	15
Data transakcji	Miasto/Gmina	Obręb	Dzielnice I-XVIII	Ulica	Nr administracyjny	Kondygnacja	Pokoje	Cena łączna działki i lok	Pu lokalu	Pu lokalu/pow działki
37	11/12/2004	Kraków - Nowa	8	16 Na Lotnic	5	3	1	50000	24,23	4,846
38	11/15/2004	Kraków - Krowo	41	4 Jaremy h	23		2	114000	37,86	3,32105263
39	11/16/2004	Kraków - Nowa	2	15 Piastów	2	1	3	115000	47,22	4,10608696
40	11/17/2004	Kraków - Nowa	6	14 Os. Akac	4	3	3	131276,24	59,2	4,50957462
41	11/19/2004	Kraków - Krowo	4	5 Chocimsl	7	3	2	200000	59,16	2,958
42	11/20/2004	Kraków - Śródm	119	1 Krowoder	39	1	1	81000	23,1	2,85185185
43	11/23/2004	Kraków - Śródm	12	1 Starowiśl	66	3	2	168000	50,78	3,02261905
44	11/24/2004	Kraków - Krowo	4	5 Królewsk	29	0	5	352000	105	2,98295455
45	11/24/2004	Kraków - Krowo	2	6 Szablowsk	3	2	3	270000	60,46	2,23925926
46	11/24/2004	Kraków - Nowa	6	14 Os. Akac	23	0	3	125371,24	56,6	4,51459202
47	11/24/2004	Kraków - Nowa	7	14 Dwywizjon	22	1	2	129322	44,74	3,45959489
48	11/24/2004	Kraków - Nowa	10	17 Na Wzgó	6	7	1	75000	25,68	3,424
49	11/25/2004	Kraków - Podgó	17	13 Ks. Turki	4	1	2	136592,47	51,55	3,80183354
50	11/30/2004	Kraków - Krowo	2	6 Rydla Lui	9	1	2	185000	53,6	2,8972973
51	12/01/2004	Kraków - Nowa	47	18 Centrum	17	2	1	88000	31,5	3,57954545

Rysunek 1. Arkusz *STATISTICA* zawierający dane transakcyjne.

Figure 1. *STATISTICA* sheet containing transaction data.

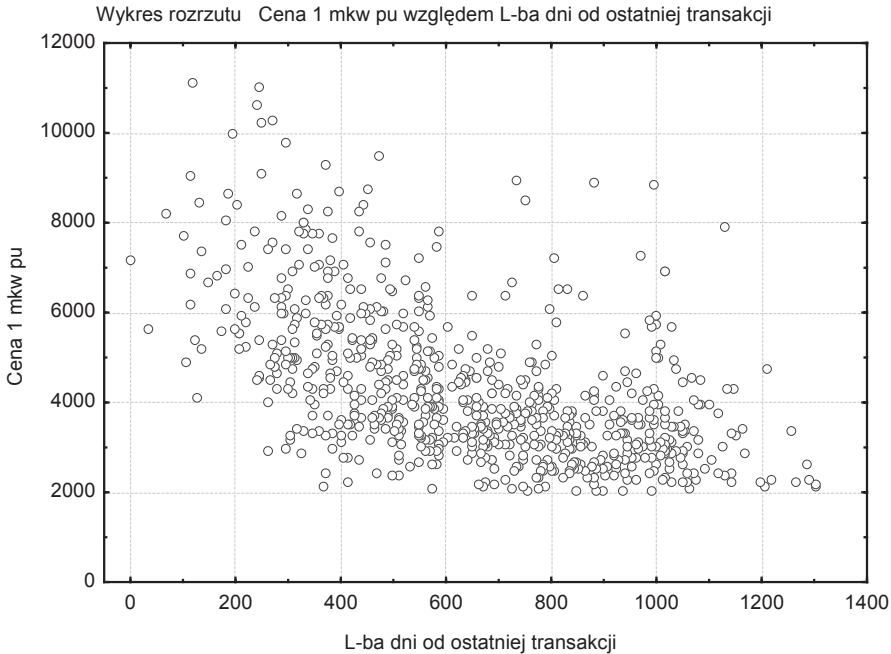
W oparciu o ww. informacje utworzono zmienne, które będą wykorzystywane przy budowie modeli:

- liczba dni od ostatniej transakcji – określa ona jaka jest różnica w czasie (wyrażona w dniach) pomiędzy ostatnią a daną transakcją,
- cena 1 metra kwadratowego powierzchni użytkowej.

BUDOWA MODELI STATYSTYCZNYCH

Zmienną zależną w naszych rozważaniach jest cena 1 metra kwadratowego powierzchni użytkowej, natomiast zmienną, która ma lub może mieć na nią wpływ, czyli zmienną niezależną jest liczba dni od ostatniej transakcji. Do budowy modeli regresyjnych zastosowano oprogramowanie *STATISTICA 8 PL*, które pozwala na zdefiniowanie własnej, dowolnej funkcji regresji i estymuje jej parametry metodą najmniejszych kwadratów.

Przyjrzyjmy się dwóm zmiennym i określmy czy występuje pomiędzy nimi jakakolwiek zależność. Taką wstępną oceną, która również potwierdzi nam wybór odpowiednich modeli nieliniowych, jest analiza wykresu rozrzutu zmiennych oraz określenie występowania pomiędzy nimi korelacji.



Rysunek 2. Wykres rozrzutu analizowanych zmiennych.

Figure 2. Scatter diagram of the analyzed variables.

Już sama analiza graficzna rozrzutu punktów (Rysunek 2) potwierdza występowanie zależności pomiędzy zmiennymi, a im mniejsza liczba dni od ostatniej transakcji, tym wyższe wartości *ceny 1 mkw pu*. Spostrzeżenie to potwierdza obliczony współczynnik korelacji Pearsona, którego wartość wynosi $r=-0,54995$ (i jest istotny statystycznie na poziomie ufności 95%), określając

spadek wartości *cena 1 mkw pu* wraz ze wzrostem wartości zmiennej *l-ba dni od ostatniej transakcji*. Dodatkowo można też zauważyć, że siła wykrytej zależności ulega zmianie. Punkt „przełamania” przypada w okolicach wartości 600-700 zmiennej *l-ba dni od ostatniej obserwacji* i na lewo od niego widać, że zależność ta przybiera na sile w stosunku do znajdującej się po prawej, słabszej zależności.

Na podstawie informacji o występującej zależności i mając jej ogólny pogląd, możemy przystąpić do budowy wcześniej wybranych modeli regresyjnych.

MODEL LINIOWY

W pierwszej kolejności budujemy model regresji liniowej. Funkcja, której parametry (a i b) chcemy oszacować została zapisana jako:

$$[\text{cena 1 mkw pu}] = a + b * [\text{liczba dni od ostatniej transakcji}].$$

Otrzymano następujące wartości estymowanych parametrów modelu (kolor czerwony oznacza, że wynik jest statystycznie istotny na poziomie $\alpha=0,05$):

Tabela 1. Okno *STATISTICA* z wynikami budowy zdefiniowanego modelu regresyjnego – liniowego

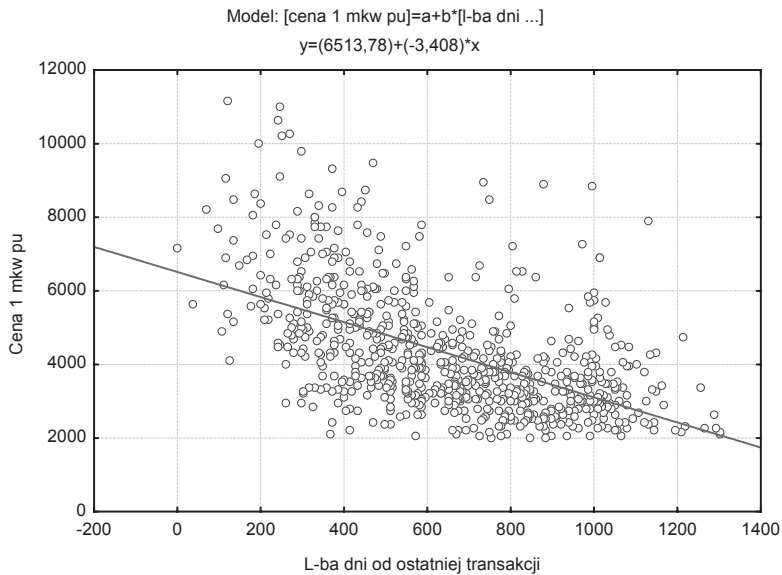
Table 1. STATISTICA window with the results of the regression model defined structure - linear.

Model: $v35=a+b*v52$					
Zmn. zal. : Cena 1 mkw pu					
Poziom ufności: 95.0% ($\alpha=0.050$)					
	Ocena	Błąd stand.	poziom p	Doln. uf Granica	Górn. uf Granica
a	6513,775	131,7444	0,00	6255,147	6772,404
b	-3,408	0,1882	0,00	-3,778	-3,039

Funkcja regresji, którą na wykresie poniżej zobrazowana jest czerwoną linią, przyjmuje postać:

$$[\text{cena 1 mkw pu}] = 6513,775 - 3,408 * [\text{liczba dni od ostatniej transakcji}],$$

współczynnik determinacji modelu wynosi $R^2=0,3024$.



Rysunek 3. Dopasowana do danych linia regresji
Figure 3. Fitted to the data the regression line

Model nieliniowy – wielomian drugiego stopnia

Funkcja, której parametry (a, b, c) będziemy szacować, przyjmuje następującą postać:

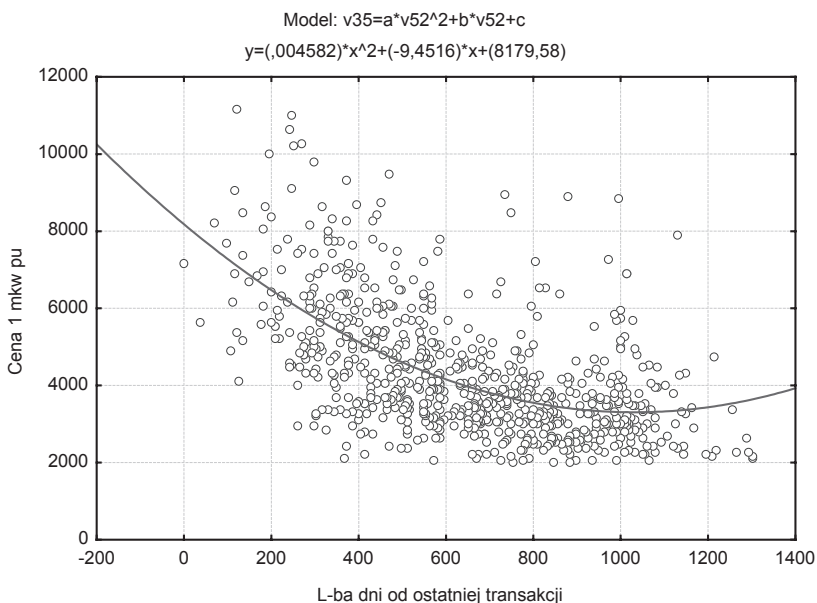
$$[\text{cena 1 mkw pu}] = a * [\text{liczba dni od ostatniej transakcji}]^2 + b * [\text{liczba dni od ostatniej transakcji}] + c.$$

Przy współczynniku determinacji $R^2=0,3477$ otrzymano następujące wyniki:

Tabela 2. Okno *STATISTICA* z wynikami budowy modelu nieliniowego, wielomianowego II stopnia.

Table 2. STATISTICA window with the results of nonlinear model building, second degree polynomial

Model: v35=a*v52^2+b*v52+c Zmn. zal. : Cena 1 mkw pu Poziom ufności: 95.0% (alfa=0.050)					
	Ocena	Błąd stand.	poziom p	Doln. uf Granica	Górn. uf Granica
a	0,005	0,0006	0,000000	0,003	0,006
b	-9,452	0,8547	0,000000	-11,130	-7,774
c	8179,580	263,1170	0,000000	7663,052	8696,108



Rysunek 4. Dopasowana do danych krzywa regresji II stopnia
Figure 4. The regression curve of second degree fitted to the data

Model nieliniowy – wielomian trzeciego stopnia

Funkcja, której parametry (a,b,c,d) chcemy oszacować, przyjmuje postać:

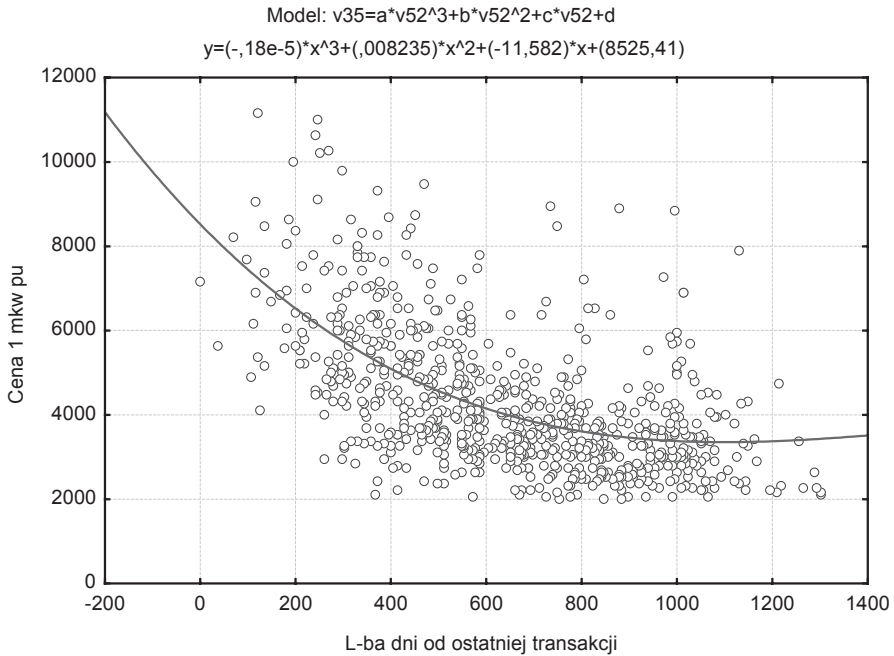
$$[\text{cena 1 mkw pu}] = a * [\text{liczba dni od ostatniej transakcji}]^3 + b * [\text{liczba dni od ostatniej transakcji}]^2 + c * [\text{liczba dni od ostatniej transakcji}] + d.$$

Przy współczynniku determinacji $R^2=0,3485$ otrzymano następujące wyniki:

Tabela 3. Okno STATISTICA z wynikami budowy modelu nieliniowego, wielomianowego III stopnia.

Table 3. STATISTICA window with the results of nonlinear model building, third-degree polynomial

Model: $v35=a*v52^3+b*v52^2+c*v52+d$					
Zmn. zal. : Cena 1 mkw pu					
	Ocena	Błąd stand.	poziom p	Doln. uf Granica	Górn. uf Granica
a	-0,000	0,0000	0,00	-0,000	-0,000
b	0,008	0,0038	0,00	0,001	0,016
c	-11,582	2,3279	0,00	-16,152	-7,012
d	8525,409	439,1384	0,00	7663,330	9387,488

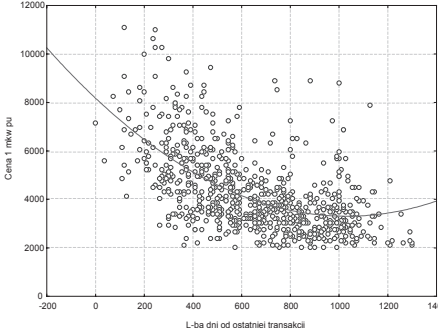
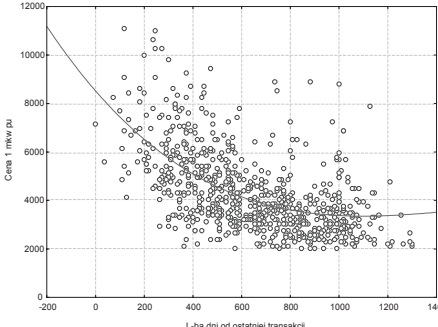
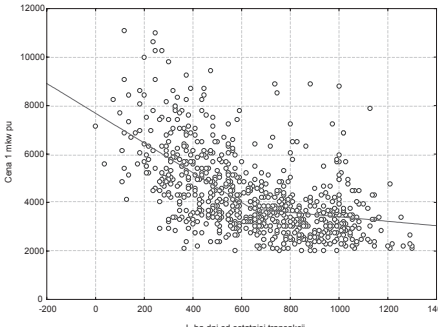


Rysunek 5. Dopasowana do danych krzywą regresji III stopnia
Figure 5. Fitted to the data third-degree regression curve

Porównajmy zatem dobroć dopasowania naszych modeli.

Tabela 4. Porównanie wyników wybranych modeli
Table 4. Comparison of results of selected models

Rodzaj modelu	Wartość współczynnika determinacji R^2	Dopasowanie krzywej regresji do danych
Model liniowy	0,3024	

Rodzaj modelu	Wartość współczynnika determinacji R^2	Dopasowanie krzywej regresji do danych
Model nieliniowy – II stopnia	0,3477	
Model nieliniowy – III stopnia	0,3485	
Model złożony z dwóch liniowych	0,3545	

Jak widać, wraz z coraz większym skomplikowaniem modelu, począwszy od liniowego, poprzez wielomian II i III stopnia, jakość modelu jest coraz lepsza i określa on coraz większą część zmienności badanej wielkości. Z drugiej jednak strony, jeśli skuteczność modeli jest porównywalna powinniśmy wybrać ten, który jest najprostszy w interpretacji, czyli model liniowy. W tym miejscu musimy zatrzymać dalsze wnioskowanie i zwrócić uwagę na niezwykle ważny element. Rozważając, który model jest lepiej dopasowany i który moglibyśmy wykorzystać do korekty cen nieruchomości ze względu na przesunięcie czasu transakcji, nie możemy przeoczyć faktu bezwzględnej jakości otrzymanych mo-

deli. Współczynnik determinacji R^2 określający jakość otrzymanych modeli i ich dopasowanie waha się w przedziale [0,3024 ; 0,3545], czyli zbudowane modele wyjaśniają zaledwie 30-35% zmienności badanej cechy. Dlaczego tak mało? Otóż przypomnijmy, że nasza baza zawiera informacje o transakcjach dotyczących znaczenie różniących się od siebie nieruchomości: jedno i 4-pokojowe, małe i duże powierzchnie, lokale w centrum oraz na obrzeżach miasta. Oczywiście każdy z tych czynników wpływa na cenę i dlatego przy tak różnorodnej bazie upływ czasu nie ma dominującego znaczenia. Co zatem powinniśmy zrobić? Przeprowadzić dalsze badania i przedstawić wnioski z nich wynikające, w szczególności dotyczące budowania modeli dla średnich cen miesięcznych.

PODSUMOWANIE

Bazy danych zawierające informacje o transakcjach na rynku nieruchomości są równie specyficzne jak sam rynek. Bardzo często, aby zawierały rzetelną informację, muszą uwzględniać transakcje z długiego okresu czasu, a parametrem, który jest najbardziej na to czuły, jest cena jednostkowa nieruchomości. Dlatego przed przystąpieniem do analizy materiału zgromadzonego w takiej bazie musimy ocenić, czy upływ czasu rzeczywiście miał wpływ na ceny jednostkowe, a jeśli miał, to musimy przeprowadzić korektę cen jednostkowych ze względu na upływ czasu.

Metod takiej korekty jest kilka, jednak jeśli bierzemy pod uwagę pracę z dużymi zbiorami danych, wówczas najbardziej efektywną i rzetelną metodą jest wykorzystanie modeli statystycznych. Dzięki zastosowaniu nowoczesnego oprogramowania do statycznej analizy danych jesteśmy w stanie zbudować dobry model, który będzie wręcz idealnie dopasowany do naszych danych, jednak jego skomplikowanie spowoduje, że będzie on kompletnie bezużyteczny w praktyce, gdyż nie będziemy w stanie ani go zinterpretować ani zastosować. Dlatego podczas budowy takich modeli należy rozpatrywać najprostsze (najlepiej liniowe), gdyż w praktyce okazują się one bardzo skuteczne do określania trendu cen nieruchomości a równocześnie można je wykorzystać do korygowania tych cen.

BIBLIOGRAFIA

- Ditmann P. *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowanie*, Oficyna Ekonomiczna 2003.
- Dokumentacja do oprogramowania STATISTICA Data Miner, StatSoft Inc.
- Gatnar H. *Nieparametryczna metoda dyskryminacji i regresji*. Wydawnictwo Naukowe PWN 2001.
- Francuz P., Mackiewicz R. *Liczby nie wiedzą, skąd pochodzą. Przewodnik po metodologii i statystyce nie tylko dla psychologów*. Wydawnictwo KUL 2005.

Stanisz A. *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny*, Tom 1 Statystyki podstawowe. StatSoft Polska 2006.

Stanisz A. *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny*, Tom 2 Modele liniowe i nieliniowe. StatSoft Polska 2007.

Zieliński T. *Jak pokochać statystykę czyli STATISTICA do poduszki*. Kraków 1999

Artykuł powstał w ramach badań statutowych Katedry Geomatyki.

Dr inż. Mariusz Frukacz

Dr hab. inż. Edward Preweda, prof. AGH

Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie

Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska

Katedra Geomatyki

30-059 Kraków, Al. A. Mickiewicza 30, paw. C-4, pokój 415

e-mail: frukacz@agh.edu.pl

preweda@agh.edu.pl

Mgr inż. Mirosław Popieluch

StatSoft Polska

ul. Kraszewskiego 36, 30-110 Kraków

e-mail: info@statsoft.pl

Recenzent: *Prof. dr hab. inż. Karol Noga*